

高二选择性必修(第二册)答案页第 1 期

因为函数 $y=x+\frac{9}{x}-10$ 在 $[10,+\infty)$ 上单调递增,且 $x=10$

时, $y=\frac{9}{10}>0$,且 $a_9<a_{10}$,

所以 $x\in[10,+\infty)$ 时,不存在“谷值点”,

只有 $a_8>a_9<a_{10}$,所以数列 $\{a_n\}$ 只有 1 个“谷值点”,

所以该数列所有“谷值点”之和为 9. 故选 B.

二、多项选择题

9.BC

提示:对于 A,数列 1,2,3,4 和数列 1,3,4,2 不是相同的数列,故 A 错误;

对于 B,数列 2,5,2,5, \cdots ,2,5, \cdots 有无数项,是无穷数列,故 B 正确;

对于 C,由数列的函数特性,数列若用图象表示,从图象上看都是一群孤立的点,故 C 正确;

对于 D,数列的通项公式是不唯一的,故 D 错误.

故选 BC.

10.AC

提示:数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项依次为 2,0,2,0,2,

经验证,A,C 选项显然符合题意;对于 B,当 $n=1$ 时, $a_1=0$,故 B 错误;对于 D,当 $n=2$ 时, $a_2=2$,故 D 错误.

故选 AC.

11.BD

提示:因为 $a_n=\frac{1}{2^n-18}(n\in\mathbf{N}_+)$,

所以 $a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2^{n+1}-18}-\frac{1}{2^n-18}$
 $=\frac{2^n-18-2^{n+1}+18}{(2^{n+1}-18)(2^n-18)}=\frac{-2^n}{(2^{n+1}-18)(2^n-18)}.$

由 $a_{n+1}-a_n>0$,得 $9<2^n<18$,且当 $n\leq 4$ 时, $a_n<0$,当 $n\geq 5$ 时, $a_n>0$,

所以 $0>a_1=-\frac{1}{16}>a_2>a_3>a_4<0<a_5>a_6>\cdots$,

所以数列 $\{a_n\}$ 的最大项为 a_5 ,最小项为 a_4 故选 BD.

三、填空题

12. $\frac{n}{n+2}$

提示:根据题意,数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项依次为 $\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{5},\frac{2}{3},\frac{5}{7}$,

则 $\{a_n\}$ 的一个通项公式为 $a_n=\frac{n}{n+2}$.

13.0

提示:因为 $a_n=n\sin\frac{n\pi}{2}$,

所以 $a_{2024}=2\ 024\sin 1\ 012\pi=0$.

14. $2n^2-2n+1$

提示:由前 4 个图案知,第 n 个图案所包含的小正方形个数 $f(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)+(2n-3)+\cdots+1=2\times$

$\frac{n(1+2n-1)}{2}-(2n-1)=2n^2-2n+1$.

四、解答题

15.解:(1)根据题意,由 $-\frac{1}{1\times 2},\frac{1}{2\times 3},-\frac{1}{3\times 4},\frac{1}{4\times 5},\cdots$,

可知奇数项为负数,偶数项为正数,分子均为 1,且分母为序号与其后一个数之积,

故该数列的一个通项公式为 $a_n=(-1)^n\frac{1}{n(n+1)}$.

(2)由 $\frac{2^2-1}{2},\frac{3^2-1}{3},\frac{4^2-1}{4},\frac{5^2-1}{5},\cdots$,

数学人教 A



扫码免费下载
习题讲解 ppt

第 1 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.A

提示: $1,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},4,\cdots$,由此

可知该数列的规律是前后两项的比值为定值 $\sqrt{2}$,

故 $1,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},4,4\sqrt{2},8,\cdots$,

所以 8 是该数列的第 7 项.

故选 A.

2.B

提示:由符号来看,奇数项为负,偶数项为正,所以通

项公式中应该含 $(-1)^n$,

数值 4,7,10,13, $\cdots,3n+1$,所以该数列通项公式可以是 $a_n=(-1)^n(3n+1)$.

故选 B.

3.D

提示:因为数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3,a_{n+1}+a_n=2$,

所以 $a_1=3,a_2=-1,a_3=3,a_4=-1,\cdots$,

故 $\{a_n\}$ 是周期为 2 的数列,

所以 $a_{2024}=a_2=-1$.

