

高二选择性必修(第二册)答案页第4期

函数 $f(x)$ 的极大值为 $f(-1)=25$,极小值为 $f(2)=-2$,直线 $y=3$ 与 $f(x)$ 的图象仅有1个公共点,D正确.故选ACD.

11.AD 提示:对于A,因为 $V_{B_1-A_1D_1F}=V_{F-A_1B_1D_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle A_1B_1D_1}\times 1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$,故A正确;
对于B,以 D 为原点, DA,DC,DD_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴,建立空间直角坐标系,则 $D(0,0,0),B(1,1,0),A_1(1,0,1),B_1(1,1,1),E\left(0,0,\frac{1}{2}\right)$,

则 $\overrightarrow{DB}=(1,1,0),\overrightarrow{DA_1}=(1,0,1),\overrightarrow{B_1E}=\left(-1,-1,-\frac{1}{2}\right)$,
设平面 A_1BD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,
则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DB}=x+y=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DA_1}=x+z=0,\end{cases}$ 故可取 $\boldsymbol{n}=(1,-1,-1)$,
由 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{B_1E}=-1+1+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\neq 0$,知 \boldsymbol{n} 与 $\overrightarrow{B_1E}$ 不垂直,
故直线 B_1E 与平面 A_1BD 不平行,故B错误;
对于C,因为 $A(1,0,0),C(0,1,0),C_1(0,1,1)$,所以 $\overrightarrow{AC_1}=(-1,1,1),\overrightarrow{AC}=(-1,1,0)$,因为 P 为底面正方形 $ABCD$ 内(含边界)的动点,
不妨设 $P(m,n,0)$,则 $\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}\in[0,1],\overrightarrow{A_1P}=(m-1,n,-1)$,由题意知, $\overrightarrow{A_1P}\cdot\overrightarrow{AC_1}=1-m+n-1=n-m=0$,即 $m=n$,于是 $P(m,m,0)$,此时 $\overrightarrow{A_1P}\cdot\overrightarrow{AC}=1-m+m=1\neq 0$,则 $\overrightarrow{A_1P}$ 与 \overrightarrow{AC} 不垂直,故C错误;
对于D,由题意知平面 CDD_1C_1 的法向量可取为 $\boldsymbol{m}=(1,0,0)$,又 $\overrightarrow{B_1E}=\left(-1,-1,-\frac{1}{2}\right)$,
设直线 B_1E 与平面 CDD_1C_1 所成角为 θ ,则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{B_1E},\boldsymbol{m}\rangle|=\frac{|\overrightarrow{B_1E}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\overrightarrow{B_1E}|\cdot|\boldsymbol{m}|}=\frac{1}{\frac{3}{2}\times 1}=\frac{2}{3}$,故D正确.故选AD.

三、填空题

12. $\frac{2}{3}$ 提示:由题意得,存在 m,n 使得 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{m}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{nc}$,即 $(2,3,4)=m(0,1,2)+n(1,0,0)$,

故 $\begin{cases}2=n, \\ 3x=m, \\ 4=2m,\end{cases}$ 解得 $m=2,x=\frac{2}{3}$.

13. $14+6\sqrt{5};-5+3\sqrt{5}$ 提示:由 $x^2+y^2+4x-2y-4=0$,得 $(x+2)^2+(y-1)^2=9$, x^2+y^2 的几何意义为圆 $(x+2)^2+(y-1)^2=9$ 上的动点到原点距离的平方.
因为圆心 $(-2,1)$ 到原点的距离为 $\sqrt{5}$,所以圆上的动点到原点距离的最大值为 $\sqrt{5}+3$,
则 x^2+y^2 的最大值是 $(\sqrt{5}+3)^2=14+6\sqrt{5}$.
令 $2x-y=t$,则 $-t$ 是直线 $2x-y=t$ 在 y 轴上的截距,
当直线 $2x-y=t$ 与圆相切时,直线 $2x-y=t$ 在 y 轴上的截距,一个是最大值,一个是最小值,
此时,圆心 $(-2,1)$ 到直线 $2x-y=t$ 的距离 $d=\frac{|-4-1-t|}{\sqrt{5}}=3$,解得 $t=-5\pm 3\sqrt{5}$,所以 $2x-y$ 的最大值为 $-5+3\sqrt{5}$.

14. $(-4,1)$ 提示:由 $f(x)=2x-\sin 2x$,得 $f'(x)=2-2\cos 2x=2(1-\cos 2x)\geq 0$,
所以函数 $f(x)=2x-\sin 2x$ 是 \mathbf{R} 上的增函数.
又由 $f(-x)=-2x-\sin(-2x)=-(-2x-\sin 2x)=-f(x)$,得函数 $f(x)$ 是奇函数,
则由 $f(x^2)+f(3x-4)<0$,得 $f(x^2)<f(4-3x)$,
所以 $x^2<4-3x$,解得 $-4< x<1$.所以该不等式的解集为 $(-4,1)$.

四、解答题

15.解:(1)由 $a_{n+1}-a_n=2$,可知数列 $\{a_n\}$ 是公差 $d=2$ 的等差数列,
又 $a_5=5$,得 $a_5=a_1+(5-1)\times d$,解得 $a_1=-3$,
故 $a_n=-3+2(n-1)$,即 $a_n=2n-5(n\in\mathbf{N}_+)$.

