



第十五章 《轴对称》综合能力提升

一、选择题

1~5.AACDB 6~10.BABBC

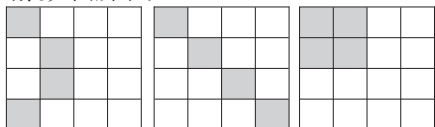
二、填空题

11.1 12.21 13.(2,-2) 14.18
15.40°或100°或140°

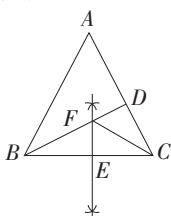
三、解答题(一)

16.证明:∵EM垂直平分AD, FN垂直平分BD,
∴AE=DE, DF=BF.
∴∠A=∠EDA, ∠B=∠FDB.
∴∠C=90°, ∴∠A+∠B=90°.
∴∠EDA+∠FDB=90°.
∴∠EDF=180°-(∠EDA+∠FDB)=90°, 即DE⊥DF.

17.解:如图所示:



(第17题图)



(第18题图)

(2)∵BD平分∠ABC, ∴∠ABD=∠DBC.
∴EF垂直平分线段BC, ∴FB=FC.
∴∠DBC=∠FCB.
设∠ABD=∠DBC=∠FCB=x.
∴∠A+∠ABC+∠ACB=180°, ∴50°+2x+x+31°=180°.
解得x=33°.
∴∠ABC=2x=66°.

四、解答题(二)

19.解:(1)(-10,2).

(2)△ABC为等腰直角三角形.理由略.

20.证明:(1)∵AD=CD, ∴∠DAC=∠DCA.
∴AB∥CD, ∴∠DCA=∠BAC.
∴∠DAC=∠BAC.
∴AC是∠EAB的平分线.
∴CE⊥AE, CB⊥AB, ∴CE=CB.
(2)由(1)知, CE=CB.
∴点C在线段BE的垂直平分线上.
∴CE⊥AE, CB⊥AB,
∴∠CEA=∠CBA=90°.

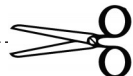
在Rt△CEA和Rt△CBA中, $\begin{cases} CA=CA, \\ CE=CB, \end{cases}$
∴Rt△CEA≌Rt△CBA(HL).
∴AE=AB.

∴点A在线段BE的垂直平分线上.
∴AC垂直平分BE.

21.解:(1)如图, △A'B'C'即为所求.

(2)5.

(3)如图, 连接MB'交直线l于点N, 点N即为所求.
连接BN, 此时NB+NM=NB'+NM=MB',



期中综合能力提升(一)

一、选择题

1~5.ADAAC 6~10.CCCBD

二、填空题

11.三角形具有稳定性 12.42° 13.66 14. $\frac{8}{3}$

15.130°或50°或40°

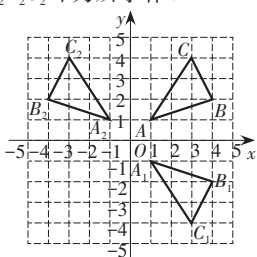
三、解答题(一)

16.∠ACD的度数为25°.

17.证明略.

18.解:(1)如图, △A₁B₁C₁即为所求作, A₁(1,-1), B₁(4,-2), C₁(3,-4).

(2)如图, △A₂B₂C₂即为所求作.



(第18题图)

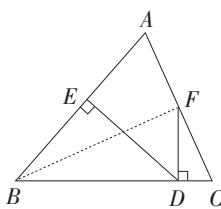
四、解答题(二)

19.(1)证明:∵AB∥DE, ∴∠ABC=∠DEF.

在△ABC和△DEF中, $\begin{cases} \angle ABC=\angle DEF, \\ AB=DE, \\ \angle A=\angle D, \end{cases}$
∴△ABC≌△DEF(ASA).

(2)FC的长是40 m.

20.(1)解:∵∠AFD=155°, ∴∠DFC=25°.
∴DF⊥BC, DE⊥AB, ∴∠FDC=∠AED=90°.
∴∠C=90°-25°=65°.
∴AB=BC, ∴∠A=∠C=65°.
∴∠ABC=180°-2×65°=50°. ∴∠BDE=90°-50°=40°.
∴∠EDF=180°-40°-90°=50°.



(第20题图)

(2)证明:如图, 连接BF.

∵AB=BC, 点F是AC的中点,
∴BF⊥AC, ∠ABF=∠CBF= $\frac{1}{2}$ ∠ABC.

