

## 高考版答案页第6期

0.004 4,故A正确;对于B,用电量不超过200 kW·h的频率为 $50\times(0.002\ 4+0.003\ 6+0.00\ 6)=0.6$ ,所以户数为 $1\ 500\times 0.6=900$ ,故B正确;对于C,平均数 $\bar{x}=(75\times 0.002\ 4+125\times 0.003\ 6+175\times 0.006+225\times 0.004\ 4+275\times 0.002\ 4+325\times 0.001\ 2)\times 50=186(\text{kW}\cdot\text{h})$ ,因为 $(0.002\ 4+0.003\ 6)\times 50=0.3$ , $0.3+0.006\times 50=0.6$ ,设中位数为 $x\ \text{kW}\cdot\text{h}$ ,则 $x$ 在 $[150,200)$ 内,所以 $50\times(0.002\ 4+0.003\ 6)+(x-150)\times 0.006=0.5$ ,解得 $x\approx 183.33$ ,所以平均数大于中位数,故C错误;对于D,设第45百分位数为 $y$ ,由C项知, $y$ 在 $[150,200)$ 内,所以 $50\times(0.002\ 4+0.003\ 6)+(y-150)\times 0.006=0.45$ ,解得 $y=175$ ,故D正确.故选ABD.

11.AB 提示:对于A,由表格,可知 $x$ 越大, $y$ 越大,所以 $y$ 与 $x$ 有正相关关系,所以相关系数 $r>0$ .故A正确;对于B, $\bar{x}=\frac{5+6+8+9+12}{5}=8$ , $\bar{y}=\frac{16+20+25+28+36}{5}=25$ ,则样本点的中心为 $(8,25)$ ,将 $(8,25)$ 代入 $\hat{y}=\hat{b}x+2.6$ ,得 $8\hat{b}+2.6=25$ ,解得 $\hat{b}=2.8$ ,故B正确;对于C,因为 $\hat{y}=2.8x+2.6$ ,当 $x=15$ 时, $\hat{y}=2.8\times 15+2.6=44.6$ ,则该产品的收益大约是44.6万元,故C错误;对于D,因为 $\hat{y}=2.8x+2.6$ ,当 $x=12$ 时, $\hat{y}=2.8\times 12+2.6=36.2$ ,则残差为 $y-\hat{y}=36-36.2=-0.2$ ,故D错误.故选AB.

## 三、填空题

12.60 提示:由题意,得 $\bar{x}_A=90$ , $s_A^2=30$ , $\bar{x}_B=80$ , $s_B^2=40$ ,所以 $\bar{x}=\frac{20}{20+30}\times 90+\frac{30}{20+30}\times 80=84$ (分),所以全班学生的平均成绩为84分,全班学生成绩的方差为 $s^2=\frac{20}{20+30}\times[30+(90-84)^2]+\frac{30}{20+30}\times[40+(80-84)^2]=60$ .

13.5% 提示:由列联表的数据,得 $\chi^2=\frac{200\times(40\times 70-20\times 70)^2}{60\times 140\times 110\times 90}\approx 4.714$ ,因为 $4.714>3.841$ ,所以认为是否购买该款盲盒与性别有关出错的可能性为5%.

14.17.5 提示:因为 $(0.06+0.08+0.02)\times 5=0.8<0.85$ , $(0.06+0.08+0.02+0.02)\times 5=0.9>0.85$ ,所以 $w$ 在 $[15,20)$ 内,所以 $(0.06+0.08+0.02)\times 5+0.02(w-15)=0.85$ ,解得 $w=17.5$ .

## 四、解答题

15.解:(1)由 $5+10+20+a+25+10=100$ ,解得 $a=30$ ,由 $0.05+0.1+0.2=0.35<0.5$ , $0.05+0.1+0.2+0.3=0.65>0.5$ ,设中位数为 $y$ ,则 $y$ 在 $[70,80)$ 内,所以 $0.35+\frac{0.3}{10}(y-70)=0.5$ ,解得 $y=75$ .平均数 $\bar{x}=45\times 0.05+55\times 0.10+65\times 0.20+75\times 0.30+85\times 0.25+95\times 0.10=74$ .

(2)由表可知,落在 $[50,60)$ 的分数有10个,落在 $[60,70)$ 的分数有20个,所以 $\bar{x}=\frac{10\times 56+20\times 65}{10+20}=62$ , $s^2=\frac{10}{10+20}\times[7+(56-62)^2]+\frac{20}{10+20}\times[4+(65-62)^2]=23$ ,所以两组成绩的总平均数 $\bar{e}=62$ ,总方差 $s^2=23$ .

16.解:(1)甲机床生产的产品中一级品的频率为 $\frac{150}{200}=\frac{3}{4}$ .乙机床生产的产品中一级品的频率为 $\frac{120}{200}=\frac{3}{5}$ .

(2) $\chi^2=\frac{400\times(150\times 80-120\times 50)^2}{270\times 130\times 200\times 200}\approx 10.256>6.635$ ,依据小概率率 $\alpha=0.010$ 的独立性检验,所以甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异.

17.解:(1)由表可知, $\bar{x}=\frac{1}{3}\times(9+9.5+10+10.5+11)=10$ ,

$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(11+10+8+6+5)=8$ ,则 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{392-5\times 10\times 8}{502.5-5\times 10^2}=-3.2$ , $\hat{a}=8-(-3.2)\times 10=40$ ,所以 $y$ 关于 $x$ 的回归直线方程为 $\hat{y}=-3.2x+40$ .

(2)当 $x=8$ 时, $\hat{y}=-3.2\times 8+40=14.4$ ,因为 $|\hat{y}-y|=|14.4-15|=0.6<0.65$ ,所以可以认为(1)中所得到的回归直线方程是理想的.

## 数学

## 第21期

## 第2~3版同步周测参考答案

## 一、单项选择题

1.C 提示:根据题意,可得 $\frac{n}{400+320+280}=0.2$ ,解得 $n=200$ .故选C.

2.D 提示:由题意,得该社区21岁至65岁的居民这次共有 $840+700+560=2\ 100$ (人),设抽样调查抽取的总人数为 $n$ ,则 $\frac{n}{2\ 100}=\frac{100}{700}$ ,解得 $n=300$ .故选D.

