



第一章 《勾股定理》综合能力提升

一、选择题

1~5. ACCDC

6~10. ADDBC

二、填空题

11. 答案不唯一, 如7, 24, 25

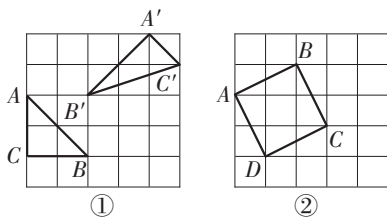
12. C

13. 1.5

14. 14.4

15. 28 或 8

三、解答题(一)

16. 解: (1) 如图①, $\triangle ABC$ 或 $\triangle A'B'C'$ 即为所求作.(2) 如图②, 正方形 $ABCD$ 即为所求作.

(第16题图)

17. 解: 因为 $S_{\text{梯形}FBED} = S_{\text{正方形}FBCD} + S_{\triangle CDE} = S_{\triangle ADF} + S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ABE}$,

$$\text{所以 } a^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}(a+b)(a-b).$$

化简, 得 $a^2 + b^2 = c^2$.18. 解: 因为 $CD \perp AB$,所以 $\angle BDC = \angle ADC = 90^\circ$.在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, 因为 $BC=15$, $CD=12$,由勾股定理, 可得 $BD=9$.设 $AC=x$, 则 $AD=AB-BD=x-9$.在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 由勾股定理, 得

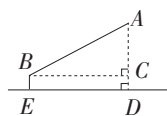
$$AD^2 + CD^2 = AC^2,$$

$$\text{即 } (x-9)^2 + 12^2 = x^2.$$

$$\text{解得 } x = \frac{25}{2}.$$

所以 AC 的长为 $\frac{25}{2}$.

四、解答题(二)

19. 解: (1) 如图, 过点 B 作 $BC \perp AD$ 于点 C .

(第19题图)

所以 $BC=ED=15$, $CD=BE=1.6$.在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 因为 $\angle ACB=90^\circ$, $BC=15$, $AB=17$,由勾股定理, 求得 $AC=8$.所以 $AD=AC+CD=8+1.6=9.6(\text{m})$.(2) 设风筝沿 DA 方向再上升 12 m 到达 A' 处.根据题意, 得 $A'C=12+8=20$.因为 $BC=ED=15$, 所以在 $\text{Rt}\triangle A'BC$ 中, 由勾股定理, 可得 $A'B=25$.所以 $25-17=8(\text{m})$.所以在 ED 长度不变的前提下, 小明同学应该再放出 8 m 线.20. 解: (1) 连接 AC .因为 $\angle B=90^\circ$, $AB=9$, $BC=12$,

$$\text{所以 } AC^2 = AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 225.$$

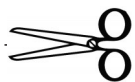
所以 $AC=15(\text{m})$.所以 A, C 两点之间的距离为 15 m.(2) 因为 $CD^2 + AC^2 = 8^2 + 15^2 = 289$, $AD^2 = 17^2 = 289$,

$$\text{所以 } CD^2 + AC^2 = AD^2.$$

所以 $\triangle ACD$ 是直角三角形, 且 $\angle ACD=90^\circ$.

$$\text{所以 } S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{Rt}\triangle ABC} + S_{\text{Rt}\triangle ACD} = \frac{1}{2}AB \cdot BC + \frac{1}{2}AC \cdot CD = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 + \frac{1}{2} \times 15 \times 8 =$$

$$114(\text{m}^2).$$

所以购买运动型塑胶地板的费用为 $114 \times 200 = 22\,800(\text{元})$.21. 解: (1) $n^2-1, 2n, n^2+1$.

第二章 《实数》综合能力提升

一、选择题

1~5. CDDBD

6~10. CACBC

二、填空题

11. 答案不唯一, 如2

12. 3

13. >

14. 16

15. 73

三、解答题(一)

16. 解: (1) 原式 $= -4 + 3 + 4 \times 4$

$$= -4 + 3 + 16$$

$$= 15.$$

(2) 原式 $= 3 - \sqrt{2} - 4 + 1$

$$= -\sqrt{2}.$$

17. 解: (1) 原式 $= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3}{2} \times \sqrt{6 \times 12 \div 2}$

$$= 3\sqrt{36}$$

$$= 18.$$

$$(2) \text{原式} = 3\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= 2\sqrt{3}.$$

18. 解: 因为 $x=2-\sqrt{3}$, 所以 $x^2=(2-\sqrt{3})^2=7-4\sqrt{3}$.

$$\text{所以原式} = (7+\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) + (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) + \sqrt{3}$$

$$= 49 - 28\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 12 + 4 - 3 + \sqrt{3}$$

$$= 38 - 20\sqrt{3}.$$

四、解答题(二)

19. 解: (1) 因为 $4a+7$ 的立方根是 3, $2a+2b+2$ 的算术平方根是 4,

$$\text{所以 } 4a+7=27, 2a+2b+2=16.$$

解得 $a=5, b=2$.(2) 因为 $6a+3b=6 \times 5 + 3 \times 2 = 36$, $(\pm 6)^2 = 36$,所以 $6a+3b$ 的平方根为 ± 6 .20. 解: (1) $3, \sqrt{13}-3$.(2) 因为 $9 < 11 < 16$, 所以 $3 < \sqrt{11} < 4$.所以 $\sqrt{11}$ 的整数部分为 3, 小数部分 $a = \sqrt{11} - 3$.因为 $5 < \sqrt{33} < 6$,



(2)以 a, b, c 为边的三角形是直角三角形.