(2)由题意可知, $b_n=\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}=\frac{1}{(2n-5)(2n-3)}$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-5}-\frac{1}{2n-3}\right),$$

$$\text{则 } T_n=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{-3}-\frac{1}{-1}\right)+\left(\frac{1}{-1}-\frac{1}{1}\right)+\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n-5}-\frac{1}{2n-3}\right)\right]=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2n-3}\right)=-\frac{n}{6n-9}.$$

16.(1)证明:由题意知,以 A 为原点, AB,AC,AA_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴,建立空间直角坐标系,
因为 $AB=AC=2$,且 $AA_1=4,\overrightarrow{CC_1}=4\overrightarrow{CE}$,
所以 $A(0,0,4),C(0,2,0),A(0,0,0),B(2,0,0),E(0,2,1)$,
所以 $\overrightarrow{A_1C}=(0,2,-4),\overrightarrow{AB}=(2,0,0),\overrightarrow{AE}=(0,2,1)$,
设 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$ 是平面 ABE 的法向量,
则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\perp\overrightarrow{AB}, \\ \boldsymbol{m}\perp\overrightarrow{AE},\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AB}=2x=0, \\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AE}=2y+z=0,\end{cases}$
取 $y=1$,得 $\boldsymbol{m}=(0,1,-2)$,
所以 $\overrightarrow{A_1C}\perp\boldsymbol{m}$,即 $\overrightarrow{A_1C}\perp\boldsymbol{m}$,所以 $A_1C\perp$ 平面 ABE .

数学人教A



扫码免费下载
习题讲解ppt

第13期

第2~3版综合测试(五)参考答案

一、单项选择题

1.A 提示:设直线 $\sqrt{3}x-y-3=0$ 的倾斜角为 α ,且 $\alpha\in[0,\pi)$,
直线 $\sqrt{3}x-y-3=0$ 的斜率 $k=\sqrt{3}$,所以 $\tan\alpha=\sqrt{3}$,即 $\alpha=\frac{\pi}{3}$.故选A.

2.A 提示:设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,
由 $\begin{cases}a_1+a_2=1, \\ a_2+a_3=2,\end{cases}$ 可得 $\begin{cases}a_1+aq=1, \\ a_1q+aq^2=2,\end{cases}$ 解得 $a_1=\frac{1}{3},q=2$,所以 $S_3=\frac{\frac{1}{3}\times(1-2^3)}{1-2}=\frac{7}{3}$.故选A.

3.B 提示: $f'(x)=2\ 024+\ln x+x\cdot\frac{1}{x}=2\ 025+\ln x$,
由 $f'(x_0)=2\ 025$,所以 $2\ 025+\ln x_0=2\ 025$,
则 $\ln x_0=0$,解得 $x_0=1$.故选B.

4.A 提示:因为 $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AE}$,所以 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BA}\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AE})=\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AE}=2\times 2\times\cos 60^\circ+2\times 1\times\cos 120^\circ=1$.
故选A.

5.A 提示:以 D 为坐标原点,直线 DA,DC,DD_1 分别为 x 轴, y 轴, z 轴,建立空间直角坐标系,
则 $D_1(0,0,3),E(1,2,3),A(2,0,0),C(0,2,0)$,
所以 $\overrightarrow{AD_1}=(-2,0,3),\overrightarrow{CE}=(1,0,3)$,
设异面直线 CE 与 AD_1 所成角为 θ ,
则 $\cos\theta=\frac{|\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{AD_1}|}{|\overrightarrow{CE}|\cdot|\overrightarrow{AD_1}|}=\frac{|-2+0+9|}{\sqrt{10}\times\sqrt{13}}=\frac{7\sqrt{130}}{130}$,

即异面直线 CE 与 AD_1 所成角的余弦值为 $\frac{7\sqrt{130}}{130}$.
故选A.

6.B 提示:由圆 $C:x^2+y^2-2x-3=0$,配方得 $(x-1)^2+y^2=4$,知圆心为 $C(1,0)$,半径为2,
过点 $C(1,0)$ 作 $CD\perp AB$ 于 D ,由 $C(1,0)$ 到直线 $l:x-y+1=0$ 的距离为 $|CD|=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,

则 $|AB|=2|AD|=2\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$,故 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}|AB|\cdot|CD|=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$.故选B.

7.C 提示:因为 $\overrightarrow{F_1B}=\overrightarrow{BA}$,所以点 B 为线段 F_1A 的中点,
又因为 $F_2A\perp F_1A$,所以 $OB\perp F_1A$,
可得 $\angle F_1OB=\angle AOB$.因为直线 OA,OB 是双曲线的渐近线,由双曲线的对称性可知 $\angle AOF_2=\angle F_1OB$,
所以 $\angle AOF_2=\angle F_1OB=\angle AOB=\frac{\pi}{3}$,所以直线 OA 的斜率为 $\frac{b}{a}=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$,所以 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{1+3}=2$,所以双曲线 C 的离心率为2.故选C.

8.C 提示:由题意得, $f'(x)=\ln x-ax-1$,因为 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,所以 $f'(x)=\ln x-ax-1\leq 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立,即 $a\geq\frac{\ln x-1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立.
设 $g(x)=\frac{\ln x-1}{x},x\in(0,+\infty)$,则 $g'(x)=\frac{2-\ln x}{x^2}$.由 $g'(x)>0$,得 $0<x<e^2$;由 $g'(x)<0$,得 $x>e^2$.
则 $g(x)$ 在 $(0,e^2)$ 内单调递增,在 $(e^2,+\infty)$ 上单调递减,
从而 $g(x)\leq g(e^2)=\frac{1}{e^2}$,故 $a\geq\frac{1}{e^2}$,即 a 的取值范围是 $\left[\frac{1}{e^2},+\infty\right)$.故选C.

二、多项选择题

9.ACD 提示:对于A,若 $m>n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $\frac{x^2}{\frac{1}{m}}+\frac{y^2}{\frac{1}{n}}=1$,因为 $m>n>0$,所以 $0<\frac{1}{m}<\frac{1}{n}$,即该方程表示焦点在 y 轴上的椭圆,故A正确;

对于B,若 $m=n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $x^2+y^2=\frac{1}{n}$.此时该方程表示圆心在原点,半径为 $\frac{\sqrt{n}}{n}$ 的圆,故B错误;

对于C,若 $n>m>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $\frac{x^2}{\frac{1}{m}}+\frac{y^2}{\frac{1}{n}}=1$,
因为 $n>m>0$,所以 $\frac{1}{m}>\frac{1}{n}>0$,故该方程表示焦点在 x 轴上的椭圆,故C正确;

对于D,若 $m=0,n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $y^2=\frac{1}{n}$,即 $y=\pm\frac{\sqrt{n}}{n}$,此时该方程表示平行于 x 轴的两条直线,故D正确.故选ACD.

