

为100-60=40.

所以总样本的平均数为

$$\frac{60}{100} \times 170 + \frac{40}{100} \times 160 = 166(\text{cm}),$$

$$\text{故方差为 } s^2 = \frac{1}{100} \times [60 \times [12 + (170 - 166)^2] + 40 \times$$

$$[38 + (160 - 166)^2]] = 46.4.$$

由此估计高三年级全体学生身高的方差为46.4.

$$17. \text{解: 计算得甲组成绩的平均数 } \bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{10} \times (125 + 141 +$$

$$140 + 137 + 122 + 114 + 119 + 139 + 121 + 142) = 130(\text{分}), \text{ 方差}$$

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{10} \times [(125 - 130)^2 + (141 - 130)^2 + (140 - 130)^2 + (137 -$$

$$130)^2 + (122 - 130)^2 + (114 - 130)^2 + (119 - 130)^2 + (139 - 130)^2 +$$

$$(121 - 130)^2 + (142 - 130)^2] = 104.2;$$

$$\text{乙组成绩的平均数 } \bar{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{10} \times (127 + 116 + 144 + 127 +$$

$$144 + 116 + 140 + 140 + 116 + 140) = 131(\text{分}), \text{ 方差 } s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{10} \times$$

$$[(127 - 131)^2 + (116 - 131)^2 + (144 - 131)^2 + (127 - 131)^2 +$$

$$(144 - 131)^2 + (116 - 131)^2 + (140 - 131)^2 + (140 - 131)^2 + (116 -$$

$$131)^2 + (140 - 131)^2] = 128.8.$$

所以  $\bar{x}_{\text{甲}} < \bar{x}_{\text{乙}}, s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$ .若最终选择甲组,理由为:甲、乙两组平均数相差不大,但  $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$ ,即甲组成绩波动小,甲组成绩较稳定;若最终选择乙组,理由为:  $\bar{x}_{\text{甲}} < \bar{x}_{\text{乙}}$ ,则在比赛中,高分团队获胜的可能性大.18.解:(1)由题意,得  $10 \times (0.015 + 0.035 + b + a) = 1$ ,且  $b = 4a$ ,解得  $a = 0.01, b = 0.04$ .估计满意度得分的平均值为  $65 \times 0.15 + 75 \times 0.35 + 85 \times$ 

$$0.4 + 95 \times 0.1 = 79.5(\text{分}).$$

(2)超过60%的人满意度在75分及以上,即40%分位数大于等于75.

因为  $0.15 < 0.4, 0.15 + 0.35 = 0.5 > 0.4$ ,

所以40%分位数位于[70,80).

由  $70 + \frac{0.4 - 0.15}{0.5 - 0.15} \times 10 = \frac{540}{7}$ ,估计40%分位数为  $\frac{540}{7} > 75$ .

所以有超过60%的人满意度在75分及以上,衢州市5月份文旅成绩合格了.

(3)根据已知数据,得总样本的平均数为

$$\frac{4}{10} \times 80 + \frac{6}{10} \times 90 = 86(\text{分}),$$

$$\text{方差为 } \frac{4}{10} \times [75 + (80 - 86)^2] + \frac{6}{10} \times [70 + (90 - 86)^2] = 96.$$

19.解:(1)由题意可知,

当  $n < 30$  时,  $y = 8n + 5(30 - n) - 6 \times 30 = 3n - 30$ ;当  $n \geq 30$  时,  $y = 8 \times 30 - 6 \times 30 = 60$ .故所求函数解析式为  $y = \begin{cases} 3n - 30, & n < 30, \\ 60, & n \geq 30, \end{cases} n \in \mathbf{N}$ .(2)由图表及(1)可得,当  $n = 28$  时,日利润  $y = 54$ ,频数为3;当  $n = 29$  时,日利润  $y = 57$ ,频数为4;当  $n \geq 30$  时,日利润  $y = 60$ ,频数为  $6 + 6 + 7 + 4 = 23$ .所以这30天的日利润的平均数为  $\frac{1}{30} \times (3 \times 54 + 4 \times 57 +$ 

$$23 \times 60) = 59(\text{元}),$$

$$\text{方差为 } \frac{1}{30} \times [3 \times (54 - 59)^2 + 4 \times (57 - 59)^2 + 23 \times (60 -$$

$$59)^2] = 3.8.$$

(3)根据该统计数据,一定要停止这种面包的生产.理由如下:

设连续10天的日需求量为  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ ,由平均数为6,方差为2,

$$\text{得 } s^2 = \frac{1}{10} \times [(x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2 + \dots + (x_{10} - 6)^2] = 2,$$

所以  $(x_i - 6)^2 + (x_j - 6)^2 + \dots + (x_{10} - 6)^2 = 20$ .所以  $(x_i - 6)^2 \leq 20 (1 \leq k \leq 10, k \in \mathbf{N})$ .又  $x_i \in \mathbf{N}$ ,检验知  $x_i \leq 10 (1 \leq k \leq 10, k \in \mathbf{N})$ .

