



扫码免费下载

习题讲解 ppt

第29期
专题一 函数与导数
专项训练(1)

$$1.3x+y+3=0 \quad \text{提示: 由 } f(x)=\frac{e^{x+1}}{x}-x,$$

$$\text{得 } f'(x)=\frac{e^{x+1}(x-1)}{x^2}-1, \text{ 则 } f'(-1)=\frac{-e}{3}, \text{ 又}$$

$$f(-1)=0, \text{ 则所求切线方程为 } y=-3(x+1), \text{ 即 } 3x+y+3=0.$$

$$2\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \quad \text{提示: 因为 } f(x) \text{ 的定义域为 } \mathbf{R},$$

$f(-x)=\lg(|-x+1|)+2^{-x}+2^x=f(x)$, 所以 $f(x)$ 是偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x)=\lg(x+1)+2^x+2^{-x}$, 令 $g(x)=2^x+2^{-x}$ ($x \geq 0$), 任取 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$, 则 $g(x_1)-g(x_2)=2^{x_1}+2^{-x_1}-2^{x_2}-2^{-x_2}=(2^{x_1}-2^{x_2})\left(1-\frac{1}{2^{x_1} \cdot 2^{x_2}}\right)$, 由 $0 \leq x_1 < x_2$, 得 $1 \leq 2^{x_1} < 2^{x_2}$, 则 $2^{x_1}-2^{x_2} < 0$, $1-\frac{1}{2^{x_1} \cdot 2^{x_2}} > 0$, 所以 $g(x_1)-g(x_2) < 0$, 即 $g(x_1) < g(x_2)$, 则 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 又 $y=\lg(x+1)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 所以 $f(x+1) < f(2x) \Leftrightarrow f(|x+1|) < f(|2x|) \Leftrightarrow |x+1| < |2x|$, 则 $(x+1)^2 < (2x)^2$, 解得 $x < -\frac{1}{3}$ 或 $x > 1$.

3. $2\sqrt{2}e$ 提示: 在同一坐标系中, 作出函数 $y=f(x)$ 的大致图象及直线 $y=m$ (图略), 因为方程 $f(x)=m$ 存在四个不相等的实根 x_1, x_2, x_3, x_4 , 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=m$ 有四个交点, 所以 $0 < m < 1$, $x_1+x_4=-2, \frac{1}{x_1} < x_3 < e < x_4 < e^2$, 且 $1-\ln x_3=-(1-\ln x_4)$, 所以 $\ln x_3+\ln x_4=2$, 则 $\ln x_3x_4=2$, 得 $x_3x_4=e^2$, 则 $x_4-(x_1+x_2)x_3=x_4+2x_3 \geq 2\sqrt{x_3x_4}=2\sqrt{2}e$, 当且仅当 $x_4=2x_3$, 即 $x_3=\frac{\sqrt{2}}{2}e, x_4=\sqrt{2}e$ 时, 等号成立, 所以 $x_4-(x_1+x_2)x_3$ 的最小值是 $2\sqrt{2}e$.

专项训练(2)

1. $\frac{2}{3}$ 提示: 设切点为 (x_0, e^{-3x_0+a}) , 则 $e^{-3x_0+a}=-3x_0+\frac{1}{3}$, 由 $f(x)=e^{-3x+a}$, 得 $f'(x)=-3e^{-3x+a}$, 所以 $-3e^{-3x_0+a}=-3$, 得 $-3x_0+a=0$, 则 $-3x_0+\frac{1}{3}=1$, 解得 $x_0=\frac{2}{9}$, 则 $a=\frac{2}{3}$.

2. -1 提示: 由题意, 可知 $f(x)=-f(-x)$, $f(x+2)=f(-x+2)$, 所以 $f(-x+2)=-f(x-2)=-f(x+2)$, 则 $f(x+4)=-f(x)$, 则 $f(x+8)=-f(x+4)=f(x)$, 所以 $f(x)$ 的一个正周期为 8, 则 $f(101)=f(5)=f(1)=-\log_2(1+1)=-1$.