∴∠CFD+∠BFD=90°.
又∵∠CBF+∠BFD=90°,
∴∠CFD=∠CBF. ∴∠CFD= $\frac{1}{2}$ ∠ABC.

21.(1)证明:∵AB=AC, ∴∠B=∠C.
∴P为BC的中点, ∴BP=CP.

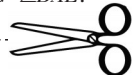
在△BDP和△CEP中, $\begin{cases} \angle BDP=\angle CEP, \\ \angle B=\angle C, \\ BP=CP, \end{cases}$
∴△BDP≌△CEP(AAS).

(2)解:∵∠A=110°, AB=AC, ∴∠B=∠C=35°.
∴PD⊥AB, ∴∠PDB=90°.

由(1), 得△BDP≌△CEP.
∴∠PEC=∠PDB=90°.
∴∠EPC=180°-∠PEC-∠C=180°-90°-35°=55°.

五、解答题(三)

22.证明:(1)∵AB⊥AD, AC⊥AE,
∴∠BAD=∠CAE=90°.
∴∠BAD+∠BAC=∠CAE+∠BAC, 即∠DAC=∠BAE.



期中综合能力提升(二)

一、选择题

1~5.CBCDB 6~10.CDDCA

二、填空题

11.100° 12.9 13.AC=BD(答案不唯一) 14.45°

15.8

三、解答题(一)

16.解:∵∠B=44°, ∠ACB=80°,
∴∠BAC=180°-∠B-∠ACB=180°-44°-80°=56°.

∴AD为∠BAC的平分线,
∴∠BAD= $\frac{1}{2}$ ∠BAC=28°.

∵CE为边AB上的高, ∴∠AEC=90°.
∴∠AFC=∠AEC+∠EAF=90°+28°=118°.

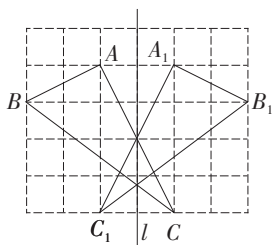
17.证明:∵∠CBE=∠CDF,
∴180°-∠CBE=180°-∠CDF, 即∠ABC=∠ADC.

在△ABC和△ADC中,

$\begin{cases} \angle ABC=\angle ADC, \\ \angle ACB=\angle ACD, \\ AC=AC, \end{cases}$
∴△ABC≌△ADC(AAS).
∴AB=AD.

18.解:(1)如图, △A₁B₁C₁即为所求作.

(2) $S_{\triangle ABC}=4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 16 - 6 - 1 - 4 = 5.$



(第18题图)

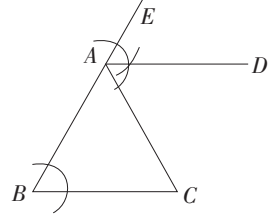
四、解答题(二)

19.(1)解:如图, 射线AD即为所求作.

(2)证明:∵AD∥BC, ∴∠EAD=∠B, ∠CAD=∠C.

又AB=AC, ∴∠B=∠C.

∴∠EAD=∠CAD. ∴AD平分∠CAE.



(第19题图)

20.解:(1)∵AB=AC, ∠B=72°,
∴∠ACB=∠B=72°.

由作图可知:CD是∠ACB的平分线,
∴∠BCD=∠ACD= $\frac{1}{2}$ ∠ACB=36°.

(2)∵∠BDC=180°-∠B-∠BCD=72°, ∠B=72°,
∴∠BDC=∠B.

∴CD=CB.

∴∠BDC=∠A+∠ACD, ∠ACD=36°,
∴∠A=∠BDC-∠ACD=72°-36°=36°.

∴∠A=∠ACD.

∴AD=CD.

∴AD=BC=2.5.

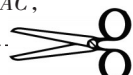
21.解:(1)∠AEB与∠ADC相等.

理由如下:∵∠CAB=∠DAE=36°,
∴∠CAB-∠CAE=∠DAE-∠CAE, 即∠EAB=∠DAC.

在△AEB和△ADC中, $\begin{cases} AB=AC, \\ \angle EAB=\angle DAC, \\ AE=AD, \end{cases}$
∴△AEB≌△ADC(SAS).
∴∠AEB=∠ADC.

(2)CD∥AB.

理由如下:在△ABC中, ∠CAB=36°, AB=AC,
∴∠B=∠C=72°.



第十六章 《整式的乘法》综合能力提升

一、选择题

1~5.CCDDDB 6~10.BBACD

二、填空题

11.4a²-b² 12.1 13. $\frac{8}{9}$ 14.2025 15.①②

三、解答题(一)

16.解:(1)原式=a⁶·a⁸÷a¹⁰=a⁴;

(2)原式= $\left(\frac{1}{4}b^2\right)^2 - (3a)^2 = \frac{1}{16}b^4 - 9a^2.$

17.解:(1)(m-1)²+(m+n)(m-n)+n²

=m²-2m+1+m²-n²+n²

=2m²-2m+1.

