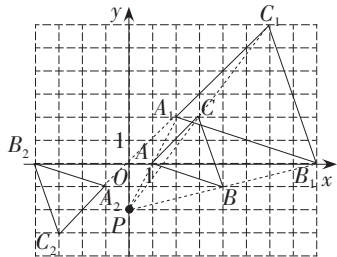




∵  $BE=DF$ ,  
∴ 四边形  $BFDE$  是平行四边形.  
∵  $DE \perp AB$ , 即  $\angle DEB=90^\circ$ ,  
∴ 四边形  $BFDE$  是矩形.  
(2) 由 (1) 知四边形  $BFDE$  是矩形.  
∴  $\angle BFC=90^\circ$ .  
∵  $CF=3, BF=4$ , ∴  $BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$ .  
∴  $AD=BC=5$ .  
∵  $DF=5$ , ∴  $AD=DF$ .  
∴  $\angle DAF=\angle DFA$ .  
∵  $AB \parallel CD$ , ∴  $\angle DFA=\angle FAB$ .  
∴  $\angle DAF=\angle FAB$ , 即  $AF$  平分  $\angle DAB$ .

四、  
18. 解: (1)  $(0, -2)$ .  
提示: 如图所示.  
(2) 如图,  $\triangle A_1B_1C_1$  即为所求.



(第 18 题图)

(3) 点  $D_2$  的坐标为  $(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}b)$ .  
19. 解: (1)  $[-4, 3] * [2, -6] = -4 \times 2 - 3 \times (-6) = 10$ .  
(2) 根据题意, 得  $x(mx+1) - m(2x-1) = 0$ .  
整理, 得  $mx^2 + (1-2m)x + m = 0$ .  
∵ 关于  $x$  的方程  $[x, 2x-1] * [mx+1, m] = 0$  有两个实数根, ∴  $\Delta = (1-2m)^2 - 4m \cdot m \geq 0$ , 且  $m \neq 0$ . 解得  $m \leq \frac{1}{4}$ , 且  $m \neq 0$ .

20. 解: (1)  $\frac{2}{3}$ .  
(2) 画树状图如下:  
$$\begin{array}{c} a \\ \swarrow \quad \searrow \\ b \quad -1 \quad -6 \quad 5 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ b \quad 4 \quad 6 \quad -7 \quad 4 \quad 6 \quad -7 \quad 4 \quad 6 \quad -7 \\ \text{和 } 3 \quad 5 \quad -8 \quad -2 \quad 0 \quad -13 \quad 9 \quad 11 \quad -2 \end{array}$$
  
由树状图可知, 一共有 9 种等可能的结果, 其中  $a+b > 0$  的结果有 4 种,  $a+b < 0$  的结果有 4 种. ∴  $P(\text{小聪获胜}) = \frac{4}{9}$ ,  
 $P(\text{小明获胜}) = \frac{4}{9}$ .

∵  $P(\text{小聪获胜}) = P(\text{小明获胜})$ ,  
∴ 这个游戏公平.

五、  
21. 解: (1) 当  $x=2$  时,  $y=-2 \times 2 = -4$ ,  
∴ 点  $B$  的坐标为  $(2, -4)$ .

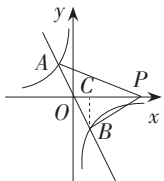
∵ 点  $B(2, -4)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, ∴  $-4 = \frac{k}{2}$ , 解得  $k = -8$ .

∴ 反比例函数的表达式为  $y = -\frac{8}{x}$ .

联立  $\begin{cases} y = -2x, \\ y = -\frac{8}{x} \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x = -2, \\ y = 4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = 2, \\ y = -4 \end{cases}$ .  
∴ 点  $A$  的坐标为  $(-2, 4)$ .

(2) 不等式  $\frac{k}{x} + 2x \leq 0$  的解集为  $x \leq -2$  或  $0 < x \leq 2$ .

(3) 过点  $B$  作  $BC \perp x$  轴于点  $C$ , 如图所示.



(第 21 题图)

∴ 点  $B$  的坐标为  $(2, -4)$ ,  
∴  $OC = 2, BC = 4$ .  
∴  $OB = \sqrt{OC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ .  
∵  $\angle PBO = \angle BCO = 90^\circ, \angle POB = \angle BOC$ ,  
∴  $\triangle PBO \sim \triangle BCO$ .  
∴  $\frac{OP}{OB} = \frac{OB}{OC}$ , 即  $\frac{OP}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{2}$ .  
解得  $OP = 10$ .

