

高二选择性必修(第三册)答案页第4期

数学人教A

第13期

第2~3版综合测试(一)参考答案

一、单项选择题

1.B 提示:展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(-1)^r$,所以令 $5-r=2$,解得 $r=3$,所以展开式中含 x^2 项的系数为 $C_3^32^3\times(-1)^3=-40$.

故选B.

2.C 提示:记“派出的2人中第1人是男生”为事件A,“第2人恰好是女生”为事件B.

则 $P(B|A)=\frac{n(AB)}{n(A)}=\frac{C_3^1C_1^1}{C_3^2+C_3^1C_3^1}=\frac{3}{5}$, 故选C.

3.C 提示:由题图可知, r_1, r_3 所对应的图中的散点呈现正相关,

而且 r_1 对应的散点图更接近直线,相关性比 r_3 对应的相关性要强,故 $0< r_3< r_1$,

r_3, r_4 所对应的图中的散点呈现负相关,而且 r_2 对应的散点图更接近直线,相关性比 r_4 对应的相关性要强,故 $r_2< r_4< 0$,

因此 $r_2< r_4< r_3< r_1$, 故选C.

4.D 提示:从5人中选3人参加创新大赛共有 $C_5^3=10$ 种选法,

所选3人全是男生有 $C_3^3=1$ 种选法,因为女生人数少于3人,所以不可能所选3人全是女生.所以选出的3人中既有男生又有女生的情况有 $10-1=9$ 种选法,

所以选出的3人中既有男生又有女生的概率为 $\frac{9}{10}$.

故选D.

5.D 提示:由随机变量 $\xi\sim B\left(5, \frac{2}{3}\right)$, 可得 $D(\xi)=$

$np(1-p)=5\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{10}{9}$,

因为 $\xi+\eta=3$, 可得 $\eta=3-\xi$,

所以 $D(\eta)=D(3-\xi)=(-1)^2\times D(\xi)=\frac{10}{9}$,

所以 $D(3\eta+1)=3^2\times D(\eta)=10$. 故选D.

6.B 提示:由正态密度函数的对称性, 数学成绩高于110分的人数与低于70分的人数相同,

所以 $\mu=\frac{70+110}{2}=90$. 故选B.

7.B 提示:设事件A为“取到的产品来自甲车间”,事件B为“取到的产品来自乙车间”,事件C为“取到的产品是次品”,

则 $P(A)=0.60, P(B)=0.40$,

$P(C|A)=0.03, P(C|B)=0.02$, 故取到产品的次品率为 $P(C)=0.60\times 0.03+0.40\times 0.02=0.026$. 故选B.

8.A 提示:比三场,甲赢的概率为 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$;

比四场,甲第四场赢,甲赢的概率为 $C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$;

$\frac{8}{27}$;

比五场,甲第五场赢,甲赢的概率为 $C_4^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$.

所以甲赢的概率为 $\frac{8}{27}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81}=\frac{64}{81}$,

所以甲获得冠军的条件下,比赛进行了五局的概率为 $\frac{\frac{16}{81}}{\frac{64}{81}}=\frac{1}{4}$. 故选A.

二、多项选择题

9.AC 提示:因为 $C_{20}^{2n-1}=C_{20}^{n+3}$,

所以 $2x-1=x+3$ 或 $2x-1+x+3=20$, 解得 $x=4$ 或 $x=6$.

经检验 $x=4, x=6$ 都满足条件. 故选AC.

10.ABD 提示:对于A, 令 $x=0$, 得 $(1-2\times 0)^{10}=a_0$, 解得 $a_0=1$, 故A正确;

对于B, 令 $x=1$, 得 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=(1-2)^{10}=1$, 故B正确;

对于C, 由题意可知, $T_{r+1}=C_{10}^r(-2x)^r$, 当 $r=10$ 时, 得 $a_{10}=C_{10}^{10}(-2)^{10}=2^{10}$, 故C错误;

对于D, 令 $x=-1$, 得 $a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}=3^{10}$, 由B选项可知 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=1$,

所以回归方程为 $\hat{y}=0.59x+0.44$,

当 $x=8$ 时, $\hat{y}=0.59\times 8+0.44=5.16$,

所以预测第8天的销售额为5.16万元.