10.ACD 提示:依题意,函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ,求得 $f'(x)=2x(2x-3)+2(x^2-6)=6(x+1)(x-2)$,
当 $x<-1$ 或 $x>2$ 时, $f'(x)>0$,当 $-1<x<2$ 时, $f'(x)<0$,
函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1),(2,+\infty)$ 上单调递增,在 $(-1,2)$ 内单调递减,A正确,B错误;
由 $f(x)=0$,得 $x=\pm\sqrt{6}$ 或 $x=\frac{3}{2}$,函数 $f(x)$ 有3个零点,C正确;

对于B,若 $m=n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $x^2+y^2=\frac{1}{n}$.此时该方程表示圆心在原点,半径为 $\frac{\sqrt{n}}{n}$ 的圆,故B错误;

对于C,若 $n>m>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $\frac{x^2}{\frac{1}{m}}+\frac{y^2}{\frac{1}{n}}=1$,
因为 $n>m>0$,所以 $\frac{1}{m}>\frac{1}{n}>0$,故该方程表示焦点在 x 轴上的椭圆,故C正确;

对于D,若 $m=0,n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $y^2=\frac{1}{n}$,即 $y=\pm\frac{\sqrt{n}}{n}$,此时该方程表示平行于 x 轴的两条直线,故D正确.故选ACD.

11.ACD 提示:依题意,函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ,求得 $f'(x)=2x(2x-3)+2(x^2-6)=6(x+1)(x-2)$,
当 $x<-1$ 或 $x>2$ 时, $f'(x)>0$,当 $-1<x<2$ 时, $f'(x)<0$,
函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1),(2,+\infty)$ 上单调递增,在 $(-1,2)$ 内单调递减,A正确,B错误;
由 $f(x)=0$,得 $x=\pm\sqrt{6}$ 或 $x=\frac{3}{2}$,函数 $f(x)$ 有3个零点,C正确;

对于B,若 $m=n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $x^2+y^2=\frac{1}{n}$.此时该方程表示圆心在原点,半径为 $\frac{\sqrt{n}}{n}$ 的圆,故B错误;

对于C,若 $n>m>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $\frac{x^2}{\frac{1}{m}}+\frac{y^2}{\frac{1}{n}}=1$,
因为 $n>m>0$,所以 $\frac{1}{m}>\frac{1}{n}>0$,故该方程表示焦点在 x 轴上的椭圆,故C正确;

对于D,若 $m=0,n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $y^2=\frac{1}{n}$,即 $y=\pm\frac{\sqrt{n}}{n}$,此时该方程表示平行于 x 轴的两条直线,故D正确.故选ACD.

12.ACD 提示:依题意,函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ,求得 $f'(x)=2x(2x-3)+2(x^2-6)=6(x+1)(x-2)$,
当 $x<-1$ 或 $x>2$ 时, $f'(x)>0$,当 $-1<x<2$ 时, $f'(x)<0$,
函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1),(2,+\infty)$ 上单调递增,在 $(-1,2)$ 内单调递减,A正确,B错误;
由 $f(x)=0$,得 $x=\pm\sqrt{6}$ 或 $x=\frac{3}{2}$,函数 $f(x)$ 有3个零点,C正确;

对于B,若 $m=n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $x^2+y^2=\frac{1}{n}$.此时该方程表示圆心在原点,半径为 $\frac{\sqrt{n}}{n}$ 的圆,故B错误;

对于C,若 $n>m>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $\frac{x^2}{\frac{1}{m}}+\frac{y^2}{\frac{1}{n}}=1$,
因为 $n>m>0$,所以 $\frac{1}{m}>\frac{1}{n}>0$,故该方程表示焦点在 x 轴上的椭圆,故C正确;

对于D,若 $m=0,n>0$,则 $mx^2+ny^2=1$ 可化为 $y^2=\frac{1}{n}$,即 $y=\pm\frac{\sqrt{n}}{n}$,此时该方程表示平行于 x 轴的两条直线,故D正确.故选ACD.

17.解:(1)由题意知, $f(x)$ 的定义域为 $(-1,+\infty)$.当 $a=0$ 时, $f(x)=\frac{2x}{e^x}$,则 $f'(x)=\frac{2(1-x)}{e^x}$.令 $f'(x)>0$,得 $-1<x<1$;令 $f'(x)<0$,得 $x>1$.

所以 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 内单调递增,在 $(1,+\infty)$ 上单调递减,所以 $f(x)_{\max}=f(1)=\frac{2}{e}$.

(2)因为 $f(x)=\frac{2x}{e^x}+a\ln(x+1)$,

所以 $f'(x)=\frac{2e^x-e^x\cdot 2x}{(e^x)^2}+\frac{a}{x+1}=\frac{ae^x-2x^2+2}{(x+1)e^x}$,
令 $g(x)=ae^x-2x^2+2$,则 $g'(x)=ae^x-4x$.

当 $a=0$ 时,由(1)知 $f(x)_{\max}=\frac{2}{e}>0$,不满足题意;

当 $a>0$ 时, $x\in[0,+\infty)$, $\frac{2x}{e^x}>0,a\ln(x+1)\geq 0$,

所以 $f(x)\geq 0$ 恒成立,不满足题意.

当 $a<0$ 时, $g'(x)\leq 0$ 在 $[0,+\infty)$ 上恒成立,所以 $g(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减,所以 $g(x)\leq g(0)=a+2$.

