



第15章 《轴对称图形与等腰三角形》综合能力提升

一、选择题

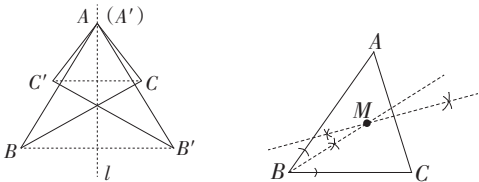
1~5.ADDAB 6~10.BABBC

二、填空题

11.13 12.122° 13.18 14.(1)40°;(2)100°或142°

三、

15.解:如图,△A'B'C'就是所求作的三角形.



(第15题图)

(第16题图)

16.解:如图,点M就是所求作的休息点.

四、

17.解:如图,过点D作DE⊥AB于点E.

∵AD平分∠BAC,DE⊥AB,∠C=90°,

∴DC=DE.

∵BD:DC=2:1,

BC=12 cm,

∴DC=12× $\frac{1}{3}$ =4(cm).

∴DE=DC=4 cm.

∴ $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot DE=\frac{1}{2}\times 16\times 4=32(\text{cm}^2)$.

18.证明:连接AD.

∵直线MN是线段AB的垂直平分线,

∴AD=BD. ∴∠DAB=∠B.

∵∠B=30°, ∴∠DAB=30°.

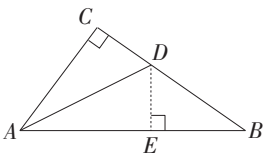
∵AB=AC, ∠B=30°, ∴∠C=∠B=30°, ∠BAC=120°. ∴∠DAC=90°.

∵∠C=30°, ∴CD=2AD.

∵AD=BD, ∴CD=2BD.

五、

19.解:(1)(-10,2).



(第17题图)

(2)△ABC为等腰直角三角形.理由略.

20.证明:(1)∵AD=CD, ∴∠DAC=∠DCA.

∵AB∥CD, ∴∠DCA=∠BAC.

∴∠DAC=∠BAC. ∴AC是∠EAB的平分线.

∵CE⊥AE, CB⊥AB, ∴CE=CB.

(2)由(1)知,CE=CB.

∴点C在线段BE的垂直平分线上.

∵CE⊥AE, CB⊥AB, ∴∠CEA=∠CBA=90°.

在Rt△CEA和Rt△CBA中, ∴ $\begin{cases} CA=CA, \\ CE=CB, \end{cases}$

∴Rt△CEA≌Rt△CBA.(HL)

∴AE=AB. ∴点A在线段BE的垂直平分线上.

∴AC垂直平分BE.

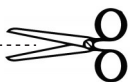
六、

21.解:(1)AC平分∠EAF.理由如下:

∵直线BD是线段AC的垂直平分线,

∴BA=BC. ∴∠BAC=∠BCA.

∴AF∥BC, ∴∠CAF=∠BCA.



期末综合能力提升(一)

一、选择题

1~5.CCDCB 6~10.DACDC

二、填空题

11.x<-1 12.(4,4) 13.3 14.(1)18;(2)9

三、

15.解:如图所示:

16.解:(1)3.

(2)选择①③为条件,②为结论.

已知:如图,∠1=∠2,∠A=∠F.

求证:∠C=∠D.

证明:∵∠1=∠2, ∴BD∥CE.

∴∠DBA=∠C.

∵∠A=∠F, ∴DF∥AC. ∴∠D=∠DBA.

∴∠C=∠D.

四、

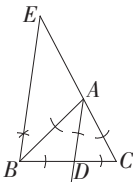
17.解:∵AB=AC, ∠BAC=120°, ∴∠B=∠C=30°.

又∵AD⊥AB, ∴∠DAB=90°. ∴∠BDA=90°-30°=60°.

∴∠BDA=∠C+∠DAC, ∴∠DAC=30°.

∴∠C=∠DAC. ∴CD=AD=2.