17.解:(1)先把数据从小到大排序得第20个数与

第21个数均为114, 故其中位数 $m=\frac{114+114}{2}=114$,

第一组中数学成绩的均分大于114的有14个, 不大于114的有6个,

第二组中数学成绩的均分大于114的有5个, 不大于114的有15个,

故2×2列联表如下:

	数学成绩的均分大于 m	数学成绩的均分不大于 m	合计
每天都整理数学错题	14	6	20
不是每天都整理数学错题	5	15	20
合计	19	21	40

(2)根据列联表得

$\chi^2=\frac{40\times(14\times15-6\times5)^2}{20\times20\times19\times21}\approx8.120>6.635=x_{0.01}$,

根据小概率值 $\alpha=0.01$ 的独立性检验, 认为数学成绩大于中位数与每天都整理数学错题有关.

(3)第二组中数学成绩的均分大于114的有5个, 不大于114的有15个, 恰好抽取到数学成绩的均分大于 m 的人数为 X , 则 X 可取0, 1, 2, 3,

$P(X=0)=\frac{C_3^0C_{15}^3}{C_{20}^3}=\frac{91}{228}, P(X=1)=\frac{C_3^1C_{15}^2}{C_{20}^3}=\frac{35}{76}$,

$P(X=2)=\frac{C_3^2C_{15}^1}{C_{20}^3}=\frac{5}{38}, P(X=3)=\frac{C_3^3C_{15}^0}{C_{20}^3}=\frac{1}{114}$,

故 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{91}{228}$	$\frac{35}{76}$	$\frac{5}{38}$	$\frac{1}{114}$

X 的数学期望为

$E(X)=0\times\frac{91}{228}+1\times\frac{35}{76}+2\times\frac{5}{38}+3\times\frac{1}{114}=\frac{3}{4}$.

18.解:(1)依题意, 有 $\mu=80, \sigma=0.5$,

所以正常产品尺寸的范围为 $(78.5, 81.5]$, 生产线正常工作, 次品不能多于 $400\times(1-0.997\,3)=1.08$ (件), 而实际上, 超出正常范围以外的零件数为 $8+12=20$, 故生产线出现异常.

(2)依题意, 尺寸在 $(78.5, 81.5]$ 以外的就是次品, 故

次品率为 $\frac{20}{400}=\frac{1}{20}$.

记这3件产品中次品件数为 Y , 则 Y 服从二项分布

$B\left(3, \frac{1}{20}\right)$.

则 $E(Y)=3\times\frac{1}{20}=\frac{3}{20}, D(Y)=3\times\frac{1}{20}\times\frac{19}{20}=\frac{57}{400}$,

因为 $X=20(3-Y)+30Y=10Y+60$,

所以 X 的均值 $E(X)=10E(Y)+60=\frac{123}{2}$ (元),

方差 $D(X)=100D(Y)=100\times\frac{57}{400}=\frac{57}{4}$.

19.解:(1)设事件A为“抽取的3名同学中恰有2名同学来自高一”, 则 $P(A)=\frac{C_2^2C_1^1}{C_{15}^3}=\frac{24}{65}$.

(2)设张同学、王同学答对的题数分别为 Y, Z , 张同学在考试中合格的概率为

$P(Y\geq 2)=P(Y=2)+P(Y=3)=C_3^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}+C_3^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{2}$.

王同学在考试中合格的概率为 $P(Z\geq 2)=P(Z=2)+$

$P(Z=3)=C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+C_3^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{20}{27}$,

由题意得, X 的可能取值为0, 1, 2,

则 $P(X=0)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{20}{27}\right)=\frac{7}{54}$,

$P(X=1)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{20}{27}\right)+\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{20}{27}=\frac{1}{2}$,

$P(X=2)=\frac{1}{2}\times\frac{20}{27}=\frac{10}{27}$,

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{7}{54}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{10}{27}$

$E(X)=0\times\frac{7}{54}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{10}{27}=\frac{67}{54}$.

而 $C_{2n}^0+C_{2n}^1+\cdots+C_{2n}^{n-1}+C_{2n}^n+C_{2n}^{n+1}+\cdots+C_{2n}^{2n}=2^{2n}$,

且 $C_{2n}^0=C_{2n}^{2n}, C_{2n}^1=C_{2n}^{2n-1}, \cdots, C_{2n}^n=C_{2n}^{n+1}$,

所以 $P(n)=\frac{1}{2}-\frac{C_{2n}^n}{2^{2n+1}}$.