①当 $a\leq -2$ 时,因为 $g(x)\leq g(0)\leq 0$,所以 $f'(x)\leq 0$,所以 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减,

所以 $f(x)\leq f(0)=0$,所以 $a\leq -2$ 满足题意;

②当 $-2< a<0$ 时,因为 $g(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减,且 $g(0)=a+2>0,g(1)=ae<0$,

所以存在 $x_0\in(0,1)$,使得 $g(x_0)=0$,当 $x\in(0,x_0)$ 时, $g(x)>0$,即 $f'(x)>0$,

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时, $g(x)<0$,即 $f'(x)<0$,所以 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 内单调递增,在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递减,因为 $f(0)=0$,所以 $f(x)\leq 0$,即 $f'(x)>0$,不满足题意.

综上,实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-2]$.

18.(1)证明:连接 DF,OF ,因为 AA_1,BB_1 为圆柱 OO_1 的母线,所以四边形 A_1B_1BA 为矩形,所以 $A_1B_1\parallel AB$.且 $A_1B_1=AB$,因为 D,F 分别是 AA_1,BB_1 的中点,所以 $DF\parallel A_1B_1$,因为 $DF\subset$ 平面 $A_1B_1C,A_1B_1\subset$ 平面 A_1B_1C ,所以 $DF\parallel$ 平面 A_1B_1C .因为 OF 分别为 BC,BB_1 的中点,所以 $OF\parallel B_1C$,因为 $OF\subset$ 平面 $A_1B_1C,B_1C\subset$ 平面 A_1B_1C ,所以 $OF\parallel$ 平面 A_1B_1C .因为 $DF\cap OF=F$,所以平面 $DOF\parallel$ 平面 A_1B_1C .因为 $OD\subset$ 平面 DOF ,所以 $OD\parallel$ 平面 A_1B_1C .

(2)解:因为 BC 是圆 O 的直径,所以 $\angle BAC=90^\circ$,所以 AB,AC,AA_1 两两互相垂直,

以 A 为坐标原点, AB,AC,AA_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴,建立空间直角坐标系,
设 $AB=1$,则 $A(0,0,0),A_1(0,0,2),B_1(1,0,2),C(0,1,0),F(1,0,1)$,

所以 $\overrightarrow{AF}=(1,0,1),\overrightarrow{A_1B_1}=(1,0,0),\overrightarrow{A_1C}=(0,1,-2)$,设平面 A_1B_1C 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}=x=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{A_1C}=y-2z=0,\end{cases}$ 解得 $x=0$,令 $z=1$,得 $y=2$,所以 $\boldsymbol{n}=(0,2,1)$,设 AF 与平面 A_1B_1C 所成角为 θ ,所以 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{AF},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AF}|}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{AF}|}=\frac{1}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$,所以 AF 与平面 A_1B_1C 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

19.(1)解:设 P 点坐标为 (x,y) ,因为直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$,点 $A(-2,0),B(2,0)$,所以 $\frac{y}{x+2}\cdot\frac{y}{x-2}=-\frac{1}{4}$,即 $\frac{x^2}{4}+y^2=1(x\neq\pm 2)$.

所以曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1(x\neq\pm 2)$.

(2)证明:设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$,
由 $\begin{cases}y=kx+m, \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1,\end{cases}$ 整理得 $(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-4=0$,
则 $x_1+x_2=-\frac{8km}{4k^2+1},x_1x_2=\frac{4m^2-4}{4k^2+1}$,
由直线 $MA:y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$,得 $E\left(0,\frac{2y_1}{x_1+2}\right)$,
直线 $MB:y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$,得 $F\left(0,\frac{-2y_2}{x_2-2}\right)$,
因为 $\overrightarrow{EO}=3\overrightarrow{OF}$,所以 $\frac{-2y_1}{x_1+2}=3\cdot\frac{-2y_2}{x_2-2}$,
所以 $(kx_1+m)(x_2-2)=3(kx_2+m)(x_1+2)$,
所以 $2kx_1x_2+(2k+3m)(x_1+x_2)+4(k-m)x_2+8m=0$,
所以 $2k\cdot\frac{4m^2-4}{4k^2+1}+(2k+3m)\cdot\frac{-8km}{4k^2+1}+4(k-m)x_2+8m=0$,
化简得 $(k-m)[4km-2+(4k^2+1)x_2]=0$ 对任意 x_2 都成立,所以 $k=m$,
故直线 l 过定点 $(-1,0)$.

要求纵截距 $-c$ 的最小值,即 c 的最大值,故 $x-y$ 的最大值为 $2\sqrt{2}$,故D错误.故选AC.

11.ABC 提示:由方程 $f(x)=x$ 有唯一根,即 $a\ln x-x^2=0(a>0)$ 有唯一根.

令 $g(x)=a\ln x-x^2$,可得 $g'(x)=\frac{a-2x^2}{x}=0$,解得 $x=\sqrt{\frac{a}{2}}$.

当 $x\in\left(0,\sqrt{\frac{a}{2}}\right)$ 时, $g'(x)>0$;

当 $x\in\left(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty\right)$ 时, $g'(x)<0$.

所以函数 $g(x)=a\ln x-x^2$ 在 $\left(0,\sqrt{\frac{a}{2}}\right)$ 内单调递增,在 $\left(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty\right)$ 上单调递减,所以 $g(x)_{\max}=g\left(\sqrt{\frac{a}{2}}\right)=\frac{a}{2}\left(\ln\frac{a}{2}-1\right)$,
且当 x 趋近于0或 $+\infty$ 时, $g(x)$ 趋近于 $-\infty$,

由题意知, $g(x)_{\max}=0$,可得 $a=2e$,此时 $x=\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{e}$,故A,B正确;

此时 $f(x)=\frac{2e\ln x}{x}$,可得 $f'(x)=\frac{2e(1-\ln x)}{x^2}$,
当 $x\in(0,e)$ 时, $f'(x)>0$,当 $x\in(e,+\infty)$ 时, $f'(x)<0$;
可知 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 内单调递增,在 $(e,+\infty)$ 上单调递减,所以 $f(x)$ 的极大值为 $f(e)=2$,无极小值,故C正确,D错误.故选ABC.