∴BD=2AD=4. ∴BC=CD+BD=2+4=6.



(第15题图)

18.解:(1)0.5,240.

(2)4.5-3=1.5.

答:张叔叔从B地返回到A地用了1.5 h.

(3)120-80=40.

答:休息区距离B地40 km.

(4)80÷1.5= $\frac{160}{3}$.

答:张叔叔驾驶汽车从A地开往B地的过程中,到达休息区之前的行驶速度为 $\frac{160}{3}$ km/h.

五、

19.解:(1)如图,△A₁B₁C₁为所作,点B₁的坐标为(2,-2).

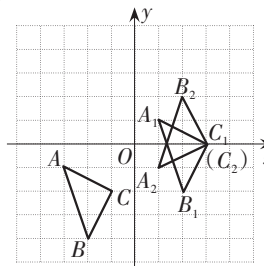
(2)如图,△A₂B₂C₂为所作,点C₂的坐标为(3,0).

20.证明:(1)∵AB=AC,

AD⊥BC,

∴∠BAD=∠DAC= $\frac{1}{2}$ ∠BAC.

∴∠BAC=120°, ∴∠BAD=∠DAC=60°.



(第19题图)

∴∠BAD=∠DAC= $\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$.

∵AD=AB, ∴△ABD是等边三角形.

(2)∵△ABD是等边三角形,

∴∠ABD=∠ADB=60°, BD=AD.

∴∠EDF=60°, ∴∠ADB=∠EDF.

∴∠ADB-∠ADE=∠EDF-∠ADE, 即∠BDE=∠ADF.

在△BDE和△ADF中,

$\begin{cases} \angle DBE=\angle DAF, \\ BD=AD, \end{cases}$

$\begin{cases} \angle BDE=\angle ADF, \end{cases}$

∴△BDE≌△ADF.(ASA) ∴BE=AF.

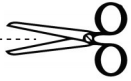
六、

21.证明:(1)∵直线l是边AB的垂直平分线,点D在l上,

∴DA=DB.

又∵DB=DC, ∴DA=DC.

∴点D在边AC的垂直平分线上.



期末综合能力提升(二)

一、选择题

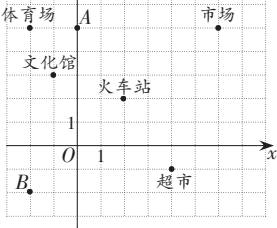
1~5.BBBAB 6~10.CCCAC

二、填空题

11.-1 12.0<k< $\frac{1}{3}$ 13.17 14.(1)小;(2)110°或80°

三、

15.解:(1)根据题意,建立平面直角坐标系如图所示:



(第15题图)

(2)体育场(-2,5),市场(6,5),超市(4,-1). 标出游乐场A和图书馆B的位置如图所示.

16.解:∵∠B=40°, ∠C=30°, ∴∠BAC=180°-∠B-∠C=110°.

∵DE是AB的垂直平分线, ∴DA=DB. ∴∠DAB=∠B=40°.

∴∠DAC=∠BAC-∠DAB=110°-40°=70°.

∵AE是∠CAD的平分线, ∴∠DAE= $\frac{1}{2}$ ∠DAC=35°.

四、

17.解:(1)△ABC先向左平移4个单位长度,再作关于x轴对称的图形,即可得到△A'B'C'.

(2)(a-4,-b).

(3)△ABC的面积= $2\times 3-\frac{1}{2}\times 2\times 2-\frac{1}{2}\times 1\times 3-\frac{1}{2}\times 1\times 1=2$.

18.解:(1)证明:∵BD⊥AC,点D是AC边的中点, ∴BD垂直平分AC. ∴AB=CB.

∵EF⊥AB, ∴∠ABC+∠E=90°.

∴∠E=30°, ∴∠ABC=60°. ∴△ABC是等边三角形.

(2)AD=CE.理由如下:

∵△ABC是等边三角形, ∴∠ACB=60°.

