

第9期

第2-3版综合测试(一)参考答案

一、单项选择题

1.A 提示:设 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,因为 $a_1+a_6=2a_3=20$,所以 $a_3=10$.又 $a_7=12$,所以 $d=2$,所以 $a_{10}=a_7+3d=12+6=18$.故选A.

2.D 提示:因为 $f(x)=e^x+x^2-2x$,所以 $f'(x)=e^x+2x-2$,所以 $f'(0)=e^0+2\times 0-2=-1$,所以函数 $f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线的斜率 $k=-1$,

其倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$.故选D.

3.C 提示:设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,则 $d\neq 0$,因为 $S_{15}=3(a_2+3a_6+a_9)$,

所以 $15a_1+\frac{15\times 14}{2}d=3[a_1+d+3a_1+24d+a_1+(k-1)d]$,

即 $15a_1+105d=15a_1+3(k+24)d$,

所以 $3(k+24)=105$,解得 $k=11$.故选C.

4.D 提示: $f'(x)=e^x-1$,令 $f'(x)>0$,得 $x>0$;令 $f'(x)<0$,得 $x<0$,

所以函数 $f(x)$ 在 $(-1,0)$ 内单调递减,在 $(0,1)$ 内单调递增,又 $f(-1)=e^{-1}+1,f(1)=e-1,f(-1)-f(1)=\frac{1}{e}+2-e<\frac{1}{2}+2-e<0$,所以 $f(1)>f(-1)$.故所求的最大值为 $e-1$.故选D.

5.C 提示:由 $a_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$,得 $S_n=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{n}{n+1}=\frac{2023}{2024}$,则 $n=2023$.故选C.

6.D 提示:设大夫、不更、簪裹、上造、公士所出的钱数依次排成一列,构成等差数列 $\{a_n\}$.设公差为 $d(d>0)$,前 n 项和为 S_n .由题意知, $a_2=16,S_5=100$,则 $S_5=5a_3=100$,解得 $a_3=20$,所以 $d=a_3-a_2=4$,所以公士出的钱数为 $a_5=a_3+d=20+2\times 4=28$.故选D.

7.C 提示:由题意知, $f(1)=10$,且 $f'(1)=0$,又 $f'(x)=3x^2+2ax+b$,

所以 $\begin{cases} 1+a+b+a^2=10, \\ 3+2a+b=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=-3, \\ b=3, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=4, \\ b=-11. \end{cases}$ 而当 $a=-3,b=3$ 时, $f'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0$,函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处无极值,故舍去.

所以 $f(x)=x^3+4x^2-11x+16$,所以 $f(2)=18$.故选C.

8.D 提示:设 $g(x)=\frac{f(x)}{x}$,则 $g'(x)=\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$,

因为当 $x>0$ 时, $xf'(x)-f(x)<0$,所以 $g'(x)<0$.

所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减.由 $f(x)$ 为奇函数,知 $g(x)$ 为偶函数,则 $g(-3)=g(3)$,

又 $a=g(e),b=g(\ln 2),c=g(-3)=g(3)$,所以 $g(3)<g(e)<g(\ln 2)$,即 $\frac{f(-3)}{-3}<\frac{f(e)}{e}<\frac{f(\ln 2)}{\ln 2}$,故 $c<a<b$.故选D.

二、多项选择题

9.ABD 提示:由 $S_6=S_5+a_6>S_5$,得 $a_6>0$,由 $S_7=S_6+a_7=S_6$,得 $a_7=0$,故B正确; $d=a_7-a_6<0$,故A正确;由 $S_6=S_7+a_6<S_7$,得 $a_6<0$,则 $a_6<0$,又 $a_6+a_8=a_5+a_6=2a_7=0$,所以 $S_5>S_6$,故C错误;由 $a_7=0,a_6>0$,知 S_6,S_7 是 S_n 中的最大值,故D正确.故选ABD.

10. AB 提示:因为 $a_n-3a_{n+1}=2a_na_{n+1}$,所以 $\frac{1}{a_{n+1}}+1=3\left(\frac{1}{a_n}+1\right)$,又 $\frac{1}{a_1}+1=2$,

所以 $\left\{\frac{1}{a_n}+1\right\}$ 是以2为首项,3为公比的等比数列,

故 $\frac{1}{a_n}+1=2\times 3^{n-1}$,

即 $a_n=\frac{1}{2\times 3^{n-1}-1}$,所以 $\{a_n\}$ 为递减数列, $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 $T_n=(2\times 3^n-1)+(2\times 3^1-1)+\cdots+(2\times 3^{n-1}-1)$

$=2(3^0+3^1+\cdots+3^{n-1})-n=2\times\frac{1-3^n}{1-3}-n=3^n-n-1$.故选AB.

11. AB 提示:对于A、B,因为 $\log_2 a>\log_2 b$,所以 $a>b>0$,所以 $2>2^a,a^2>b^2$,故A、B正确;

对于C,令 $f(x)=\frac{1}{x}+x,x>0,f'(x)=-\frac{1}{x^2}+1=\frac{x^2-1}{x^2}$,

所以在 $(1,2)$ 上, $h(x)>0,f'(x)>0,f(x)$ 单调递增,在 $(-\infty,1)$ 上, $h(x)<0,f'(x)<0,f(x)$ 单调递减,

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(1,2)$,单调递减区间为 $(-\infty,1)$.

16.解:(1)设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,显然 $q\neq 1,q>0$,

由 $S_2=6,S_4=30$,得 $\begin{cases} a_1+a_2=6, \\ \frac{a_1(1-q^4)}{1-q}=30, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a_1=2, \\ q=2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_1=-6, \\ q=-2 \end{cases}$ (舍去),所以 $a_n=2\times 2^{n-1}=2^n$.