三、填空题

12.25 提示:因为 $\{a_n\}$ 是公比 $q=\frac{1}{2}$ 的等比数列,
所以 $a_3+a_6+a_9+\cdots+a_{96}=(a_1+a_4+a_7+\cdots+a$

一、单项选择题

1.B 提示:由题意知, $a^2=16$,得 $a=4$,则 $2a=8$,由双曲线的定义,可得 $|MF_1|-|MF_2|=2a=8$,

因为 $|MF_1|=3|MF_2|$,所以 $3|MF_2|-|MF_2|=8$,解得 $|MF_2|=4$.故选B.

2.A 提示:由 $f(x)=x^2+\ln x$,得 $f'(x)=2x+\frac{1}{x}$.

所以 $f'(1)=2+1=3$,所以 $f(x)=x^2+\ln x$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程是 $y-1=3(x-1)$,即 $3x-y-2=0$.故选A.

3.D 提示:当直线过原点时,在两坐标轴上的截距都为0,满足题意,

又因为直线过点 $A(1,4)$,所以直线的斜率为 $\frac{4-0}{1-0}=4$,所以直线方程为 $y=4x$,即 $4x-y=0$;

当直线不过原点时,设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{-a}=1$,因为点

$A(1,4)$ 在直线上,所以 $\frac{1}{a}+\frac{4}{-a}=1$,解得 $a=-3$,所以直线方程为 $x-y+3=0$.故所求直线方程为 $4x-y=0$ 或 $x-y+3=0$.故选D.

4.C 提示:由 $D^2+E^2-4F>0$,得 $(4m)^2+(-2)^2-4(4m^2-m)>0$,即 $4m+4>0$,解得 $m>-1$.故选C.

5.C 提示:以 D 为原点, DA,DC,DD_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴,建立空间直角坐标系,因为正方体的棱长为4,

则 $F(2,0,0),E(4,2,0),P(0,1,4),G(4,4,2)$,所以 $\overrightarrow{EF}=(-2,-2,0),\overrightarrow{FP}=(-2,1,4),\overrightarrow{EG}=(0,2,2)$,

设平面 PEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

由 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{FP}=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -2x-2y=0, \\ -2x+y+4z=0, \end{cases}$

取 $x=1$,得 $y=-1,z=\frac{3}{4}$,所以 $\boldsymbol{n}=\left(1,-1,\frac{3}{4}\right)$.

所以点 G 到平面 PEF 的距离为 $d=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EG}|}{|\boldsymbol{n}|}=\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1+1+\frac{9}{16}}}=\frac{2\sqrt{41}}{41}$.故选C.

6.C 提示:设羊主人应赔偿 a_1 斗,则马主人应赔偿 $2a_1$ 斗,牛主人应赔偿 $4a_1$ 斗,由题意得, $a_1+2a_1+4a_1=7a_1=5$,所以 $a_1=\frac{5}{7}$,所以马主人应赔偿 $2a_1=\frac{10}{7}$ (斗).故选C.

7.D 提示:根据题意, $f'(x)=3x^2+6ax+b$,因为函数 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处有极值点,

所以 $f'(-1)=3-6a+b=0$ 且 $f'(-1)=-1+3a-b+a^2=0$,所以 $a=1,b=3$ 或 $a=2,b=9$.当 $a=1,b=3$ 时, $f'(x)=3x^2+6x+3=3(x+1)^2\geq 0$ 恒成立,此时函数 $f(x)$ 无极值点;

当 $a=2,b=9$ 时, $f'(x)=3x^2+12x+9=3(x+1)(x+3)$,此时 $x=-1$ 是函数 $f(x)$ 的极值,满足条件.所以 $a=2,b=9$,所以 $a-b=-7$.故选D.

8.B 提示:因为 $\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$,不妨令 $|AF_2|=2|F_2B|=2m(m>0)$,由过 F_2 的直线交椭圆于 A,B 两点,且由椭圆的定义可得, $|AF_1|+|AF_2|=2a,|BF_1|+|BF_2|=2a$,

则 $|BF_1|=2a-m,|AF_1|=2a-2m$.

又因为 $\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$,所以 $AF_1\perp AF_2$,则 $\triangle F_1AF_2$ 和 $\triangle F_1AB$ 都是直角三角形.

由勾股定理,可得 $|AF_1|^2+|AB|^2=|BF_1|^2$,

即 $(2a-2m)^2+9m^2=(2a-m)^2$,解得 $m=\frac{a}{3}$.

所以 $|AF_1|=\frac{4a}{3},|AF_2|=\frac{2a}{3}$,又 $|F_1F_2|=2c,|AF_1|^2+|AF_2|^2=|F_1F_2|^2$,所以 $\frac{16a^2}{9}+\frac{4a^2}{9}=4c^2$,解得 $\frac{c^2}{a^2}=\frac{5}{9}$,所以椭圆 E 的离心率为 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.故选B.

二、多项选择题

9.BC 10.ACD 提示: $f'(x)=\ln x+1,x>0$,对于 A ,当 $x>1$ 时, $f'(x)=\ln x+1>1>0$,所以 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,故A正确;

对于 B,C ,令 $f'(x)=0$,得 $x=\frac{1}{e}$,当 $x\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 时, $f'(x)<0$, $f(x)$ 单调递减,

当 $x\in\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 时, $f'(x)>0,f(x)$ 单调递增,所以当 $x=\frac{1}{e}$ 时, $f(x)$ 取得最小值 $-\frac{1}{e}$,故C正确;

当 $0<x<1$ 时, $f(x)<0$,当 $x>1$ 时, $f(x)>0$,所以函数 $f(x)$ 只有1个零点,故B错误;

对于 $D,f'(1)=0,f''(1)=1$,所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程为 $y=x-1$,故D正确.