对于A, $P(2)=\frac{1}{2}-\frac{C_4^2}{2^5}=\frac{5}{16}$, 故A正确;

对于B, $P(3)=\frac{1}{2}-\frac{C_6^3}{2^7}=\frac{11}{32}$, 故B错误;

对于C, D, 因为 $P(n+1)-P(n)=\frac{1}{2}\left(\frac{C_{2n}^n}{2^{2n}}-\frac{C_{2n+2}^{n+1}}{2^{2n+2}}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{4C_{2n}^n-C_{2n+2}^{n+1}}{2^{2n+2}}$,

又 $\frac{4C_{2n}^n}{C_{2n+2}^{n+1}}=\frac{4\cdot(2n)!}{n!n!}\div\frac{(2n+2)!}{(n+1)!(n+1)!}$

$=\frac{4(n+1)^2}{(2n+2)(2n+1)}=\frac{2(n+1)}{2n+1}=\frac{2n+2}{2n+1}>1$,

故 $P(n+1)>P(n)$, 故 $P(n)$ 随着 n 的增大而增大,

故 $P(n)$ 的最小值为 $P(1)=\frac{1}{2}-\frac{C_2^1}{2^3}=\frac{1}{4}$, 无最大值, 故D

正确, C错误. 故选AD.

三、填空题

12.8 提示:因为 $D(X)=2, Y=3-2X$,

所以 $D(Y)=(-2)^2\times D(X)=8$.

13.230 提示:由 $X\sim N(170, 5^2)$, 得 $\mu=170, \sigma=5$,

$P(X>180)=P(X>\mu+2\sigma)=\frac{1-P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)}{2}$

$\approx\frac{1-0.954}{2}=0.023$,

所以身高超过180 cm的男生约有 $0.023\times10\,000=230$ 人.

14.0.36 提示:设事件B为“取到次品”, 事件 A_i 为“该产品由第 i 家工厂生产($i=1, 2, 3$)”, 第 i 家工厂($i=1, 2, 3$)分别表示甲、乙、丙瓷厂.

$P(A_1)=\frac{300}{300+300+400}=\frac{3}{10}$,

$P(A_2)=\frac{300}{300+300+400}=\frac{3}{10}$,

$P(A_3)=\frac{400}{300+300+400}=\frac{2}{5}$,

$P(B|A_1)=4\%, P(B|A_2)=3\%, P(B|A_3)=3\%$, 所以

$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=$

$\frac{3}{10}\times4\%+\frac{3}{10}\times3\%+\frac{2}{5}\times3\%=0.033$.

故取到的是次品, 则其来自甲厂的概率为 $P(A_1|B)=$

$\frac{P(A_1B)}{P(B)}=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=\frac{\frac{3}{10}\times4\%}{0.033}\approx0.36$.

四、解答题

15.解:(1) $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n(x\in\mathbf{R})$,

令 $x=0$, 则 $a_0=1$.

(2)因为 $(1-2x)^n$ 的展开式中所有项的二项式系数之和为1 024,

所以 $2^n=1\,024$,

所以 $n=10$.

(3)由(2)得 $(1-2x)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10}(x\in\mathbf{R})$,

其展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_{10}^r(-2x)^r=(-2)^rC_{10}^rx^r$,

所以 x 是奇数次方的项的系数为负, x 是偶数次方的

项的系数为正,

又当 $x=-1$ 时, $3^{10}=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_9+a_{10}$,

所以 $|a_0|+|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_9+a_{10}=3^{10}$.

16.解:(1)由题意得, $\bar{x}=\frac{1+2+3+4+5+6+7}{7}=4$,

$\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})^2=(1-4)^2+(2-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2+(7-4)^2=28$,

$\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$

$=\frac{16.50}{\sqrt{28\times10.46}}\approx\frac{16.50}{\sqrt{292.88}}\approx\frac{16.50}{17.11}\approx0.96$,

所以 $r=\frac{\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^7(y_i-\bar{y})^2}}$

$=\frac{16.50}{\sqrt{28\times10.46}}\approx\frac{16.50}{\sqrt{292.88}}\approx\frac{16.50}{17.11}\approx0.96$,

所以样本 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \cdots, 7$) 的相关系数为0.96.

(2)因为 $\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=16.5, \sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})^2=28$,

所以 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^7(x_i-\bar{x})^2}=\frac{16.5}{28}\approx0.59$,

又 $\bar{x}=4, \bar{y}=\frac{1.4+1.6+2.2+2.4+3+3.9+5.1}{7}=2.8$,

所以 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=2.8-0.59\times4=0.44$,



扫码免费下载
习题讲解 ppt

两式相加得 $2a_0+2a_2+2a_4+\cdots+2a_{10}=1+3^{10}$,

所以 $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10}=\frac{1+3^{10}}{2}$,

故D正确. 故选ABD.