3. $(0, 2e]$ 提示: 不等式 $x^a \geq 2e^2 f(x) + e^{2x}$ 对任意 $x > 0$ 恒成立等价于 $\frac{x^a}{e^{2x}} \geq 2f(x) + 1$, 即 $e^{a-2x} \geq 2f(x) + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 所以 $f^{(a)}(x)-2f(x)-1 \geq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立. 令 $t=f(x)$, 设 $g(t)=e^{t-2}-1$, 则 $g'(t)=e^{t-2}$, 令 $g'(t)=0$, 得 $t=\ln 2$, 所以当 $t < \ln 2$ 时, $g'(t) < 0$, $g(t)$ 单调递减, 当 $t > \ln 2$ 时, $g'(t) > 0$, $g(t)$ 单调递增, 所以 $g(x)_{\min}=g(\ln 2)=1-2\ln 2 < 0$, $g(0)=0$, $g(2)=e^2-5 > 0$, 所以存在 $t_0 \in (\ln 2, 2)$, 使得 $g(t_0)=0$, 所以若 $g(t) \geq 0$, 则 $t \leq 0$ 或 $t \geq t_0$, 即 $f(x) \leq 0$ 或 $f(x) \geq t_0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 又 $f'(x)=\frac{a}{x}-2=\frac{a-2x}{x}$ ($x > 0$), 所以当 $x \left(0, \frac{a}{2}\right)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增, 当 $x \left(\frac{a}{2}, +\infty\right)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递

减, 所以 $f(x)_{\max}=f\left(\frac{a}{2}\right)=a\ln \frac{a}{2}+a$, 所以 $a\ln \frac{a}{2}+a \leq 0$, 解得 $0 < a \leq 2e$, 所以实数 a 的取值范围为 $(0, 2e]$.

专项训练(3)

1. $(3, 6)$ 提示: 因为 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增, 所以当 $x > 1$ 时, $y=\log x$ 单调递增, 得 $a > 1$, 当 $x \leq 1$ 时, $y=(a-3)x-3$ 单调递增, 得 $a-3 > 0$, 所以 $a > 3$. 又 $\log_2 1 \geq (a-3) \times 1-3$, 解得 $a \leq 6$, 所以 $3 < a \leq 6$.

2. $(0, 2)$ 提示: 由 $g(x)=f(x)-x-a$ 有 3 个零点, 得 $g(x)=f(x)-x-a=0$, 即 $a=f(x)-x$ 有 3 个根. 设 $h(x)=f(x)-x$, 当 $x \leq 0$ 时, $h(x)=f(x)-x=x^3-3x$, 得 $h'(x)=3x^2-3=3(x^2-1)$, 由 $h'(x) > 0$, 得 $x > 1$ (舍去) 或 $x < -1$, $h(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上单调递增, 由 $h'(x) < 0$, 得 $-1 < x < 1$, 又 $x \leq 0$, 则 $-1 < x \leq 0$, $h(x)$ 在 $(-1, 0]$ 上单调递减, 所以当 $x=-1$ 时, $h(x)$ 取得极大值 $h(-1)=2$. 当 $x > 0$ 时, $h(x)=f(x)-x=-\ln x-x$ 单调递减, 作出 $y=h(x)$ 的大致图象 (图略), 要使 $a=h(x)$ 有三个不同的根, 即直线 $y=a$ 与 $y=h(x)$ 的图象有三个交点, 由图可知, $0 < a < 2$, 即实数 a 的取值范围是 $[0, 2)$.

3. $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 提示: 由 $f(x)=\ln x+ax^2-2$, 得 $f'(x)=\frac{1}{x}+2ax$, 因为 $f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 内存在单调递增区间, 所以 $f'(x) > 0$ 在 $(1, 2)$ 内有解, 即 $a > -\frac{1}{2x^2}$ 在 $(1, 2)$ 内有解.

设 $g(x)=\frac{1}{2x^2}$, $x \in (1, 2)$, $g(x)$ 在 $(1, 2)$ 内单调递增, 又 $g(1)=-\frac{1}{2}$, $g(2)=-\frac{1}{8}$, 所以 $-\frac{1}{2} < g(x) < -\frac{1}{8}$, 要使得 $a > g(x)$ 在 $(1, 2)$ 内有解, 只需 $a > -\frac{1}{2}$, 即实数 a 的取值范围是 $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

专题二 立体几何、空间向量
专项训练(1)

1. $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$ 提示: 设圆锥底面半径为 r , 则 $2\pi r=2\pi$, 解得 $r=1$, 所以圆锥的高 $h=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$, 所以该圆锥的体积 $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$.