∴∠ACB=∠E+∠CDE, ∠E=30°, ∴∠CDE=30°=∠E. ∴CD=CE.

∵点D是AC边的中点, ∴AD=CD. ∴AD=CE.

五、

19.解:(1) $\begin{cases} x=-4, \\ y=1. \end{cases}$

(2)把y=0代入y=x+5,得x=-5;

把y=0代入y=- $\frac{1}{2}x-1$,得x=-2. ∴B(-5,0),D(-2,0).

∴P(-4,1).

∴直线l₁,l₂与x轴围成的三角形面积为

$\frac{1}{2}\times [(-2)-(-5)]\times 1=\frac{3}{2}$.

(3)把x=0代入y=x+5,得y=5;

把x=0代入y=- $\frac{1}{2}x-1$,得y=-1.

∴A(0,5),C(0,-1). ∴AC的中点坐标为(0,2).

设过点P且把△PAC面积平分的直线的表达式为y=kx+b.

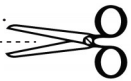
把点(-4,1),(0,2)代入,得 $\begin{cases} -4k+b=1, \\ b=2. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=\frac{1}{4}, \\ b=2. \end{cases}$

∴这条直线的表达式为y= $\frac{1}{4}x+2$.

20.解:(1)∵AB=AC, ∠BAC=100°, ∴∠ABC= $\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAC)=40^\circ$.

∴△ABD是等边三角形, ∴∠ABD=60°.

∴∠DBC=∠ABC+∠ABD=40°+60°=100°.



期末综合能力提升(三)

一、选择题

1~5.BBCCB 6~10.DCCCB

二、填空题

11.y=50-0.1x 12.(-2,-3),(3,2)

三、

15.证明:∵BC∥AD, ∴∠C=∠DAE.

在△ABC和△DEA中, $\begin{cases} \angle B=\angle AED, \\ \angle C=\angle DAE, \\ AC=DA, \end{cases}$

∴△ABC≌△DEA.(AAS) ∴BC=EA.

16.解:(1)∵函数图象经过原点, $\therefore \begin{cases} 1-\frac{m^2}{4}=0, \\ m-2\neq 0. \end{cases}$

解得m=-2. ∴当m=-2时,函数图象经过原点.

(2)∵函数图象平行于直线y=2x-2,

∴m-2=2.解得m=4.

∴当m=4时,函数图象平行于直线y=2x-2.

四、

17.解:(1)画出平面直角坐标系略.(1,-2).

(2)图略.

(3)∵点P与点P₁关于x轴对称,

∴m=2m+2, n=-(-1).

解得m=-2, n=1. ∴点P的坐标为(-2,1).

18.证明:(1)∵在Rt△ABC中, ∠ACB=90°, ∠B=30°, ∴∠BAC=60°, AC= $\frac{1}{2}$ AB.

∵DE是AB的垂直平分线, ∴AD=DB= $\frac{1}{2}$ AB.

∴AD=AC. ∴△ADC是等边三角形.

(2)∵DE是AB的垂直平分线, ∴AE=BE, DE⊥AB.

∴∠EAB=∠B=30°. ∴∠EAC=∠BAC-∠EAB=30°.

∴∠BAE=∠CAE. ∴AE平分∠BAC.

∴DE⊥AB, AC⊥BC, ∴DE=EC.

∴点E在线段CD的垂直平分线上.

五、

19.解:(1)∵∠C=3∠B, ∠C=75°, ∴∠B=25°. ∴∠BAC=180°-∠B-∠C=80°.

∴AD平分∠BAC, ∴∠BAD= $\frac{1}{2}$ ∠BAC=40°.

∴∠ADE=∠BAD+∠B=65°.

∴AE⊥BC, ∴∠AED=90°.

∴∠DAE=90°-∠ADE=90°-65°=25°.

(2)证明:设∠B=α,

则∠C=3α, ∠BAC=180°-∠B-∠C=180°-4α.