∴ 点  $P$  的坐标为  $(10, 0)$ .  
22. 解: (1) 证明: 在正方形  $ABCD$  中,  
 $AB=BC, \angle ABP = \angle CBP = 45^\circ$ ,  
又  $\because BP=BP$ , ∴  $\triangle ABP \cong \triangle CBP$  (SAS).  
∴  $PA=PC$ .  
∵  $PA=PE$ , ∴  $PC=PE$ .  
(2) 由 (1) 知,  $\triangle ABP \cong \triangle CBP$ .  
∴  $\angle BAP = \angle BCP$ . ∴  $\angle DAP = \angle DCP$ .  
∵  $PA=PE$ , ∴  $\angle DAP = \angle E$ .  
∴  $\angle DCP = \angle E$ .  
∴  $\angle CFP = \angle EFD$ , ∴  $\angle CPE = \angle EDF = 90^\circ$ .  
(3)  $AP=CE$ .

理由: ∵ 四边形  $ABCD$  是菱形,  
∴  $BA=BC, \angle PBA = \angle PBC$ .  
又  $\because BP=BP$ ,  
∴  $\triangle ABP \cong \triangle CBP$  (SAS).  
∴  $PA=PC, \angle BAP = \angle BCP$ .  
∵  $PA=PE$ , ∴  $PC=PE$ .  
∴  $\angle BAD = \angle BCD$ , ∴  $\angle DAP = \angle DCP$ .  
∵  $PA=PE$ , ∴  $\angle DAP = \angle DEP$ .  
∴  $\angle DCP = \angle DEP$ .  
∴  $\angle CFP = \angle EFD$ ,  
∴  $\angle CPF = \angle EDF = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ .  
∴  $\triangle EPC$  是等边三角形.  
∴  $PC=CE$ . ∴  $AP=CE$ .

六、  
23. 解: (1)  $-7$ .  
(2)  $M = a^2 + b^2 - 2a + 4b + 2029 = (a^2 - 2a + 1) + (b^2 + 4b + 4) - 1 - 4 + 2029 = (a-1)^2 + (b+2)^2 + 2024$ ,  
∴ 当  $a=1, b=-2$  时,  $M$  有最小值, 最小值是 2024.

(3) 设垂直于墙的一边长为  $x$  m, 则平行于墙的一边长为  $(20-2x)$  m.  
根据题意, 得  $S = x(20-2x) = 20x - 2x^2 = -2(x^2 - 10x) = -2(x-5)^2 + 50$ .  
∴ 当  $x=5$  时,  $S$  有最大值, 最大值是 50.  
∴ 围成的菜地的最大面积是 50 m<sup>2</sup>.

### 第 14 期

2 版

#### 1.1 锐角三角函数

第 1 课时

1. B      2.  $\frac{1}{3}$   
3. 解: 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\because \angle C = 90^\circ$ ,  
∴  $\tan A = \frac{BC}{AC}$ .  
∵  $BC=3, \tan A = \frac{5}{12}$ , ∴  $\frac{3}{AC} = \frac{5}{12}$ .  
解得  $AC = \frac{36}{5}$ .

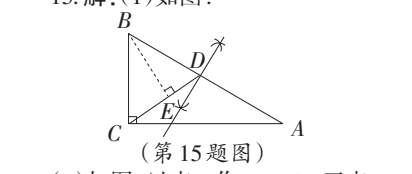
∴  $AC$  的长为  $\frac{36}{5}$ .  
第 2 课时  
1. C      2. A  
3. 解:  $\because \angle C = 90^\circ, AC=4, BC=2$ ,  
∴  $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ .  
∴  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .  
 $\frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

1.2  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  角的三角函数值  
1. C      2.  $75^\circ$       3. (1) 1; (2)  $3 + \sqrt{2}$ .  
1.3 三角函数的计算  
1. 解: (1)  $\sin 35^\circ \approx 0.574$ .  
(2)  $\cos 62^\circ 18' = \cos 62.3^\circ \approx 0.465$ .  
(3)  $\tan 15^\circ 24' 36'' = \tan 15.41^\circ \approx 0.276$ .  
2. (1)  $72^\circ 24'$ ; (2)  $30^\circ 36'$ ; (3)  $10^\circ 42'$ .  
3. A      4. D      3 版

一、选择题  
1~6. BDABCA  
二、填空题  
7.  $\frac{1}{3}$       8. 2.14, 0.91      9.  $105^\circ$   
10.  $45^\circ$       11. 20      12. 3 或 4  
三、解答题

13. 解: (1) 原式  $= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ .  
(2) 原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \sqrt{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \sqrt{2}$ .