故选 D.

4.C

提示:由 $a_n=n^2+2=123$,解得 $n=11$ 或 $n=-11$ (舍去).

故选 C.

5.C

提示:由 $a_n=\begin{cases} 3n+1, n \text{ 为奇数,} \\ 2^n-1, n \text{ 为偶数,} \end{cases}$

得 $a_2=2^2-1=3,a_3=3\times 3+1=10$,

所以 $a_2a_3=30$.

故选 C.

6.A

提示:对于 A, $a_{n+1}-a_n=(n+1)^2-(n+1)-n^2+n=2n>0$,是

递增数列,故 A 正确;

对于 B, $a_1=-6,a_2=-9$,不是递增数列,故 B 错误;

对于 C, $a_5=25,a_6=13$,不是递增数列,故 C 错误;

对于 D, $a_1=a_2=-1$,不是递增数列,故 D 错误.

故选 A.

7.C

提示:当 $\lambda=-1$ 时, $a_n=2n^2-n=2\left(n-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{8}$,满足 $\{a_n\}$ 为

递增数列,故充分性不成立;

当 $\lambda\geq 0$ 时, $a_n-a_{n-1}=2n^2+\lambda n-[2(n-1)^2+\lambda(n-1)]=4n-$

$2+\lambda>0$,

故 $\{a_n\}$ 为递增数列,必要性成立.

故“ $\{a_n\}$ 为递增数列”是“ $\lambda\geq 0$ ”的必要不充分条件.

故选 C.

8.B

提示:由题意知, $a_1=0,a_2=\left|2+\frac{9}{2}-10\right|=\frac{7}{2}$,

$a_3=\left|3+3-10\right|=4,a_4=\left|4+\frac{9}{4}-10\right|=\frac{15}{4}$,

$a_5=\left|5+\frac{9}{5}-10\right|=\frac{16}{5},a_6=\left|6+\frac{9}{6}-10\right|=\frac{5}{2}$,

$a_7=\left|7+\frac{9}{7}-10\right|=\frac{12}{7},a_8=\left|8+\frac{9}{8}-10\right|=\frac{7}{8}$,

$a_9=\left|9+\frac{9}{9}-10\right|=0$,

对于 C, $a_1a_2a_3\cdots a_{2025}=(a_1a_2a_3)^{672}=-1$,故 C 正确;

对于 D,由递推关系式知, $a_na_{n+1}=a_n-1$,

所以 $a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+\cdots+a_{2024}a_{2025}=(a_1-1)+(a_2-1)+\cdots+$

$(a_{2024}-1)=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2024}-2\ 024=\frac{2\ 027}{2}-2\ 024=-\frac{2021}{2}$,

故 D 正确. 故选 BCD.

三、填空题

12.30 提示:设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,由 $S_2=6$,且

a_2 与 a_3 的等差中项为 6,得 $a_1+a_2q=6,a_2+a_3=a_1q+a_2q^2=12$,解

得 $a_1=q=2$,所以 $S_5=\frac{2\times(1-2^4)}{1-2}=30$.

13. $\begin{cases} 9, n=1, \\ \frac{2n+3}{2n-1}, n\geq 2 \end{cases}$ 提示:因为 $a_1+3a_2+5a_3+\cdots+(2n-1)a_n=$

$(n+2)^2$,当 $n\geq 2$ 时, $a_1+3a_2+5a_3+\cdots+(2n-3)a_{n-1}=(n+1)^2$,两

式相减,得 $(2n-1)a_n=2n+3$,所以 $a_n=\frac{2n+3}{2n-1}(n\geq 2)$,当 $n=1$ 时,

$a_1=9$,上式不成立,

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\begin{cases} 9, n=1, \\ \frac{2n+3}{2n-1}, n\geq 2. \end{cases}$

14.1 提示:因为 $a_{n+1}=a_n^2-a_n+1(n\in\mathbf{N}_+)$,所以 $a_{n+1}-1=$

$a_n(a_n-1)(n\in\mathbf{N}_+)$,所以 $\frac{1}{a_{n+1}-1}=\frac{1}{a_n(a_n-1)}=\frac{1}{a_n-1}-\frac{1}{a_n}(n\in\mathbf{N}_+)$,

