

## 高考版答案页第6期

0.004 4,故 A 正确;对于 B,用电量不超过 200 kW·h 的频率为  $50\times(0.002\ 4+0.003\ 6+0.00\ 6)=0.6$ ,所以户数为  $1\ 500\times0.6=900$ ,故 B 正确;对于 C,平均数  $\bar{x}=(75\times0.002\ 4+125\times0.003\ 6+175\times0.006+225\times0.004\ 4+275\times0.002\ 4+325\times0.001\ 2)\times50=186(\text{kW}\cdot\text{h})$ ,因为  $(0.002\ 4+0.003\ 6)\times50=0.3$ ,  $0.3+0.006\times50=0.6$ ,设中位数为  $x\ \text{kW}\cdot\text{h}$ ,则  $x$  在  $[150,200)$  内,所以  $50\times(0.002\ 4+0.003\ 6)+(x-150)\times0.006=0.5$ ,解得  $x\approx183.33$ ,所以平均数大于中位数,故 C 错误;对于 D,设第 45 百分位数为  $y$ ,由 C 项知, $y$  在  $[150,200)$  内,所以  $50\times(0.002\ 4+0.003\ 6)+(y-150)\times0.006=0.45$ ,解得  $y=175$ ,故 D 正确.故选 ABD.

11.AB 提示:对于 A,由表格,可知  $x$  越大, $y$  越大,所以  $y$  与  $x$  有正相关关系,所以相关系数  $r>0$ ,故 A 正确;对于 B,  $\bar{x}=\frac{5+6+8+9+12}{5}=8$ ,  $\bar{y}=\frac{16+20+25+28+36}{5}=25$ ,则样本点的中心为  $(8,25)$ ,将  $(8,25)$  代入  $\hat{y}=\hat{b}x+2.6$ ,得  $8\hat{b}+2.6=25$ ,解得  $\hat{b}=2.8$ ,故 B 正确;对于 C,因为  $\hat{y}=2.8x+2.6$ ,当  $x=15$  时,  $\hat{y}=2.8\times15+2.6=44.6$ ,则该产品的收益大约是 44.6 万元,故 C 错误;对于 D,因为  $\hat{y}=2.8x+2.6$ ,当  $x=12$  时,  $\hat{y}=2.8\times12+2.6=36.2$ ,则残差为  $y-\hat{y}=36-36.2=-0.2$ ,故 D 错误.故选 AB.

## 三、填空题

12.60 提示:由题意,得  $\bar{x}_A=90$ ,  $s_A^2=30$ ,  $\bar{x}_B=80$ ,  $s_B^2=40$ ,所以  $\bar{x}=\frac{20}{20+30}\times90+\frac{30}{20+30}\times80=84$ (分),所以全班学生的平均成绩为 84 分,全班学生成绩的方差为  $s^2=\frac{20}{20+30}\times[30+(90-84)^2]+\frac{30}{20+30}\times[40+(80-84)^2]=60$ .

13.5% 提示:由列联表的数据,得  $\chi^2=\frac{200\times(40\times70-20\times70)^2}{60\times140\times110\times90}\approx4.714$ ,因为  $4.714>3.841$ ,所以认为是否购买该款盲盒与性别有关出错的可能性为 5%.

14.17.5 提示:因为  $(0.06+0.08+0.02)\times5=0.8<0.85$ ,  $(0.06+0.08+0.02+0.02)\times5=0.9>0.85$ ,所以  $w$  在  $[15,20)$  内,所以  $(0.06+0.08+0.02)\times5+0.02(w-15)=0.85$ ,解得  $w=17.5$ .

## 四、解答题

15.解:(1)由  $5+10+20+a+25+10=100$ ,解得  $a=30$ ,由  $0.05+0.1+0.2=0.35<0.5$ ,  $0.05+0.1+0.2+0.3=0.65>0.5$ ,设中位数为  $y$ ,则  $y$  在  $[70,80)$  内,所以  $0.35+\frac{0.3}{10}(y-70)=0.5$ ,解得  $y=75$ .平均数  $\bar{x}=45\times0.05+55\times0.10+65\times0.20+75\times0.30+85\times0.25+95\times0.10=74$ .

(2)由表可知,落在  $[50,60)$  的分数有 10 个,落在  $[60,70)$  的分数有 20 个,所以  $\bar{z}=\frac{10\times56+20\times65}{10+20}=62$ ,  $s^2=\frac{10}{10+20}\times[7+(56-62)^2]+\frac{20}{10+20}\times[4+(65-62)^2]=23$ ,所以两组成绩的总平均数  $\hat{z}=62$ ,总方差  $s^2=23$ .

16.解:(1)甲机床生产的产品中一级品的频率为  $\frac{150}{200}=\frac{3}{4}$ ,乙机床生产的产品中一级品的频率为  $\frac{120}{200}=\frac{3}{5}$ .

(2) $\chi^2=\frac{400\times(150\times80-120\times50)^2}{270\times130\times200\times200}\approx10.256>6.635$ ,依据小概率率值  $\alpha=0.010$  的独立性检验,所以甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异.

17.解:(1)由表可知,  $\bar{x}=\frac{1}{5}\times(9+9.5+10+10.5+11)=10$ ,

$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(11+10+8+6+5)=8$ ,则  $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^5x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^5x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{392-5\times10\times8}{502.5-5\times10^2}=$

$-3.2$ ,  $\hat{a}=8-(-3.2)\times10=40$ ,所以  $y$  关于  $x$  的回归直线方程为  $\hat{y}=-3.2x+40$ .

(2)当  $x=8$  时,  $\hat{y}=-3.2\times8+40=14.4$ ,

因为  $|\hat{y}-y|=|14.4-15|=0.6<0.65$ ,所以可以认为(1)中所得到的回归直线方程是理想的.

## 数学

## 第 21 期

## 第 2~3 版同步周测参考答案

## 一、单项选择题

1. C 提示:根据题意,可得  $\frac{n}{400+320+280}=0.2$ ,解得  $n=200$ .故选 C.

2.D 提示:由题意,得该社区 21 岁至 65 岁的居民这次共有  $840+700+560=2\ 100$ (人),设抽样调查抽取的总人数为  $n$ ,则  $\frac{n}{2\ 100}=\frac{100}{700}$ ,解得  $n=300$ .故选 D.