11.ABD 提示:由分层随机抽样的特征可知 $m=$

$350\times\frac{20}{35}=200$, 故A正确;

根据分层随机抽样的均值知,

样本均值 $\bar{x}=77\times\frac{20}{35}+70\times\frac{15}{35}=74$, 故B正确, C错误;

因为 $\mu=74, \sigma^2=16, \mu-2\sigma=66$,

$P(X<\mu-2\sigma)\approx\frac{1-0.954\,4}{2}=0.022\,8$,

所以小于66分的人数约为 $350\,000\times0.022\,8=7\,980$ 人, 故D正确. 故选ABD.

三、填空题

12. $\frac{9}{10}$ 提示:由分布列的性质得 $1-2q>0, \frac{q}{3}>0$, 且

$\frac{1}{2}+1-2q+\frac{q}{3}=1$, 解得 $q=\frac{3}{10}$,

所以 $P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{1}{2}+1-2\times\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$.

13.0.96 提示:令 $x=175$, 得 $\hat{y}=0.85\times175-85.71=63.04$, 所以残差为 $64-63.04=0.96$.

14.5;4 提示:设数学杂志有 n 本, 则借阅2本杂志,

至多有1本语文杂志的概率为 $P=1-\frac{C_{7-n}^2}{C_7^2}=\frac{20}{21}$, 解得 $n=5$;

设数学杂志有 n 本, 借阅语文杂志的数量为 X , 则 X 取0, 1, 2,

且 $P(X=0)=\frac{C_n^2}{C_7^2}, P(X=1)=\frac{C_n^1C_{7-n}^1}{C_7^2}, P(X=2)=\frac{C_{7-n}^2}{C_7^2}$, 所

以

$E(X)=0\times\frac{n(n-1)}{42}+1\times\frac{n(7-n)}{21}+2\times\frac{(7-n)(6-n)}{42}=\frac{6}{7}$,

解得 $n=4$.

四、解答题

15.解:(1)依次考虑千位、百位、十位、个位的数字,

根据分步乘法计数原理,

所以可以组成 $3\times4\times4\times4=192$ 个四位数.

(2)当个位是0时, 共有 $A_3^3=6$ 个无重复数字的四位偶数; 当个位是2时, 千位是1或3, 共有 $2A_2^2=4$ 个无重复数字的四位偶数.

所以可以组成 $6+4=10$ 个无重复数字的四位偶数.

(3)当千位数字是1时, 由这四个数字组成的无重复数字的四位数共有 $A_3^3=6$ 个;

当千位数字是2百位数字是0时, 由这四个数字组成的无重复数字的四位数共有 $A_2^2=2$ 个;

当千位数字是2百位数字是1时, 由这四个数字组成的无重复数字的四位数共有 $A_2^2=2$ 个.

所以由这四个数字组成的无重复数字的四位数从小到大排列, 则第10个四位数是2 130.

16.解:(1)由散点图数据得

$\bar{x}=\frac{1}{9}\times(1+2+3+4+5+6+7+8+9)=5$,

$\bar{y}=\frac{1}{9}\times(1.9+2.2+2.5+2.9+3.5+3.8+4+4.2+4.5)\approx$

3.28,

又 $\sum_{i=1}^9(x_i-\bar{x})^2=60, \sum_{i=1}^9(y_i-\bar{y})^2\approx7, \sum_{i=1}^9x_iy_i=167.8$, 所

一、单项选择题

1.C 提示:由题意知,共有 $6\times 5=30$ 种选法,故选C.
2.B 提示:对于A,将一枚硬币连抛3次,正面向上的次数 X ,是二项分布,故A错误;
对于B,从一批含有13件正品、2件次品的产品中,不放回地任取3件,取得的次品数为 X ,是超几何分布,故B正确;

对于C,某射手的命中率为0.8,现对目标射击1次,记命中目标的次数为 X ,是二点分布,故C错误;
对于D,盒中有4个白球和3个黑球,每次从中摸出1球且不放回, X 是首次摸出黑球时的总次数,不是超几何分布,故D错误.故选B.
3.D 提示:因为 $(1-x)^n$ 的展开式通项为 $C_n^r(-x)^r$,所以 $\left(2-\frac{1}{x^2}\right)(1-x)^6$ 的展开式中含 x^2 的项为 $2C_6^2(-1)^2x^2+\left(-\frac{1}{x^2}\right)\cdot C_6^4(-1)^4x^4=15x^2$.
即展开式中 x^2 的系数为15.故选D.
4.D 提示:20以内的质数有2,3,5,7,11,13,17,19,共8个,

由题意得 $P(A)=\frac{7}{8},P(AB)=\frac{7\times 1}{8\times 7}=\frac{1}{8}$,
所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{7}$.故选D.