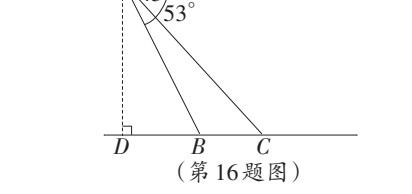
14. 解: 在  $\text{Rt} \triangle BDC$  中,  $\angle BDC = 45^\circ$ ,  
 $BD = 10\sqrt{2}$ ,  
∴  $BC = BD \cdot \sin \angle BDC = 10\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10$ .  
在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ, AB=20$ ,  
∴  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ .  
15. 解: (1) 如图.



(2) 如图, 过点  $B$  作  $BE \perp CD$  于点  $E$ .  
由 (1) 知,  $CD=AD=BD = \frac{1}{2}AB = 5$ .  
设  $DE=x$ , 则  $CE=CD-DE=5-x$ .  
在  $\text{Rt} \triangle BDE$  中,  $BE^2 = BD^2 - DE^2 = 5^2 - x^2$ ,  
在  $\text{Rt} \triangle BCE$  中,  $BE^2 = BC^2 - CE^2 = 6^2 - (5-x)^2$ .  
∴  $5^2 - x^2 = 6^2 - (5-x)^2$ .  
解得  $x=1.4$ .  
∴  $DE=1.4$ .

∴  $\cos \angle CDB = \frac{DE}{BD} = \frac{1.4}{5} = \frac{7}{25}$ .

16. 解: 如图, 过点  $A$  作  $AD \perp BC$  于点  $D$ .



(第 16 题图)

## 数学 北师大

## 中考版答案页第 4 期

在  $\text{Rt} \triangle ACD$  中,  $\tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}$ ,  
即  $CD = \frac{AD}{\tan 45^\circ} = AD$ .  
在  $\text{Rt} \triangle ABD$  中,  $\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$ ,  
即  $BD = \frac{AD}{\tan 53^\circ} = \frac{3}{4}AD$ .  
由题意, 得  $AD - \frac{3}{4}AD = 75$ .  
解得  $AD = 300$  (m).  
所以热气球离底面的高度是 300 m.

17. 解: (1)  $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ .  
(2) 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  
 $\because \angle C = 90^\circ, AB=1, \angle A = \alpha$ ,  
∴  $\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = BC, \cos \alpha = \frac{AC}{AB} = AC$ .  
取  $AB$  的中点  $O$ , 连接  $OC$ , 过点  $C$  作  $CD \perp AB$  于点  $D$ .

∴  $OA = OB = OC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$ .  
∴  $\angle BOC = 2\alpha$ .  
在  $\text{Rt} \triangle CDO$  中,  $\tan 2\alpha = \tan \angle BOC = \frac{CD}{OD}$ .  
在  $\text{Rt} \triangle ACD$  中,  
∴  $\frac{CD}{AC} = \sin \alpha$ ,  
∴  $CD = AC \cdot \sin \alpha = \cos \alpha \cdot \sin \alpha$ .  
∴  $\angle B + \angle A = 90^\circ, \angle B + \angle BCD = 90^\circ$ ,  
∴  $\angle BCD = \angle A = \alpha$ .  
∴ 在  $\text{Rt} \triangle BCD$  中,  $\sin \angle BCD = \sin \alpha = \frac{BD}{BC}$ .

∴  $BD = BC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} - BC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} - \sin^2 \alpha$ .  
∴  $OD = OB - BD = \frac{1}{2} - BC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} - \sin^2 \alpha$ .  
∴  $\tan 2\alpha = \frac{CD}{OD} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{1}{2} - \sin^2 \alpha} = \frac{2\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 - 2\sin^2 \alpha}$ .

### 第 15 期

2 版

#### 1.4 解直角三角形

1. C  
2. 解: (1) 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\because \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ , ∴  $\angle A = 60^\circ$ .  
∴  $\angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .  
∴  $c = 2b = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ .  
(2) 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\because a=5, b=12$ ,  
根据勾股定理, 得  $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 13$ .  
∴  $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{5}{13}$ , ∴  $\angle A \approx 23^\circ$ .  
∴  $\angle B = 90^\circ - 23^\circ = 67^\circ$ .  
(3) 由直角三角形的性质, 得  $\angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$ .