3.B 提示:因为10名学生成绩从低到高依次为75,80,85,85,90,90,95,95,100,105,且 $10\times 60\%=6$ ,所以这组数据的60%分位数为第6个数和第7个数的平均数 $\frac{90+95}{2}=92.5$ .故选B.

4.C 提示:由频率分布直方图,得 $(0.01+0.02+a+0.005)\times 20=1$ ,解得 $a=0.015$ ,因为成绩落在 $[60,80)$ 的频率为 $0.015\times 20=0.3$ ,所以成绩位于区间 $[60,80)$ 的人数约为 $800\times 0.3=240$ .故选C.

5.D 提示:对于A,决定系数 $R^2$ 越大,模型的拟合效果越好,故A正确;对于B,若变量 $x$ 和 $y$ 之间的样本相关系数为 $r=-0.999$ ,则变量 $x$ 和 $y$ 之间的负相关很强,故B正确;对于C,残差平方和越小的模型,拟合的效果越好,故C正确;对于D,在经验回归方程 $\hat{y}=-2x+0.8$ 中,当解释变量 $x$ 每增加1个单位时,响应变量 $\hat{y}$ 平均减少2个单位,故D错误.故选D.

6.D 提示:对于A, $5\times 40\%=2$ ,所以这组数据的40%分位数是 $\frac{x_2+x_3}{2}$ ,故A错误;对于B, $x_2,x_3,x_4$ 的平均数不一定小于 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5$ 的平均数,例如-10,1,2,3,4中,1,2,3的平均数为2,但-10,1,2,3,4的平均数为0,所以-10,1,2,3,4中,1,2,3的平均数大于-10,1,2,3,4的平均数,故B错误;对于C, $x_2,x_3,x_4$ 的方差不一定大于 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5$ 的方差,例如-10,1,2,3,4中,1,2,3的方差为 $\frac{2}{3}$ ,-10,1,2,3,4的方差为26,所以-10,1,2,3,4中,1,2,3的方差小于-10,1,2,3,4的方差,故C错误;对于D, $x_4-x_2<x_5-x_1$ ,所以 $x_2,x_3,x_4$ 的极差小于 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5$ 的极差,故D正确.故选D.

7.B 提示:由题意,得 $\bar{x}=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$ ,因为线性回归方程为 $\hat{y}=-0.08x+2.14$ 过样本点的中心 $(\bar{x},\bar{y})$ ,所以 $\bar{y}=-0.08\bar{x}+2.14=-0.08\times 3+2.14=1.9$ ,

则 $\frac{1.7+2.4+2.0+t+1.6}{5}=1.9$ ,解得 $t=1.8$ .故选B.

8.C 提示:根据题意,不妨设 $a=4m$ , $b=m$ , $c=3m$ , $d=2m$ ,所以 $\chi^2=\frac{10m\times(4m\times 2m-3m\times m)^2}{5m\times 5m\times 7m\times 3m}=\frac{10m}{21}$ ,因为依据 $\alpha=0.05$ 的独立性检验认为喜欢短视频和性别不独立,所以 $\frac{10m}{21}\geq 3.841$ ,解得 $m\geq 8.066\ 1$ ,又 $m\in\mathbf{N}_+$ ,所以 $m$ 的最小值为9.故选C.

## 二、多项选择题

9.CD 提示:设该组数据从小到大依次为 $a,b,c,d,e$ ,则 $c=19$ , $d=e=21$ ,因为极差为4,所以 $e-a=21-a=4$ ,所以 $a=17$ .对于A,该组数据中最小的数据为17,故A错误;对于B,该组数据从小到大依次为17, $b$ ,19,21,21,因为这组数据均为整数,且唯一众数为21,则 $b=18$ ,所以该组数据的平均数为 $\bar{x}=\frac{17+18+19+21+21}{5}=19.2>19$ ,故B错误;对于C,因为 $5\times 70\%=3.5$ ,则该组数据的第70百分位数为第4个数,即21,故C正确;对于D,该组数据从小到大依次为17,18,19,21,21,则第二个数字是18,故D正确.故选CD.

10.ABD 提示:对于A,由频率分布直方图,可得 $50\times(0.002\ 4+0.003\ 6+0.00\ 6+x+0.002\ 4+0.001\ 2)=1$ ,解得 $x=$

(2)设事件A为“输入的问题没有语法错误”,事件B为“一个问题能被ChatGPT正确回答”,由题意,得 $P(\bar{A})=0.1$ , $P(B|A)=0.98$ , $P(B|\bar{A})=0.18$ ,所以 $P(A)=1-P(\bar{A})=0.9$ ,所以 $P(B)=P(BA)+P(B\bar{A})=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})\cdot P(B|\bar{A})=0.98\times 0.9+0.18\times 0.1=0.9$ .

(3)设小张答对的题数为 $X$ ,则 $X$ 的所有可能取值是8,9,则 $P(X=8)=\frac{C_8^8C_1^0}{C_{10}^9}=\frac{9}{10}$ , $P(X=9)=\frac{C_9^0}{C_{10}^9}=\frac{1}{10}$ ,

所以 $E(X)=8\times\frac{9}{10}+9\times\frac{1}{10}=8.1$ ,

$D(X)=(8-8.1)^2\times\frac{9}{10}+(9-8.1)^2\times\frac{1}{10}=0.09$ .

设ChatGPT答对的题数为 $Y$ ,则 $Y\sim B(9,0.9)$ ,则 $E(Y)=9\times 0.9=8.1$ , $D(Y)=9\times 0.9\times(1-0.9)=0.81$ .

18.解:(1)由题意可知,甲公司至少答对2道题目包括答对2题和答对3题两种情况,则所求概率为 $P=\frac{C_2^2C_8^2}{C_6^4}+$

$\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{4}{5}$ .

(2)设甲公司答对的题数为 $X$ ,则 $X$ 的所有可能取值是1,2,3,则 $P(X=1)=\frac{C_1^1C_5^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}$ , $P(X=2)=\frac{C_2^2C_1^1}{C_6^3}=\frac{3}{5}$ ,

$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{5}$ ,

所以 $X$ 的分布列为

$X$	1	2	3
$P$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

所以 $E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=2$ , $D(X)=(1-2)^2\times\frac{1}{5}+(2-2)^2\times\frac{3}{5}+(3-2)^2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$ .