3.B 提示:因为 10 名学生成绩从低到高依次为 75, 80, 85, 85, 90, 90, 95, 95, 100, 105,且  $10\times60\%=6$ ,所以这组数据的 60% 分位数为第 6 个数和第 7 个数的平均数  $\frac{90+95}{2}=92.5$ .故选 B.

4. C 提示:由频率分布直方图,得  $(0.01+0.02+a+0.005)\times20=1$ ,解得  $a=0.015$ ,因为成绩落在  $[60,80)$  的频率为  $0.015\times20=0.3$ ,所以成绩位于区间  $[60,80)$  的人数约为  $800\times0.3=240$ .故选 C.

5.D 提示:对于 A,决定系数  $R^2$  越大,模型的拟合效果越好,故 A 正确;对于 B,若变量  $x$  和  $y$  之间的样本相关系数为  $r=-0.999$ ,则变量  $x$  和  $y$  之间的负相关很强,故 B 正确;对于 C,残差平方和越小的模型,拟合的效果越好,故 C 正确;对于 D,在经验回归方程  $\hat{y}=-2x+0.8$  中,当解释变量  $x$  每增加 1 个单位时,响应变量  $\hat{y}$  平均减少 2 个单位,故 D 错误.故选 D.

6.D 提示:对于 A,  $5\times40\%=2$ ,所以这组数据的 40% 分位数是  $\frac{x_2+x_3}{2}$ ,故 A 错误;对于 B,  $x_2, x_3, x_4$  的平均数不一定小于  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  的平均数,例如-10,1,2,3,4 中,1,2,3 的平均数为 2,但-10,1,2,3,4 的平均数为 0,所以-10,1,2,3,4 中,1,2,3 的平均数大于-10,1,2,3,4 的平均数,故 B 错误;对于 C,  $x_2, x_3, x_4$  的方差不一定大于  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  的方差,例如-10,1,2,3,4 中,1,2,3 的方差为  $\frac{2}{3}$ , -10,1,2,3,4 的方差为 26,所以-10,1,2,3,4 中,1,2,3 的方差小于-10,1,2,3,4 的方差,故 C 错误;对于 D,  $x_4-x_2\leq x_5-x_1$ ,所以  $x_2, x_3, x_4$  的极差小于  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  的极差,故 D 正确.故选 D.

7.B 提示:由题意,得  $\bar{x}=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$ ,因为线性回归方程为  $\hat{y}=-0.08x+2.14$  过样本点的中心  $(\bar{x},\bar{y})$ ,所以  $\bar{y}=-0.08\bar{x}+2.14=-0.08\times3+2.14=1.9$ ,

则  $\frac{1.7+2.4+2.0+t+1.6}{5}=1.9$ ,解得  $t=1.8$ .故选 B.

8.C 提示:根据题意,不妨设  $a=4m, b=m, c=3m, d=2m$ ,所以  $\chi^2=\frac{10m\cdot(4m\cdot2m-3m\cdot m)^2}{5m\cdot5m\cdot7m\cdot3m}=\frac{10m}{21}$ ,因为依据  $\alpha=0.05$  的独立性检验认为喜欢短视频和性别不独立,所以  $\frac{10m}{21}\geq3.841$ ,解得  $m\geq8.066\ 1$ ,又  $m\in\mathbf{N}_+$ ,所以  $m$  的最小值为 9.故选 C.

## 二、多项选择题

9.CD 提示:设该组数据从小到大依次为  $a, b, c, d, e$ ,则  $c=19, d=e=21$ ,因为极差为 4,所以  $e-a=21-a=4$ ,所以  $a=17$ .对于 A,该组数据中最小的数据为 17,故 A 错误;对于 B,该组数据从小到大依次为 17,  $b, 19, 21, 21$ ,因为这组数据均为整数,且唯一众数为 21,则  $b=18$ ,所以该组数据的平均数为  $\bar{x}=\frac{17+18+19+21+21}{5}=19.2>19$ ,故 B 错误;

对于 C,因为  $5\times70\%=3.5$ ,则该组数据的第 70 百分位数为第 4 个数,即 21,故 C 正确;对于 D,该组数据从小到大依次为 17, 18, 19, 21, 21,则第二个数字是 18,故 D 正确.故选 CD.

10.ABD 提示:对于 A,由频率分布直方图,可得  $50\times(0.002\ 4+0.003\ 6+0.00\ 6+x+0.002\ 4+0.001\ 2)=1$ ,解得  $x=$

(2)设事件  $A$  为“输入的问题没有语法错误”,事件  $B$  为“一个问题能被 ChatGPT 正确回答”,由题意,得  $P(\bar{A})=0.1, P(B|\bar{A})=0.98, P(B|\bar{A})=0.18$ ,所以  $P(A)=1-P(\bar{A})=0.9$ ,所以  $P(B)=P(BA)+P(B\bar{A})=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})\cdot P(B|\bar{A})=0.98\times0.9+0.18\times0.1=0.9$ .

(3)设小张答对的题数为  $X$ ,则  $X$  的所有可能取值是

8,9,则  $P(X=8)=\frac{C_8^6C_1^1}{C_{10}^9}=\frac{9}{10}, P(X=9)=\frac{C_9^9}{C_{10}^9}=\frac{1}{10}$ ,

所以  $E(X)=8\times\frac{9}{10}+9\times\frac{1}{10}=8.1$ ,

$D(X)=(8-8.1)^2\times\frac{9}{10}+(9-8.1)^2\times\frac{1}{10}=0.09$ .

设 ChatGPT 答对的题数为  $Y$ ,则  $Y\sim B(9,0.9)$ ,则  $E(Y)=9\times0.9=8.1, D(Y)=9\times0.9\times(1-0.9)=0.81$ .

18.解:(1)由题意可知,甲公司至少答对 2 道题目包括答对 2 题和答对 3 题两种情况,则所求概率为  $P=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^4}+$

$\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{4}{5}$ .