即 $\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_n-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1}(n\in\mathbf{N}_+)$,故 $m=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2024}}=$

$\left(\frac{1}{a_1-1}-\frac{1}{a_2-1}\right)+\left(\frac{1}{a_2-1}-\frac{1}{a_3-1}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a_{2024}-1}-\frac{1}{a_{2025}-1}\right)=$

$\frac{1}{a_1-1}-\frac{1}{a_{2025}-1}=2-\frac{1}{a_{2025}-1}$. 因为 $a_{n+1}=a_n^2-a_n+1(n\in\mathbf{N}_+)$,

所以 $a_{n+1}-a_n=a_n^2-2a_n+1=(a_n-1)^2\geq 0$,即 $a_{n+1}\geq a_n$,因为 $a_1=\frac{3}{2}$,

$a_2=a_1^2-a_1+1=\frac{7}{4},a_3=a_2^2-a_2+1=\frac{37}{16}>2$,所以 $a_{2025}\geq a_{2024}\geq a_{2023}\geq$

$\cdots\geq a_3>2$,

所以 $0<\frac{1}{a_{2025}-1}<1$,所以 $1<m<2$,

故 m 的整数部分为 1.

四、解答题

15.解:(1)设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q ,因为 $a_3=b_2,b_2=a_2+1$,所以 $a_3=a_2+1$,即 $d=1$,又 $a_1=1$,所以 $a_n=1+(n-1)=n$,所以 $b_2=a_3=3$,又 $b_1=1$,则 $q=\frac{b_2}{b_1}=3$,所以 $b_n=3^{n-1}$.

(2)因为 $c_n=a_n+b_n=n+3^{n-1}$,所以 $c_1+c_2+\cdots+c_n=(a_1+a_2+\cdots+a_n)+(b_1+b_2+\cdots+b_n)=(1+2+3+\cdots+n)+(1+3+9+\cdots+3^{n-1})=$

$\frac{n(n+1)}{2}+\frac{1-3^n}{1-3}=\frac{3^n+n^2+n-1}{2}$.

16.(1)解:因为 $S_n=2a_n-2$,所以当 $n=1$ 时, $S_1=2a_1-2=a_1$,解得 $a_1=2$,当 $n\geq 2$ 时, $S_{n-1}=2a_{n-1}-2$,两式相减,得 $a_n=2a_n-2a_{n-1}$,则 $a_n=2a_{n-1}(n\geq 2)$,又 $a_1=2$,所以数列 $\{a_n\}$ 为以 2 为首项,2 为公比的等比数列,所以 $a_n=2\times 2^{n-1}=2^n$.

(2)证明:由 (1)知, $a_{2n-1}=2^{2n-1}$,所以 $b_n=\log_2a_{2n-1}=2n-1$,则 $b_{n+1}=2n+1$,所以 $c_n=\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$,所以 $c_1+c_2+\cdots+c_n=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)\right]=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4n+2}<\frac{1}{2}$.

17.解:(1)若选①,因为 a_n 是 2 与 S_n 的等差中项,所以 $2a_n=2+S_n$,所以当 $n\geq 2$ 时, $2a_{n-1}=2+S_{n-1}$,两式相减,得 $2a_n-2a_{n-1}=a_n$,即 $a_n=2a_{n-1}(n\geq 2)$,在 $2a_n=2+S_n$ 中,令 $n=1$,得 $2a_1=2+S_1=2+a_1$,则 $a_1=2$,所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 2,公比为 2 的等比数列,所以 $a_n=2\cdot 2^{n-1}=2^n$.

若选②,由 $S_{n+1}=a_1(S_n+1)$,得 $S_{n+1}=2(S_n+1)$,所以当 $n\geq 2$ 时, $S_n=2(S_{n-1}+1)$,两式相减,得 $a_{n+1}=2a_n(n\geq 2)$,又 $a_1=2$,所以当 $n=1$ 时, $S_2=a_1(S_1+1)$,即 $2+a_2=6$,得 $a_2=4$,所以当 $n=1$ 时, $a_2=2a_1$,上式也成立,所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 2,公比为 2 的等比数列,所以 $a_n=2\cdot 2^{n-1}=2^n$.