(2)由(1)知, $a_n=2^n$,

所以 $b_n=\frac{n+2}{n(n+1)\cdot 2^{n+1}}=\frac{1}{n\cdot 2^n}-\frac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}$,

所以 $T_n=\left(\frac{1}{1\times 2}-\frac{1}{2\times 2^2}\right)+\left(\frac{1}{2\times 2^2}-\frac{1}{3\times 2^3}\right)+\cdots+\left[\frac{1}{n\cdot 2^n}-\frac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}\right]=\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}$.

17.解:(1)设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,由题设得 $2a_1=a_2+a_3$,即 $2a_1=a_1q+a_1q^2$.所以 $q^2+q-2=0$,解得 $q=1$ (舍去)或 $q=-2$.故数列 $\{a_n\}$ 的公比为 -2 .

(2)记 S_n 为 $\{na_n\}$ 的前 n 项和.由(1)及题设可得 $a_n=(-2)^{n-1}$,所以 $S_n=1+2\times(-2)+\cdots+n\times(-2)^{n-1}$,

$-2S_n=-2+2\times(-2)^2+\cdots+(n-1)\times(-2)^{n-1}+n\times(-2)^n$,

两式相减,得 $3S_n=1+(-2)+(-2)^2+\cdots+(-2)^{n-1}-n\times(-2)^n=\frac{1-(-2)^n}{3}-n\times(-2)^n$.

所以 $S_n=\frac{1}{9}-\frac{(3n+1)(-2)^n}{9}$.

18.解:(1)因为每件产品售价为10元,所以 x 万件产品销售收入为 $10x$ 万元,

依题意得,当 $0<x<8$ 时, $P(x)=10x-\left(\frac{1}{2}x^2+4x\right)-5=-\frac{1}{2}x^2+6x-5$;

当 $x\geq 8$ 时, $P(x)=10x-\left(11x+\frac{49}{x}-35\right)-5=30-\left(x+\frac{49}{x}\right)$,

所以 $P(x)=\begin{cases} -\frac{1}{2}x^2+6x-5, & 0<x<8, \\ 30-\left(x+\frac{49}{x}\right), & x\geq 8. \end{cases}$

(2)当 $0<x<8$ 时, $P(x)=-\frac{1}{2}(x-6)^2+13$,当 $x=6$ 时, $P(x)$ 取得最大值 $P(6)=13$;

当 $x\geq 8$ 时, $P'(x)=-1+\frac{49}{x^2}<0$,所以 $P(x)$ 单调递减,

当 $x=8$ 时, $P(x)$ 取得最大值 $P(8)=\frac{127}{8}$,因为 $13<\frac{127}{8}$,故当年产量为8万件时,小李在这一产品的生产中所获利润最大,最大利润是 $\frac{127}{8}$ 万元.

19.(1)解:由题意知, $f'(x)=e^x(x^2+x-1)$,则 $f'(1)=e$, $f(1)=0$,所以所求的切线方程为 $y=e(x-1)$.

(2)解:由 $f(x)>ax$ 对 $x>0$ 恒成立,得 $a<(x-1)e^x$ 对 $x>0$ 恒成立,令 $g(x)=(x-1)e^x$,则 $g'(x)=xe^x$,

所以在 $(0,+\infty)$ 上, $g'(x)>0,g(x)$ 单调递增,所以 $g(x)_{\min}>g(0)=-1$,所以 $a\leq -1$,所以实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-1]$.

(3)证明: $f'(x)=e^x(x^2+x-1)$,令 $f'(x_0)=0$,解得 $x_0=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (负值舍去),

所以 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减,在 $(x_0,1)$ 上单调递增,由(1)知, $f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=e(x-1)$,所以在 $x\in(0,1)$ 时, $f(x)$ 的图象恒在切线 $y=e(x-1)$ 上方,即 $f(x_2)>e(x_2-1)\Rightarrow b>e(x_2-1)\Rightarrow \frac{b}{e}+1>x_2$,

要证 $x_2-x_1<\left(\frac{1}{e}+1\right)b+1$,即证 $x_2-x_1<\frac{b}{e}+b+1$,因为 $x_2<\frac{b}{e}+1$,所以只要证明 $-x_1<b$,因为 $b=f(x_1)$,所以只要证明 $f(x_1)+x_1>0$ 即可,

因为 $x_1\in\left(0,\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$,所以只需证 $(x_1-1)e^{x_1}+1>0$.

设 $h(x)=(x-1)e^x+1,x\in\left(0,\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$, $h'(x)=xe^x$,

当 $x\in\left(0,\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ 时, $h'(x)>0,h(x)$ 单调递增,所以 $h(x)>h(0)=0$,得证,所以可以证明 $x_2-x_1<\left(\frac{1}{e}+1\right)b+1$.

二、多项选择题

9. BC 提示:对于A、B,由 $y=f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图象知,

导函数 $f'(x)$ 在 $(-2,-1),(2,4)$ 内小于0, $f(x)$ 单调递减,导函数 $f'(x)$ 在 $(-1,2),(4,5)$ 内大于0, $f(x)$ 单调递增,故A错误,B正确;

对于C,由单调性可得函数 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极小值,故C正确;

对于D, $x=1$ 时导函数取得极大值,但原函数并没有取得极大值,故D错误.故选BC.