③正确; 对于④, $f'(x)=2\cos\left(2x+\frac{5\pi}{6}\right)$, $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)=2\cos \pi=-2$, 故④正确. 故选 D.

7.B 提示: 设双曲线 C 的左焦点为 F_1 , 连接 PF_1, F_1C ,

0) 到渐近线 $y=\frac{b}{a}x$ 的距离为 $|FT|=\frac{\left|\frac{bc}{a}\right|}{\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}}=b$, 因为 $\overline{FP}=2\sqrt{2}\overline{FT}$, 所以点 T 为 PF 的中点, 且 $|\overline{FP}|=2|\overline{FT}|=2b$, $|OT|=\sqrt{|OF|^2-|FT|^2}=\sqrt{c^2-b^2}=a$, 又 O 为 FF_1 的中点, 所以 OT 为 $\triangle FPF_1$ 的中位线, 所以 $|PF_1|=2|OT|=2a$, 由双曲线的定义, 得 $|PF|-|PF_1|=2b-2a=2a$, 得 $b=2a$, 所以双曲线的离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{5}$, 故选 B.

8.C 提示: 作出 $f(x)$ 的大致图象 (图略), 因为 $f(a)=f(b)=f(c)=f(d)$, 且 a, b, c, d 互不相等, 不妨设 $a < b < c < d$, 令 $f(a)=f(b)=f(c)=f(d)=t$, 由图象得 $t \in (0, 1)$, $a \in \left(\frac{1}{10}, 1\right)$, 且

$|\lg a| \leq |\lg b|$, $\frac{c+d}{2}=12$, 所以 $-\lg a=\lg b, c+d=24$, 所以 $\lg ab=0$, 所以 $ab=1, c+d=24$. 令 $g(a)=a+b+c+d$, 则 $g(a)=a+\frac{1}{a}+24$, $a \in \left(\frac{1}{10}, 1\right)$, 根据对勾函数的性质, 得 $g(a)$ 在 $\left(\frac{1}{10}, 1\right)$ 上单调递减, 所以 $g(a) \in \left(26, \frac{341}{10}\right)$, 所以 $a+b+c+d$ 的取值范围为 $\left(26, \frac{341}{10}\right)$. 故选 C.

二、多项选择题

9.AD 提示: 对于 A, 因为 $AB//C_1D_1, AB=C_1D_1$, 所以四边形 ABC_1D_1 为平行四边形, 所以 $BC_1//AD_1$, 又 $BC_1 \not\subset$ 平面 $ACD_1, AD_1 \subset$ 平面 ACD_1 , 所以 $BC_1//$ 平面 ACD_1 , 故 A 正确; 对于 B, C, 由 A 项知, $BC_1//AD_1$, 则两直线共面, 则直线 BC_1 与直线 AD_1 不是异面直线, 且直线 BC_1 与直线 AD_1 所成的角不是 90° , 故 B, C 错误; 对于 D, 以 D 为坐标原点, 以 DA, DC, DD_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴, 建立空间直角坐标系, 则 $A(1, 0, 0), C(0, 1, 0), D_1(0, 0, 1), B_1(1, 1, 1)$, 则 $\overrightarrow{AC}=(-1, 1, 0), \overrightarrow{AD_1}=(-1, 0, 1), \overrightarrow{DB_1}=(1, 1, 1)$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB_1}=0, \overrightarrow{AD_1} \cdot \overrightarrow{DB_1}=0$, 所以 $AC \perp DB_1, AD_1 \perp DB_1$, 又 $AC \cap AD_1=A$, $AC, AD_1 \subset$ 平面 ACD_1 , 所以 $B_1D_1 \perp$ 平面 ACD_1 , 故 D 正确. 故选 AD.

10.BD 提示: 由题意, 得 $P(A_1)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}, P(A_2)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}, P(A_3)=\frac{3}{10}, P(B|A_1)=\frac{5}{11}, P(B|A_2)=P(B|A_3)=\frac{4}{11}$, 故 B 正确; 对于 A, 由全概率公式, 得 $P(B)=P(A_1B)+P(A_2B)+P(A_3B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=\frac{1}{2} \times \frac{5}{11} + \frac{1}{5} \times \frac{4}{11} + \frac{3}{10} \times \frac{4}{11} = \frac{9}{22}$, 故 A 错误; 对于 C, $P(A_1B)=P(A_1) \cdot P(B|A_1)=\frac{1}{2} \times \frac{5}{11} = \frac{5}{22}$, 所以 $P(A_1)P(B)=\frac{1}{2} \times \frac{9}{22} = \frac{9}{44} \neq P(A_1B)$, 则事件 B 与事件 A_1 不相互独立, 故 C 错误; 对于 D, 由题意可知, A_1, A_2, A_3 两两互斥, 故 D 正确. 故选 BD.