若选③,在 $S_n=2^{n+1}-2$ 中,令 $n=1$,得 $a_1=2^2-2=2$,当 $n\geq 2$ 时, $S_{n-1}=2^n-2$,两式相减,得 $a_n=2^n(n\geq 2)$,当 $n=1$ 时, $a_1=2$,上式也成立,所以 $a_n=2^n(n\in\mathbf{N}_+)$.

一、单项选择题

1.B 提示:设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,则 $a_2+a_4+2a_7=a_1+d+a_1+3d+2(a_1+6d)=4a_1+16d=24$,所以 $a_1+4d=a_5=6$.

故选B.

2.A 提示:由 $a_1=3$,得 $\log_3a_1=1$,则数列 $\{\log_3a_n\}$ 是首项为1,公差为-2的等差数列,所以 $\log_3a_3=1-2\times(3-1)=-3$,所以 $a_3=3^{-3}=\frac{1}{27}$.

故选A.

3.B 提示:因为在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4+a_6=10,a_7=9$,所以 $\begin{cases} a_1+3d+a_1+5d=10, \\ a_1+6d=9, \end{cases}$

解得 $a_1=-3,d=2$.

故选B.

4.D 提示:因为数列 $\{a_n\}$ 为等差数列,且 $a_1=\frac{\pi}{6},a_3=\frac{\pi}{2}$,

所以等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d=\frac{a_3-a_1}{2}=\frac{\pi}{6}$,

则 $a_{2024}=a_1+2\ 023d=\frac{\pi}{6}+2\ 023\times\frac{\pi}{6}=\frac{2\ 024\pi}{6}$,

所以 $\sin a_{2024}=\sin\frac{2\ 024\pi}{6}=\sin\left(336\pi+\frac{8\pi}{6}\right)=\sin\frac{8\pi}{6}=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选D.

5.A 提示:因为 $\{a_n\}$ 是等差数列,所以 $S_{10},S_{20}-S_{10},S_{30}-S_{20}$ 也成等差数列,则 $2(S_{20}-S_{10})=S_{10}+S_{30}-S_{20}$,将 $S_{10}=S_{20}=100$ 代入,解得 $S_{30}=0$,又 $S_{20}-S_{10},S_{30}-S_{20},S_{40}-S_{30}$ 也成等差数列,则 $2(S_{30}-S_{20})=S_{20}-S_{10}+S_{40}-S_{30}$,即 $2(0-100)=100-100+S_{40}-0$,解得 $S_{40}=-200$.故选A.

6.D 提示:由题意得, $a_1+a_2+\cdots+a_{10}=54,a_n+a_{n-1}+\cdots+a_{n-9}=146$,所以 $a_1+a_2+\cdots+a_{10}+a_n+a_{n-1}+\cdots+a_{n-9}=54+146=200$,

又 $a_1+a_n=a_2+a_{n-1}=\cdots=a_{10}+a_{n-9}$,所以 $a_1+a_n=\frac{200}{10}=20$,所以 $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{20n}{2}=390$,所以 $n=39$.

故选D.

7.B 提示:设第一期发放 x 万元,第二期发放 $(x-10)$ 万元,第三期发放 $(x-20)$ 万元,依次类推,第11期发放 $(x-100)$ 万元,故前11期共发放 $\frac{11(x+x-100)}{2}=11(x-50)$ 万元,由题意得 $0<800-11(x-50)\leq 10$,解得 $-\frac{1340}{11}\leq x<-\frac{1350}{11}$, $x\in\mathbf{N}_+$,所以 $x=122$,则第12期放款金额为 $800-11\times(122-50)=8$ 万元,所以第1期和第12期放款金额之和为 $122+8=130$ 万元.

故选B.

8.C 提示:设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,由等差数列的性质,得 $a_4+a_9=a_6+a_7>0$,因为 $a_6<0$,所以 $a_7>0$,公差 $d=a_7-a_6>0$,所以当 $n\leq 6$ 时, $\{S_n\}$ 为递减数列,当 $n>7$ 时, $\{S_n\}$ 为递增数列,则 S_6 是 S_n 最小值,又 $S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6<$

$0,S_{12}=\frac{12(a_1+a_{12})}{2}=6(a_6+a_7)>0$,所以使得 $S_n<0$ 的最大的

n 为11.