10. ABD 提示:对于A,因为 $a_1=1,a_{n+1}=\frac{a_1}{1}+\frac{a_2}{2}+\cdots+\frac{a_n}{n}(n\in\mathbb{N}_*)$,所以当 $n=1$ 时, $a_2=\frac{a_1}{1}=1$,故A正确;

对于B,因为 $a_{n+1}=\frac{a_1}{1}+\frac{a_2}{2}+\cdots+\frac{a_n}{n}$,①

所以当 $n\geq 2$ 时, $a_n=\frac{a_1}{1}+\frac{a_2}{2}+\cdots+\frac{a_{n-1}}{n-1}$,②

由①-②得 $a_{n+1}-a_n=\frac{a_n}{n}$,即 $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{a_n}{n}$,所以当 $n\geq 2$ 时,

$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 为常数列,所以当 $n\geq 2$ 时, $\frac{a_n}{n}=\frac{a_2}{2}=\frac{1}{2}$,即 $a_n=\frac{n}{2}$,

所以 $a_n=\begin{cases} 1, & n=1, \\ \frac{n}{2}, & n\geq 2, \end{cases}$ 所以 $a_{2024}=1012$,故B正确;

对于C, $S_n=1+1+\frac{3}{2}+\cdots+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\cdots+\frac{n}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{n(n+1)}{4}$,故C错误;

对于D,由上面结论得 $\frac{1}{S_n}=\frac{1}{\frac{n(n+1)}{4}+\frac{1}{2}}<\frac{4}{n(n+1)}<\frac{4}{n(n+1)}$,故D正确.故选ABD.

11. BC 提示:设 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上的值为 $A,g(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的值为 B ,则 $A\subseteq B$.

$g'(x)=(x+2)e^x$,当 $x\in[-1,1]$ 时, $g'(x)>0$,所以 $g(x)$ 在 $[-1,1]$ 上单调递增,所以 $B=[0,2e]$.若 $A\subseteq B$,则 $f(x)_{\min}\geq 0$,令 $x(\ln x-a)\geq 0$ 对 $\forall x\in[1,e]$ 恒成立,则 $a\leq \ln x$ 恒成立,即 $a\leq(\ln x)_{\min}=0$;当 $a\leq 0$ 时, $f'(x)=\ln x-a+1>0$ 在 $[1,e]$ 上恒成立,

所以 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上单调递增,所以 $f(x)_{\min}=f(e)=e\cdot(1-a)\geq 2e$,解得 $a\geq -1$.

综上, $-1\leq a\leq 0$.故选BC.

三、填空题

12. $\frac{23}{35}$ 提示:因为 $\{a_n\}$ 是等差数列,所以 $A_{11}=\frac{11}{2}\cdot(a_1+a_{11})=11a_6$,则 $a_6=\frac{1}{11}A_{11}$,

同理, $b_6=\frac{1}{11}B_{11}$,所以 $\frac{a_6}{b_6}=\frac{\frac{1}{11}A_{11}}{\frac{1}{11}B_{11}}=\frac{A_{11}}{B_{11}}=\frac{2\times 11+1}{3\times 11+2}=\frac{23}{35}$.

13. 0 提示:由 $a_1=1,a_{n+1}=a_n\sin\frac{(n+1)\pi}{2}$,可得 $a_2=a_1+\sin\pi=1,a_3=a_2+\sin\frac{3\pi}{2}=1-1=0,a_4=a_3+\sin 2\pi=0,a_5=a_4+\sin\frac{5\pi}{2}=0+1=1,\cdots$,所以数列 $\{a_n\}$ 的最小正周期为4,所以 $a_{2023}=a_3=0$.

14. $b>a>c$ 提示:对于 $g(x)=e^x-x,g'(x)=e^x-1$,由“躺平点”定义可知 $g(a)=g'(a)$,即可得 $e^a-a=e^a-1$,解得 $a=1$.

对于 $h(x)=\ln x$,易知 $h'(x)=\frac{1}{x}$,所以 $h(b)=h'(b)$,即 $\ln b=\frac{1}{b}$,令 $f(b)=\ln b-\frac{1}{b},b\in(0,+\infty)$,显然 $f(b)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,易知 $f(1)=\ln 1-1=-1<0,f(e)=\ln e-\frac{1}{e}=1-\frac{1}{e}>0$.所以可得 $b\in(1,e)$,因此 $b>a$.

对于 $\varphi(x)=1024x+1024,\varphi'(x)=1024$,所以 $\varphi(c)=1024c+1024=\varphi'(c)=1024$,解得 $c=0$.

综上, $b>a>c$.

四、解答题

15.解:(1) $f'(x)=-e^{1-x}+\frac{1}{m-x}$,因为 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极值点,所以 $f'(1)=0$,即 $-e^{1-1}+\frac{1}{m-1}=0$,解得 $m=2$.

(2)由(1)知, $f(x)=e^{1-x}\ln(2-x),x<2,f'(x)=-e^{1-x}-\frac{1}{x-2}$,令 $h(x)=-e^{1-x}-\frac{1}{x-2},x<2,h'(x)=e^{1-x}+\frac{1}{(x-2)^2}>0$,所以 $h(x)$ 在 $(-\infty,2)$ 上单调递增,因为 $h(1)=0$,

第12期

第2-3版综合测试(四)参考答案

一、单项选择题

1.D 提示:函数 $f(x)=x\ln x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, $f'(x)=\ln x+x\cdot\frac{1}{x}=\ln x+1$,令 $f'(x)<0$,得 $0<x<\frac{1}{e}$,所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$,故选D.

2.C 提示:在等差数列 $\{a_n\}$ 中,由 $a_{10}=2a_5-2$,得 $a_1+9d=2a_1+14d-2$,所以 $a_1+5d=a_5=2$,

所以 $S_{11}=\frac{(a_1+a_{11})}{2}\times 11=11a_5=22$.故选C.