(2)设甲公司答对的题数为  $X$ ,则  $X$  的所有可能取值为 1,2,3,则  $P(X=1)=\frac{C_1^1C_2^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}, P(X=2)=\frac{C_2^2C_1^1}{C_6^3}=\frac{3}{5}$ ,

$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{5}$ ,

所以  $X$  的分布列为

$X$	1	2	3
$P$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

所以  $E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=2, D(X)=(1-2)^2\times\frac{1}{5}+(2-2)^2\times\frac{3}{5}+(3-2)^2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$ .

设乙公司答对的题数为  $Y$ ,则  $Y$  的所有可能取值为 0,1,2,3,因为乙公司能正确回答每道题目的概率均为  $\frac{2}{3}$ ,

所以  $Y\sim B\left(3, \frac{2}{3}\right)$ ,则  $P(Y=0)=C_3^0\times\left(\frac{2}{3}\right)^0\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$ ,

$P(Y=1)=C_3^1\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$ ,

$P(Y=2)=C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{4}{9}$ ,

$P(Y=3)=C_3^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^0=\frac{8}{27}$ ,

所以  $Y$  的分布列为

$Y$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

所以  $E(Y)=3\times\frac{2}{3}=2, D(Y)=3\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$ ,

因为  $E(X)=E(Y), D(X)<D(Y)$ ,所以甲公司竞标成功的可能性更大.

19.解:(1)由题意,得预赛成绩在  $[60,80)$  范围内的样本量为  $0.012\ 5\times20\times100=25$ ,预赛成绩在  $[80,100]$  范围内的样本量为  $0.007\ 5\times20\times100=15$ .设抽取的 2 人中预赛成绩优良的人数为  $X, X$  的所有可能取值为 0,1,2,所以  $P(X\geq1)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{C_{15}^1C_{25}^1+C_{15}^2C_{25}^0}{C_{40}^2}=\frac{8}{13}$ ,又  $P(X=)$

$0)=\frac{C_{25}^2}{C_{40}^2}=\frac{5}{13}, P(X=1)=\frac{C_{25}^1C_{15}^1}{C_{40}^2}=\frac{25}{52}, P(X=2)=\frac{C_{15}^2}{C_{40}^2}=\frac{7}{52}$ ,

所以  $X$  的分布列为

$X$	0	1	2
$P$	$\frac{5}{13}$	$\frac{25}{52}$	$\frac{7}{52}$

所以  $E(X)=0\times\frac{5}{13}+1\times\frac{25}{52}+2\times\frac{7}{52}=\frac{3}{4}$ .

(2)由题意,得  $\mu=\bar{x}=(10\times0.005+30\times0.01+50\times0.015+70\times0.012\ 5+90\times0.007\ 5)\times20=53$ ,又  $\sigma^2=362$ ,则  $\sigma\approx19, Z\sim N(53,362)$ ,所以  $P(Z>91)=P(Z>\mu+2\sigma)=\frac{1}{2}\times[1-P(\mu-2\sigma\leq Z\leq\mu+2\sigma)]\approx0.022\ 75$ ,所以全市参加预赛学生中,成绩高于 91 分的有  $12\ 000\times0.022\ 75=273$  人,因为  $273<300$ ,所以估计小明有资格参加复赛.

$D(\xi)=np(1-p)$ ,又  $E(2\xi)=24, D(\xi)=8$ ,且  $E(2\xi)=2E(\xi)$ ,

所以  $\begin{cases} np=12, \\ np(1-p)=8, \end{cases}$ 解得  $p=\frac{1}{3}$ .故选 C.

5.B 提示:设数学成绩为随机变量  $X$ ,则  $X\sim N(89,13^2)$ ,且  $P(76\leq X\leq102)\approx0.682\ 7$ .

所以  $P(X>102)=\frac{1-P(76\leq X\leq102)}{2}\approx0.158\ 65$ ,所以

该校数学成绩高于 102 分的人数,即该学生数学成绩的年级排名大约是  $800\times0.158\ 65\approx127$ .故选 B.

6.D 提示:由二项分布的概率公式,得  $P(X=2)=C_3^2\times0.2^2\times0.8=0.096$ ,故 A 错误;因为  $X\sim B(7,0.8)$ ,所以当  $X=k$  时,  $P(X=k)=C_7^k\times0.8^k\times0.2^{7-k}$ ,当  $k\geq1$  时,  $\frac{P(X=k)}{P(X=k-1)}=\frac{4(8-k)}{k}$ ,由  $\frac{4(8-k)}{k}\geq1$ ,解得  $1\leq k\leq\frac{32}{5}, k\in\mathbf{N}_+$ ,即当  $k=6$  时,概率最大,故 B 错误;因为至少有一黑球包含的基本事件为“一黑一红,两黑”,至少有一个红球包含的基本事件为“一黑一红,两红”,所以至少有一个黑球与至少有一个红球不是互斥事件,故 C 错误;设摸出红球的个数为  $k$ ,则

$P(X=k)=\frac{C_{10}^kC_{20}^{3-k}}{C_{30}^3}(k=0,1,2,3,4,5)$ ,所以摸到红球的个数服从超几何分布,故 D 正确.故选 D.

7.A 提示:因为  $E(X_i)=0+p_i\left(\frac{1}{3}+p_i\right)+\left(\frac{2}{3}-p_i\right)(1+p_i)=\frac{2}{3}$ ,所以  $E(X_1)=E(X_2)$ ,又  $D(X_i)=\frac{1}{3}\times\left(0-\frac{2}{3}\right)^2+p_i\left(\frac{1}{3}+p_i-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}-p_i\right)\left(1+p_i-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{3}p_i^2+\frac{4}{9}p_i+\frac{2}{9}=-\frac{2}{3}\left(p_i-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{27}$ ,所以

$D(X_1)=-\frac{2}{3}\left(p_1-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{27}$ ,因为  $p_1+p_2=\frac{2}{3}, D(X_2)=-\frac{2}{3}\left(p_2-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{27}=-\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}-p_1-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{27}=-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}-p_1\right)^2+\frac{8}{27}=D(X_1)$ .