(2)因为m²-m-6=0,

所以m²-m=6.

所以2m²-2m=12.

所以原式=2m²-2m+1=12+1=13.

18.解:(1)绿化的面积=(3a+b)(2a+b)-(a+b)²

=6a²+5ab+b²-a²-2ab-b²

=5a²+3ab.

(2)当a=30, b=20时, 原式=5×30²+3×30×20=6 300.

所以绿化的面积是6 300 m².

四、解答题(二)

19.解:(1)因为2^m=a, 所以2^{3m}=(2^m)³=a³.

因为32ⁿ=b, 所以(2⁵)ⁿ=2⁵ⁿ=b.

所以2¹⁰ⁿ=(2⁵ⁿ)²=b². 所以2^{3m+10n}=2^{3m}·2¹⁰ⁿ=a³b².

(2)因为2^x÷4^y×8=2^x÷2^{2y}×2³=2^{x-2y+3}, 且x-2y+3=0,

所以2^{x-2y+3}×8=2⁰=1.

20.解:(1)A=(3x+4)·2x²+x-1=6x³+8x²+x-1.

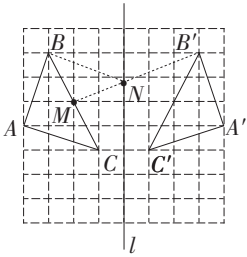
(2)根据题意, 得6x²+mx+n

=(2x+1)·(3x-4)+2x

=6x²-3x-4.

所以m=-3, n=-4.

为最小值.



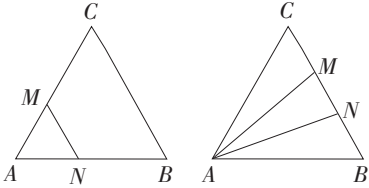
(第21题图)

五、解答题(三)

22. 解:(1) 60° . (2) $90 - \frac{1}{2}\alpha$.
(3) $\because \triangle CMN$ 的周长为 6, $\therefore MC+MN+NC=6$.
 $\because DM, EN$ 分别垂直平分 AC 和 BC ,
 $\therefore MA=MC, NB=NC$.
 $\therefore AB=MA+MN+NB=MC+MN+NC=6$.
 $\therefore \triangle FAB$ 的周长为 14, $\therefore FA+FB+AB=14$.
 $\therefore FA+FB=14-6=8$.
 $\therefore DF, EF$ 分别垂直平分 AC 和 BC , $\therefore FA=FC, FB=FC$.

$\therefore 2FC=FA+FB=8$. 解得 $FC=4$. $\therefore FC$ 的长为 4 cm.
23. 解:(1) 设点 M, N 运动 x s 时, M, N 两点重合.
根据题意, 得 $x+12=2x$.
解得 $x=12$.
 \therefore 点 M, N 运动 12 s 时, M, N 两点重合.
(2) 设点 M, N 运动 t s 时, 可得到等边三角形 AMN , 如图①.

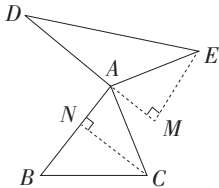
则 $AM=t, AN=AB-BN=12-2t$.
 $\because \triangle AMN$ 是等边三角形,
 $\therefore t=12-2t$.
解得 $t=4$.
 \therefore 点 M, N 运动 4 s 时, 可得到等边三角形 AMN .



(第23题图)

(3) 存在.
由(1)知 12 s 时 M, N 两点重合, 恰好在点 C 处.
如图②, 假设 $\triangle AMN$ 是以 MN 为底边的等腰三角形,
 $\therefore AN=AM$. $\therefore \angle AMN=\angle ANM$. $\therefore \angle AMC=\angle ANB$.
 $\because AB=BC=AC$, $\therefore \triangle ACB$ 是等边三角形.
 $\therefore \angle C=\angle B$.
在 $\triangle ACM$ 和 $\triangle ABN$ 中,
 $\begin{cases} \angle AMC=\angle ANB, \\ \angle C=\angle B, \\ AC=AB, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ACM \cong \triangle ABN$ (AAS).
 $\therefore CM=BN$.
设当点 M, N 在 BC 边上, 点 M, N 运动的时间为 y s 时, $\triangle AMN$ 是等腰三角形.
 $\therefore CM=y-12, BN=36-2y$.
 $\therefore y-12=36-2y$.
解得 $y=16$.
 \therefore 当点 N 第一次回到 B 点时, 点 N 运动的时间为 $12 \times 3 \div 2 = 18$ (s), 且 $16 < 18$,
 \therefore 当点 M, N 在 BC 边上运动时, 存在以 MN 为底边的等腰三角形 AMN , 此时 M, N 运动的时间为 16 s.