故选ACD.

11.ACD 提示:圆 $(x-5)^2+(y-5)^2=16$ 的圆心为 $M(5,5)$,半径为4.

因为 $A(4,0),B(0,2)$,所以直线 AB 的方程为 $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$,

即 $x+2y-4=0$,圆心 M 到直线 AB 的距离为 $\frac{|5+2\times 5-4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{11}{\sqrt{5}}=\frac{11\sqrt{5}}{5}$,所以点 P 到直线 AB 的距离的最小值为 $\frac{11\sqrt{5}}{5}-4$,最大值为 $\frac{11\sqrt{5}}{5}+4$,故A正确,B错误;

当 $\angle PBA$ 最大或最小时, PB 与圆 M 相切,连接 MP,BM ,可知 $PM\perp PB$,则 $|BM|=\sqrt{(0-5)^2+(2-5)^2}=\sqrt{34},|MP|=4$,由勾股定理,得 $|BP|=\sqrt{|BM|^2-|MP|^2}=3\sqrt{2}$,故C,D正确.

故选ACD.
三、填空题
12.(2,-2) 提示:原方程可变形为 $2x-y-6+\lambda(x-y-4)=0$,令 $\begin{cases} 2x-y-6=0, \\ x-y-4=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=-2. \end{cases}$ 所以该直线所过的定点的坐标为 $(2,-2)$.
13. $x^2+y^2-2x-3=0$ 提示:设 $M(x,y)$,则有 $(x-2)^2+(y-0)^2+x^2+y^2=10$,化简得 $x^2+y^2-2x-3=0$,即点 M 的轨迹方程是 $x^2+y^2-2x-3=0$.

14.65 提示:由 n 阶幻方填入 $1,2,3,\cdots,n^2$,共 n 列,这 n^2 个数字之和为 $1+2+3+\cdots+n^2$,由这 n 列之和都相等,则每一列和 $N_n=\frac{1+2+3+\cdots+n^2}{n}=\frac{n^2(1+n^2)}{n}=n(1+n^2)$,故 $N_5=\frac{5\times(1+25)}{2}=5\times 13=65$.

四、解答题
15.解:(1)由圆 $C:x^2+y^2-8y+12=0$,得 $x^2+(y-4)^2=4$,其圆心为 $C(0,4)$,半径 $r=2$,若直线 l 与圆 C 相切,则圆心 C 到直线 l 距离 $d=\frac{|4+2a|}{\sqrt{1+a^2}}=2$,解得 $a=-\frac{3}{4}$.

(2)由(1)知,圆心 C 到直线 l 的距离 $d=\frac{|4+2a|}{\sqrt{1+a^2}}$,所以 $d=\frac{|4+2a|}{\sqrt{1+a^2}}=\sqrt{2}$,整理得 $a^2+8a+7=0$,解得 $a=-1$ 或 $a=-7$,则直线 l 为 $x-y+2=0$ 或 $7x-y+14=0$.

16.解:(1)因为数列 $\{3^n\}$ 是首项为3,公比为9的等比数列,

所以 $3^n=3\times 9^{n-1}=3^{2n-1}$,所以 $a_n=2n-1$.由 $b_1+\frac{b_2}{3}+\frac{b_3}{3^2}+\cdots+\frac{b_n}{3^{n-1}}=3n$,得 $b_1=3$,当 $n\geq 2$ 时, $b_1+\frac{b_2}{3}+\frac{b_3}{3^2}+\cdots+\frac{b_{n-1}}{3^{n-2}}=3(n-1)$,两式相减,得 $\frac{b_n}{3^{n-1}}=3$,即 $b_n=3^n$.

又当 $n=1$ 时, $b_1=3$ 也符合,所以 $b_n=3^n$.(2)设 $c_n=\frac{a_n}{b_n}=(2n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^n$,则 $S_n=1\times\frac{1}{3}+3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+\cdots+(2n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^n$,故 $\frac{1}{3}S_n=1\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3+\cdots+(2n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$,两式相减,得 $\frac{2}{3}S_n=1\times\frac{1}{3}+2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+2\times\left(\frac{1}{3}\right)^3+\cdots+2\times\left(\frac{1}{3}\right)^n-(2n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$,

即 $\frac{2}{3}S_n=\frac{1}{3}+\frac{\frac{2}{3}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{3}}-(2n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}=\frac{2}{3}-\frac{2n+2}{3^{n+1}}$,所以 $S_n=1-\frac{n+1}{3^n}$.

17.(1)证明:连接 C_1G 并延长,交 A_1B_1 于点 D ,则 D 为 A_1B_1 的中点,连接 BD,DQ .

因为 $ABC-A_1B_1C_1$ 为直三棱柱,所以平面 ABC //平面 $A_1B_1C_1,A_1B_1$ // $AB,A_1B_1=AB$,

又 D,Q 分别为 A_1B_1,AB 的中点,所以 A_1D // $BQ,A_1D=BQ$,

所以四边形 BQA_1D 为平行四边形,所以 BD // A_1Q ,又 $BD\subset$ 平面 $A_1CQ,A_1Q\subset$ 平面 A_1CQ ,所以 BD //平面 A_1CQ .

又因为平面 $CQDC_1$ //平面 $ABC=CQ$,平面 $CQDC_1$ //平面 $A_1B_1C_1=C_1D$,

所以 C_1D // CQ ,因为 $C_1D\not\subset$ 平面 A_1CQ,CQC 平面 A_1CQ ,所以 C_1D //平面 A_1CQ .