设乙公司答对的题数为 $Y$ ,则 $Y$ 的所有可能取值是0,1,2,3,因为乙公司能正确回答每道题目的概率均为 $\frac{2}{3}$ ,

所以 $Y\sim B\left(3,\frac{2}{3}\right)$ ,则 $P(Y=0)=C_3^0\times\left(\frac{2}{3}\right)^0\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$ ,

$P(Y=1)=C_3^1\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$ ,

$P(Y=2)=C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{4}{9}$ ,

$P(Y=3)=C_3^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^0=\frac{8}{27}$ ,

所以 $Y$ 的分布列为

$Y$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

所以 $E(Y)=3\times\frac{2}{3}=2$ , $D(Y)=3\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$ ,

因为 $E(X)=E(Y)$ , $D(X)<D(Y)$ ,所以甲公司竞标成功的可能性更大.

19.解:(1)由题意,得预赛成绩在 $[60,80)$ 范围内的样本量为 $0.012\ 5\times 20\times 100=25$ .预赛成绩在 $[80,100]$ 范围内的样本量为 $0.007\ 5\times 20\times 100=15$ .设抽取的2人中预赛成绩优良的人数为 $X$ , $X$ 的所有可能取值为0,1,2,所以 $P(X\geq 1)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{C_{15}^1C_{25}^1+C_{15}^2C_{25}^0}{C_{40}^2}=\frac{8}{13}$ ,又 $P(X=$

$0)=\frac{C_{25}^2}{C_{40}^2}=\frac{5}{13}$ , $P(X=1)=\frac{C_{25}^1C_{15}^1}{C_{40}^2}=\frac{25}{52}$ , $P(X=2)=\frac{C_{15}^2}{C_{40}^2}=\frac{7}{52}$ ,

所以 $X$ 的分布列为

$X$	0	1	2
$P$	$\frac{5}{13}$	$\frac{25}{52}$	$\frac{7}{52}$

所以 $E(X)=0\times\frac{5}{13}+1\times\frac{25}{52}+2\times\frac{7}{52}=\frac{3}{4}$ .

(2)由题意,得 $\mu=\bar{x}=(10\times 0.005+30\times 0.01+50\times 0.015+70\times 0.012\ 5+90\times 0.007\ 5)\times 20=53$ ,又 $\sigma^2=362$ ,则 $\sigma\approx 19$ , $Z\sim N(53,362)$ ,所以 $P(Z>91)=P(Z>\mu+2\sigma)=\frac{1}{2}\times[1-P(\mu-2\sigma\leq Z\leq\mu+2\sigma)]\approx 0.022\ 75$ ,所以全市参加预赛学生中,成绩高于91分的有 $12\ 000\times 0.022\ 75=273$ 人,因为 $273<300$ ,所以估计小明有资格参加复赛.

$D(\xi)=np(1-p)$ ,又 $E(2\xi)=24$ , $D(\xi)=8$ ,且 $E(2\xi)=2E(\xi)$ ,

所以 $\begin{cases} np=12, \\ np(1-p)=8, \end{cases}$ 解得 $p=\frac{1}{3}$ .故选C.

5.B 提示:设数学成绩为随机变量 $X$ ,则 $X\sim N(89,13^2)$ ,且 $P(76\leq X\leq 102)\approx 0.682\ 7$ .

所以 $P(X>102)=\frac{1-P(76\leq X\leq 102)}{2}\approx 0.158\ 65$ ,所以

该校数学成绩高于102分的人数,即该学生数学成绩的年级排名大约是 $800\times 0.158\ 65\approx 127$ .故选B.

6.D 提示:由二项分布的概率公式,得 $P(X=2)=C_3^2\times 0.2^2\times 0.8=0.096$ ,故A错误;因为 $X\sim B(7,0.8)$ ,所以当 $X=k$ 时, $P(X=k)=C_7^k\cdot 0.8^k\cdot 0.2^{7-k}$ ,当 $k\geq 1$ 时, $\frac{P(X=k)}{P(X=k-1)}=$

$\frac{4(8-k)}{k}$ ,由 $\frac{4(8-k)}{k}\geq 1$ ,解得 $1\leq k\leq \frac{32}{5}$ , $k\in\mathbf{N}_+$ ,即当 $k=6$ 时,

概率最大,故B错误;因为至少有一黑球包含的基本事件为“一黑一红,两黑”,至少有一个红球包含的基本事件为“一黑一红,两红”,所以至少有一个黑球与至少有一个红球不是互斥事件,故C错误;设摸出红球的个数为 $k$ ,则 $P(X=k)=\frac{C_{10}^kC_{30}^{3-k}}{C_{30}^3}(k=0,1,2,3,4,5)$ ,所以摸到红球的个数服从超几何分布,故D正确.故选D.

7.A 提示:因为 $E(X_1)=0+p_1\left(\frac{1}{3}+p_1\right)+\left(\frac{2}{3}-p_1\right)(1+p_1)=$

$\frac{2}{3}$ ,所以 $E(X_1)=E(X_2)$ ,又 $D(X_1)=\frac{1}{3}\times\left(0-\frac{2}{3}\right)^2+p_1\left(\frac{1}{3}+p_1-\frac{2}{3}\right)^2+$

$\left(\frac{2}{3}-p_1\right)\left(1+p_1-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{3}p_1^2+\frac{4}{9}p_1+\frac{2}{9}=\frac{2}{3}\left(p_1-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{27}$ ,所以

$D(X_1)=\frac{2}{3}\left(p_1-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{27}$ ,因为 $p_1+p_2=\frac{2}{3}$ , $D(X_2)=\frac{2}{3}\left(p_2-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{27}=\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}-p_1-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{27}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}-p_1\right)^2+\frac{8}{27}=D(X_1)$ .

综上, $E(X_1)=E(X_2)$ , $D(X_1)=D(X_2)$ .故选A.