3.A 提示:因为函数 $f(x)=\sin x+\cos x-2x$,所以 $f'(x)=\cos x-\sin x-2=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-2<0$,

所以 $f(x)$ 为 \mathbb{R} 上的减函数,因为 $-\pi<\ln 2<1=2^0$,所以 $f(-\pi)>f(\ln 2)>f(2^0)$,即 $a>c>b$.故选A.

4.A 提示: $f'(x)=\frac{(2x+1)e^x-(x^2+x-2)e^x}{(e^x)^2}=\frac{-x^2+x+3}{e^x}$,所以 $f'(0)=3$,又 $f(0)=-2$,

所以曲线 $f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y-(-2)=3(x-0)$,即 $y=3x-2$.故选A.

5.B 提示:由题意知, $k_{OA}=\frac{AA_1+BB_1+CC_1+DD_1}{OD_1+DC_1+CB_1+BA_1}$,

因为 $OD_1=DC_1=CB_1=BA_1$,

所以 $k_{OA}=\frac{AA_1+BB_1+CC_1+DD_1}{4OD_1}=\frac{1}{4}\left(\frac{DD_1}{OD_1}+\frac{CC_1}{DC_1}+\frac{BB_1}{CB_1}+\frac{AA_1}{BA_1}\right)=\frac{1}{4}(1+k_1+k_2+k_3)=0.565$,

因为 k_1,k_2,k_3 是公差为 -0.1 的等差数列,所以 $2k_2=k_1+k_3$,所以 $\frac{1}{4}(1+3k_2)=0.565$,解得 $k_2=0.42$,所以 $k_3=0.42-0.1=0.32$.故选B.

6.A 提示:令 $g(x)=e^{2x-2}f(x)-e^{2x-2}-2024$,而 $2f(x)+f'(x)>2$,求得 $g'(x)=2e^{2x-2}f(x)+e^{2x-2}f'(x)-2e^{2x-2}=e^{2x-2}[2f(x)+f'(x)-2]>0$,

因此函数 $g(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增,由 $f(1)=2025$,得 $g(1)=f(1)-1-2024=0$,

不等式 $f(x)>1+\frac{2024}{e^{2x-2}}\Leftrightarrow e^{2x-2}f(x)-e^{2x-2}-2024>0\Leftrightarrow g(x)>g(1)$,解得 $x>1$,

所以不等式 $f(x)>1+\frac{2024}{e^{2x-2}}$ 的解集是 $(1,+\infty)$.故选A.

7.C 提示:设 $\{a_n\}$ 的公比为 $q,q>0$,因为正项等比数列 $\{a_n\},a_1=\frac{1}{8},2a_5=S_3-3a_1$,所以 $2\times\frac{1}{8}q=\frac{1}{8}\frac{(1-q^3)}{1-q}-3\times\frac{1}{8}$,整理得 $q^2-q-2=0$,解得 $q=2$ 或 $q=-1$ (舍去),则 $a_1=\frac{1}{8},a_2=\frac{1}{4},a_3=\frac{1}{2},a_4=1,a_5=2$,则 T_n 的最小值为 $\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{64}$.故选C.

8.B 提示:由题设,知 $x^2-1=mx,x\neq 0$,所以 $x^2-\frac{1}{x}=m$.

令 $f(x)=x^2-\frac{1}{x}(x\neq 0),f'(x)=2x+\frac{1}{x^2}=\frac{2x^3+1}{x^2}$,令 $f'(x)=0$,得 $x=\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$,即 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)$ 上单调递减,在 $(0,+\infty),\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}},0\right)$ 上单调递增, $f\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)=\frac{3}{2}\sqrt[3]{2}$,画出 $f(x)$ 的大致图象,如图所示.

因为 $f(x)=m$ 有3个零点,所以 $m\in\left(\frac{3}{2}\sqrt[3]{2},+\infty\right)$.故选B.

9. BC 提示:由题设,知 $x^2-1=mx,x\neq 0$,所以 $x^2-\frac{1}{x}=m$.

令 $f(x)=x^2-\frac{1}{x}(x\neq 0),f'(x)=2x+\frac{1}{x^2}=\frac{2x^3+1}{x^2}$,令 $f'(x)=0$,得 $x=\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$,即 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)$ 上单调递减,在 $(0,+\infty),\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}},0\right)$ 上单调递增, $f\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)=\frac{3}{2}\sqrt[3]{2}$,画出 $f(x)$ 的大致图象,如图所示.

因为 $f(x)=m$ 有3个零点,所以 $m\in\left(\frac{3}{2}\sqrt[3]{2},+\infty\right)$.故选B.

第 10 期
第 2~3 版综合测试(二)参考答案
一、单项选择题

1.C 提示:设等差数列的首项为 a_1 ,公差为 d ,根据题意可知, $\begin{cases} a_1+2d+3a_3+3d=22, \\ a_1+3d-(4a_1+6d)=-15, \end{cases}$ 解得 $a_1=3,d=2$,所以 $S_9=9a_1+\frac{9\times8}{2}d=27+72=99$.故选C.

2.D 提示:因为 $f(x)=-x^3+3x+1$,所以 $f'(x)=-3x^2+3$,令 $f'(x)=-3x^2+3=0$,解得 $x=\pm 1$,于是,当 x 变化时, $f'(x)$, $f(x)$ 的变化情况如下表:

x	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	\searrow	极小值	\nearrow	极大值	\searrow

所以 $f(x)$ 的极小值为 $f(-1)=-1$, $f(x)$ 的极大值为 $f(1)=3$.故选D.