∴  $\sin B = \frac{b}{c}, \angle B = 72^\circ, c=14$ ,  
∴  $b = c \cdot \sin B \approx 14 \times 0.9511 \approx 13.3$ .  
∴  $\sin A = \frac{a}{c}, \angle A = 18^\circ$ ,  
∴  $a = c \cdot \sin A \approx 14 \times 0.3090 \approx 4.3$ .

1.5 三角函数的应用  
题型一 方向角  
解: (1) 过点  $P$  作  $PC \perp AB$  于点  $C$ .  
在  $\text{Rt} \triangle PCA$  中,  $\because \angle CPA = 60^\circ, PA=60$ ,  
∴  $PC = PA \cdot \cos 60^\circ = 60 \times \frac{1}{2} = 30, AC =$

$PA \cdot \sin 60^\circ = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3} \approx 51.96$ .

在  $\text{Rt} \triangle BCP$  中,  $\because \angle CPB = 45^\circ$ ,  
∴  $BC = PC \cdot \tan \angle CPB = 30$ .  
∴  $PB = 30\sqrt{2} \approx 42.42$  (n mile).  
答: 海轮位于  $B$  处时与灯塔  $P$  之间的距离约为 42.42 n mile.  
(2)  $\because AC \approx 51.96, BC=30$ ,  
∴  $AB = AC + BC \approx 51.96 + 30 = 81.96$  (n mile).  
答: 航程  $AB$  的长约为 81.96 n mile.

题型二 仰角和俯角  
解: 在  $\text{Rt} \triangle AMN$  中,  
∴  $\tan \angle MAN = \frac{MN}{AM}$ ,  
∴  $AM = \frac{MN}{\tan \angle MAN} = \frac{15.12}{\tan 15^\circ} \approx \frac{15.12}{0.27} =$

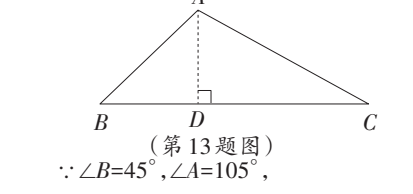
56.  
∴  $AB=30$ ,  
∴  $BM = AM - AB = 56 - 30 = 26$ .  
在  $\text{Rt} \triangle BPM$  中,  $\because \angle PBM = 45^\circ$ ,  
∴  $PM = BM \cdot \tan \angle PBM = 26$ .  
∴  $PN = PM - MN = 26 - 15.12 = 10.88 \approx 11$  (m).  
答: 角楼  $PN$  的高度约为 11 m.

题型三 坡度和坡角  
1. A  
2. 解:  $\because DE=40, DE:AE=4:3$ ,  
∴  $AE=30$ .  
∴  $AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ .  
∴  $CF = DE = 40, CF:BF=1:2$ ,  
∴  $BF=80$ .  
∴  $BC = \sqrt{CF^2 + BF^2} = \sqrt{40^2 + 80^2} = 40\sqrt{5}$ .  
易知,  $EF = CD = 30$ ,  
∴  $AB = AE + EF + BF = 140$ .  
∴ 大坝横截面的周长  $= AD + DC + BC + AB = 50 + 30 + 40\sqrt{5} + 140 \approx 309$  (m).

1.6 利用三角函数测高  
1. 解: (1) 测倾器、米尺;  
(2) ①测倾器, 仰角  $\alpha$ ; ②仪器的高  $CD$ , 测点到旗杆的水平距离  $BD$ ,  
③  $\tan \alpha + b$ ;  
(3) 18.6.  
2. 解: 由题意, 得  $BA \perp AD, CD=40$  m.  
设  $AC=x$  m.  
∴  $AD = AC + CD = (x+40)$  m.  
在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  
∴  $AB = AC \cdot \tan 45^\circ = x$  (m).  
在  $\text{Rt} \triangle ABD$  中,  $\angle D = 30^\circ$ ,  
∴  $AB = AD \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+40)$  m.

∴  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+40)$ .  
解得  $x = 20\sqrt{3} + 20$ .  
∴  $AB = 20\sqrt{3} + 20 \approx 55$  (m).  
∴ 塔  $AB$  的高度约为 55 m.