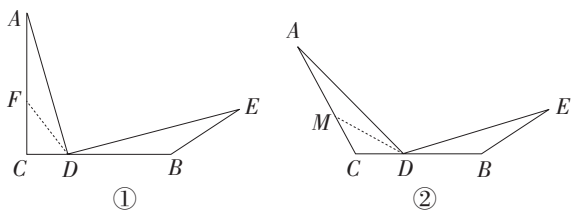
在 $\triangle DAC$ 和 $\triangle BAE$ 中, $\begin{cases} AD=AB, \\ \angle DAC=\angle BAE, \\ AC=AE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle DAC \cong \triangle BAE$ (SAS).
 $\therefore DC=BE$.
(2) 如图, 作 $EM \perp DA$ 交 DA 的延长线于点 M , 作 $CN \perp AB$ 于点 N .



(第22题图)

$\therefore \angle EMD=\angle CNA=90^\circ$.
 $\therefore \angle MAN=180^\circ-\angle DAB=90^\circ=\angle CAE$,
 $\therefore \angle MAN-\angle CAM=\angle CAE-\angle CAM$, 即 $\angle CAN=\angle EAM$.
在 $\triangle ACN$ 和 $\triangle AEM$ 中, $\begin{cases} \angle ANC=\angle AME, \\ \angle CAN=\angle EAM, \\ AC=AE, \end{cases}$

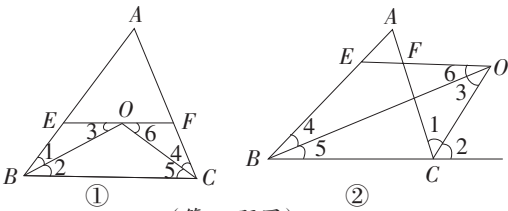
$\therefore \triangle ACN \cong \triangle AEM$ (AAS).
 $\therefore CN=EM$.
 $\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB \cdot CN, S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AD \cdot EM, AB=AD$,
 $\therefore S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ADE}$.
23. (1) 证明: ① $\because \angle ADE=\angle C=90^\circ$,
 $\therefore \angle EDB+\angle ADC=90^\circ, \angle A+\angle ADC=90^\circ$.
 $\therefore \angle EDB=\angle A$.
② 如图①, 在 AC 上截取 $CF=CD$, 连接 FD .
 $\because \angle C=90^\circ$,
 $\therefore \angle CFD=\angle CDF=45^\circ$.
 $\therefore \angle AFD=180^\circ-\angle CFD=135^\circ=\angle DBE$.
 $\because AC=BC$,
 $\therefore AC-CF=BC-CD$, 即 $AF=DB$.
由①知 $\angle A=\angle BDE$,
在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle DBE$ 中,
 $\begin{cases} \angle A=\angle BDE, \\ AF=DB, \\ \angle AFD=\angle DBE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle AFD \cong \triangle DBE$ (ASA).
 $\therefore DA=DE$.



(第23题图)

(2) 解: 当 $\angle DBE=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$ 时, 总有 $DA=DE$ 成立.
理由:
如图②, 在 AC 上截取 $CM=CD$, 连接 MD .
 $\because AC=BC, \therefore AM=BD$.
 $\because \angle ADB=\angle A+\angle C, \angle ADB=\angle ADE+\angle BDE, \angle ADE=\angle C$,
 $\therefore \angle A=\angle BDE$.
 $\therefore \angle CMD=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle C)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle C$,
 $\therefore \angle AMD=180^\circ-\angle CMD=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$.
当 $\angle DBE=\angle AMD=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$ 时, $\triangle AMD \cong \triangle DBE$ (ASA).
 $\therefore DA=DE$.