5.C 提示:对于A,B, $E(\xi)=2,E(\eta)=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$,故 $E(\xi)\neq E(\eta)$,
 $D(\xi)=4,D(\eta)=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$,故 $D(\xi)\neq D(\eta)$,故A,B错误;

对于C,根据正态分布的对称性可得 $P(\xi\leq 2)=\frac{1}{2}$.故C正确;

对于D, $P(\eta=1)=C_3^1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$,故D错误.故选C.

6.A 提示:令 $X=k$ 表示前 k 个球为白球,第 $(k+1)$ 个球为红球,

此时 $P(X=0)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3},P(X=1)=\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15},P(X=2)=\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{5}$.

则 $P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\frac{1}{3}+\frac{4}{15}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$.故选A.

7.D 提示:因为 $2\,023^{2025}=(2\,024-1)^{2025}=C_{2025}^0\,2\,024^{2025}-C_{2025}^1\,2\,024^{2024}+\cdots+C_{2025}^{2024}\,2\,024-C_{2025}^{2025}$
 $=2\,024(C_{2025}^0\,2\,024^{2024}-C_{2025}^1\,2024^{2023}+\cdots+C_{2025}^{2024}-1)+2\,024-C_{2025}^{2025}$,又 $2\,023^{2025}=2\,024a+b$,

所以 $b=2\,024-1=2\,023$.故选D.
8.C 提示:设事件 A_1 ="失踪的飞机后来被找到",事件 A_2 ="失踪的飞机后来未被找到",事件 B ="安装有紧急定位传送器",
则 $P(A_1)=0.7,P(A_2)=0.3,P(B|A_1)=0.6,P(B|A_2)=1-0.9=0.1$.

所以安装有紧急定位传送器的飞机失踪,它被找到
的概率为 $\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)}=$

$\frac{0.7\times 0.6}{0.7\times 0.6+0.3\times 0.1}=\frac{14}{15}$.故选C.

二、多项选择题

9.CD 提示:对于A,至多有1件不合格品分两种,一种是只有1件不合格品,一种是没有不合格品,故抽法种数为 $C_3^2C_{198}^2+C_{198}^3$,故A错误;
对于B,都是合格品的抽法种数为 C_{198}^3 ,故B错误;
对于C,至少有1件不合格品分两种,一种是只有1件不合格品,一种是有2件不合格品,故抽法种数为 $C_3^1C_{198}^2+C_3^2C_{198}^1$,故C正确;
对于D,至少有1件不合格品的抽法种数为 $C_{300}^3-C_{198}^3$,故D正确.故选CD.

10.ACD 提示:由于 $D(\xi)=8\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$,故A正确;
残差平方和越小,模型的拟合效果越好,故B错误;
根据正态分布的概率分布特点知 $P(|\eta-\mu|<\sigma)=P(\mu-\sigma<\eta<\mu+\sigma)$ 为定值,故C正确;

由于 $x_i-\bar{x}\leq x_{\max}-x_{\min}$,
标准差 $s=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})^2}\leq\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(x_{\max}-x_{\min})^2}=x_{\max}-x_{\min}$,故D正确.故选ACD.
11.BD 提示:对于A,由已知掷两枚硬币可能出现的情况有(正,正),(正,反),(反,正),(反,反),共4种情况,其中一正一反的有2种,即第一次投篮的人是甲的概率为 $\frac{1}{2}$,故A错误;

对于B,设事件A:"第一次投篮的人是甲",事件B:"第二次投篮的人是乙",
则 $P(AB)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3},P(B)=P(AB)+P(\bar{A}B)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{7}{12}$.

则 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{12}}=\frac{4}{7}$,故B正确;

对于C,第二次投篮的人是甲的概率为 $1-P(B)=1-$

$\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$,故C错误;

对于D,由已知 $a_1=\frac{1}{2}$,当 $n\geq 2$ 时, $a_n=a_{n-1}\cdot\frac{1}{3}+(1-a_{n-1})\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)$,即 $6a_n+a_{n-1}=3$,故D正确.

故选BD.

三、填空题

12.乙 提示:线性回归模型中 R^2 越接近1,效果越好,故乙效果最好.

13.-180 提示:根据题意,展开式中 x^2y 的项为 $C_6^2x^2C_4^1(3y)\cdot(-1)^3=-180x^2y$.则 x^2y 的系数为-180.