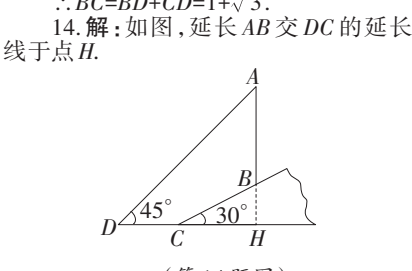
3 版  
一、选择题  
1~6. CDDAAB  
二、填空题  
7.  $30^\circ$       8. 50      9.  $3.5$       10. 4  
11.  $10.4$       12. 17 或 7  
三、解答题  
13. 解: (1) 如图, 过点  $A$  作  $AD \perp BC$ , 垂足为  $D$ .



(第 13 题图)

∴  $\angle B = 45^\circ, \angle A = 105^\circ$ ,

∴  $\angle C = 180^\circ - \angle B - \angle BAC = 30^\circ$ .  
在  $\text{Rt} \triangle ABD$  中,  $AB = \sqrt{2}$ ,  
∴  $AD = AB \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$ .  
∴  $AC = 2AD = 2$ .  
(2) 在  $\text{Rt} \triangle ABD$  中,  $\because AB = \sqrt{2}, \angle B = 45^\circ$ ,  
∴  $BD = AB \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$ .  
在  $\text{Rt} \triangle ACD$  中,  $\because \angle C = 30^\circ, AC=2$ ,  
∴  $CD = AC \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3}$ .  
14. 解: 如图, 延长  $AB$  交  $DC$  的延长线于点  $H$ .



(第 14 题图)  
则  $\angle AHD = 90^\circ$ .  
∴  $\angle BCH = 30^\circ, BC=6$  m,  
∴  $BH = \frac{1}{2}BC = 3$  m,  
 $CH = BC \cdot \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$  (m).

∴  $\angle ADC = 45^\circ$ ,  
∴  $AH = DH = CD + CH = (4 + 3\sqrt{3})$  m.  
∴  $AB = AH - BH = 4 + 3\sqrt{3} - 3 = 1 + 3\sqrt{3} \approx 6.2$  (m).  
答: 杨树  $AB$  的高度约为 6.2 m.

15. 解: (1) 由题意, 得  $AO \perp OC$ .  
在  $\text{Rt} \triangle AOC$  中,  $\because \angle ACO = 30^\circ, AC=8$ ,  
∴  $AO = \frac{1}{2}AC = 4$  (km).  
∴ 点  $A$  离地面的高度  $AO$  为 4 km.  
(2) 在  $\text{Rt} \triangle AOC$  中,  $\angle ACO = 30^\circ, AC=8$ ,  
∴  $OC = AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3}$ .  
在  $\text{Rt} \triangle BOC$  中,  $\because \angle BCO = 46^\circ$ ,  
∴  $OB = OC \cdot \tan \angle BCO = 4\sqrt{3} \times \tan 46^\circ \approx 4.16\sqrt{3}$ .

∴  $AB = OB - OA \approx 4.16\sqrt{3} - 4 \approx 3.20$ .  
∴  $3.20 \div 10 \approx 0.3$  (km/s),  
∴ 火箭从  $A$  点到  $B$  点的平均速度约为 0.3 km/s.

16. 解: (1) 由轴对称知,  $CD=2OD$ ,  
 $\angle AOD = 90^\circ$ .  
在  $\text{Rt} \triangle AOD$  中,  $\because \angle OAD = \alpha = 65^\circ$ ,  
 $\sin \alpha = \frac{OD}{AD}$ , ∴  $OD = AD \cdot \sin \alpha = 2 \times \sin 65^\circ \approx 2 \times 0.91 = 1.82$ .  
∴  $CD = 2OD \approx 3.6$  (m).  
答: 遮阳宽度  $CD$  约为 3.6 m.

(2) 过点  $E$  作  $EH \perp AB$  于点  $H$ .  
∴  $\angle BHE = 90^\circ$ .  
∴  $AB \perp BF, EF \perp BF$ ,  
∴  $\angle ABF = \angle EFB = 90^\circ$ .  
∴ 四边形  $BHEF$  是矩形.  
∴  $EH = BF = 3$ .  
在  $\text{Rt} \triangle AHE$  中,  $\tan \alpha = \frac{EH}{AH}$ ,  
∴  $AH = \frac{EH}{\tan \alpha}$ .