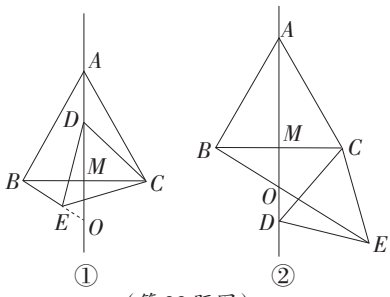
$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle CAB)=\frac{1}{2} \times (180^\circ-36^\circ)=72^\circ$.
 $\because BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC=36^\circ$.
由(1)可知 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$,
 $\therefore \angle ACD=\angle ABE=36^\circ$.
 $\therefore \angle ACD=\angle CAB$.
 $\therefore CD \parallel AB$.
五、解答题(三)
22. 解:(1) 图中有 5 个等腰三角形, $EF=BE+CF$.
(2) 图中有两个等腰三角形, 为 $\triangle BEO, \triangle CFO$.
 $EF=BE+CF$ 成立.
理由: 如图①.
 $\because EF \parallel BC, \therefore \angle 2=\angle 3$.
又 $\angle 1=\angle 2, \therefore \angle 1=\angle 3, \therefore BE=OE$.
同理可证 $CF=OF$.
 $\therefore EF=OE+OF=BE+CF$.



(第22题图)

(3) 有等腰三角形: $\triangle BEO, \triangle CFO$. 此时 $EF=BE+CF$.
理由: 如图②.
 $\because OE \parallel BC, \therefore \angle 5=\angle 6$.
又 $\angle 4=\angle 5, \therefore \angle 4=\angle 6$.
 $\therefore BE=OE$.
同理可证 $CF=OF$.
 $\therefore EF=OE+OF=BE+CF$.
23. 解:(1) $=30$.
(2) ① $AD=BE$.
理由: $\because \angle ACB=\angle DCE=60^\circ$,
 $\therefore \angle ACB+\angle BCD=\angle DCE+\angle BCD$,
即 $\angle ACD=\angle BCE$.
在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中,
 $\begin{cases} AC=BC, \\ \angle ACD=\angle BCE, \\ CD=CE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS).
 $\therefore AD=BE$.
② $\angle AOB$ 是定值, $\angle AOB=60^\circ$.
当点 D 在线段 AM 上时, 如图①, 延长 BE 交直线 AM 于点 O .
由(1)知 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$,
则 $\angle CBE=\angle CAD=30^\circ$.

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, 线段 AM 为 BC 边上的中线,
 $\therefore AM \perp BC$, 即 $\angle BMO=90^\circ$.
 $\therefore \angle AOB=180^\circ-90^\circ-30^\circ=60^\circ$.
当点 D 在线段 AM 的延长线上时, 如图②.
由①知 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$,
 $\therefore \angle CBE=\angle CAD=30^\circ$.
 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, 线段 AM 为 BC 边上的中线,
 $\therefore AM \perp BC$.
 $\therefore \angle OMB=90^\circ$.
 $\therefore \angle AOB=90^\circ-\angle CBE=90^\circ-30^\circ=60^\circ$.
综上, $\angle AOB$ 是定值, $\angle AOB$ 的度数是 60° .



(第23题图)

21. 解:(1) $S_1=(2m+2)(m+7)=2m^2+16m+14, S_2=(2m+5)(m+3)=2m^2+11m+15. >$.
(2) 当 $m=2$ 时,
 $S_1+S_2=(2m^2+16m+14)+(2m^2+11m+15)$
 $=4m^2+27m+29$
 $=4 \times 2^2+27 \times 2+29$
 $=16+54+29$
 $=99$.
五、解答题(三)
22. 解:(1) $(m+2n)(2m+n)=2m^2+5mn+2n^2$.
(2) 因为 $(m+3n)(2m+n)=2m^2+7mn+3n^2$,
所以需要 A 卡片 2 张, B 卡片 3 张, C 卡片 7 张.

(3) 用 A 卡片 1 张, B 卡片 1 张, C 卡片 2 张, 可以拼成边长为 $m+n$, 面积为 $m^2+2mn+n^2$ 的正方形.
拼图如下:

	m	n
m	A	C
n	C	B

(第22题图)

23. 解:(1) $a^2+b^2; (a+b)^2-2ab$.

(2) 由(1)中两个式子所表示的面积相等可得, $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$.
(3) ① 因为 $a+b=5, a^2+b^2=13, a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$,
所以 $13=25-2ab$. 所以 $ab=6$.
② 设正方形 $ACDE$ 的边长为 m , 正方形 $CFGB$ 的边长为 n .
因为 $AB=7$, 两个正方形的面积和为 $S_1+S_2=25$,
所以 $m+n=7, m^2+n^2=25$.
因为 $m^2+n^2=(m+n)^2-2mn$, 即 $25=49-2mn$,
所以 $mn=12$.
所以 $S_{\text{阴影部分}}=\frac{1}{2}mn=6$.