故选C.

二、多项选择题

9.BC 提示:由题意知, $\begin{cases} a_7=a_1+6d=a_1-18>0, \\ a_8=a_1+7d=a_1-21<0, \end{cases}$

解得 $18<a_1<21$.

故选BC.

10.ABD 提示:对于A,由等差数列的性质,得 $a_3+a_{23}=2a_{13}$,则 $a_3+a_{13}+a_{23}=3a_{13}<0$,即 $a_{13}<0$,又 $a_{13}+a_{14}>0$,所以 $a_{14}>0$,故A正确;

对于B,设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,则 $d=a_{14}-a_{13}>0$,则 $\{a_n\}$ 为递增数列,故B正确;

对于C,因为 $d>0,a_{13}<0,a_{14}>0$,所以 S_{13} 为 S_n 的最小值,故C错误;

对于D, $S_{26}=\frac{26(a_1+a_{26})}{2}=13(a_{13}+a_{14})>0$,故D正确.

故选ABD.

11.BD 提示:因为 $(n+1)S_n<nS_{n+1}$,

所以 $\frac{(n+1)n(a_1+a_n)}{2}<\frac{n(n+1)(a_1+a_{n+1})}{2}$,化简整理

得, $a_n<a_{n+1}$,所以等差数列 $\{a_n\}$ 为递增数列,公差大于0,故A错误;因为 $a_{2023}S_{2022}<a_{2023}S_{2021}$,则 $a_{2023}(S_{2022}-S_{2021})=a_{2023}\cdot a_{2022}<0$,所以 $a_{2022}<0,a_{2023}>0$, S_n 的最小值为 S_{2022} ,故B正确,C错误;因为 $S_{2023}-S_{2021}=a_{2022}+a_{2023}<0$,所以 $S_{3044}=2\ 022\cdot(a_{2022}+a_{2023})<0,S_{4045}=4\ 045a_{2023}>0$,所以 $S_n>0$ 成立的 n 的最小值是4 045,故D正确.故选BD.

三、填空题

12.4 提示:设正项等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,则 $d>0$,因为 $a_2=2,2(a_3+a_6)=a_3\cdot a_6$,所以 $2(2+d+2+4d)=(2+d)\cdot(2+4d)$,解得 $d=1$ (舍去负值),所以 $2a_5-a_6=2(2+3d)-(2+4d)=2+2d=4$.

13. $\frac{37}{73}$ 提示: $\frac{S_{17}}{T_{17}}=\frac{\frac{(a_1+a_{17})\times 17}{2}}{\frac{(b_1+b_{17})\times 17}{2}}=\frac{17a_9}{17b_9}=\frac{a_9}{b_9}=\frac{2\times 17+3}{4\times 17+5}=\frac{37}{73}$.

14.2;2 025 提示:因为 T_n 为正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项

积,所以 $a_n>0,T_n>0$,由 $T_n=\frac{a_n}{a_1-1}$,得 $a_1=T_1=\frac{a_1}{a_1-1}$,解得 $a_1=$

2.当 $n\geq 2$ 时, $a_n=\frac{T_n}{T_{n-1}}$,所以 $T_n=\frac{a_n}{a_n-1}=\frac{T_n}{T_{n-1}}\cdot\frac{T_{n-1}}{T_n-T_{n-1}}$,化简得 $T_n-T_{n-1}=1$,所以数列 $\{T_n\}$ 是首项为2,公差为1的等差数列,则 $T_n=2+n-1=n+1$,所以 $T_{2024}=2\ 025$.

四、解答题

15.解:(1)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,因为 $a_2=22,a_6=10,a_6=a_2+4d$,所以 $10=22+4d$,解得 $d=-3$,则 $a_1=a_2-d=25$,所以 $a_n=25-3(n-1)=28-3n$.

(2)因为 $\{a_n\}$ 是等差数列,所以 $a_2,a_4,a_6,\cdots,a_{20}$ 是首项为 $a_2=22$,公差为-6的等差数列,所以 $a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{20}=10\times 22+\frac{9\times 10}{2}\times(-6)=-50$.