综上,  $E(X_1)=E(X_2), D(X_1)=D(X_2)$ ,故选 A.

8.A 提示:不妨设每一轮训练通过的概率为  $p$ ,由题意,得  $p=p_1^2p_2^2+C_2^1p_1^2\cdot(1-p_2)\cdot p_2+C_2^1p_1\cdot(1-p_1)\cdot p_2^2=-3p_1^2p_2^2+2p_1p_2(p_1+p_2)=-3p_1^2p_2^2+\frac{8}{3}p_1p_2$ ,因为  $p_1+p_2=\frac{4}{3}$ ,所以  $0<p_1p_2\leq\left(\frac{p_1+p_2}{2}\right)^2=\frac{4}{9}$ ,当且仅当  $p_1=p_2=\frac{2}{3}$  时,等号成立,易知函数

$y=-3x^2+\frac{8}{3}x$  开口向下,对称轴为  $x=\frac{4}{9}$ ,所以  $0<-3p_1^2p_2^2+\frac{8}{3}p_1p_2\leq\frac{16}{27}$ ,又每局结果相互独立,记甲、乙在  $n$  轮训练中训练过关的轮数为  $X$ ,所以  $X\sim B(n, p)$ ,所以  $E(X)=np=n\left(-3p_1^2p_2^2+\frac{8}{3}p_1p_2\right)=16$ ,得  $n=\frac{16}{-3p_1^2p_2^2+\frac{8}{3}p_1p_2}\geq\frac{16}{\frac{16}{27}}=27$ ,所以甲、乙两人训练的轮数至少为 27.故选 A.

## 二、多项选择题

9.ACD 提示:由离散型随机变量分布列的性质,得  $2a+0.25+a=1$ ,解得  $a=0.25$ ,故 A 正确; $X$  的分布列为

$X$	-2	1	3
$P$	0.5	0.25	0.25

所以  $E(X)=(-2)\times0.5+1\times0.25+3\times0.25=0$ ,故 B 错误;  $D(X)=0.5\times(-2-0)^2+0.25\times(1-0)^2+0.25\times(3-0)^2=4.5$ ,故 C 正确;  $P(0.5<X<3.5)=P(X=1)+P(X=3)=0.5$ ,故 D 正确.故选 ACD.

10.BC 提示:对于 A,因为配重  $X$  符合正态分布  $N(27.5,4)$ ,所以配重的平均数为 27.5 kg,故 A 错误;对于 B,由配重  $X$  符合正态分布  $N(27.5,4)$ ,可知  $\mu=27.5, \sigma=2$ ,所以  $P(23.5\leq X\leq29.5)=P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)=P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)-\frac{1}{2}P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)-P(\mu-\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)]\approx0.954\ 5-$

$\frac{1}{2}\times(0.954\ 5-0.682\ 7)=0.818\ 6$ ,故 B 正确, C 正确;对于 D,

因为  $P(X>33.5)=P(X>\mu+3\sigma)=\frac{1}{2}[1-P(\mu-3\sigma\leq X\leq\mu+3\sigma)]\approx\frac{1}{2}\times(1-0.997\ 3)=0.001\ 35$ ,所以 1 000 个使用该器材的人中,配重超过 33.5 kg 的约有  $1\ 000\times0.001\ 35=1.35\approx2$  人,故 D 错误.故选 BC.

11.ACD 提示:因为  $X\sim N(70, \sigma^2)$ ,且  $P(X\geq80)=$

20%,所以  $P(X\geq60)=80\%$ ,故 A 正确;因为  $Y\sim B\left(5, \frac{1}{5}\right)$ ,所以  $P(Y=2)=C_5^2\times\left(\frac{1}{5}\right)^2\times\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{128}{625}$ ,故 B 错误;因为  $E(Y)=5\times\frac{1}{5}=1, D(Y)=5\times\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{4}{5}$ ,故 C 正确.D 正确.故选 ACD.

## 三、填空题

12. $\frac{8}{27}$  提示:由题意,得所求概率为  $P=C_2^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$ .

13.2.4 提示:由分布列的性质,得  $0.3+p+0.3=1$ ,则  $p=0.4$ ,所以  $E(X)=0\times0.3+1\times0.4+2\times0.3=1$ ,则  $D(X)=0.3\times(0-1)^2+0.4\times(1-1)^2+0.3\times(2-1)^2=0.6$ ,所以  $D(2X-1)=4\cdot D(X)=2.4$ .

14.0.3 提示:由题意,得样本中澧水船工号子的人数为  $20\times\frac{20}{200}=2$ ,所以  $X$  的所有可能取值为 0,1,2,且服

从超几何分布,所以  $P(X=0)=\frac{C_{18}^3}{C_{20}^3}=\frac{68}{95}, P(X=1)=\frac{C_1^1C_{18}^2}{C_{20}^3}=\frac{C_2^2C_{18}^1}{C_{20}^3}$

$\frac{51}{190}, P(X=2)=\frac{C_2^2C_{18}^1}{C_{20}^3}=\frac{3}{190}$ ,所以  $E(X)=0\times\frac{68}{95}+1\times\frac{51}{190}+2\times\frac{3}{190}=0.3$ .

## 四、解答题

15.解:(1)由题意,得甲恰好套中 1 个西瓜的概率为  $C_3^1\times\frac{3}{5}\times\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{36}{125}$ .

(2)随机变量  $X$  的所有可能取值为 0,1,2.

由题意,得  $P(X=0)=\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{15}$ .

$P(X=1)=\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{8}{15}$ ,

$P(X=2)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$ ,

所以随机变量  $X$  的分布列为

$X$	0	1	2
$P$	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{5}$



## 高考版答案页第6期

学2道题都做对的概率为 $\frac{C_2^2}{C_2^2}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$ ;②若2道题目一道有思路一道无思路,则该同学2道题都做对的概率为 $\frac{C_1^1}{C_4^4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$ .

综上,该同学2道题都做对的概率为 $\frac{2}{9}+\frac{1}{12}=\frac{11}{36}$ .