8.A 提示:不妨设每一轮训练通过的概率为 $p$ ,由题意,得 $p=2p_1^2+p_2^2+C_2^1p_1^2\cdot(1-p_2)\cdot p_2+C_2^1p_1\cdot(1-p_1)\cdot p_2^2=-3p_1^2p_2^2+2p_1p_2(p_1+p_2)=-3p_1^2p_2^2+\frac{8}{3}p_1p_2$ ,因为 $p_1+p_2=\frac{4}{3}$ ,所以 $0<p_1p_2\leq\left(\frac{p_1+p_2}{2}\right)^2=\frac{4}{9}$ ,当且仅当 $p_1=p_2=\frac{2}{3}$ 时,等号成立,易知函数

$y=-3x^2+\frac{8}{3}x$ 开口向下,对称轴为 $x=\frac{4}{9}$ ,所以 $0<-3p_1^2p_2^2+$

$\frac{8}{3}p_1p_2\leq\frac{16}{27}$ .又每局结果相互独立,记甲、乙在 $n$ 轮训练中

训练过关的轮数为 $X$ ,所以 $X\sim B(n,p)$ ,所以 $E(X)=np=n\left(-3p_1^2p_2^2+\frac{8}{3}p_1p_2\right)=16$ ,得 $n=\frac{16}{-3p_1^2p_2^2+\frac{8}{3}p_1p_2}\geq\frac{16}{27}=27$ ,所以甲、乙两人训练的轮数至少为27.故选A.

## 二、多项选择题

9.ACD 提示:由离散型随机变量分布列的性质,得 $2a+0.25+a=1$ ,解得 $a=0.25$ ,故A正确; $X$ 的分布列为

$X$	-2	1	3
$P$	0.5	0.25	0.25

所以 $E(X)=(-2)\times 0.5+1\times 0.25+3\times 0.25=0$ ,故B错误; $D(X)=0.5\times(-2-0)^2+0.25\times(1-0)^2+0.25\times(3-0)^2=4.5$ ,故C正确; $P(0.5<X<3.5)=P(X=1)+P(X=3)=0.5$ ,故D正确.故选ACD.

10.BC 提示:对于A,因为配重 $X$ 符合正态分布 $N(27.5,4)$ ,所以配重的平均数为27.5 kg,故A错误;对于B,由配重 $X$ 符合正态分布 $N(27.5,4)$ ,可知 $\mu=27.5$ , $\sigma=2$ ,所以 $P(23.5\leq X\leq 29.5)=P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)+P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)-\frac{1}{2}P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)-\frac{1}{2}P(\mu-\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)\approx 0.954\ 5-\frac{1}{2}\times(0.954\ 5-0.682\ 7)=0.818\ 6$ ,故B正确,C正确;对于D,

因为 $P(X>33.5)=P(X>\mu+3\sigma)=\frac{1}{2}[1-P(\mu-3\sigma\leq X\leq\mu+3\sigma)]\approx\frac{1}{2}\times(1-0.997\ 3)=0.001\ 35$ ,所以1 000个使用该器材的人中,配重超过33.5 kg的约有 $1\ 000\times 0.001\ 35=1.35\approx 2$ 人,故D错误.故选BC.

11.ACD 提示:因为 $X\sim N(70,\sigma^2)$ ,且 $P(X\geq 80)=$

20%,所以 $P(X\geq 60)=80\%$ ,故A正确;因为 $Y\sim B\left(5,\frac{1}{5}\right)$ ,所以 $P(Y=2)=C_5^2\times\left(\frac{1}{5}\right)^2\times\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{128}{625}$ ,故B错误;因为 $E(Y)=5\times\frac{1}{5}=1$ , $D(Y)=5\times\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{4}{5}$ ,故C正确.D正确.故选ACD.

## 三、填空题

12. $\frac{8}{27}$  提示:由题意,得所求概率为 $P=C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{8}{27}$ .

13.2.4 提示:由分布列的性质,得 $0.3+p+0.3=1$ ,则 $p=0.4$ ,所以 $E(X)=0\times 0.3+1\times 0.4+2\times 0.3=1$ ,则 $D(X)=0.3\times(0-1)^2+0.4\times(1-1)^2+0.3\times(2-1)^2=0.6$ ,所以 $D(2X-1)=4\cdot D(X)=2.4$ .

14.0.3 提示:由题意,得样本中澧水船工号子的人数为 $20\times\frac{20}{200}=2$ ,所以 $X$ 的所有可能取值为0,1,2.且服从超几何分布,所以 $P(X=0)=\frac{C_{18}^3}{C_{20}^3}=\frac{68}{95}$ , $P(X=1)=\frac{C_2^1C_{18}^2}{C_{20}^3}=\frac{51}{190}$ , $P(X=2)=\frac{C_2^2C_{18}^0}{C_{20}^3}=\frac{3}{190}$ ,所以 $E(X)=0\times\frac{68}{95}+1\times\frac{51}{190}+2\times\frac{3}{190}=0.3$ .

## 四、解答题

15.解:(1)由题意,得甲恰好套中1个西瓜的概率为 $C_3^1\times\frac{3}{5}\times\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{36}{125}$ .

(2)随机变量 $X$ 的所有可能取值为0,1,2.

由题意,得 $P(X=0)=\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{15}$ ,

$P(X=1)=\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{8}{15}$ ,

$P(X=2)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$ ,

所以随机变量 $X$ 的分布列为

$X$	0	1	2
$P$	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{5}$

又  $B=\overline{A_1}A_2A_3A_4+A_1\overline{A_2}A_3A_4+A_1A_2\overline{A_3}A_4$ ，所以  $P(B)=C_3^3\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{3}{16}$ .

(2) 设事件  $C$  为“甲、乙两队比赛 3 局，甲队获得最终胜利”，事件  $D$  为“前 3 局甲队明星队员 M 上场比赛”，因为每名队员上场顺序是随机的，所以  $P(D)=\frac{C_2^2A_3^3}{A_3^3}=\frac{3}{5}$ ，又

$P(\overline{D})=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$ ， $P(C|D)=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$ ， $P(C|\overline{D})=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$ ，

所以由全概率公式，得  $P(C)=P(D)P(C|D)+P(\overline{D})P(C|\overline{D})=\frac{3}{5}\times\frac{3}{16}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{8}=\frac{13}{80}$ .

(3) 根据贝叶斯公式，由(2)得，所求概率为  $P(D|C)=\frac{P(CD)}{P(C)}=\frac{P(C|D)P(D)}{P(C)}=\frac{\frac{3}{16}\times\frac{3}{5}}{\frac{13}{80}}=\frac{9}{13}$ .