16.(1)解:由 $3S_5=5S_3+15$,

得 $3\left(5a_1+\frac{5\times 4}{2}d\right)=5\left(3a_1+\frac{3\times 2}{2}d\right)+15$,解得 $d=1$.

(2)证明:设数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 的公差为 d ,因为 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列,所以当 $n\geq 2$ 时, $\sqrt{S_n}-\sqrt{S_{n-1}}=d$,所以 $d=\sqrt{S_2}-\sqrt{S_1}=\sqrt{a_1+a_2}-\sqrt{a_1}=\sqrt{a_1+3a_1}-\sqrt{a_1}=\sqrt{a_1}$,

所以 $\sqrt{S_n}=\sqrt{a_1}+(n-1)\sqrt{a_1}=n\sqrt{a_1}$,故 $S_n=n^2a_1$,当 $n\geq 2$

时, $S_{n-1}=(n-1)^2a_1$,所以 $a_n=S_n-S_{n-1}=n^2a_1-(n-1)^2a_1=(2n-1)\cdot a_1$,当 $n=1$ 时,上式成立,所以 $a_n=(2n-1)a_1,n\in\mathbf{N}_+$.所以当 $n\geq 2$ 时, $a_n-a_{n-1}=(2n-1)a_1-(2n-3)a_1=2a_1$,所以 $\{a_n\}$ 是等差数列.

17.解:(1)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,因为 $a_1=1,a_3$ 是 a_2 和 a_7+2 的等差中项,所以 $2a_3=a_2+a_7+2$,即 $2(1+4d)=1+d+1+6d+2$,解得 $d=2$,所以 $a_n=1+2(n-1)=2n-1$.

(2)因为 $a_n=2n-1,a_1=1$,所以 $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{n(1+2n-1)}{2}=$

n^2 ,由 $S_n<2\ 024$,得 $n^2<2\ 024$,又 $44^2=1\ 936<2\ 024,45^2=2\ 025>2\ 024$,所以使 $S_n<2\ 024$ 成立的最大正整数 n 的值为44.

18.解:(1)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,因为 $S_4=S_5$,所以 $a_5=0$,则 $a_1=-4d$. ①

又 $a_6-3a_3=18$,所以 $a_1+7d-3(a_1+2d)=18$,得 $-2a_1+d=18$, ②

联立①②,解得 $a_1=-8,d=2$,所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=-8+2(n-1)=2n-10$.

(2)由(1)知, $S_n=-8n+\frac{n(n-1)}{2}\times 2=n^2-9n$,

所以 $\frac{S_n}{a_n}<1$,即 $\frac{n^2-9n}{2n-10}<1$.当 $n<5$ 时,不等式转化为 $n^2-9n>2n-10$,解得 $n>10$ (舍去)或 $n<1$ (舍去);当 $n>5$ 时,

不等式转化为 $n^2-9n<2n-10$,解得 $1<n<10$,所以 $5<n<10$,所以满足条件的 n 的取值集合为 $\{6,7,8,9\}$.

19.解:(1)若选①,设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,则 $\begin{cases} a_8=a_1+7d=4, \\ S_{11}=11a_1+55d=-22, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1=-17, \\ d=3, \end{cases}$ 所以 $a_n=a_1+(n-1)d=$

$3n-20$.令 $3n-20=2\ 022$,解得 $n=\frac{2\ 042}{3}\notin\mathbf{N}_+$,所以2 022不是数列 $\{a_n\}$ 中的项.

若选②,由 $S_5=S_6$,得 $S_6-S_5=a_6=0$.设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,则 $\begin{cases} a_8=a_1+7d=4, \\ a_6=a_1+5d=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1=-10, \\ d=2, \end{cases}$ 所以设计的停车位总数为 $1+2+2^2+\cdots+2^6+7\times 8=\frac{1\times(1-2^7)}{1-2}+56=183$.故选B.