14. $\frac{27}{29}$  提示:设事件 $A$ 为“正常邮件”,事件 $B$ 为“标记为正常邮件”,则 $P(\overline{B})=\frac{3}{5},P(A|\overline{B})=\frac{1}{10},P(\overline{A}|B)=\frac{1}{10}$ ,所以 $P(B)=1-P(\overline{B})=\frac{2}{5},P(\overline{A}|\overline{B})=1-P(A|\overline{B})=\frac{9}{10}$ ,所以

$P(\overline{A})=P(\overline{A}|B)P(B)+P(\overline{A}|\overline{B})P(\overline{B})=\frac{1}{10}\times\frac{2}{5}+\frac{9}{10}\times\frac{3}{5}=\frac{29}{50}$ ,

所以所求概率为 $P(\overline{B}|\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{P(\overline{B})P(\overline{A}|B)}{P(\overline{A})}=\frac{\frac{3}{5}\times\frac{9}{10}}{\frac{29}{50}}=\frac{27}{29}$ .

## 四、解答题

15.解:(1)由题意,知从6个城市中任选2个城市,所有可能结果为 $(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_2,A_3),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),(A_3,B_1),(A_3,B_2),(A_3,B_3),(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_2,B_3)$ ,共有15种等可能的结果,设事件 $E$ 表示“这2个城市都是北方城市”,则事件 $E$ 所包含的样本点有 $(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_2,A_3)$ ,共有3种等可能的结果,所以 $P(E)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$ .

(2)由题意可知,甲、乙两人中至少有一人的选择为2个北方城市的概率为 $1-\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{7}{15}$ .

16.解:(1)用a,b表示两个红球,1,2表示两个白球,甲不放回取两球的所有结果为ab,ba,a1,1a,a2,2a,b1,1b,b2,2b,12,21共12种等可能的结果,记事件 $A$ 为“第二次取出的球是红球”,其包含的结果有ab,ba,1a,2a,1b,2b,共6种不同结果,记事件 $B$ 为“两次取出球的颜色不同”,其包含的结果有a1,1a,a2,2a,b1,1b,b2,2b,共8种不同结果,所以 $P(A)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2},P(B)=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ ,则 $P(A)<P(B)$ ,所以为了尽可能获胜,选择猜法二.

(2)由(1)知,乙选择猜法二,每一轮乙获胜的概率为 $P=\frac{2}{3}$ ,设“游戏结束时,乙获胜”为事件 $M$ ,“游戏结束时,乙在第一、二轮胜”为事件 $M_1$ ,“游戏结束时,乙在第一轮负,第二、三轮胜”为事件 $M_2$ ,“游戏结束时,第二轮负,第一、三轮胜”为事件 $M_3$ ,则 $M_1,M_2,M_3$ 两两互斥,所以 $P(M)=P(M_1+M_2+M_3)=P(M_1)+P(M_2)+P(M_3)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{20}{27}$ ,所以乙获得游戏胜利的概率是 $\frac{20}{27}$ .

17.解:(1)设“甲队总得分为1分”为事件 $A$ ,甲队得1分,则一人回答正确,另一人回答错误,所以甲队总得分为1分的概率为 $P(A)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ .

(2)由题意,得甲队积0分,1分,2分的概率分别为 $\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4}$ ,乙队积0分,1分,2分的概率分别为 $\frac{2}{9},\frac{5}{9},\frac{2}{9}$ .设“两队积分同为0分,1分,2分”分别为事件 $B,C,D$ ,因为两队得分情况相互独立,所以 $P(B)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{18},P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}=\frac{5}{18},P(D)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{18}$ ,所以两队积分相同的概率为 $P(B\cup C\cup D)=P(B)+P(C)+P(D)=\frac{7}{18}$ .

18.解:(1)设事件 $B$ 为“甲、乙两队比赛4局,甲队最终获胜”,设事件 $A_j$ 为“甲队第 $j$ 局获胜”,其中 $j=1,2,3,4,A_j$ 相互独立,因为甲队明星队员 $M$ 前4局不出场,所以 $P(A_j)=\frac{1}{2},j=1,2,3,4$ ,

## 数学

“抽到的配件来自于A制造厂”,事件 $E_2$ 为“抽到的配件来自于B制造厂”,事件 $E_3$ 为“抽到的配件来自于C制造厂”,由题意,得 $P(E_1)=15\%,P(E_2)=80\%,P(E_3)=5\%,P(D|E_1)=0.02,P(D|E_2)=0.01,P(D|E_3)=0.03$ ,所以 $P(D)=P(E_1)P(D|E_1)+P(E_2)P(D|E_2)+P(E_3)P(D|E_3)=0.15\times0.02+0.8\times0.01+0.05\times0.03=0.0125$ ,所以所求概率为 $P(E_3|D)=\frac{P(DE_3)}{P(D)}=\frac{P(E_3)P(D|E_3)}{P(D)}=\frac{0.05\times0.03}{0.0125}=\frac{3}{25}$ ,故选A.

## 二、多项选择题

9.BD 提示:因为 $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ ,

$P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{4}{5},P(A+B)=\frac{7}{15}$ ,所以 $P(AB)=P(A)+$

$P(B)-P(A+B)=\frac{1}{3}+\frac{4}{5}-\frac{7}{15}=\frac{2}{3}$ ,故A错误;因为事件 $A,B$

相互独立, $P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{4}{5}$ ,所以 $P(AB)=P(A)P(B)=$

$\frac{4}{15}$ ,故B正确;因为事件 $A$ 与 $C$ 互斥,所以 $P(AC)=0$ ,故C错误;因为 $P(A)=P(AC)+P(A\overline{C}),P(AC)=0$ ,所以 $P(A\overline{C})=$

$P(A)=\frac{1}{3}$ ,故D正确.故选BD.