19.(1)解：设事件  $A_1$  表示“第 1 天选择绿豆汤”，事件  $A_2$  表示“第 2 天选择绿豆汤”，则  $\overline{A_1}$  表示“第 1 天选择银耳羹”， $\overline{A_2}$  表示“第 2 天选择银耳羹”，根据题意，得  $P(A_1)=\frac{2}{3}$ ， $P(\overline{A_1})=\frac{1}{3}$ ， $P(A_2|A_1)=\frac{1}{3}$ ， $P(\overline{A_2}|\overline{A_1})=\frac{1}{2}$ ，则

$P(A_2|\overline{A_1})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ，所以  $P(A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+P(\overline{A_1})P(A_2|\overline{A_1})=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{18}$ .(2)证明：设事件  $A_n$  表示“第  $n$  天选择绿豆汤”，则  $P_n=P(A_n)$ ， $P(\overline{A_n})=1-P_n$ ，由题意，得  $P(A_{n+1}|A_n)=\frac{1}{3}$ ， $P(\overline{A_{n+1}}|\overline{A_n})=\frac{1}{2}$ ，则  $P(A_{n+1}|\overline{A_n})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ，由全概率公式，得  $P(A_{n+1})=P(A_n)P(A_{n+1}|A_n)+P(\overline{A_n})P(A_{n+1}|\overline{A_n})=\frac{1}{3}P_n+\frac{1}{2}(1-P_n)=-\frac{1}{6}P_n+\frac{1}{2}$ ，即  $P_{n+1}=\frac{1}{6}P_n+\frac{1}{2}$ ，整理得， $P_{n+1}-\frac{3}{7}=-\frac{1}{6}\left(P_n-\frac{3}{7}\right)$ ，又  $P_1=P(A_1)=\frac{2}{3}$ ，则  $P_1-\frac{3}{7}=\frac{5}{21}\neq 0$ ，所以数列  $\left\{P_n-\frac{3}{7}\right\}$  是以  $\frac{5}{21}$  为首项， $-\frac{1}{6}$  为公比的等比数列.

(3)解：由(2)得， $P_n=\frac{5}{21}\times\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{3}{7}$ ，由题意，得只需  $P_n>1-P_n$ ，即  $P_n>\frac{1}{2}(n=1,2,\cdots,10)$ ，则  $\frac{5}{21}\times\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{3}{7}>\frac{1}{2}$ ，得  $\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}>\frac{3}{10}(n=1,2,\cdots,10)$ ，当  $n$  为偶数时，上式不成立，所以  $n$  必为奇数. 当  $n=1,3,5,7,9$  时，考虑  $\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}>\frac{3}{10}$  的解，当  $n=1$  时，不等式为  $1>\frac{3}{10}$ ，显然成立. 当  $n=3$  时， $\left(\frac{1}{6}\right)^2-\frac{3}{10}<0$ ，不成立. 又  $y=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$  单调递减，所以当  $n=5,7,9$  时，不等式都不成立.

综上，该同学只有 1 天选择绿豆汤的概率大于选择银耳羹的概率.第 24 期第 2~3 版同步周测参考答案一、单项选择题1.B 提示：根据分布列的性质，得  $\frac{1}{3}+m+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=1$ ，解得  $m=\frac{1}{4}$ ，所以  $P(|X-3|=1)=P(4)+P(2)=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$ .故选 B.2.D 提示：因为  $Y=3X-2$ ，所以当  $Y=-2$  时， $3X-2=-2$ ，得  $X=0$ . 又随机变量  $X$  服从两点分布， $P(X=1)=0.6$ ，所以  $P(Y=-2)=P(X=0)=1-P(X=1)=1-0.6=0.4$ .故选 D.3.D 提示：由题意，得  $E(X)=-1\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ ，所以  $D(X)=\frac{1}{2}\times\left(-1+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\times\left(0+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{6}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$ ，又  $Y=\frac{1}{2}X+2$ ，所以  $D(Y)=D\left(\frac{1}{2}X+2\right)=\frac{1}{4}D(X)=\frac{5}{36}$ .故选 D.4.C 提示：因为随机变量  $\xi\sim B(n,p)$ ，所以  $E(\xi)=np$ ，

## 数学

“抽到的配件来自于 A 制造厂”，事件  $E_2$  为“抽到的配件来自于 B 制造厂”，事件  $E_3$  为“抽到的配件来自于 C 制造厂”，由题意，得  $P(E_1)=15\%$ ， $P(E_2)=80\%$ ， $P(E_3)=5\%$ ， $P(D|E_1)=0.02$ ， $P(D|E_2)=0.01$ ， $P(D|E_3)=0.03$ ，所以  $P(D)=P(E_1)P(D|E_1)+P(E_2)P(D|E_2)+P(E_3)P(D|E_3)=0.15\times 0.02+0.8\times 0.01+0.05\times 0.03=0.012 5$ ，所以所求概率为  $P(E_3|D)=\frac{P(DE_3)}{P(D)}=\frac{P(E_3)P(D|E_3)}{P(D)}=\frac{0.05\times 0.03}{0.012 5}=\frac{3}{25}$ .故选 A.

### 二、多项选择题

9.BD 提示：因为  $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ ，

$P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(B)=\frac{4}{5}$ ， $P(A+B)=\frac{7}{15}$ ，所以  $P(AB)=P(A)+$

$P(B)-P(A+B)=\frac{1}{3}+\frac{4}{5}-\frac{7}{15}=\frac{2}{3}$ ，故 A 错误；因为事件  $A,B$

相互独立， $P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(B)=\frac{4}{5}$ ，所以  $P(AB)=P(A)P(B)=\frac{4}{15}$ ，故 B 正确；因为事件  $A$  与  $C$  互斥，所以  $P(AC)=0$ ，故 C 错误；因为  $P(A)=P(AC)+P(A\overline{C})$ ， $P(AC)=0$ ，所以  $P(A\overline{C})=$

$P(A)=\frac{1}{3}$ ，故 D 正确.故选 BD.

10.BC 提示：由题意，得样本空间为  $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ，事件  $A=\{2,5,8\}$ ，事件  $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ ，事件  $C=\{7,8,9\}$ . 因为  $A\cap C=\{8\}$ ，所以事件  $A$  与事件  $C$  不是互斥事件，故 A 错误；因为  $B\cup C=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}=\Omega$ ， $B\cap C=\emptyset$ ，所以事件  $B$  与事件  $C$  是对立事件，故 B 正确；因为  $A\cap B=\{2,5\}$ ，则  $P(AB)=\frac{2}{9}$ ，又  $P(A)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ ， $P(B)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ ，所以  $P(AB)=P(A)P(B)$ ，则事件  $A$  与事件  $B$  相互独立，故 C 正确；因为  $A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,8\}$ ，则  $P(A\cup B)=\frac{7}{9}$ ，所以  $P(A\cup B)\neq P(A)+P(B)$ ，故 D 错误.故选 BC.