因为 $BD,C_1D\subset$ 平面 BDC_1 ,且 $BD\cap C_1D=D$,所以平面 BDC_1 //平面 A_1CQ ,又 $PG\subset$ 平面 BDC_1 ,所以 PG //平面 A_1CQ .

(2)解:以 A 为原点,分别以 AC,AB,AA_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴,建立空间直角坐标系,

设 $AQ=m(0<m<3)$,则 $A_1(0,0,3),B_1(0,3,3),C_1(3,0,3),C(3,0,0),Q(0,m,0),G(1,1,3)$,所以 $\overrightarrow{CQ}=(-3,m,0),\overrightarrow{QA_1}=(0,-m,3)$,

由直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$,可得 P 为 B_1C 的中点,所以 $\overrightarrow{PC}=\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$,则 $\overrightarrow{PG}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$,以 $P\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$,则 $\overrightarrow{PG}=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{2})$.

设平面 A_1CQ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

由 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CQ}=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{QA_1}=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -3x+my=0, \\ -my+3z=0, \end{cases}$ 取 $x=m$,则 $\boldsymbol{n}=(m,3,m)$,

因为直线 PG 与平面 A_1CQ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{33}}{33}$,所以 $\frac{|\overrightarrow{PG}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{PG}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{\left|m-\frac{3}{2}\right|}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{9}{4}}\times\sqrt{2m^2+9}}=\frac{\sqrt{33}}{33}$,

整理得 $(5m-3)(m-3)=0$,解得 $m=\frac{3}{5}$ 或 $m=3$ (舍去),所以 $AQ=\frac{3}{5}$.

18.解:(1)由题意得, $2c=2\sqrt{2},c=\sqrt{2}$,又 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,则 $a=2$,则 $b^2=a^2-c^2=2$,所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.(2)由题意设 $E(x_1,y_1),F(x_2,y_2)$,

由 $\begin{cases} x=ty+\frac{3}{2}, \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1, \end{cases}$ 整理得 $(t^2+2)y^2+3ty-\frac{7}{4}=0$,则 $y_1+y_2=-\frac{3t}{t^2+2},y_1y_2=-\frac{7}{4(t^2+2)}$,故 $|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{\frac{9t^2}{(t^2+2)^2}+\frac{7}{t^2+2}}=\frac{\sqrt{16t^2+14}}{t^2+2}$.

设直线 l 与 x 轴的交点为 $D\left(\frac{3}{2},0\right)$,又 $A\left(-\frac{5}{2},0\right)$,则 $|AD|=\frac{3}{2}-\left(-\frac{5}{2}\right)=4$,

故 $S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}|AD|\cdot|y_1-y_2|=2\times\frac{\sqrt{16t^2+14}}{t^2+2}=\frac{\sqrt{46}}{2}$,结合 $t>0$,解得 $t=\sqrt{2}$.

19.(1)解:当 $a=0$ 时, $f(x)=\ln x-x$,则 $f'(x)=\frac{1}{x}-1$,所以 $k=f'(1)=0$,

又 $f(1)=-1$,所以所求的切线方程为 $y+1=0$.

(2)解: $f'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$,当 $0<x<1$ 时, $f'(x)>0,f(x)$ 单调递增;

当 $x>1$ 时, $f'(x)<0,f(x)$ 单调递减.所以 $f(x)\leq f(1)=-1+a$,又 $f(x)<0$,所以 $-1+a<0$,即 $a<1$,所以 a 的取值范围为 $(-\infty,1)$.

(3)证明:由 $f(x)+x\leq(x-1)e^{x-a}+1$,可得 $(x-1)e^{x-a}-\ln x+1-a\geq 0$,

即证当 $0<a\leq 1,x\geq 1$ 时, $(x-1)e^{x-a}-\ln x+1-a\geq 0$.令 $g(a)=(x-1)e^{x-a}-\ln x+1-a$,则 $g'(a)=(x-1)e^{x-a}\cdot(-1)-1=(1-x)e^{x-a}-1$,

由 $x\geq 1$ 可知, $g'(a)<0$,故 $g(a)$ 在 $(0,1]$ 上单调递减,所以 $g(a)\geq g(1)=(x-1)e^{x-1}-\ln x$.

令 $h(x)=(x-1)e^{x-1}-\ln x$,则 $h'(x)=e^{x-1}+(x-1)e^{x-1}-\frac{1}{x}=xe^{x-1}-\frac{1}{x}$,

当 $x\geq 1$ 时, $xe^{x-1}\geq 1,\frac{1}{x}\leq 1$,所以 $h'(x)\geq 0$,故 $h'(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增,所以 $h(x)\geq h(1)=0$,所以 $g(a)\geq g(1)=h(x)\geq 0$,即 $(x-1)e^{x-a}-\ln x+1-a\geq 0$,所以 $f(x)+x\leq(x-1)e^{x-a}+1$ 成立.

数学人教A

第2~3版综合测试(七)参考答案

一、单项选择题

1.D 提示: $\overrightarrow{CB_1}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{A_1B_1}=-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}=-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$.故选D.

2.D 提示:因为直线 $l_1:2x-y+1=0$ 和直线 $l_2:2x-y+t=0$ 间的距离为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

所以 $\frac{|1-t|}{\sqrt{4+1}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,解得 $t=-1$ 或 $t=3$.故选D.

3.D 提示:设圆心坐标 $C(a,b)$,由圆心 C 与点 P 关于直线 $x-y+1=0$,即 $y=x+1$ 对称,得到直线 CP 与 $y=x+1$ 垂直,

由 $y=x+1$ 的斜率为1,得直线 CP 的斜率为-1,所以 $\frac{1-b}{-2-a}=-1$,化简得 $a+b+1=0$,①

再由 CP 的中点在直线 $y=x+1$ 上,得到 $\frac{1+b}{2}=\frac{a-2}{2}+1$,化简得 $a-b-1=0$,②

联立①②,可得 $a=0,b=-1$,所以圆心 C 的坐标为 $(0,-1)$,所以圆 C 的标准方程为 $x^2+(y+1)^2=9$.故选D.