10.BC 提示:由题意,得样本空间为 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ,事件 $A=\{2,5,8\}$ ,事件 $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ ,事件 $C=\{7,8,9\}$ .因为 $A\cap C=\{8\}$ ,所以事件 $A$ 与事件 $C$ 不是互斥事件,故A错误;因为 $B\cup C=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}=\Omega,B\cap C=\varnothing$ ,所以事件 $B$ 与事件 $C$ 是对立事件,故B正确;因为 $A\cap B=\{2,5\}$ ,则 $P(AB)=\frac{2}{9}$ ,又 $P(A)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3},P(B)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ ,所以 $P(AB)=P(A)P(B)$ ,则事件 $A$ 与事件 $B$ 相互独立,故C正确;因为 $A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,8\}$ ,则 $P(A\cup B)=\frac{7}{9}$ ,所以 $P(A\cup B)\neq P(A)+P(B)$ ,故D错误.故选BC.

11.AC 提示:设“第 $i$ 次去A洗车店”为事件 $A_i$ ,“第 $i$ 次去B洗车店”为事件 $B_i(i=1,2)$ ,由题意,得 $P(A_1)=\frac{3}{5}$ ,

$P(B_1)=\frac{2}{5},P(A_2|A_1)=\frac{1}{2},P(A_2|B_1)=\frac{3}{5}$ ,则 $P(B_2|A_1)=\frac{1}{2}$ ,

$P(B_2|B_1)=\frac{2}{5}$ .对于A,小王第一次去B洗车店,第二次也

去B洗车店的概率为 $P(B_2B_2)=P(B_1)P(B_2|B_1)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$ ,故A正确;对于B, $P(B_2)=P(A_1)P(B_2|A_1)+P(B_1)P(B_2|B_1)=$

$\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{23}{50},P(A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+P(B_1)P(A_2|B_1)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{27}{50}$ ,所以小王第二次去B洗车店的概率比第二次去A洗车店的概率小,故B错误;对于C,小王第二次去了A洗车店,则他第一次去A洗车店的概率为 $P(A_1|A_2)=$

$\frac{P(A_1A_2)}{P(A_2)}=\frac{P(A_1)P(A_2|A_1)}{P(A_2)}=\frac{\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}}{\frac{27}{50}}=\frac{5}{9}$ ,故C正确;对于D,

小王第二次去了B洗车店,则他第一次去A洗车店的概率为 $P(A_1|B_2)=\frac{P(A_1B_2)}{P(B_2)}=\frac{P(A_1)P(B_2|A_1)}{P(B_2)}=\frac{\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}}{\frac{23}{50}}=\frac{15}{23}$ ,故

D错误.故选AC.

## 三、填空题

12. $\frac{3}{16}$  提示:根据题意,得4个孩子向4个星星许愿,一共有 $4^4=256$ 种可能的许愿方式,因为2个孩子许愿成功的情况有 $A_2^2C_2^2=24$ 种,4个孩子许愿成功的情况有 $A_4^4=24$ 种,所以至少有2个孩子愿望成真的概率为 $\frac{24+24}{256}=\frac{3}{16}$ .

13. $\frac{11}{36}$  提示:因为没有思路的题只好任意猜一个答案,所以没有思路的题做对的概率为 $\frac{1}{4}$ ,从这4道题中任选2题作答,分2种情况,①若2道题目都有思路,则该同

况;第三步,因为丙和甲、乙的课程都不同,所以丙的选课有 $C_3^3=3$ 种情况.所以所有选课的种数为 $30\times4\times3=360$ .

(3)①当A只任教1门课程时,先排A的任教课程,有 $C_5^3=5$ 种;再从剩下5门课程中排B的任教课程,有 $C_4^3=4$ 种;接下来剩余4门课程中必有2门课程为同一名老师任教,分三组全排列,共有 $C_4^2A_3^3=36$ 种.所以当A只任教1门课程时,共有 $5\times5\times36=900$ 种.②当A任教2门课程时,先选A任教的2门课程有 $C_5^2=10$ 种,再将余下4门课程安排给4名教师,有 $A_4^4=24$ 种.所以当A任教2门课程时,共有 $10\times24=240$ 种.

综上,所有课程安排的种数为 $900+240=1140$ 种.

## 第23期

## 第2~3版同步周测参考答案

## 一、单项选择题

1.D 提示:在18组随机数中,满足条件的有221,132,112,241,142,因为共有5组数据满足条件,所以估计恰好抽取三次就停止的概率为 $P=\frac{5}{18}$ ,故选D.

2.C 提示:对于A,“至少1瓶中中奖”与“2瓶都中奖”可以同时发生,则“至少1瓶中中奖”与“2瓶都中奖”不是互斥事件,故A不符合题意;对于B,“至多1瓶中中奖”与“2瓶都中奖”是对立事件,故B不符合题意;对于C,“恰有1瓶中中奖”与“2瓶都不中奖”是互斥但不对立事件,故C符合题意;对于D,“恰有1瓶中中奖”与“至多1瓶中中奖”可以同时发生,则“恰有1瓶中中奖”与“至多1瓶中中奖”不是互斥事件,故D不符合题意.故选C.

3.A 提示:从1,3,5,7,9这5个阳数,2,4,6,8这四个阴数中各取一个数组成两位数,基本事件总数为 $C_5^1C_4^1A_2^2=40$ ,这个两位数为“吉数”的情况为18,36,54,72,27,45,63,81,共8种,所以所求概率为 $P=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$ ,故选A.

4.A 提示:设“该家族某成员出现X性状”为事件 $A$ ,“出现Y性状”为事件 $B$ ,则“X,Y性状都不出现”为 $\overline{A}\cap\overline{B}$ ,则“X,Y性状都出现”为 $A\cap B$ ,由题意,得 $P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{2}{15},P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{3}{5}$ ,所以 $P(A\cup B)=1-P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{2}{5}$ ,所以 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ,所以 $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{1}{3}+\frac{2}{15}-\frac{2}{5}=\frac{1}{15}$ ,故选A.

5.C 提示:由题意,得三人中只有甲及格的概率为 $\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\left(1-\frac{7}{10}\right)=\frac{27}{250}$ ,三人中只有乙及格的概率为 $\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{7}{10}\right)=\frac{12}{250}$ ,三人中只有丙及格的概率为 $\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{7}{10}=\frac{42}{250}$ ,所以三人中只有一人及格的概率为 $\frac{27}{250}+\frac{12}{250}+\frac{42}{250}=\frac{81}{250}$ ,故选C.