11.AC 提示：设“第  $i$  次去 A 洗车店”为事件  $A_i$ ，“第  $i$  次去 B 洗车店”为事件  $B_i(i=1,2)$ ，由题意，得  $P(A_1)=\frac{3}{5}$ ，

$P(B_1)=\frac{2}{5}$ ， $P(A_2|A_1)=\frac{1}{2}$ ， $P(A_2|B_1)=\frac{3}{5}$ ，则  $P(B_2|A_1)=\frac{1}{2}$ ，

$P(B_2|B_1)=\frac{2}{5}$ ，对于 A，小王第一次去 B 洗车店，第二次也去 B 洗车店的概率为  $P(B_2B_1)=P(B_1)P(B_2|B_1)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$ ，故 A 正确；对于 B， $P(B_2)=P(A_1)P(B_2|A_1)+P(B_1)P(B_2|B_1)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{23}{50}$ ， $P(A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+P(B_1)P(A_2|B_1)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{27}{50}$ ，所以小王第二次去 B 洗车店的概率比第二次去 A 洗车店的概率小，故 B 错误；对于 C，小王第二次去了 A 洗车店，则他第一次去 A 洗车店的概率为  $P(A_1|A_2)=\frac{P(A_1A_2)}{P(A_2)}=\frac{P(A_1)P(A_2|A_1)}{P(A_2)}=\frac{\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}}{\frac{27}{50}}=\frac{5}{9}$ ，故 C 正确；对于 D，

小王第二次去了 B 洗车店，则他第一次去 A 洗车店的概率为  $P(A_1|B_2)=\frac{P(A_1B_2)}{P(B_2)}=\frac{P(A_1)P(B_2|A_1)}{P(B_2)}=\frac{\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}}{\frac{23}{50}}=\frac{15}{23}$ ，故 D 错误.故选 AC.

### 三、填空题

12. $\frac{3}{16}$  提示：根据题意，得 4 个孩子向 4 个星星许愿，一共有  $4^4=256$  种可能的许愿方式，因为 2 个孩子许愿成功的情况有  $A_2^2C_2^2=24$  种，4 个孩子许愿成功的情况有  $A_4^4=24$  种，所以至少有 2 个孩子愿望成真的概率为  $\frac{24+24}{256}=\frac{3}{16}$ .

13. $\frac{11}{36}$  提示：因为没有思路的题只好任意猜一个答案，所以没有思路的题做对的概率为  $\frac{1}{4}$ ，从这 4 道题中任选 2 题作答，分 2 种情况，①若 2 道题目都有思路，则该同

况；第三步，因为丙和甲、乙的课程都不同，所以丙的选课有  $C_3^3=3$  种情况.所以所有选课的种数为  $30\times 4\times 3=360$ .

(3)①当 A 只任教 1 门课程时，先排 A 的任教课程，有  $C_3^3=5$  种；再从剩下 5 门课程中排 B 的任教课程，有  $C_4^4=5$  种；接下来剩余 4 门课程中必有 2 门课程为同一名老师任教，分三组全排列，共有  $C_4^2A_3^3=36$  种.所以当 A 只任教 1 门课程时，共有  $5\times 5\times 36=900$  种.②当 A 任教 2 门课程时，先选 A 任教的 2 门课程有  $C_3^2=10$  种，再将余下 4 门课程安排给 4 名教师，有  $A_4^4=24$  种.所以当 A 任教 2 门课程时，共有  $10\times 24=240$  种.

综上，所有课程安排的种数为  $900+240=1 140$  种.

### 第 23 期

#### 第 2~3 版同步周测参考答案

#### 一、单项选择题

1.D 提示：在 18 组随机数中，满足条件的有 221,132,112,241,142，因为共有 5 组数据满足条件，所以估计恰好抽取三次就停止的概率为  $P=\frac{5}{18}$ .故选 D.

2.C 提示：对于 A，“至少 1 瓶中中奖”与“2 瓶都中奖”可以同时发生，则“至少 1 瓶中中奖”与“2 瓶都中奖”不是互斥事件，故 A 不符合题意；对于 B，“至多 1 瓶中中奖”与“2 瓶都中奖”是对立事件，故 B 不符合题意；对于 C，“恰有 1 瓶中中奖”与“2 瓶都不中奖”是互斥但不对立事件，故 C 符合题意；对于 D，“恰有 1 瓶中中奖”与“至多 1 瓶中中奖”可以同时发生，则“恰有 1 瓶中中奖”与“至多 1 瓶中中奖”不是互斥事件，故 D 不符合题意.故选 C.

3.A 提示：从 1,3,5,7,9 这 5 个阳数,2,4,6,8 这四个阴数中各取一个数组成两位数，基本事件总数为  $C_5^2C_4^2A_2^2=40$ ，这个两位数为“吉数”的情况为 18,36,54,72,27,45,63,81，共 8 种，所以所求概率为  $P=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$ .故选 A.

4.A 提示：设“该家族某成员出现 X 性状”为事件 A，“出现 Y 性状”为事件 B，则“X、Y 性状都不出现”为  $\overline{A}\cap\overline{B}$ ，则“X、Y 性状都出现”为  $A\cap B$ ，由题意，得  $P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(B)=\frac{2}{15}$ ， $P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{3}{5}$ ，所以  $P(A\cup B)=1-P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{2}{5}$ ，所以  $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ，所以  $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{1}{3}+\frac{2}{15}-\frac{2}{5}=\frac{1}{15}$ .故选 A.

5.C 提示：由题意，得三人中只有甲及格的概率为  $\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\left(1-\frac{7}{10}\right)=\frac{27}{250}$ ，三人中只有乙及格的概率为  $\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{7}{10}\right)=\frac{12}{250}$ ，三人中只有丙及格的概率为  $\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{7}{10}=\frac{42}{250}$ ，所以三人中只有一人及格的概率为  $\frac{27}{250}+\frac{12}{250}+\frac{42}{250}=\frac{81}{250}$ .故选 C.