3.C 提示:因为 $a_{n+1}=a_n+n+1$,所以 $a_{n+1}-a_n=n+1$,所以 $a_2-a_1=2,a_3-a_2=3,\cdots,a_n-a_{n-1}=n$,累加可得, $a_n-a_1=2+3+\cdots+n$,又 $a_1=1$,所以 $a_n=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$,所以 $a_{10}=\frac{10\times11}{2}=55$.故选C.

4.B 提示:因为 $y'=4x^3-3$,所以 $y'|_{x=1}$ 设切线的倾斜角为 α ,则 $\tan\alpha=1$,因为 $\alpha\in(0,\pi)$,所以 $\alpha=\frac{\pi}{4}$.

故选B.
5.A 提示:充分性:当 $-1,a,b,2$ 为等比数列时,可得 $ab=-1\times2=-2$,故充分性成立.

必要性:当 $ab=-2$ 时,不妨设 $a=1,b=-2$,此时 $-1,a,b,2$ 为 $-1,1,-2,2$,不是等比数列,故必要性不成立.所以“ $-1,a,b,2$ 为等比数列”是“ $ab=-2$ ”的充分而不必要条件.故选A.

6.B 提示:设数列的首项为 a ,公比为 q ,共 n 项,则前三项分别为 a_1,a_1q,a_1q^2 ,后三项分别为 $a_1q^{n-3},a_1q^{n-2},a_1q^{n-1}$.

由题意得 $a_3q^3=2,a_1q^{3n-6}=4$,两式相乘得 $a_1^2q^{3(n-1)}=8$,即 $a_1^2q^{n-1}=2$.

又因为 $a_1\cdot a_1q\cdot a_1q^2\cdots\cdot a_1q^{n-1}=64$,所以 $a_1^nq^{\frac{n(n-1)}{2}}=64$,即 $(a_1^2q^{n-1})^n=64^2$,解得 $n=12$.故选B.

7.B 提示:根据等差数列的性质和前 n 项和公式, $\frac{9(a_1+a_9)}{2}=\frac{9(b_1+b_9)}{2}=\frac{S_9}{9}=\frac{3\times9+2}{9+1}=\frac{29}{10}$.故选B.

8.C 提示: $f'(x)=3ax^2+4x+a$,因为 $f(x)=ax^3+2x^2+ax+1$ 在 $(-1,+\infty)$ 上存在极大值 $f(x_1)$ 和极小值 $f(x_2)$,且 $x_1<x_2$,所以 $f'(x)=3ax^2+4x+a=0$ 在 $(-1,+\infty)$ 上有两个根 x_1,x_2 , $x_1<x_2$,且在 $(-1,x_1)$ 内 $f'(x)>0$, $f(x)$ 单调递增,在 (x_1,x_2) 内 $f'(x)<0$, $f(x)$ 单调递减,在 $(x_2,+\infty)$ 上 $f'(x)>0$, $f(x)$ 单调递增,

所以 $\begin{cases} a>0, \\ \Delta=4^2-4\times3a\times a=16-12a^2>0, \\ f'(-\frac{2}{3a})=3a(-\frac{2}{3a})^2+4\times(-\frac{2}{3a})+a<0, \\ f'(-1)=3a\times(-1)^2+4\times(-1)+a>0, \\ -\frac{2}{3a}>-1, \end{cases}$

解得 $1<a<\frac{2\sqrt{3}}{3}$,所以 a 的取值范围为 $(1,\frac{2\sqrt{3}}{3})$.
故选C.

二、多项选择题
9.AB 提示:由 $f'(x)$ 图象可得,当 $x<-2$ 时, $f'(x)<0$;当 $-2<x<\frac{1}{2}$ 时, $f'(x)>0$;当 $\frac{1}{2}<x<2$ 时, $f'(x)<0$;当 $x>2$ 时, $f'(x)>0$.

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 和 $(\frac{1}{2},2)$ 上单调递减,

在 $(-2,-\frac{1}{2})$ 和 $(2,+\infty)$ 上单调递增,

所以函数 $f(x)$ 在 $x=-2$ 和 $x=2$ 处取得极小值,在 $x=\frac{1}{2}$ 处取得极大值.故选AB.

10.AC 提示:设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,对于A,因为 $a_5=a_1q^4>0$,则 $a_1>0$,所以 $a_{2023}=a_1q^{2022}>0$,故A正确;
对于C,当 $q=1$ 时, $S_{2023}=2023a_1>0$,当 $q>1$ 时,则 $q^n>1$,所以 $S_{2023}=\frac{a_1(q^{2023}-1)}{q-1}>0$,

当 $0<q<1$ 时,则 $0<q^n<1$,所以 $S_{2023}=\frac{a_1(q^{2023}-1)}{q-1}>0$,

当 $q<0$ 时, $q^{2023}<0$,所以 $S_{2023}=\frac{a_1(q^{2023}-1)}{q-1}>0$,故C正确;

对于B, $a_5=a_1q^4>0$,则 a_1 和 q 同号,当 $a_1<0,q<0$ 时,则 $a_{2023}=a_1q^{2022}<0$,当 $a_1>0,q>0$ 时,则 $a_{2023}=a_1q^{2022}>0$,故B错误;
对于D, $a_5=a_1q^4>0$,则 a_1 和 q 同号,当 $a_1<0,q<0$ 时, $q-1<0,q^{2023}<0$,则 $S_{2023}=\frac{a_1(q^{2023}-1)}{q-1}<0$,故D错误.故选AC.

11.BCD 提示:函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$,设 $F(x)=f(x)-\ln x$,则 $F'(x)=f'(x)-\frac{1}{x}$,

因为 $f'(x)<\frac{1}{x}$,所以 $F'(x)<0$,所以函数 $F(x)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的减函数,
因为 $f(1)=1$,所以 $F(1)=f(1)-\ln 1=1$.