∴AD平分∠BAC,

∴∠BAD= $\frac{1}{2}$ ∠BAC= $\frac{1}{2}(180^\circ-4\alpha)=90^\circ-2\alpha$.

∴DF⊥AD, ∴∠ADF=90°. ∴∠AFD=90°-∠BAD=2α.

∴∠AFD=∠B+∠BDF, ∴∠BDF=α=∠B. ∴BF=DF.

20.解:(1)根据题意,得∠BAC=90°-75°=15°, ∠CBE=90°-60°=30°, AB=15×2=30(n mile).

∴∠C=30°-15°=15°. ∴∠BAC=∠C.

∴BC=AB=30(n mile).

答:B处到灯塔C的距离为30 n mile.

(2)过点C作CD⊥AB交AB的延长线于点D.

∴∠CBD=30°, BC=30 n mile, ∴CD= $\frac{1}{2}$ BC=15(n mile).

∴15<16, ∴若该船继续向东航行,会有触礁的危险.

六、

21.解:(1)证明:∵BD⊥AC于点D,

∴∠BDC=∠FDC=90°. ∴∠DAB+∠DBA=90°.

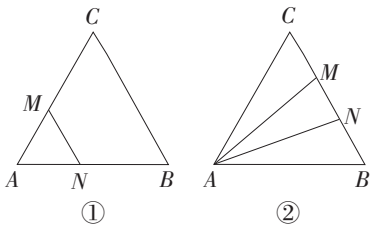
∴AB=AC, ∴∠ABC=∠C.

∴∠DAB=∠ABC+∠C=2∠ABC.

∴∠ABC=∠C= $\frac{1}{2}$ ∠DAB.

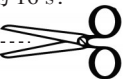
$\therefore \angle CAF = \angle BAC$, 即 AC 平分 $\angle EAF$.
(2) $\because BC \parallel AF, \angle BCD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AFD = \angle BCD = 90^\circ \therefore AF \perp CF$.
 $\because CM \perp AE, \triangle AEC$ 的面积为 $\frac{15}{4}, \therefore \frac{1}{2} AE \cdot CM = \frac{15}{4}$.
又 $\because AE = 5, \therefore CM = \frac{3}{2}$.
 $\therefore AC$ 平分 $\angle EAF, CM \perp AE, CF \perp AF, \therefore CF = CM = \frac{3}{2}$.
七、
22. 解: (1) 60° . (2) $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.
(3) $\because \triangle CMN$ 的周长为 6, $\therefore MC + MN + NC = 6$.
 $\because DM, EN$ 分别垂直平分 AC 和 BC ,
 $\therefore MA = MC, NB = NC$.
 $\therefore AB = MA + MN + NB = MC + MN + NC = 6$.
 $\therefore \triangle FAB$ 的周长为 14, $\therefore FA + FB + AB = 14$.
 $\therefore FA + FB = 14 - 6 = 8$.
 $\because DF, EF$ 分别垂直平分 AC 和 $BC, \therefore FA = FC, FB = FC$.
 $\therefore 2FC = FA + FB = 8$. 解得 $FC = 4. \therefore FC$ 的长为 4 cm.

八、
23. 解: (1) 设点 M, N 运动 x s 时, M, N 两点重合.
根据题意, 得 $x + 12 = 2x$. 解得 $x = 12$.
 \therefore 点 M, N 运动 12 s 时, M, N 两点重合.
(2) 设点 M, N 运动 t s 时, 可得到等边三角形 AMN , 如图①.
则 $AM = t, AN = AB - BN = 12 - 2t$.
 $\because \triangle AMN$ 是等边三角形, $\therefore t = 12 - 2t$. 解得 $t = 4$.
 \therefore 点 M, N 运动 4 s 时, 可得到等边三角形 AMN .
如图②.
(3) 存在.