理由:因为 $a=n^2-1, b=2n, c=n^2+1$,

所以 $a^2=(n^2-1)^2=n^4-2n^2+1$,

$b^2=(2n)^2=4n^2$,

$c^2=(n^2+1)^2=n^4+2n^2+1$.

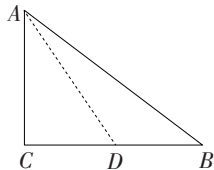
所以 $a^2+b^2=n^4-2n^2+1+4n^2=n^4+2n^2+1$.

所以 $a^2+b^2=c^2$.

所以以 a, b, c 为边的三角形是直角三角形.

五、解答题(三)

22.解:(1)如图①,取 BC 的中点 D ,连接 AD .



(第22题图①)

所以 $CD=BD=\frac{1}{2}BC=1$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,由勾股定理,得 $AD^2=AC^2+CD^2=3+1=4$.

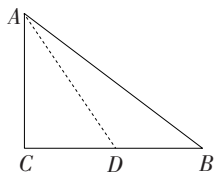
所以 $AD=2$.

又因为 $BC=2$,所以 $AD=BC$.

所以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“等边中三角形”.

(2)分两种情况:

如图②,取 BC 的中点 D ,连接 AD .



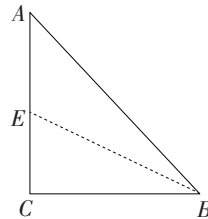
(第22题图②)

所以 $CD=BD=\frac{1}{2}BC=1$.

因为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“等边中三角形”,所以 $AD=BC=2$.

所以 $AC^2=AD^2-CD^2=4-1=3$.

如图③,取 AC 的中点 E ,连接 BE ,则 $CE=\frac{1}{2}AC$.



(第22题图③)

因为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“等边中三角形”,所以 $BE=AC$.

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中,由勾股定理,得 $CE^2+BC^2=BE^2$,

即 $\left(\frac{1}{2}AC\right)^2+2^2=AC^2$.

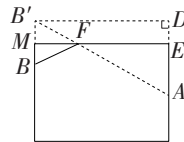
所以 $AC^2=\frac{16}{3}$.

综上, AC^2 的值为3或 $\frac{16}{3}$.

23.解:(1)25.

(2)17.

(3)如图,将玻璃杯侧面展开,作点 B 关于 EM 的对称点 B' ,连接 AB' ,交 EM 于点 F ,过点 B' 作 $B'D\perp AE$,交 AE 的延长线于点 D .



(第23题图)

所以 $DE=1, AE=9-4=5$.

所以 $AD=AE+DE=6$.

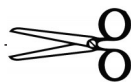
因为底面周长为16,

所以 $B'D=\frac{1}{2}\times 16=8$.

在 $\text{Rt}\triangle AB'D$ 中,由勾股定理,得 $AB'^2=B'D^2+AD^2=8^2+6^2=100$.

所以 $AB'=10(\text{cm})$.

所以蚂蚁从外壁 B 处到内壁 A 处所爬行的最短路程是10 cm.



所以 $\sqrt{33}$ 的整数部分是5,即 $b=5$.

所以 $a+b-\sqrt{11}$

$=\sqrt{11}-3+5-\sqrt{11}$

$=2$.

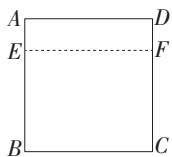
21.解:方案一可行.

因为正方形木板的面积为 64 m^2 ,

所以正方形木板的边长为 $\sqrt{64}=8(\text{m})$.

如图,在 AB, CD 上分别截取 $BE=CF=7.5\text{ m}$,沿 EF 裁剪,则 $S_{\text{长方形}BCFE}=BC\cdot BE=8\times 7.5=60(\text{m}^2)$.

所以方案一可行.



(第21题图)

方案二不可行.理由如下:

设所裁出的长方形装饰材料的长为 $4x\text{ m}$,宽为 $3x\text{ m}$.

根据题意,得 $4x\cdot 3x=60$,即 $12x^2=60$.

所以 $x=\sqrt{5}$.

所以所裁出的长方形的长为 $4\sqrt{5}\text{ m}$.

因为 $\sqrt{5}>2$,所以 $4\sqrt{5}>8$.

所以所裁出的长方形的长大于正方形木板的边长.

所以方案二不可行.

五、解答题(三)

22.解:(1)两边之和大于第三边;直角.

(2)因为 $(2+\sqrt{3})^2=4+4\sqrt{3}+3=7+4\sqrt{3}$, $(\sqrt{7})^2=7$,且 $7+4\sqrt{3}>7$,所以 $2+\sqrt{3}>\sqrt{7}$.

(3)因为 $(\sqrt{10})^2=10$, $(\sqrt{3})^2=3$, $(\sqrt{7})^2=7$,且 $3+7=10$,

所以以 $\sqrt{10}, \sqrt{3}, \sqrt{7}$ 为边的三角形是直角三角形.

由三角形的三边关系,可知 $\sqrt{10}-\sqrt{3}<\sqrt{7}$.

23.解:(1) $\sqrt{7}; \sqrt{6}-2$.

(2) $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$.

(3)原式 $=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{2025}-\sqrt{2024}=\sqrt{2025}-1=45-1=44$.

(4) $<$.