对于A, $F(1)>F(e)=f(e)-1$,可得 $f(e)<2$,所以A错误;

对于B, $f(\frac{1}{e})=f(\frac{1}{e})+1>f(1)$,所以 $f(\frac{1}{e})>0$.故B正确;

对于C,当 $x\in(1,e)$ 时, $F(x)<F(1)$,则 $f(x)-\ln x<1$,所以 $f(x)<\ln x+1$,因为 $x\in(1,e)$,所以 $\ln x\in(0,1)$,所以 $\ln x+1\in(1,2)$,所以 $f(x)<2$,故C正确;

对于D, $\forall x\in(\frac{1}{e},1)$, $\ln x\in(-1,0)$,可知 $x<\frac{1}{x}$,

所以 $F(x)>F(\frac{1}{x})$, $f(x)-\ln x>f(\frac{1}{x})-\ln\frac{1}{x}$,所以 $f(x)-f(\frac{1}{x})+2>2\ln x+2>0$.故D正确.故选BCD.

三、填空题
12.92 提示:根据题意,记第 n 个图形的点数为 a_n ,则 $a_1=1,a_2-a_1=2\times3-2,a_3-a_2=3\times3-2,a_4-a_3=4\times3-2,\cdots,a_8-a_7=8\times3-2$,累加得 $a_8=1+3\times(2+3+\cdots+8)-2\times7=92$.

13.30;23 000 提示:由题意知,利润等于销售额减去成本,
即 $L(M)=MN-20N=(8300-170M-M^2)(M-20)=-M^3-150M^2+11\ 700M-166\ 000$.

所以 $L'(M)=-3M^2-300M+11\ 700$.
令 $L'(M)=0$,解得 $M=30$ 或 $M=-130$ (舍去).
此时, $L(30)=23\ 000$.

因为当 $0<M<30$ 时, $L'(M)>0$,当 $M>30$ 时, $L'(M)<0$,所以 $L(30)$ 是极大值,也是最大值.最大值为23 000.故该批材料零售价为30元时,利润最大为23 000元.

14. $(-\infty,3]$ 提示:因为 $f(x)=(x-b)\ln x+x$ 在区间 $[1,e]$ 上单调递增,所以 $f'(x)=\ln x+\frac{x-b}{x}+2x=\ln x-\frac{b}{x}+1+2x\geq 0$ 在 $[1,e]$ 上恒成立.

若 $b\leq 0$,因为 $x\in[1,e]$,则 $\ln x>0,2x>0,-\frac{b}{x}>0$,所以 $f'(x)\geq 0$ 恒成立,符合题意;

若 $b>0$,设 $g(x)=\ln x-\frac{b}{x}+1+2x,x\in[1,e]$,则 $g'(x)=\frac{1}{x}+\frac{b}{x^2}+2>0$,所以 $g(x)$ 在 $[1,e]$ 上单调递增,即 $f'(x)$ 在 $[1,e]$ 上单调递增,要使得 $f'(x)\geq 0$,只需 $f'(1)\geq 0$,所以 $-b+1+2\geq 0$,所以 $0<b\leq 3$.

综上所述,实数 b 的取值范围为 $(-\infty,3]$.
四、解答题
15.解:(1)由 $y=x^3+x-2$,得 $y'=3x^2+1$.
令 $3x^2+1=4$,解得 $x=1$.当 $x=1$ 时, $y=0$;
当 $x=-1$ 时, $y=-4$.又点 P_0 在第三象限,所以切点 P_0 的坐标为 $(-1,-4)$.

(2)因为直线 $l\perp l_0$, l_0 的斜率为4,所以直线 l 的斜率为 $-\frac{1}{4}$.因为直线 l 过切点 P_0 ,点 P_0 的坐标为 $(-1,-4)$,

所以直线 l 的方程为 $y+4=-\frac{1}{4}(x+1)$,即 $x+4y+17=0$.

16.(1)证明: $f(x)=e^x+\sin x-ax-1(a\in\mathbf{R})$,函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ,可得 $f'(x)=e^x+\cos x-a$,若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点,此时 $f'(0)=2-a=0$,解得 $a=2$.

当 $a=2$ 时,不妨设 $g(x)=e^x+\cos x-2(x>0)$,可得 $g'(x)=e^x-\sin x$.

易知当 $x>0$ 时, $g'(x)>1-\sin x\geq 0$,所以函数 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,此时 $f'(x)>f'(0)=0$,所以函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增;当 $x<0$ 时, $f'(x)=e^x+\cos x-2<\cos x-1\leq 0$,所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减,故 $f(x)\geq f(0)=0$.

(2)解:易知 $f(0)=0$,若 $f(x)\geq 0$,即 $f(x)\geq f(0)$ 恒成立,所以0为 $f(x)$ 的一个极小值点,也是最小值点,可得 $f'(0)=2-a=0$,解得 $a=2$.

经检验,当 $a=2$ 时,由(1)知 $f(x)\geq 0$ 成立,故 $a=2$.

17.(1)证明:显然 $a_n\neq 0$,将 $a_{n+1}=\frac{a_n}{2a_n+1}$ 两边同时取

倒数得 $\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2a_n+1}{a_n}=1+\frac{2}{a_n}$,

即 $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=2$,所以数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 是公差为2的等差数列,所以 $\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_3}+(n-3)\times 2=2n$,所以 $a_n=\frac{1}{2n}$.

(2)解:选①.
由已知得 $b_n=\frac{1}{2n}\cdot\frac{1}{2n+2}=\frac{1}{4n(n+1)}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$,

那么数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{n}{4n+4}$.