(第23题图)

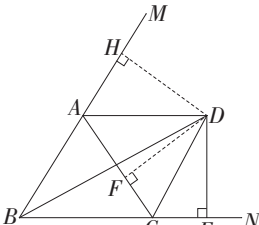
由(1)知 12 s 时 M, N 两点重合, 恰好在点 C 处.
如图②, 假设 $\triangle AMN$ 是以 MN 为底边的等腰三角形,
 $\therefore AN = AM. \therefore \angle AMN = \angle ANM. \therefore \angle AMC = \angle ANB$.
 $\because AB = BC = AC, \therefore \triangle ACB$ 是等边三角形.
 $\therefore \angle C = \angle B$.
在 $\triangle ACM$ 和 $\triangle ABN$ 中,
 $\begin{cases} \angle AMC = \angle ANB, \\ \angle C = \angle B, \\ AC = AB, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ACM \cong \triangle ABN$ (AAS) $\therefore CM = BN$.
设当点 M, N 在 BC 边上, 点 M, N 运动的时间为 y s 时, $\triangle AMN$ 是等腰三角形.
 $\therefore CM = y - 12, BN = 36 - 2y. \therefore y - 12 = 36 - 2y$.
解得 $y = 16$.
 \therefore 当点 N 第一次回到 B 点时, 点 N 运动的时间为 $12 \times 3 \div 2 = 18$ (s), 且 $16 < 18$,
 \therefore 当点 M, N 在 BC 边上运动时, 存在以 MN 为底边的等腰三角形 AMN , 此时 M, N 运动的时间为 16 s.



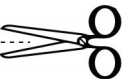
(2) 由(1)可知 $DA = DB = DC$.
 $\therefore \angle DAB = \angle DBA, \angle DCA = \angle DAC$.
设 $\angle DAB = \angle DBA = \alpha, \angle DCA = \angle DAC = \beta$.
 $\because BD \perp CD$,
 $\therefore \angle DBC + \angle DCB = 180^\circ - \angle BDC = 90^\circ$.
又 $\because \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$,
 $\therefore \angle DBC + \angle DCB + \alpha + \alpha + \beta + \beta = 180^\circ$,
即 $90^\circ + 2(\alpha + \beta) = 180^\circ. \therefore \alpha + \beta = 45^\circ. \therefore \angle EAB = 45^\circ$.
由线段垂直平分线的性质可知, $AE = BE$.
 $\therefore \angle EBA = \angle EAB = 45^\circ$.
 $\therefore \angle AEB = 180^\circ - \angle EBA - \angle EAB = 90^\circ$, 即 $BE \perp AC$.
七、
22. 解: (1) 设 $y_1 = ax + b, y_2 = kx$.
把 $(0, 110), (1, 125)$ 代入 $y_1 = ax + b$,
得 $\begin{cases} b = 110, \\ a + b = 125. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 15, \\ b = 110. \end{cases} \therefore y_1 = 15x + 110$.
把 $(1, 40)$ 代入 $y_2 = kx$, 得 $k = 40. \therefore y_2 = 40x$.
(2) 当两个公司所需费用相同时, $15x + 110 = 40x$.
解得 $x = 4.4$.
答: 当租车时间为 4.4 h 时, 两个公司所需费用相同.