11.BD 提示: 由题意得, 当 n 是奇数时, $a_{n+3}-a_{n+1}=1$, 即数列 $\{a_n\}$ 中的偶数项构成以 $a_4=2$ 为首项, 1 为公差的等差数列, 所以 $a_{18}=2+(9-1) \times 1=10$. 当 n 是偶数时, $a_{n+3}-a_{n+1}=1$, 所以 $a_{n+5}-a_{n+3}=1$, 两式相减, 得 $a_{n+5}=a_{n+1}$, 即数列 $\{a_n\}$ 中的奇数项从 a_1 开始, 每隔一项的两项相等, 即数列 $\{a_n\}$ 的奇数项呈周期变化, 所以 $a_{17}=a_{4 \times 3+5}=a_5$, 在 $a_{n+3}+a_{n+1}=1$ 中, 令 $n=2$, 得 $a_4+a_1=1$, 又 $a_3=3$, 所以 $a_4=a_{17}=-2$. 对于数列 $\{a_n\}$ 的前 31 项, 奇数项满足 $a_3+a_5=1, a_7+a_9=1, \dots, a_{27}+a_{29}=1, a_{31}=a_{4 \times 7+3}=a_3=3$, 偶数项构成以 $a_2=2$ 为首项, 1 为公差的等差数列, 所以 $S_{31}=1+7 \times 1+3+15 \times 2+\frac{15 \times (15-1)}{2} \times 1=146$. 故选 BD.

三、填空题

12. $-\frac{7}{25}$ 提示: 因为 $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$, 则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3}-2\alpha\right)=2\cos\left[\frac{\pi}{3}-\alpha\right]-1=-\frac{7}{25}$, 所以 $\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{2\pi}{3}-2\alpha\right)\right]=\cos\left(\frac{2\pi}{3}-2\alpha\right)=-\frac{7}{25}$.

13. 12 提示: 由题意, 得 $A=\frac{100-12}{2}=44, T=\frac{2\pi}{\omega}=18, \omega \times 0+\varphi=\frac{\pi}{2}, h=\frac{100+12}{2}=56$, 则 $\omega=\frac{\pi}{9}, \varphi=-\frac{\pi}{2}$, 所以 $f(t)=44\sin\left(\frac{\pi}{9}t-\frac{\pi}{2}\right)+56$. 令 $44\sin\left(\frac{\pi}{9}t-\frac{\pi}{2}\right)+56 > 34$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{9}t-\frac{\pi}{2}\right) > \frac{1}{2}$, 即 $\cos \frac{\pi}{9}t < \frac{1}{2}$, 由 $T=18$, 得 $t \in [0, 18], \frac{\pi}{9}t \in [0, 2\pi]$, 则 $\frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{9}t < \frac{5\pi}{3}$, 解得 $3 < t < 15$, 所以在运行的一圈里最佳观赏时长为 $15-3=12$ (分钟).

14. $\left(\frac{3}{2e}, +\infty\right)$ 提示: $f(x) > x^3-2ax$ 等价于 $e^{2ax}+2ax > x^3+3\ln x=e^{3\ln x}+3\ln x$. 令 $g(x)=e^x+x$, 则 $g(x)$ 是增函数, 所以 $e^{2ax}+2ax > e^{3\ln x}+3\ln x$ 等价于 $g(2ax) > g(3\ln x)$, 所以 $2ax > 3\ln x$ ($x > 0$), 所以 $2a > \frac{3\ln x}{x}$. 令 $h(x)=\frac{3\ln x}{x}$, 则 $h'(x)=\frac{3-3\ln x}{x^2}$, 所以 $x \in (0, e)$ 时, $h'(x) > 0, h(x)$ 单调递增, 当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $h'(x) < 0, h(x)$ 单调递减, 所以 $h(x)_{\max}=h(e)=\frac{3}{e}$, 所以 $2a > \frac{3}{e}$, 则 $a > \frac{3}{2e}$, 即实数 a 的取值范围为 $\left(\frac{3}{2e}, +\infty\right)$.