那么数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n=-2+4-6+8-\cdots+(-1)^n2n$,
当 n 为偶数时, $T_n=2\times\frac{n}{2}=n$;

当 n 为奇数时, $T_n=-2+(-2)\times\frac{n-1}{2}=-n-1$.

故 $T_n=\begin{cases} n, n=2k, \\ -n-1, n=2k-1 \end{cases} (k\in\mathbf{N}_+)$.

选③.
由已知得 $b_n=2n+\left(\frac{1}{3}\right)^{2n}=2n+\left(\frac{1}{9}\right)^n$,

那么数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n=(2+4+\cdots+2n)+\left[\frac{1}{9}+\left(\frac{1}{9}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{9}\right)^n\right]$
 $=\frac{(2+2n)n}{2}+\frac{1}{9}\frac{1-\frac{1}{9^n}}{1-\frac{1}{9}}=n^2+n+\frac{1}{8}\left(1-\frac{1}{9^n}\right)$.

18.解:(1)由题意,设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q ,则 $q>0$.因为 $b_1=2$,
故 $b_2+b_3=2q+2q^2=12$,解得 $q=2$,或 $q=-3$ (舍去),则 $b_3=b_1q^2=2\times2^2=8,b_4=b_1q^3=2\times2^3=16$.

由题意得 $\begin{cases} a_1+3d-2a_1=8, \\ 11a_1+\frac{11\times10}{2}d=11\times16, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1=1, \\ d=3, \end{cases}$
所以 $a_n=1+3(n-1)=3n-2,b_n=2\times2^{n-1}=2^n$.
(2)由(1)得 $a_n=3n-2,b_n=2^n$,则 $a_n\cdot b_n=(3n-2)\cdot2^n$,设 $\{a_n\cdot b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ,
则 $T_n=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n=1\times2+4\times2^2+\cdots+(3n-2)\cdot2^n$.
① $2T_n=1\times2^2+4\times2^3+\cdots+(3n-5)\cdot2^n+(3n-2)\cdot2^{n+1}$,
②由①-②得 $T_n=1\times2+3\times2^2+3\times2^3+\cdots+3\cdot2^n-(3n-2)\cdot2^{n+1}$

$=2+12\times(1+2+\cdots+2^{n-1})-(3n-2)\cdot2^{n+1}$
 $=2+12\times\frac{1-2^{n+1}}{1-2}-(3n-2)\cdot2^{n+1}=(5-3n)\cdot2^{n+1}-10$,
所以 $T_n=10+(3n-5)\cdot2^{n+1}$.

19.(1)解:函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$,且 $f'(x)=1-\frac{m}{x}$,

当 $m\leq 0$ 时, $f'(x)>0$ 恒成立,此时函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增;

当 $m>0$ 时,由 $f'(x)=1-\frac{m}{x}>0$,解得 $x>m$,由 $f'(x)<0$,解得 $0<x<m$.

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,m)$ 内单调递减,在 $(m,+\infty)$ 上单调递增.

综上,当 $m\leq 0$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增;当 $m>0$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(0,m)$ 内单调递减,在 $(m,+\infty)$ 上单调递增.

(2)证明:由(1)可知,当 $m\leq 0$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增, $f(x)$ 无最小值;

当 $m>0$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(0,m)$ 内单调递减,在 $(m,+\infty)$ 上单调递增,
所以 $f(x)_{\min}=f(m)=-m\ln m$,即 $g(m)=-m\ln m$,
则 $g'(m)=-1-\ln m$,

由 $g'(m)>0$,得 $0<m<\frac{1}{e}$.由 $g'(m)<0$,得 $m>\frac{1}{e}$,

所以 $g(m)$ 在 $(0,\frac{1}{e})$ 内单调递增,在 $(\frac{1}{e},+\infty)$ 上单调递减,

所以 $g(m)\leq g\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{1}{e}\ln\frac{1}{e}=\frac{1}{e}$,即 $g(m)\leq\frac{1}{e}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立.

数学
北师大
高二选择性必修(第二册)答案页第 3 期

第 11 期
第 2~3 版综合测试(三)参考答案
一、单项选择题

1.C 提示:因为 $S_3=15,a_3=5$,所以 $\begin{cases} a_1+a_2+a_3=15, \\ a_1q^2=5, \end{cases}$

解得 $q=1$ 或 $-\frac{1}{2}$.故选C.

2.C 提示:直线 $x+2y+1=0$ 的斜率为 $k=-\frac{1}{2}$,由题设知, $y=e^{2x}$ 在 $(0,1)$ 处的切线的斜率为2,而 $y'=2a\cdot e^{2x}$,所以 $y'|_{x=0}=2a=2$,解得 $a=1$.故选C.

3.B 提示:在等差数列 $\{a_n\}$ 中,由 $a_2=2,a_1=6$,得 $d=\frac{a_1-a_2}{1-3}=\frac{6-2}{-2}=-2$.

则 $a_1=a_3-2d=2-2\times\frac{1}{2}=1$,所以 $S_{13}=13a_1+\frac{13\times12}{2}\times d=13\times1+\frac{13\times12}{2}\times\frac{1}{2}=52$.故选B.

4.A 提示: $(a^x)'=a^x\ln a$, $(\cos x)'=-\sin x$, $\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)'=0$, $(x^5)'=5x^4$.故选A.
5.B 提示:数列 $\{a_n\}$ 是递增数列 $\Rightarrow a_1<a_3<a_5$,反之不成立.例如 $a_n=(-1)^{n+1}2^n,a_1=2,a_3=8,a_5=32$.