(3) 观察图象可知, 当 $x < 4.4$ 时, $y_1 > y_2$,
 \therefore 当租车时间小于 4.4 h 时, 甲公司所需费用较高, 选择乙公司比较划算.
当 $x = 4.4$ h 时, 选择甲、乙公司均可.
当 $x > 4.4$ 时, $y_1 < y_2$,
 \therefore 当租车时间大于 4.4 h 时, 乙公司所需费用较高, 选择甲公司比较划算.
八、
23. 解: (1) $\because BD$ 平分 $\angle ABC, CD$ 平分 $\angle ACN$,
 \therefore 设 $\angle ABD = \angle CBD = \alpha, \angle ACD = \angle NCD = \beta$.
 $\therefore \angle ABC = 2\alpha, \angle ACN = 2\beta$.
 $\because \angle ACN$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, $\therefore \angle ACN = \angle ABC + \angle BAC$.
 $\therefore \angle BAC = 68^\circ, \therefore 2\beta = 68^\circ + 2\alpha. \therefore \beta - \alpha = 34^\circ$.
 $\because \angle NCD$ 是 $\triangle BCD$ 的外角, $\therefore \angle NCD = \angle CBD + \angle BDC$,
即 $\beta = \alpha + \angle BDC. \therefore \angle BDC = \beta - \alpha = 34^\circ$.
(2) 证明: 如图, 过点 D 分别作 $DF \perp AC$ 于点 $F, DH \perp AM$ 于点 H .
 $\because BD$ 平分 $\angle ABC, CD$ 平分 $\angle ACN, DE \perp BN$ 于点 E ,
 $\therefore DH = DE, DF = DE. \therefore DH = DF$.

\therefore 点 D 在 $\angle CAM$ 的平分线上.
 $\therefore AD$ 平分 $\angle CAM$.
(3) 如图, 在 $\text{Rt} \triangle BDH$ 和 $\text{Rt} \triangle BDE$ 中, $\because \begin{cases} BD = BD, \\ DH = DE, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt} \triangle BDH \cong \text{Rt} \triangle BDE$ (HL).
 $\therefore BH = BE$.
同理, $\text{Rt} \triangle CDF \cong \text{Rt} \triangle CDE$,
 $\text{Rt} \triangle ADF \cong \text{Rt} \triangle ADH$.
 $\therefore CF = CE, AF = AH$.
 $\therefore CF + AF = CE + AH$,
即 $AC = CE + AH$.
 $\because \triangle ABC$ 的周长为 20,
 $\therefore AB + BC + AC = 20$.
 $\therefore AB + BC + CE + AH = 20$.
 $\therefore BE + BH = 20$.
 $\therefore BH = BE$,
 $\therefore BE = BH = 10$.



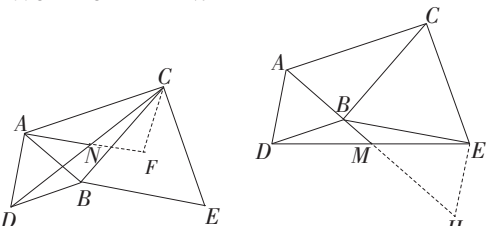
(第23题图)



(2) 证明: $\because \triangle ABD$ 是等边三角形, $\therefore AB = BD$.
 $\because AB = AC, \therefore BD = AC$.
在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle CAE$ 中, $\because \begin{cases} BD = AC, \\ \angle DBC = \angle CAE, \\ BC = AE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle DBC \cong \triangle CAE$ (SAS) $\therefore CD = CE$.
六、
21. 解: (1) 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, 设 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = kx$.
把 $(3, 9)$ 代入, 得 $9 = 3k$. 解方程, 得 $k = 3$.
所以当 $0 \leq x \leq 3$ 时, y 与 x 之间的函数表达式为 $y = 3x$.
当 $3 < x \leq 11$ 时, 设 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = ax + b$.
把 $(3, 9), (11, 1)$ 代入, 得 $\begin{cases} 3a + b = 9, \\ 11a + b = 1. \end{cases}$ 解方程组, 得 $\begin{cases} a = -1, \\ b = 12. \end{cases}$
所以当 $3 < x \leq 11$ 时, y 与 x 之间的函数表达式为 $y = -x + 12$.
答: 血液中药浓度上升阶段 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = 3x$, 下降阶段 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = -x + 12$.
(2) 当 $y = 3x = 3$ 时, $x = 1$; 当 $y = -x + 12 = 3$ 时, $x = 9. 9 - 1 = 8$.
答: 成人服药后, 药物对人体产生抗菌作用的有效时长为 8 h.