6.A 提示：因为  $P(A)=\frac{1}{2}$ ， $P(\overline{B})=\frac{7}{12}$ ，所以  $P(\overline{A})=\frac{1}{2}$ ， $P(B)=\frac{5}{12}$ ，又  $\overline{A}B$  与  $A\overline{B}$  为互斥事件，所以  $P(\overline{A}B+A\overline{B})=$

$P(\overline{A}B)+P(A\overline{B})=\frac{1}{4}$ ，

又  $P(\overline{A}B)+P(AB)=P(B)$ ， $P(A\overline{B})+P(AB)=P(A)$ ，所以  $P(B)-P(AB)+P(A)-P(AB)=\frac{5}{12}+\frac{1}{2}-2P(AB)=\frac{1}{4}$ ，则

$P(AB)=\frac{1}{3}$ ，所以  $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{1}{2}+\frac{5}{12}-\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$ .故选 A.

7.D 提示：设事件 A 为“小明爬到第 4 级台阶”，事件 B 为“小明走了 3 步爬到第 4 级台阶”，根据题意，得事件 A 包含有 3 种情况，①走了 4 次 1 级台阶，其概率  $P_1=\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$ ；②走了 2 次 1 级台阶，1 次 2 级台阶，其概率  $P_2=C_2^3\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$ ，即  $P(AB)=\frac{4}{9}$ ；③走了 2 次 2 级台阶，其概率  $P_3=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$ ，所以所求小明爬到第 4 级台阶的概率  $P(A)=P_1+P_2+P_3=\frac{61}{81}$ ，所以所求概率为  $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{36}{61}$ .故选 D.

8.A 提示：设事件 D 为“抽到的是次品”，事件  $E_i$  为

种填法，所以这一步共有  $4\times 4=16$  种不同的填法；②选出一列填入 3 个数字 0，可知这一列必为已填入了一个数字 0 的列(否则就没有一列的数字之和为 4)，从而选出这一列共有 3 种选法，而该列中已经填入了一个数字 0，所以填入另外两个数字 0 有  $C_2^3=3$  种填法，这一步共有  $3\times 3=9$  种不同的填法；③当完成前面两步后，最后一个数字 0 所在行与列都有两个 0，甲有 4 个位置可选，剩下 4 个节目全排列，有  $4\times A_4^4=96$  种排法.所以不同的排法共有  $120+96=216$  种.故选 B.

#### 四、解答题

15.解：(1)因为  $\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$  的第 2 项与第 3 项的二项式系数之比为 1:3，所以  $C_1^n:C_n^{n-1}=1:3$ ，即  $\frac{n}{n(n-1)}=\frac{1}{3}$ ，解得  $n=7$ .所以  $\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^7$  的展开式的通项为  $T_{r+1}=C_7^r\cdot 2^{7-r}\cdot x^{7-\frac{3r}{2}}$ ( $r=0,1,2,\cdots,7$ )，令  $7-\frac{3r}{2}=1$ ，得  $r=4$ ，所以含  $x$  的项为  $T_5=C_7^4\cdot 2^3\cdot x=280x$ .

(2) 设第  $r+1$  项的系数最大，所以  $\begin{cases} C_7^r\cdot 2^{7-r}\geq C_7^{r+1}\cdot 2^{6-r}, \\ C_7^r\cdot 2^{7-r}\geq C_7^{r-1}\cdot 2^{8-r}, \end{cases}$ 解得  $\frac{5}{3}\leq r\leq\frac{8}{3}$ ，又  $r\in\mathbf{N}$ ，所以  $r=2$ ，所以展开式中系数的最大项为  $T_3=C_7^2\cdot 2^5\cdot x^4=672x^4$ .

16.解：(1)由题意，得不同的取法有 3 种情况.①红球 4 个，取法有  $C_2^4=1$  种；②红球 3 个和白球 1 个，取法有  $C_2^3C_1^1=24$  种；③红球 2 个和白球 2 个，取法有  $C_2^2C_2^2=90$  种.综上，红球的个数不比白球个数少的取法有  $1+24+90=115$  种.

(2) 共有两种情况，①每人都分得 2 个红球，共  $\frac{C_4^2C_2^2}{A_2^2}\times A_2^2=6$  种不同的分配方法；②一人分得 1 个红球，另一人分得 3 个红球，共  $C_1^3C_3^1A_2^2=8$  种不同的分配方法.

17.解：(1) 因为  $A_2^3=16C_2^3$ ，所以  $n(n-1)(n-2)=16\times\frac{n(n-1)}{2}$ ，又  $n\geq 3$ ，所以  $n-2=8$ ，则  $n=10$ .

(2)  $C_4^1+C_4^2+C_4^3+\cdots+C_4^4=C_4^3+C_4^3+C_4^2+\cdots+C_4^1=C_4^0+C_4^1+\cdots+C_4^4=252$ .

(3) 因为  $A_5^7<12A_7^{n-2}(n\geq 3)$ ，所以  $\frac{7!}{(7-n)!}<12\times\frac{7!}{(9-n)(8-n)(7-n)!}$ ，因为  $3\leq n\leq 7$ ，所以  $(9-n)(8-n)<12$ ，解得  $5<n<12$ ，所以  $5<n\leq 7$ ，又  $n\in\mathbf{N}$ ，所以  $n=6$  或  $n=7$ .

18.解：(1) 根据题意，将 2 个女生看成一个整体，与 4 名男生全排列即可，所以有  $A_5^3A_2^2=240$  种排法.

(2) 根据题意，把 6 本不同的书分给 4 位学生，每人至少一本，则有 1,1,1,3 或 1,1,2,2 两种分组情况.①若是 1,1,1,3 分组，则有  $\frac{C_6^3C_1^1C_1^1}{A_3^3}\times A_4^4=480$  种不同的分法；②若是 1,1,2,2 分组，则有  $\frac{C_6^2C_2^2C_1^1}{A_2^2A_2^2}\times A_4^4=1 080$  种不同的分法.所以一共有  $480+1 080=1 560$  种不同的分法.