14. $\frac{79}{288}$ 提示:设"在这一轮中,满足 $0<x-y\leq 2$ 且 $y\neq 0$ "为事件A,

则A包含①甲队得2分,乙队得1分,②甲队得3分,乙队得1分,③甲队得3分,乙队得2分,
依题意,甲队在一轮比赛中得2分的概率为

$P_2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{8}$,

甲队在一轮比赛中得3分的概率为 $P_3=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$,

乙队在一轮比赛中得1分的概率为

$P_1'=\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{17}{36}$,

乙队在一轮比赛中得2分的概率为

$P_2'=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)+\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{11}{36}$.

所以 $P(A)=P_2P_1'+P_3P_1'+P_3P_2'=\frac{3}{8}\times\frac{17}{36}+\frac{1}{8}\times\frac{17}{36}+\frac{1}{8}\times\frac{11}{36}=\frac{79}{288}$.

四、解答题

15.解:(1)由题意知,5名工作人员与社区组织者小站成一排拍照留念.小王与工作人员甲、乙都相邻,所以把小王与工作人员甲、乙捆绑在一起看作一个复合元素,有 $A_3^3=2$ 种方法,然后总体与其余3名工作人员全排列,共有 $A_4^4=24$ 种方法,
所以小王与工作人员甲、乙都相邻,方法共有 $2\times 24=48$ 种.

(2)由题意知,甲、乙、丙的身高互不相等,拍照时甲、乙、丙三人按从高到低的顺序从左到右排列(不一定相邻),

①在6个位置中任选3个,安排甲乙丙之外的3人,有 $A_6^3=6\times 5\times 4=120$ 种情况,

②将甲、乙、丙3人按从高到低的顺序从左到右安排在剩余的3个位置,有1种情况,
所以有120种不同的站法.

(3)由题意知,工作人员甲不站在最左端,工作人员乙不站在最右端,

所以①甲站在最右端,其余5人全排列,有 $A_5^5=120$ 种站法.

②甲不站在最右端,甲有4种站法,乙有4种站法,剩下4人全排列,有 $4\times 4\times A_4^4=384$ 种站法,
所以共有 $120+384=504$ 种不同的站法.

16.解:(1)根据题中信息得到如下2×2列联表:

会员类型	会员性别		合计
	男性会员	女性会员	
尊享会员	20	40	60
星级会员	80	60	140
合计	100	100	200

由表格中的数据可得
 $\chi^2=\frac{200\times(20\times 60-40\times 80)}{100\times 100\times 60\times 140}\approx 9.524>6.635$,
所以依据小概率值 $\alpha=0.01$ 的独立性检验,可以认为会员类型与性别有关.

(2)设会员甲按照方案一、方案二抽奖的中奖次数分别为 X,Y .

对于方案一,则随机变量 X 的可能取值有0,1,2,
会员甲每次中奖的概率为 $\frac{C_2^2+C_3^1}{C_7^2}=\frac{6+3}{21}=\frac{3}{7}$.

则 $X\sim B\left(2,\frac{3}{7}\right)$,
所以 $E(X)=2\times\frac{3}{7}=\frac{6}{7},D(X)=2\times\frac{3}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{24}{49}$.

对于方案二,则随机变量 Y 的可能取值有0,1,2,

$P(Y=0)=\frac{C_2^2C_3^0}{C_7^2}\cdot\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=\frac{12}{35}$,

$P(Y=2)=\frac{C_3^3\cdot C_2^0}{C_7^2}\cdot\frac{C_2^2\cdot C_3^0}{C_5^2}=\frac{1}{5}$.

$P(Y=1)=1-\frac{12}{35}-\frac{1}{5}=\frac{16}{35}$.

所以随机变量 Y 的分布列如下表所示:

Y	0	1	2
P	$\frac{12}{35}$	$\frac{16}{35}$	$\frac{1}{5}$

所以 $E(Y)=0\times\frac{12}{35}+1\times\frac{16}{35}+2\times\frac{1}{5}=\frac{6}{7}=E(X)$,

$D(Y)=\left(0-\frac{6}{7}\right)^2\times\frac{12}{35}+\left(1-\frac{6}{7}\right)^2\times\frac{16}{35}+\left(2-\frac{6}{7}\right)^2\times\frac{1}{5}=\frac{128}{245}>$

$\frac{24}{49}=D(X)$,

所以会员甲选择方案一较好.
17.解:(1)若甲以3:1获胜,则第四局甲获胜,且前三局的比分为2:1,

所以甲以3:1获胜的概率为 $P=C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{27}=\frac{8}{27}$.

(2)易知 ξ 取值为3,4,5.

$P(\xi=3)=\left(\frac{1}{3}\right)^3+\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$.