(2) ① 证明: $\because \angle A = \angle ABD = 36^\circ, \angle ABC = \angle ACB = 72^\circ$,
 $\therefore \angle ABD = \angle CBD = 36^\circ$.
 $\because BH \perp EN, \therefore \angle BHN = \angle BHE = 90^\circ$.
在 $\triangle BNH$ 和 $\triangle BEH$ 中, $\because \begin{cases} \angle NBH = \angle EBH, \\ BH = BH, \\ \angle BHN = \angle BHE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle BNH \cong \triangle BEH$ (ASA) $\therefore BN = BE$.
 $\therefore \triangle BNE$ 是等腰三角形.
② $CD = AN + CE$.
证明: 由①知, $BN = BE$.
 $\because AB = AC, \therefore AN = AB - BN = AC - BE$.
 $\because CE = BE - BC, \therefore AN + CE = AC - BC$.
又 $\because CD = AC - AD = AC - BD = AC - BC, \therefore CD = AN + CE$.
八、
23. 证明: (1) $\because \triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 是等边三角形,
 $\therefore BD = BA, BC = BE, \angle ABD = \angle CBE = 60^\circ$.
 $\therefore \angle ABD + \angle ABC = \angle CBE + \angle ABC. \therefore \angle DBC = \angle ABE$.
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBC$ (SAS) $\therefore AE = CD$.
(2) 如图①, 延长 AN , 使 $NF = AN$, 连接 FC .
 $\because AN = FN, \angle AND = \angle FNC, DN = CN$,
 $\therefore \triangle NAD \cong \triangle NCF$ (SAS).
 $\therefore CF = AD = AB, \angle NCF = \angle NDA$.
 $\therefore AD \parallel CF. \therefore \angle ACF = 180^\circ - \angle DAC = 60^\circ$.

$\therefore \angle BAC = \angle FCA$.
又 $\because AC = CA, \therefore \triangle ABC \cong \triangle CFA$ (SAS).
 $\therefore CE = BC = AF = 2AN$.
①
②
(3) 如图②, 过点 E 作 $EH \parallel AD$ 交 AM 的延长线于点 H , 则 $\angle H = \angle DAB = 60^\circ$.
 $\therefore \angle H = \angle BAC, \angle EBH = 180^\circ - (\angle ABC + \angle CBE) = 30^\circ$.
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$,
 $\therefore \angle EBH = \angle ACB$.
又 $\because BE = CB, \therefore \triangle ABC \cong \triangle HEB$ (AAS).
 $\therefore AB = HE. \therefore AD = HE$.
 $\therefore \angle AMD = \angle HME$,
 $\therefore \triangle MAD \cong \triangle MHE$ (AAS).
 $\therefore DM = ME$.



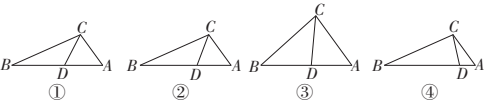
(第23题图)



$\because BE$ 平分 $\angle ABD, \therefore \angle ABE = \angle DBE = \frac{1}{2} \angle DBA$.
 $\therefore \angle CBE = \angle ABC + \angle ABE = \frac{1}{2} (\angle DAB + \angle DBA) = 45^\circ$.
(2) $BH \perp EH, BH = EH$.
证明: 如图, 延长 BA 到点 G , 使 $AG = AE$, 连接 EG .
 $\because AB = AC, \therefore AB + AG = AC + AE$.
 $\therefore BG = CE$.
 $\because BF = CE, \therefore BG = BF$.
在 $\triangle EBG$ 和 $\triangle EBF$ 中,
 $\because \begin{cases} BG = BF, \\ \angle GBE = \angle FBE, \\ BE = BE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle EBG \cong \triangle EBF$ (SAS).
 $\therefore \angle G = \angle F$.
 $\because AG = AE, \therefore \angle G = \angle AEG$.
 $\therefore \angle DAB = \angle G + \angle AEG = 2\angle G$.
 $\therefore \angle G = \frac{1}{2} \angle DAB. \therefore \angle G = \angle C. \therefore \angle F = \angle C$.
 $\therefore \angle HEC = \angle DEF$,
 $\therefore \angle BHE = \angle C + \angle HEC = \angle F + \angle DEF = 90^\circ. \therefore BH \perp EH$.
 $\therefore \angle HEB = \angle HBE = 45^\circ, \therefore BH = EH$.
七、
22. 解: (1) 6, 3.
(2) 线段 PQ 对应的函数表达式为 $y = 6x - 48 (14 \leq x \leq 20)$.