(3) 根据题意，先在 7 人中按要求选出 6 人，分成 2 组，需要分 2 种情况讨论，①外科女医生必选，则一组内科 4 男选 1，外科 4 男选 1；另一组内科 3 女选 1，外科 3 男选 2，共有  $C_1^1C_1^1C_3^3C_3^2=144$  种分组方法；②外科女医生不选，则一组内科 3 女选 1，外科 4 男选 2；另一组内科 2 女选 1，外科 2 男选 2，共有  $C_3^3C_2^2C_3^2=36$  种分组方法.再将分好的 2 组安排到甲、乙两地，所以共有  $(144+36)\times A_2^2=360$  种不同的派法.

19.解：(1) 第一步，先将另外 4 门课程排好，有  $A_4^4=24$  种情况；第二步，将“京剧”和“剪纸”课程分别插入 5 个空隙中，有  $A_5^2=20$  种情况.所以“京剧”和“剪纸”课程排在不相邻的两周的所有排法有  $24\times 20=480$  种.

(2) 第一步，先将甲和乙的不同课程排好，有  $A_6^6=30$  种情况；第二步，将甲和乙的相同课程排好，有  $C_4^4=4$  种情

6.  $A_2=24$  种选法，对于区域 A、E，若 A 与 D 选择相同，则 E 有 2 种选法，若 A 与 D 选择不同，则 A 有 1 种选法，E 有 1 种选法，则区域 A、E 共有  $2+1\times 1=3$  种选法，所以不同的染色方案共有  $24\times 3=72$  种.故选 D.

7.B 提示：根据题意，分 2 种情况讨论.①若第一个节目排甲，剩下 5 个节目任意排，有  $A_5^5=120$  种排法；②若第一个节目排乙，甲有 4 个位置可选，剩下 4 个节目全排列，有  $4\times A_4^4=96$  种排法.所以不同的排法共有  $120+96=216$  种.故选 B.

8.B 提示：根据题意，假设可选的 4 种色彩分别为 1、2、3、4，对于正面，相邻区域不能同色必定用三种颜色，则有  $A_3^4=24$  种不同色彩设计方案，对于反面，当正面用的三色为 1、2、3 时，分 4 种情况讨论.

①反面颜色也可选 1、2、3 时，由于与正面不能同色，故对应为 2、3、1 和 3、1、2，有 2 种反面颜色；

②反面颜色选 1、2、4 时，与正面 1、2、3 对应分别为 2、1、4,2,4,1,4,1,2，有 3 种反面颜色；

③反面颜色选 1、3、4 时，同理也有 3 种反面颜色；

④反面选 2、3、4 时，同理也有 3 种反面颜色；则正面用的三色为 1、2、3 时，反面颜色对应应有  $2+3+3+3=11$  种选法，当正面用的三色为其他组合时，反面颜色也都有 11 种选法，所以不同色彩设计方案共有  $24\times 11=264$  种.故选 B.

#### 二、多项选择题

9.BCD 提示：对于 A，因为  $C_{17}^n=C_{17}^{17-n}$ ，所以  $x=2x-1$  或  $x+2x-1=17$ ，解得  $x=1$  或  $x=6$ ，故 A 错误；对于 B，因为  $A_6^6=6\times 5\times 4\times 3$ ，故 B 正确；对于 C，由  $C_6^2+C_6^3=\frac{6\times 5}{2\times 1}+\frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1}=\frac{7\times 6\times 5}{3\times 2\times 1}=C_7^3$ ，故 C 正确；对于 D，因为  $A_n^m+mA_n^{m-1}=\frac{n!}{(n-m)!}+\frac{n!}{(n-m+1)!}=\frac{n!(n-m+1)}{(n-m+1)!}+\frac{n!m}{(n-m+1)!}=\frac{n!(n+1)}{(n+1-m)!}=A_{n+1}^m$ ，故 D 正确.故选 BCD.

10.ACD 提示：对于 A，没有空盒子的方法，即 4 个球全放进 4 个盒中，没有空盒子，则共有  $A_4^4=24$  种，故 A 正确；对于 B，可以有空盒子，有 4 个球，每个球有 4 种放法，共有  $4^4=256$  种，故 B 错误；对于 C，恰有 1 个空盒子，说明另外 3 个盒子都有球，而有 4 个球，则必然有 1 个盒子中放了 2 个球，先从 4 个盒子中选一个作为空盒，再从 4 个球中选出 2 个球绑在一起，再与其余 2 个球全排列，共有  $C_4^2C_3^2A_3^3=144$  种，故 C 正确；对于 D，恰有一个小球放入自己编号的盒子中，先从 4 个盒子和 4 个球中选定标号相同的球和盒子，另外 3 球 3 盒的编号不能对应有 2 种方法，则共有  $C_4^1\times 2=8$  种，故 D 正确.故选 ACD.

11.ABC 提示：对于 A，令  $x=0$ ，则  $a_0=1$ ，故 A 正确；对于 B，令  $x=1$ ，则  $a_0+a_1+\cdots+a_{2024}=(1+2)^{2024}=3^{2024}$ ，故 B 正确；对于 C，令  $x=-1$ ，则  $a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{2024}=(1-2)^{2024}=1$ ，故 C 正确；对于 D，对已知等式两边同时求导，得  $2 024\times 2(1+2x)^{2023}=a_1+2a_2x+3a_3x^2+\cdots+2 024a_{2024}x^{2023}$ ，令  $x=-1$ ，则  $a_1-2a_2+3a_3-\cdots-2 024a_{2024}=4 048\times(1-2)^{2023}=-4 048$ ，故 D 错误.故选 ABC.

#### 三、填空题

12.7 提示：因为  $C_{n+1}^{n-1}=C_{n+1}^2=\frac{n(n+1)}{2}$ ， $\frac{1}{12}A_{n+1}^3=\frac{1}{12}n(n+1)(n-1)$ ，且  $C_{n+1}^{n-1}=\frac{1}{12}A_{n+1}^3$ ，所以  $\frac{n(n+1)}{2}=\frac{1}{12}n(n+1)(n-1)$ ，解得  $n=7$ .

13.-23 提示： $(x-3)^8$  的通项为  $T_{r+1}=C_8^r x^{8-r}(-3)^r$ ，所以当前面括号出  $x^2$  时，后面为  $C_8^r x^r(-3)^r=-24x^r$ ，当前面括号出  $x$  时，后面出  $C_8^r x^8=x^8$ ，当前面括号出  $\frac{24}{x}$  时，后面没有可以出的项，所以  $x^9$  的系数为  $-24+1=-23$ .

14.57