4.B 提示: $\{b_n\}$ 前几项为 $3,5,7,9,11$,所以数列 $\{b_n\}$ 是以3为首项,2为公差的等差数列,

所以 $b_2=2n+1$,所以 $b_2=17$.故选B.

5.C 提示:以 D 为原点, DA,DC,DD_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴,建立空间直角坐标系,设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2,得 $A_1(2,0,2),M(1,1,0),B(2,2,0),N(1,1,2)$,则 $\overrightarrow{MA_1}=(1,-1,2),\overrightarrow{BN}=(-1,-1,2)$,设异面直线 A_1M 与 BN 所成角为 θ ,

则 $\cos\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{MA_1},\overrightarrow{BN}\rangle\right|=\frac{|\overrightarrow{MA_1}\cdot\overrightarrow{BN}|}{|\overrightarrow{MA_1}|\cdot|\overrightarrow{BN}|}=\frac{4}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2}{3}$.故选C.

6.B 提示:令 $g(x)=\frac{f(x)}{e^{2x}}$,

则 $g'(x)=\frac{f'(x)e^{2x}-2e^{2x}\cdot f(x)}{(e^{2x})^2}=\frac{f'(x)-2f(x)}{e^{2x}}$,

因为 $f'(x)>2f(x)$,所以 $g'(x)>0$,即函数 $g(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增,

又 $a>0$,所以 $g(a)>g(0)$,即 $\frac{f(a)}{e^{2a}}>\frac{f(0)}{e^0}$,即 $f(a)>e^{2a}f(0)$.故选B.

7.B 提示:设以 $F_2(c,0)$ 为圆心, a 为半径的圆与双曲线的一条渐近线 $bx-ay=0$ 交于 A,B 两点,

则 F_2 到渐近线 $bx-ay=0$ 的距离 $d=\frac{|bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}=b$,得 $|AB|=2\sqrt{a^2-b^2}$,由已知 $3|AB|>|F_1F_2|$,得 $3\times 2\sqrt{a^2-b^2}>2c$,得 $9a^2-9b^2>c^2$,即 $9a^2-9(c^2-a^2)>c^2$,则 $5c^2<9a^2$,所以 $\frac{c^2}{a^2}<\frac{9}{5}$,

则 $e<\frac{3\sqrt{5}}{5}$,又 $e>1$,则双曲线的离心率的取值范围是 $\left(1,\frac{3\sqrt{5}}{5}\right)$.故选B.

8.D 提示:易知 $\frac{e^a}{a}=9\ln 11,\frac{e^b}{b}=10\ln 10,\frac{e^c}{c}=11\ln 9$,不妨设 $f(x)=\frac{e^x}{x},x\in(1,+\infty)$,得 $f'(x)=\frac{(x-1)e^x}{x^2}$,当 $x>1$ 时, $f'(x)>0,f(x)$ 单调递增,要比较 a,b,c 的大小关系,此时只需比较 $f(a),f(b),f(c)$ 的大小关系.即比较 $9\ln 11,10\ln 10,11\ln 9$ 的大小关系.

设 $g(x)=(20-x)\ln x$,函数 $g(x)$ 定义域为 $(1,+\infty)$,得 $g'(x)=-\ln x+\frac{20}{x}-1$,

设 $h(x)=\ln x+\frac{20}{x}-1$,函数 $h(x)$ 定义域为 $(1,+\infty)$,可得 $h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{20}{x^2}<0$,

所以 $h(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减,又 $h(8)=-\ln 8+\frac{20}{8}-1=\frac{3}{2}-\ln 8<\frac{3}{2}-\ln e^2<0$,

所以当 $x>8$ 时, $h(x)<0$,即 $g'(x)<0,g(x)$ 单调递减,所以 $g(11)<g(10)<g(9)$,即 $9\ln 11<10\ln 10<11\ln 9$,此时 $f(a)<f(b)<f(c)$,则 $c>b>a$.故选D.

二、多项选择题
9.AC 提示: $(\sin x)'=\cos x$,A正确; $(e^{2x})'=2e^{2x}$,B错误; $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$,C正确; $(\log_2 x)'=\frac{1}{x\cdot\ln 2}$,D错误.故选AC.

10.ACD 提示:对于 A ,由等比数列的性质有 $S_9-S_6=\frac{S_6-S_3}{S_3}$,即 $\frac{S_9-12}{12-4}=\frac{S_6-4}{4}$,解得 $S_9=28$,故A错误;

对于 $B,a_n=a_1q^{n-1}=\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1},S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^n}{1-\frac{3}{4}}=4-\frac{3}{4}$,故B正确;

对于 C ,由 $a_4a_7=a_5a_6=-8$,又 $a_4+a_7=2$,

高二选择性必修(第二册)答案页第4期

解得 $\begin{cases} a_4=-2, \\ a_7=4, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_4=4, \\ a_7=-2, \end{cases}$

当 $\begin{cases} a_4=-2, \\ a_7=4 \end{cases}$ 时,即 $\begin{cases} a_1q^3=-2, \\ a_1q^6=4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1=1, \\ q=\sqrt[3]{-2}, \end{cases}$

故 $a_4+a_{10}=1+(\sqrt[3]{-2})^9=1-8=-7\neq-6$,故C错误;

对于 D ,由 $a_5=4a_3$,有 $\frac{a_5}{a_3}=q^2=4$,即 $q=\pm 2$,故 $a_n=2^{n-1}$ 或 $a_n=(-2)^{n-1}$,故D错误.故选ACD.

11.ABD 提示:由椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$,得 $a^2=4,b^2=3$,则 c^2