$P(\xi=4)=C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+C_3^1\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{10}{27}$,

$P(\xi=5)=C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$.

ξ	3	4	5
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{8}{27}$

所以 ξ 的数学期望为

$E(\xi)=3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{10}{27}+5\times\frac{8}{27}=\frac{107}{27}$.

(3)采用“五局三胜制”甲会以3:0,3:1,3:2获胜,所以甲采用“五局三胜制”获胜的概率为

$P_1=\left(\frac{2}{3}\right)^3+C_3^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+C_3^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{64}{81}$.

采用“三局两胜制”甲会以2:0,2:1获胜,所以甲采用“三局两胜制”获胜的概率为

$P_2=\left(\frac{2}{3}\right)^2+C_2^1\cdot\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{60}{81}$,

因为 $\frac{64}{81}>\frac{60}{81}$,所以“五局三胜制”对甲更有利.

18.解:(1)由题意得, X 的可能取值为0,1,2,

$P(X=0)=\frac{C_4^2}{C_8^2}=\frac{3}{14},P(X=1)=\frac{C_4^1C_4^1}{C_8^2}=\frac{4}{7}$,

$P(X=2)=\frac{C_4^2}{C_8^2}=\frac{3}{14}$.

X	0	1	2
P	$\frac{3}{14}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{14}$

数学期望 $E(X)=0\times\frac{3}{14}+1\times\frac{4}{7}+2\times\frac{3}{14}=1$.

(2)设事件A为“最后得分为8分”,事件B为“恰取到1个红球”.

由题意知,最后得分为8分有两种情况:摸出2个白球1个红球或1个黑球2个红球,

所以 $P(A)=\frac{C_3^2C_4^1+C_4^2C_3^2}{C_8^3}=\frac{9}{28},P(AB)=\frac{C_3^2C_4^1}{C_8^3}=\frac{3}{14}$.

所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{14}}{\frac{9}{28}}=\frac{2}{3}$.

19.解:(1)由散点图可以判断, $\hat{y}=\hat{c}e^{\hat{d}x}$ 更适宜作为平均产卵数 y 关于平均温度 x 的回归方程类型.

(2)将 $\hat{y}=\hat{c}e^{\hat{d}x}$ 两边同时取自然对数,可得 $\ln \hat{y}=\ln \hat{c}+\hat{d}x$,

由题中的数据可得,
 $\sum_{i=1}^7x_i\cdot z_i-7\bar{x}\bar{z}=33.6,\sum_{i=1}^7x_i^2-7\bar{x}^2=112$,

所以 $\hat{d}=\frac{\sum_{i=1}^7x_i\cdot z_i-7\bar{x}\bar{z}}{\sum_{i=1}^7x_i^2-7\bar{x}^2}=\frac{33.6}{112}=0.3$.

则 $\ln \hat{c}=\bar{z}-\hat{d}\bar{x}=3.6-0.3\times 27=-4.5$,

所以 z 关于 x 的线性回归方程为 $z=0.3x-4.5$,

故 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=e^{0.3x-4.5}$.

(3)用 X_1,X_2 和 X_3 分别表示选择三种方案的收益.

采用第1种方案,无论气温如何,产值不受影响,收益为 $200-18=182$ 万,即 $X_1=182$.

采用第2种方案,不发生28℃以上的红蜘蛛虫害,收益为 $200-10=190$ 万.

如果发生,则收益为 $100-10=90$ 万,

即 $X_2=\begin{cases}190, & \text{不发生}28^{\circ}\text{C以上的红蜘蛛虫害,}\\90, & \text{发生}28^{\circ}\text{C以上的红蜘蛛虫害,}\end{cases}$

同样,采用第3种方案,

有 $X_3=\begin{cases}200, & \text{不发生虫害,}\\160, & \text{只发生}22\sim 28^{\circ}\text{C虫害,}\\100, & \text{发生}28^{\circ}\text{C以上虫害,}\end{cases}$

所以 $E(X_1)=182$,
 $E(X_2)=190\times P(X_2=190)+90\times P(X_2=90)=190\times 0.9+90\times 0.1=171+9=180$,
 $E(X_3)=200\times P(X_3=200)+160\times P(X_3=160)+100\times P(X_3=100)=200\times 0.6+160\times 0.3+100\times 0.1=178$.

显然, $E(X_1)$ 最大,所以选择方案1最佳.

数学人教A

第15期

第2~3版综合测试(三)参考答案

一、单项选择题

1.B 提示:小青从北京到山东有3种乘坐方式,从山东到辽宁有2种乘坐方式,

所以满足题意的乘坐方式共有 $3\times 2=6$ 种.故选B.