(3) 设乙无人机所在的位置距离地面的高度 y 与飞行的时间 x 之间的函数表达式为 $y = kx + b$.
将点 $(20, 72), (0, 12)$ 代入, 得 $\begin{cases} 20k + b = 72, \\ b = 12. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 3, \\ b = 12. \end{cases}$
所以乙无人机所在的位置距离地面的高度 y 与飞行的时间 x 之间的函数表达式为 $y = 3x + 12 (0 \leq x \leq 20)$.
根据题意, 得 $3x + 12 - (6x - 48) = 9$. 解方程, 得 $x = 17$.
所以当甲无人机在完成独立表演动作后继续上升时, 它与乙无人机的高度差为 9 m 时飞行的时间为 17 s.
八、
23. 解: (1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD, \triangle ABC$ 与 $\triangle BCD, \triangle ACD$ 与 $\triangle BCD$.
(2) 证明: \because 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ, \angle B = 40^\circ$,
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$.
 $\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$,
 $\therefore \angle ACD = \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$.
 $\therefore \angle ACD = \angle B = \angle DCB. \therefore CD = BD$.
 $\therefore \triangle BCD$ 是等腰三角形.
 \because 在 $\triangle ACD$ 中, $\angle A = 60^\circ, \angle ACD = 40^\circ = \angle B, \angle ADC = \angle DBC + \angle DCB = 80^\circ = \angle ACB$,
 $\therefore \triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 互为等角三角形.
 $\therefore CD$ 为 $\triangle ABC$ 的等角分割线.
(3) 如图①, 当 $\triangle ACD$ 是等腰三角形,

$DA = DC$ 时, $\angle ACD = \angle A = 54^\circ$,
 $\therefore \angle ACB = \angle BDC = 54^\circ + 54^\circ = 108^\circ$.
 $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle ACB = 180^\circ - 54^\circ - 108^\circ = 18^\circ$.
如图②, 当 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, $DA = AC$ 时,
 $\angle ACD = \angle ADC = \frac{1}{2} (180^\circ - 54^\circ) = 63^\circ$,
 $\therefore \angle BCD = \angle A = 54^\circ. \therefore \angle ACB = 63^\circ + 54^\circ = 117^\circ$.
 $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle ACB = 180^\circ - 54^\circ - 117^\circ = 9^\circ$.
当 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, $CD = AC$ 的情况不存在.
如图③, 当 $\triangle BCD$ 是等腰三角形, $CD = BD$ 时,
 $\therefore \angle ACD = \angle BCD = \angle B = \frac{1}{3} (180^\circ - \angle A) = 42^\circ$.
如图④, 当 $\triangle BCD$ 是等腰三角形, $BD = BC$ 时, $\angle BDC = \angle BCD$.
设 $\angle BDC = \angle BCD = x$, 则 $\angle B = 180^\circ - 2x, \angle ACD = \angle B = 180^\circ - 2x$.
由题意, 得 $180^\circ - 2x + 54^\circ = x$.
解方程, 得 $x = 78^\circ. \therefore \angle B = 180^\circ - 2x = 180^\circ - 2 \times 78^\circ = 24^\circ$.
当 $\triangle BCD$ 是等腰三角形, $CD = CB$ 的情况不存在.
综上, $\angle B$ 的度数为 9° 或 18° 或 24° 或 42° .



(第23题图)