8.D 提示:设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,由 $a_1\cdot a_5=4a_2$,得 $a_1\cdot a_1q^4=4a_1q$,即 $a_1q^3=4$,又 $a_7=a_1q^6=\frac{1}{2}$,得 $q^3=\frac{1}{8}$,得 $q=\frac{1}{2}$,所以 $a_1=\frac{4}{q^3}=32$,

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=32\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=2^{6-n}$,所以当 $1\leq n\leq 5$ 时, $a_n>1$,当 $n=6$ 时, $a_n=1$,当 $n\geq 7$ 时, $0<a_n<1$.令 $T_n=a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots a_n$,则 $T_1<T_2<\cdots<T_5=T_6,T_6>T_7>\cdots$,所以 $(T_n)_{\max}=T_6=T_5=a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot a_4\cdot a_5=2^5\times 2^4\times 2^3\times 2^2\times 2^{15}$.所以 $\log_2T_n\leq \log_2(a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot a_4\cdot a_5)=\log_22^{45}=15$.故选D.

二、多项选择题

9.BC

第3期

一、单项选择题

1.A

提示:在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_6=\frac{2}{3}$,公比 $q=\sqrt{3}$,则 $a_{10}=$

$a_6q^4=\frac{2}{3}\times(\sqrt{3})^4=6$.故选A.

2.B

提示:因为等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3=10,a_2+a_4=5$,

所以 $\begin{cases} a_1+aq^2=10, \\ a_1q+aq^3=5, \end{cases}$ 解得 $a_1=8,q=\frac{1}{2}$,

所以 $a_5=a_1q^4=8\times\frac{1}{16}=\frac{1}{2}$.故选B.

3.B

提示:因为 $\lg a_2,\lg a_{2023}$ 是 $f(x)=3x^2-12x+9$ 的两个零点,则 $\lg a_2,\lg a_{2023}$ 是方程 $3x^2-12x+9=0$ 的两个根,

所以 $\lg a_2+\lg a_{2023}=4$,所以 $\lg(a_2a_{2023})=4$,则 $a_2a_{2023}=10^4$,所以 $a_1a_{2024}=a_2a_{2023}=10^4$.故选B.

4.B

提示:设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,因为 $S_3=4,a_4+a_5+a_6=8$,所以 $a_4+a_5+a_6=q^3(a_1+a_2+a_3)=q^3S_3=4q^3=8$,得 $q^3=2$,则

$\frac{a_1(1-q^9)}{1-q}=\frac{1-q^9}{1-q^6}=\frac{1-2^3}{1-2^2}=\frac{7}{3}$.

故选B.

5.A

提示:因为 $S_3=a_1-2,S_2=a_3-2$,两式相减,得 $S_3-S_2=a_4-a_3$,即 $a_3=a_4-a_3$,则 $a_4=2a_3$,所以公比 $q=\frac{a_4}{a_3}=2$.

故选A.

6.C

提示:设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,则 $S_{10},S_{20}-S_{10},S_{30}-S_{20}$ 是首项为 S_{10} ,公比为 q^{10} 的等比数列,因为 $S_{30}=7S_{10},S_{10}+S_{30}=80$,所以 $S_{10}=10,S_{30}=70$,

所以 $(S_{20}-10)^2=10(70-S_{20})>0$,即 $S_{20}^2-10S_{20}-600=0$,解得 $S_{20}=30$ 或 $S_{20}=-20$ (舍去).

故选C.

7.B

提示:设停车位的个数构成数列 $\{a_n\}$,每排设计的停车位个数是上一排的2倍减去8,则 $a_{n+1}=2a_n-8$,即 $a_{n+1}-8=2(a_n-8)$,所以数列 $\{a_n-8\}$ 是以 $9-8=1$ 为首项,2为公比的等比数列,所以 $a_n-8=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$,所以 $a_n=2^{n-1}+8$,所以设计的停车位总数为 $1+2+2^2+\cdots+2^6+7\times 8=\frac{1\times(1-2^7)}{1-2}+56=183$.故选B.