11.ACD 提示: 因为 F_1 关于 $\angle F_1PF_2$ 的平分线的对称点 Q 恰好落在 C 上, 所以 P, F_2, Q 三点共线, 且 $|PF_1|=|PQ|$, 又 $\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$, 所以 $|PF_1|=|F_1Q|=|PQ|$. 设 $|PF_1|=|F_1Q|=|PQ|=m, |PF_2|=n$, 根据双曲线的定义, 得 $|PF_1|-|PF_2|=m-n=2a, |QF_1|-|QF_2|=m-(m-n)=2a$, 解得 $m=4a, n=2a$, 即 $|PF_2|=|QF_2|=2a$, 所以 $PQ \perp F_1F_2$. 在 $\text{Rt} \triangle F_1PF_2$ 中, 由勾股定理, 得 $16a^2=4a^2+12$, 解得 $a=1$, 所以双曲线 C 的实轴长为 2, 故 A 正确; 由 $a=1, c=\sqrt{3}$, 得双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{3}$, 故 B 错误; $S_{\triangle F_1PF_2}=\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2=\sqrt{3}$, 故 C 正确; 由 $PQ \perp F_1F_2$, 得 $P\left(\sqrt{3}, 2\right)$, 又 $\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$, 则 $\angle F_1PF_2$ 的平分线的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$, 所以 $\angle F_1PF_2$ 的平分线所在直线的方程为 $y-2=\sqrt{3}(x-\sqrt{3})$, 即 $\sqrt{3}x-y-1=0$, 故 D 正确. 故选 ACD.

三、填空题

12. 270 提示: 令 $x=1$, 得 $(3+2a)^3=32$, 解得 $a=-\frac{1}{2}$, 所以

以二项式 $\left(3x^3-\frac{1}{x^3}\right)^5$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(3x^3)^{5-r}\left(-\frac{1}{x^3}\right)^r=(-1)^r 3^{5-r} C_5^r x^{10-5r}$, 令 $10-5r=0$, 解得 $r=2$, 所以展开式中的常数项为 $(-1)^2 3^3 C_5^2=270$.

13. $\pm 2\sqrt{2}$ 提示: 由圆 $C: x^2+y^2-4y=0$, 即 $x^2+(y-2)^2=4$, 得圆 C 的圆心为 $C(0, 2)$, 半径为 2, 又 $O(0, 0)$ 在圆上, 所以 $\angle ACB=2\angle AOB=120^\circ$, 所以点 C 到直线 AB 的距离为 $d=|AC| \times \cos 60^\circ=1$, 所以 $d=\frac{|-2-1|}{\sqrt{k^2+1}}=1$, 解得 $k=\pm 2\sqrt{2}$.

14. $\left(0, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right]$ 提示: 由题意, 得 $f(0)=\cos \varphi=$

$\frac{1}{2}$, 又 $0 < \varphi < \pi$, 则 $\varphi=\frac{\pi}{3}$, 因为 $f(x)$ 在 $(\pi, 2\pi)$ 上没有最值, 所以 $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega} \geq \pi$, 解得 $0 < \omega \leq 1$. 先考虑 $f(x)$ 在 $(\pi, 2\pi)$ 上存在最值, 由 $x \in (\pi, 2\pi)$, 得 $\omega x + \frac{\pi}{3} \in \left(\omega\pi + \frac{\pi}{3}, 2\omega\pi + \frac{\pi}{3}\right)$, 则 $\omega\pi + \frac{\pi}{3} < \pi < 2\omega\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$, 解得 $\frac{k}{2} < \omega < k + \frac{1}{3}, k \in \mathbf{Z}$, 又 $0 < \omega \leq 1$, 所以 $\begin{cases} \frac{k}{2} - \frac{1}{6} \leq 1, \\ k - \frac{1}{3} > 0, \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3} < k \leq \frac{7}{3}$, 又 $k \in \mathbf{Z}$, 则 $k=1$, 或 $k=2$, 所以 $\omega \in \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{5}{6}, 1\right]$, 因为 $f(x)$ 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 上没有最值, 所以 $\omega \in \left(0, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right]$.

选择题与填空题组训练(4)

一、单项选择题

1.C 提示: 联立 $\begin{cases} y=1-\frac{x}{2}, \\ x^2+y^2=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=0, \\ y=1, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2, \\ y=0, \end{cases}$ 所以 $M \cap N = \{(0, 1), (2, 0)\}$, 有 2 个元素. 故选 C.