6.A 提示:因为 $P(A)=\frac{1}{2},P(\overline{B})=\frac{7}{12}$ ,所以 $P(\overline{A})=\frac{1}{2},P(B)=\frac{5}{12}$ ,又 $\overline{A}B$ 与 $\overline{A}\overline{B}$ 为互斥事件,所以 $P(\overline{A}B+\overline{A}\overline{B})=$

$P(\overline{A}B)+P(\overline{A}\overline{B})=\frac{1}{4}$ ,

又 $P(\overline{A}B)+P(AB)=P(B),P(\overline{A}\overline{B})+P(AB)=P(A)$ ,所以 $P(B)-P(AB)+P(A)-P(AB)=\frac{5}{12}+\frac{1}{2}-2P(AB)=\frac{1}{4}$ ,则

$P(AB)=\frac{1}{3}$ ,所以 $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{1}{2}+\frac{5}{12}-\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$ ,故选A.

7.D 提示:设事件 $A$ 为“小明爬到第4级台阶”,事件 $B$ 为“小明走了3步爬到第4级台阶”,根据题意,得事件 $A$ 包含有3种情况,①走了4次1级台阶,其概率 $P_1=\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$ ;②走了2次1级台阶,1次2级台阶,其概率 $P_2=C_3^1\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$ ,即 $P(AB)=\frac{4}{9}$ ;③走了2次2级台阶,其概率 $P_3=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$ ,所以所求小明爬到第4级台阶的概率 $P(A)=P_1+P_2+P_3=\frac{61}{81}$ ,所以所求概率为 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{36}{61}$ ,故选D.

8.A 提示:设事件 $D$ 为“抽到的是次品”,事件 $E_i$ 为

种填法,所以这一步共有 $4\times4=16$ 种不同的填法;②选出一列填入3个数字0,可知这一列必为已填入了一个数字0的列(否则就没有一列的数字之和为4),从而选出这一列共有3种选法,而该列中已经填入了一个数字0,所以填入另外两个数字0有 $C_2^2=3$ 种填法,这一步共有 $3\times3=9$ 种不同的填法;③当完成前面两步后,最后一个数字0所在行与列都有两个0,只有4个位置可以选择;④最后剩下所有的格都填1,有1种填法.所以符合要求的不同填法共有 $16\times9\times4=576$ 种.

## 四、解答题

15.解:(1)因为 $\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的第2项与第3项的二项

式系数之比为1:3,所以 $C_n^1:C_n^2=1:3$ ,即 $\frac{n}{n(n-1)}=\frac{1}{3}$ ,解

得 $n=7$ .所以 $\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^7$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_7^r\cdot2^{7-r}\cdot$

$x^{7-\frac{3r}{2}}(r=0,1,2,\cdots,7)$ ,令 $7-\frac{3r}{2}=1$ ,得 $r=4$ ,所以含 $x$ 的项为

$T_5=C_7^4\cdot2^3\cdot x=280x$ .

(2)设第 $r+1$ 项的系数最大,所以 $\begin{cases} C_7^r\cdot2^{7-r}\geq C_7^{r+1}\cdot2^{6-r}, \\ C_7^r\cdot2^{7-r}\geq C_7^{r-1}\cdot2^{8-r}, \end{cases}$

解得 $\frac{5}{3}\leq r\leq\frac{8}{3}$ ,又 $r\in\mathbf{N}$ ,所以 $r=2$ .

所以展开式中系数的最大项为 $T_3=C_7^2\cdot2^5\cdot x^4=672x^4$ .

16.解:(1)由题意,得不同的取法有3种情况,①红球4个,取法有 $C_4^4=1$ 种;②红球3个和白球1个,取法有 $C_3^3C_6^1=24$ 种;③红球2个和白球2个,取法有 $C_2^2C_6^2=90$ 种.

综上,红球的个数不比白球个数少的取法有 $1+24+90=115$ 种.

(2)共有两种情况,①每人都分得2个红球,共 $\frac{C_4^2C_3^2}{A_2^2}\times$

$A_2^2=6$ 种不同的分配方法;②一人分得1个红球,另一人分得3个红球,共 $C_4^1C_3^3A_2^2=8$ 种不同的分配方法.

综上,不同的分配方法共有 $6+8=14$ 种.

17.解:(1)因为 $A_1^2=16C_5^2$ ,所以 $n(n-1)(n-2)=16\times\frac{n(n-1)}{2}$ ,又 $n\geq3$ ,所以 $n-2=8$ ,则 $n=10$ .

(2) $C_4^1+C_5^1+C_6^1+\cdots+C_9^1=C_5^2+C_5^3+C_6^4+\cdots+C_9^4=C_6^5+C_6^6+\cdots+C_9^6=\cdots=C_{10}^6=252$ .

(3)因为 $A_7^2<12A_7^{n-2}(n\geq3)$ ,所以 $\frac{7!}{(7-n)!}<12\times\frac{7!}{(9-n)(8-n)(7-n)!}$ ,因为 $3\leq n\leq7$ ,所以 $(9-n)(8-n)<12$ ,解得 $5< n<12$ ,所以 $5< n\leq7$ ,又 $n\in\mathbf{N}$ ,所以 $n=6$ 或 $n=7$ .

18.解:(1)根据题意,将2个女生看成一个整体,与4名男生全排列即可,所以有 $A_5^3A_2^2=240$ 种排法.

(2)根据题意,把6本不同的书分给4位学生,每人至少一本,则有1,1,1,3或1,1,2,2两种分组情况,①若是

1,1,1,3分组,则有 $\frac{C_6^3C_3^1C_1^1}{A_3^3}\times A_4^4=480$ 种不同的分法;②若

是1,1,2,2分组,则有 $\frac{C_6^2C_2^2C_1^1}{A_2^2A_2^2}\times A_4^4=1080$ 种不同的分法.

所以一共有 $480+1080=1560$ 种不同的分法.