8.D

提示:设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,由 $a_1\cdot a_5=4a_2$,得 $a_1\cdot a_1q^4=4a_1q$,即 $a_1q^3=4$,又 $a_7=a_1q^6=\frac{1}{2}$,得 $q^3=\frac{1}{8}$,得 $q=\frac{1}{2}$,所以 $a_1=\frac{4}{q^3}=32$,

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=32\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=2^{6-n}$,

所以当 $1\leq n\leq 5$ 时, $a_n>1$,当 $n=6$ 时, $a_n=1$,当 $n\geq 7$ 时, $0<a_n<1$.令 $T_n=a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots a_n$,则 $T_1<T_2<\cdots<T_5=T_6,T_6>T_7>\cdots$,所以 $(T_n)_{\max}=T_6=T_5=a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot a_4\cdot a_5=2^5\times 2^4\times 2^3\times 2^2\times 2^{15}$.所以 $\log_2a_1+\log_2a_2+\cdots+\log_2a_n=\log_2(a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots a_n)=\log_2T_n\leq \log_2(a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot a_4\cdot a_5)=\log_22^{45}=15$.故选D.

二、多项选择题

9.BC

高二选择性必修(第二册)答案页第1期

提示:因为在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=2,a_6=32$,

设 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,则 $q^4=\frac{a_1q^5}{a_1q}=\frac{a_6}{a_2}=16$,

所以 $q=\pm 2$.故选BC.

10.AC

提示:由正项等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,得 $a_n>0,q>0$.

对于A,因为 $a_4=2,a_6=8$,

所以 $\begin{cases} a_1q^3=2, \\ a_1q^5=8, \end{cases}$ 解得 $a_1=\frac{1}{4},q=2$,

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=\frac{1}{4}\times 2^{n-1}=2^{n-3}$,故A正确;

对于B, $a_{10}=2^7=128$,故B错误;对于C,因为 $a_n=2^{n-3}$,

所以 $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=\frac{1}{2^{n+2}}-\frac{1}{2^{n-3}}=-\frac{1}{2^{n+2}}<0$,即 $\frac{1}{a_{n+1}}<\frac{1}{a_n}$,

所以数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是递减数列,故C正确;

对于D, $S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{\frac{1}{4}(1-2^n)}{1-2}=2^{n-2}-\frac{1}{4}$,

故D错误.故选AC.

11.ABC

提示:因为 $a_1>1,0<q<1$,且 $(a_{2023}-1)\cdot(a_{2024}-1)<0$,所以 $a_{2023}>1,0<a_{2024}<1$.

对于A, $S_{2024}-S_{2023}=a_{2024}>0$,故A正确;

对于B, $a_{2023}a_{2025}=a_{2024}^2<1$,故B正确;

对于C,D, $a_{2023}>1,0<a_{2024}<1,0<q<1$,则数列 $\{T_n\}$ 中的最大值是 T_{2023} ,故C正确,D错误.

故选ABC.

三、填空题

12. 2^{n-1}

提示:设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q(q>0)$,因为 $a_1+a_2=17,a_3+a_5=68$,所以 $a_3+a_7=(a_1+a_3)q^2$,即 $17q^2=68$,解得 $q=2$ 或 $q=-2$ (舍去),所以 $a_1+a_5=a_1+aq^4=17a_1=17$,则 $a_1=1$,所以 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$.

13.2 045

提示:由 $a_{n+1}=2a_n+3$,得 $a_{n+1}+3=2(a_n+3)$,因为 $a_1=1$,所以 $a_1+3=4$,所以数列 $\{a_n+3\}$ 是以4为首项,2为公比的等比数列,所以 $a_n+3=4\cdot 2^{n-1}=2^{n+1}$,则 $a_n=2^{n+1}-3$,所以 $a_{10}=2^{11}-3=2\ 045$.

14.(-1,0)

提示:因为 $S_{2024}<S_{2026}<S_{2025}$,即 $\begin{cases} S_{2024}<S_{2026}, \\ S_{2026}<S_{2025}, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} S_{2024}<S_{2024}+a_{2025}+a_{2026}, \\ S_{2025}+a_{2026}<S_{2025}, \end{cases}$

所以 $\begin{cases} a_{2025}+a_{2026}>0, \\ a_{2026}<0, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} a_{2025}>0, \\ a_{2026}<0, \\ |a_{2025}|>|a_{2026}|, \end{cases}$

因为 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列,

所以 $\begin{cases} a_1q^{2024}>0, \\ a_1q^{2025}<0, \\ |a_1q^{2024}|>|a_1q^{2025}|, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1>0, \\ q<0, \\ -1<q<1, \end{cases}$