2.A 提示: 当 $a=0$ 时, 不等式化为 $-2x+1 > 0$, 解得 $x < \frac{1}{2}$, 则不等式在 \mathbf{R} 上不恒成立; 当 $a \neq 0$ 时, 因为不等式 $ax^2-2x+1 > 0$ 对 $\forall x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 所以 $\begin{cases} a > 0, \\ \Delta = 4-4a < 0, \end{cases}$ 解得 $a > 1$. 综上, “关于 x 的不等式 $ax^2-2x+1 > 0$ 对 $\forall x \in \mathbf{R}$ 上恒成立”的充要条件为 “ $a > 1$ ”, 所以所求必要不充分条件对应的范围应该真包含 $(1, +\infty)$, 由选项可知, 选 A.

3.A 提示: 由 $f(x)=\ln|x|\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=-\ln|x|\sin 2x$, 其定义域为 $\{x|x \neq 0\}$, 且 $f(-x)=-\ln|x| \cdot \sin(-2x)=\ln|x| \cdot \sin 2x=-f(x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数, 排除 B, D; 当 $0 < x < 1$ 时, $\ln|x| < 0, \sin 2x > 0$, 所以 $f(x) > 0$, 排除 C. 故选 A.

4.A 提示: 因为数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为等差数列, $\frac{S_n}{T_n}=\frac{3n-1}{2n+3}$, 所以 $a_7+a_8+a_9=3a_8=\frac{1}{5} \times 15a_8=\frac{3}{5}S_{15}, b_6+b_{10}=b_1+b_{15}$, 又 $T_{15}=\frac{15(b_1+b_{15})}{2}$, 所以 $b_6+b_{10}=\frac{2}{15}T_{15}$, 所以 $\frac{a_7+a_8+a_9}{b_6+b_{10}}=\frac{\frac{3}{5}S_{15}}{\frac{2}{15}T_{15}}=\frac{3}{2} \times \frac{S_{15}}{T_{15}}=\frac{3}{2} \times \frac{4}{3}=2$. 故选 A.

5.B 提示: 因为甲不能第一个出场, 乙不能第三个出场, 所以分 2 种情况讨论. ①当甲第三个出场时, 乙、丙、丁、戊全排列, 共有 $A_4^4=24$ 种不同的出场顺序; ②当甲不是第一、三个出场时, 有 $C_3^1 C_3^1 A_3^3=54$ 种不同的出场顺序. 所以不同的出场顺序一共有 $54+24=78$ 种. 故选 B.

6.D 提示: 由图象可知, $A=\frac{2-0}{2}=1, B=\frac{2+0}{2}=1, T=2 \times \left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=\pi$, 所以 $\omega=\frac{2\pi}{\pi}=2$, 当 $x=-\frac{\pi}{6}$ 时, $2x+\varphi=2 \times \left(-\frac{\pi}{6}\right)+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 解得 $\varphi=\frac{5\pi}{6}+2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 又 $0 < \varphi < \pi$, 所以 $\varphi=\frac{5\pi}{6}$, 所以 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{5\pi}{6}\right)+1$. 对于①, 因为 $f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2x+\frac{7\pi}{6}\right)+1=-\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1$, 不是偶函数, 故①错误; 对于②, $f\left(-\frac{2\pi}{3}\right)=\sin\left(-\frac{2\pi}{2}\right)+1=0$, 为 $f(x)$ 的最小值, 则 $f(x) \geq f\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$, 故②正确; 对于③, 假设 $f(x)+f\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=2$, 则 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{12}, 1\right)$ 中心对称, 又 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\sin \pi+1=1$, 故

$2\frac{4}{3}$ 提示: 以 D 为原点, DA, DC, DD_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴, 建立空间直角坐标系, 则 $B_1(2, 2, 2), C_1(0, 2, 2), E(1, 2, 0), F(0, 1, 0)$, 所以 $\overrightarrow{C_1B_1}=(2, 0, 0), \overrightarrow{C_1E}=(1, 0, -2), \overrightarrow{EF}=(-1, -1, 0)$, 设平面 C_1EF 的法向量为 $\mathbf{m}=(x, y, z)$, 则 $\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{C_1B_1}=x-2z=0,$