2.B 提示:因为 $P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$,所以 $\frac{a}{1\times 2}+\frac{a}{2\times 3}+\frac{a}{3\times 4}=a\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=a\left(1-\frac{1}{4}\right)=1$,

解得 $a=\frac{4}{3}$.故选B.

3.C 提示:因为二项式 $(2x-1)^n$ 的展开式中仅有第4项的二项式系数最大,

则二项式 $(2x-1)^n$ 的展开式共7项,即 $n+1=7$,解得 $n=6$.故选C.

4.C 提示:设事件A为“从M组中抽取芯片”,事件B为“抽到合格的芯片”,

则 $P(A)=P(\bar{A})=\frac{1}{2},P(B|A)=0.84,P(B|\bar{A})=0.88$,

则 $P(B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})=\frac{1}{2}\times 0.84+\frac{1}{2}\times 0.88=$

0.86.故选C.

5.B 提示:因为随机变量 $X\sim N(2,\sigma^2)$,且 $P(X>3)=0.2$,所以 $P(1<X\leq 3)=1-2P(X>3)=1-2\times 0.2=0.6$.故选B.

6.B 提示:由题意得, $\frac{C_1^1C_{m-1}^2}{C_m^3}=\frac{1}{2}$,

解得 $m=9$ 或 $m=4$ (舍去),

故取出的2件产品都是正品的概率为 $\frac{C_6^2}{C_9^2}=\frac{5}{12}$.

故选B.

7.B 提示:因为 $\sum_{i=1}^8x_i=\frac{9}{8}\times 8=9$,所以增加两个样本数据后 x 的平均数为 $\frac{9-1+2}{10}=1$.

因为 $\bar{y}=2\times\frac{9}{8}-\frac{1}{4}=2$,所以 $\sum_{i=1}^8y_i=2\times 8=16$,

所以增加两个样本数据后 y 的平均数为 $\frac{16+5+9}{10}=3$,

设新的回归直线方程为 $\hat{y}=3x+\hat{a}$,
所以 $3=3\times 1+\hat{a}$,解得 $\hat{a}=0$,
所以新的经验回归方程为 $\hat{y}=3x$,则当 $x=4$ 时, $\hat{y}=12$,
所以样本点(4,10)的残差为 $10-12=-2$.故选B.

8.A 提示:由题意知, $\frac{C_3^3C_n^1}{C_{n+3}^3}=\frac{9}{20}$,解得 $n=3$,则 X 的

可能取值为0,1,2,3,

$P(X=0)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20},P(X=1)=\frac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\frac{9}{20}$,

$P(X=2)=\frac{C_3^2C_3^1}{C_6^3}=\frac{9}{20},P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$,

所以 $E(X)=0\times\frac{1}{20}+1\times\frac{9}{20}+2\times\frac{9}{20}+3\times\frac{1}{20}=\frac{3}{2}$.故选A.

二、多项选择题

9.BC 提示:对于A,由题意知,每位同学有5种选择,故所有可能的选法有 $5\times 5\times 5=5^3$ (种),故A错误;

对于B,如果社区A必须有同学选择,则不同的安排方法有 $5^3-4^3=61$ (种),故B正确;

对于C,如果同学甲必须选择社区A,则不同的安排方法有 $5^2=25$ (种),故C正确;

对于D,如果甲、乙两名同学必须在同一个社区,再分为丙与甲、乙两名同学在一起和不在一起两种情况,则不同的安排方法共有 $5+5\times 4=25$ (种),故D错误.故选BC.

10.AC 提示:对于A, $D(X)=3\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4},D(Y)=$

$D(2X+1)=4D(X)=4\times\frac{3}{4}=3$.故A正确;

对于B,因为 $\bar{x}=2$,所以 $3x_1+1,3x_2+1,3x_3+1,\cdots,3x_n+1$ 的平均数为 $3\times 2+1=7$.故B错误;

对于C,因为 $7\times 0.6=4.2$,所以第60百分位数是第五个数10,故C正确;

对于D,因为 X 服从正态分布 $N(5,\sigma^2)$,所以 $P(2<X<$

$5)=P(5<X<8)=a$,所以 $P(X>8)=\frac{1}{2}-a$.故D错误.

故选AC.

11.ACD 提示:对于A,若采用3局2胜制,甲获胜分为1,2局甲胜,1,3局甲胜,2,3局甲胜三种情况,

则最终甲胜的概率为 $P_1=p^2+p(1-p)p+(1-p)p^2=p^2(3-2p)$,故A正确;