虽然 $a_k<a_n$,但是该数列显然不是递增数列,所以“ $a_1<a_3<a_5$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是递增数列”的必要不充分条件.故选B.

6.B 提示:由 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\approx\ln n+y$,取 $n=5$,则 $\ln 5\approx 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-(0.577\ 215\ 664\ 901\cdots)\approx 1.706$,
而 $\ln 5=\ln 10-\ln 2\approx 2.303-0.693=1.610$.所以用上式估算出的 $\ln 5$ 与实际的 $\ln 5$ 的误差绝对值近似为 $1.706-1.610=0.096$.故选B.

7.C 提示:函数 $f(x)=2ax-\ln(x+1)$, $x\in(-1,+\infty)$,
 $f'(x)=2a-\frac{1}{x+1}$,

所以 $f'(0)=2a-1$,因为函数 $f(x)$ 的图象在原点处的切线方程为 $2x-y=0$,所以 $2a-1=2$,解得 $a=\frac{3}{2}$,

所以 $f(x)=3x-\ln(x+1)$, $x\in(-1,+\infty)$,所以 $f'(x)=3-\frac{1}{x+1}=\frac{3x+2}{x+1}$,所以 $x\in(-1,-\frac{2}{3})$ 时, $f'(x)<0$,函数 $f(x)$ 单调递减; $x\in(-\frac{2}{3},+\infty)$ 时, $f'(x)>0$,函数 $f(x)$ 单调递增.

所以 $x=-\frac{2}{3}$ 时,函数 $f(x)$ 取得极小值 $f\left(-\frac{2}{3}\right)=-2+\ln 3<0$.
又 $x\rightarrow-1$ 时, $f(x)\rightarrow+\infty$; $x\rightarrow+\infty$ 时, $f(x)\rightarrow+\infty$,
所以函数 $f(x)$ 的零点个数为2.故选C.

8.C 提示:因为 $f(x)=-x^2-2x^2+4x$,所以 $f'(x)=-3x^2-4x+4$,令 $f'(x)=0$,得 $x=\frac{2}{3}$ 或 $x=-2$,因为该函数在闭区间 $[-3,3]$ 上连续可导,且极值点处的导数为零,所以最小值一定在端点处或极值点处取得,而 $f(-3)=-3,f(-2)=-8,f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{40}{27},f(3)=-33$,

所以该函数在 $[-3,3]$ 上的最小值为 -33 ,因为当 $x\in[-3,3]$ 时,有 $f(x)\geq a$ 恒成立,只需 $a\leq f(x)_{\min}$,即 $a\leq -33$.故选C.

二、多项选择题

9.CD 提示:对于A, $f(x)=x-\frac{1}{x}$,有 $f(-1)=f(1)=0$,则 $f(x)$ 在其定义域上不是单调函数.不符合题意;对于B, $f(x)=xe^x$,其导数 $f'(x)=xe^x+e^x=(x+1)e^x$,在区间 $(-\infty,-1)$ 上, $f'(x)<0$,则 $f(x)$ 单调递减,不符合题意;对于C, $f(x)=x+\sin x$,其导数 $f'(x)=1+\cos x\geq 0$,则 $f(x)$ 在定义域上为增函数,符合题意;对于D, $f(x)=e^x-e^{-x}-2x$,其导数 $f'(x)=e^x+e^{-x}-2\geq 2\sqrt{e^x\cdot e^{-x}}-2=0$,则 $f(x)$ 在定义域上为增函数,符合题意.故选CD.

10.AC 提示:由题意知, $a_1+a_2+\cdots+a_k=2^k-1$.
① $k\geq 2,a_1+a_2+\cdots+a_{k-1}=2^{k-1}-1$,
②①-②得 $a_k=2^{k-1}$, $k\geq 2$,同理, $b_k=2\times3^{k-1}$, $k\geq 2$.

对于A, $a_1+a_2=2^2-1=3,a_2=2$,所以 $a_1=1$,故A正确;
对于B,因为 $b_1+b_2=3^2-1=8,b_2=2\times3=6$,所以 $b_1=2,b_2=2\times3^{1-1}=2$,故B错误;

对于C,D, $\frac{b_k}{a_k}=2\times\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}$,所以当 $k\geq 2$ 时, $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 是以 $\frac{3}{2}$ 为公比的等比数列,故C正确.D错误.故选AC.

11.ABD 提示:对于A,由数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,a_2=2,a_{n+1}=4a_n-3a_{n-1}$,则 $a_{n+1}-a_n=3(a_n-a_{n-1})$,又 $a_2-a_1=1$,则数列

$\{a_n-a_{n-1}\}$ 是以1为首项,3为公比的等比数列,故A正确;

对于B,由数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,a_2=2,a_{n+1}=4a_n-3a_{n-1}$,则 $(a_{n+1}-3a_n)-(a_n-3a_{n-1})=0$,即数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 为等差数列,故B正确;

对于C,由题意得,数列 $\{a_{n+1}-a_n\}$ 是以1为首项,3为公比的等比数列,则数列 $\{a_{n+1}-a_n\}$ 的前 n 项和为 $\frac{1\times(1-3^n)}{1-3}=\frac{3^n-1}{2}$,故C错误;

对于D,当 $n\geq 2$ 时, $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1=\frac{1-3^{n-1}}{1-3}+1=\frac{3^{n-1}+1}{2}$,当 $n=1$ 时,满足上式,即 $a_n=\frac{3^{n-1}+1}{2}$,故D正确.故选ABD.

三、填空题

12.16 提示:设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,则 $q>0$.因为 $a_1a_2a_3=4$,所以 $a_1q^3=4$.

因为 $a_1a_2a_3=8$,所以 a