(3)根据题意,先在7人中按要求选出6人,分成2组,需要分2种情况讨论,①外科女医生必选,则一组内科4男选1,外科4男选1;另一组内科3女选1,外科3男选2,共有 $C_4^1C_4^1C_3^2C_3^1=144$ 种分组方法;②外科女医生不选,则一组内科3女选1,外科4男选2;另一组内科2女选1,外科2男选2,共有 $C_3^1C_2^1C_2^2=36$ 种分组方法.再将分好的2组安排到甲、乙两地,所以共有 $(144+36)\times A_2^2=360$ 种不同的派法.

19.解:(1)第一步,先将另外4门课程排好,有 $A_4^4=24$ 种情况;第二步,将“京剧”和“剪纸”课程分别插入5个空隙中,有 $A_5^2=20$ 种情况.所以“京剧”和“剪纸”课程排在不相邻的两周的所有排法有 $24\times20=480$ 种.

(2)第一步,先将甲和乙的不同课程排好,有 $A_6^6=30$ 种情况;第二步,将甲和乙的相同课程排好,有 $C_4^1=4$ 种情

又 $B=\overline{A_1}A_2A_3A_4+A_1\overline{A_2}A_3A_4+A_1A_2\overline{A_3}A_4$ ,所以 $P(B)=$

$C_3^1\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{3}{16}$ .

(2)设事件 $C$ 为“甲、乙两队比赛3局,甲队获得最终胜利”,事件 $D$ 为“前3局甲队明星队员M上场比赛”,因为每名队员上场顺序是随机的,所以 $P(D)=\frac{C_3^2A_3^3}{A_3^3}=\frac{3}{5}$ ,又

$P(\overline{D})=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5},P(C|D)=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16},P(C|\overline{D})=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$ ,

所以由全概率公式,得 $P(C)=P(D)P(C|D)+P(\overline{D})P(C|\overline{D})=\frac{3}{5}\times\frac{3}{16}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{8}=\frac{13}{80}$ .

(3)根据贝叶斯公式,由(2)得,所求概率为 $P(D|C)=$

$\frac{P(CD)}{P(C)}=\frac{P(C|D)P(D)}{P(C)}=\frac{\frac{3}{16}\times\frac{3}{5}}{\frac{13}{80}}=\frac{9}{13}$ .

19.(1)解:设事件 $A_i$ 表示“第1天选择绿豆汤”,事件 $A_2$ 表示“第2天选择绿豆汤”,则 $\overline{A_1}$ 表示“第1天选择银耳羹”, $\overline{A_2}$ 表示“第2天选择银耳羹”,根据题意,得 $P(A_1)=\frac{2}{3},P(\overline{A_1})=\frac{1}{3},P(A_2|A_1)=\frac{1}{3},P(\overline{A_2}|\overline{A_1})=\frac{1}{2}$ ,则

$P(A_2|\overline{A_1})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ,所以 $P(A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+$

$P(\overline{A_1})P(A_2|\overline{A_1})=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{18}$ .

(2)证明:设事件 $A_n$ 表示“第 $n$ 天选择绿豆汤”,则 $P_n=P(A_n),P(\overline{A_n})=1-P_n$ ,由题意,得 $P(A_{n+1}|A_n)=\frac{1}{3},P(\overline{A_{n+1}}|\overline{A_n})=\frac{1}{2}$ ,则 $P(A_{n+1}|\overline{A_n})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ,

由全概率公式,得 $P(A_{n+1})=P(A_n)P(A_{n+1}|A_n)+P(\overline{A_n})P(A_{n+1}|\overline{A_n})=\frac{1}{3}P_n+\frac{1}{2}(1-P_n)=-\frac{1}{6}P_n+\frac{1}{2}$ ,即 $P_{n+1}=\frac{1}{6}P_n+\frac{1}{2}$ ,整理得 $P_{n+1}-\frac{3}{7}=-\frac{1}{6}\left(P_n-\frac{3}{7}\right)$ ,又 $P_1=P(A_1)=\frac{2}{3}$ ,则 $P_1-\frac{3}{7}=\frac{5}{21}\neq0$ ,所以数列 $\left\{P_n-\frac{3}{7}\right\}$ 是以 $\frac{5}{21}$ 为首项, $-\frac{1}{6}$ 为公比的等比数列.

(3)解:由(2)得 $P_n=\frac{5}{21}\times\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{3}{7}$ ,由题意,得只需

$P_n>1-P_n$ ,即 $P_n>\frac{1}{2}(n=1,2,\cdots,10)$ ,

则 $\frac{5}{21}\times\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{3}{7}>\frac{1}{2}$ ,得 $\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}>\frac{3}{10}(n=1,2,\cdots,10)$ ,当 $n$ 为偶数时,上式不成立,所以 $n$ 必为奇数.当 $n=1,3,5,7,9$ 时,考虑 $\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}>\frac{3}{10}$ 的解,当 $n=1$ 时,

不等式为 $1>\frac{3}{10}$ ,显然成立.当 $n=3$ 时, $\left(\frac{1}{6}\right)^2-\frac{3}{10}<0$ ,不成立,又 $y=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$ 单调递减,所以当 $n=5,7,9$ 时,不等式都不成立.

综上,该同学只有1天选择绿豆汤的概率大于选择银耳羹的概率.

## 第24期

## 第2~3版同步周测参考答案

## 一、单项选择题

1.B 提示:根据分布列的性质,得 $\frac{1}{3}m+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=1$ ,解得 $m=\frac{1}{4}$ ,所以 $P(|X-3|=1)=P(4)+P(2)=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$ ,故选B.

2.D 提示:因为 $Y=3X-2$ ,所以当 $Y=-2$ 时, $3X-2=-2$ ,得 $X=0$ ,又随机变量 $X$ 服从两点分布, $P(X=1)=0.6$ ,所以 $P(Y=-2)=P(X=0)=1-P(X=1)=1-0.6=0.4$ ,故选D.

3.D 提示:由题意,得 $E(X)=-1\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{6}=-\frac{1}{3}$ ,

所以 $D(X)=\frac{1}{2}\times\left(-1+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\times\left(0+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{6}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$ ,又

$Y=\frac{1}{2}X+2$ ,所以 $D(Y)=D\left(\$