由此可以说明连续10天的日需求量都不超过10个,

故一定要停止这种面包的生产.

## 数学 北师大

扫码免费下载  
习题讲解 ppt

### 第13期

第3-4版同步周测参考答案

#### 一、单项选择题

1.D

提示:因为1号球的频数为4,所以1

号球占总体的频率为  $\frac{4}{10} = 0.4$ .故选D.

2.A

提示:本班报名参加科技小组的人数是  $0.25 \times 40 = 10$ .

故选A.

3.A

提示:将数据从小到大排列为55,64,67,76,76,88,

90,92,共8个数.因为  $8 \times 80\% = 6.4$ ,所以这组数据的80%分位数是第7个数90.故选A.

4.B

提示:方差、标准差、极差度量样本的离散程度,众数、中位数和平均数度量样本的集中趋势.故选B.

5.D

提示:根据频率分布直方图知,12时到14时的频率为  $0.25 + 0.10 = 0.35$ ,9时到11时的频率为  $1 - 0.4 - 0.35 = 0.25$ ,又12时到14时的销售额为42万元,所以9时到11时的销售额为  $42 \times \frac{0.25}{0.35} = 30(\text{万元})$ .故选D.

6.A

提示:由题图估计该班级的平均分为

$$(610 \times 0.004 + 630 \times 0.007 + 650 \times 0.02 + 670 \times 0.014 + 690 \times$$

$$0.005) \times 20 = 653.6(\text{分}).$$

故选A.

7.C

提示:根据题表知,[900,1050)的频率为  $0.06 + 0.12 +$ 
 $0.18 = 0.36 < 0.5$ ,所以100块稻田亩产量的中位数不小于1050 kg,故A错误;亩产量低于1000 kg的稻田所占比例为  $1 - 0.24 - 0.10 = 0.66 < 0.8$ .故B错误;亩产量的极差最大值为  $1200 - 900 = 300(\text{kg})$ ,最小值为  $1150 - 950 = 200(\text{kg})$ ,故C正确;估计平均值为  $\frac{1}{100} \times (6 \times 925 + 12 \times 975 + 18 \times 1025 +$ 

$$30 \times 1075 + 24 \times 1125 + 10 \times 1175) = 1067(\text{kg}) > 1000 \text{ kg}$$
,故D错误.故选C.

8.C

提示:根据这6周的慢走里程的中位数为16,得  $\frac{m+n}{2} =$ 

$$16, \text{解得 } m+n=32. \text{故这6周慢走里程的平均数为 } \frac{1}{6} \times (11+$$

$$12+m+n+20+27) = 17. \text{要使这6周的周慢走里程的标准差最小,则需 } (m-17)^2 + (n-17)^2 \text{ 最小.}$$

$$(m-17)^2 + (n-17)^2 = (m-17)^2 + (32-m-17)^2 = 2m^2 - 64m +$$

$$514 = 2(m-16)^2 + 2 \geq 2, \text{ 当且仅当 } m=16 \text{ 时,等号成立.}$$

故选C.

#### 二、多项选择题

9.AB

提示:计算  $10 \times 65\% = 6.5$ ,所以这组数据的65%分位数12是第7个数.将除  $m$  外的已知数据按从小到大的顺序排列为7,8,9,10,11,12,14,15,17,则12是第6个数,所以  $m \leq 12$ .结合选项可知选AB.

10.BD

提示:根据题意估计,三所学校的学生文学经典名著的年均阅读的均值为  $\frac{35}{120} \times 4 + \frac{40}{120} \times 7 + \frac{45}{120} \times 8 = 6.5$ ,方差

$$\text{为 } \frac{35}{120} \times [9 + (4 - 6.5)^2] + \frac{40}{120} \times [15 + (7 - 6.5)^2] + \frac{45}{120} \times [21 +$$

$$(8 - 6.5)^2] = 18.25. \text{故选BD.}$$

11.ABD

提示:由频率分布直方图估计,[79.5,89.5)这一组的频数是  $10 \times 0.025 \times 60 = 15$ ,故A正确;众数是  $\frac{69.5 + 79.5}{2} =$ 

$$74.5(\text{分}), \text{ 故B正确;平均成绩是 } 44.5 \times 0.1 + 54.5 \times 0.15 +$$

$$64.5 \times 0.15 + 74.5 \times 0.3 + 84.5 \times 0.25 + 94.5 \times 0.05 = 70.5(\text{分}), \text{ 故C}$$

错误;前3组的频率之和为  $0.4 < 0.5$ ,前4组的频率之和为  $0.7 > 0.5$ ,所以中位数在[69.5,79.5)内.设中位数为  $x$  分,则  $0.4 + (x - 69.5) \times 0.03 = 0.5$ ,解得  $x = 72.8$ ,故D正确.故选ABD.

或10环的概率为0.6.

$$(2) P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0.32 + 0.28 + 0.18 = 0.78. \text{故至少命中8环的概率为} 0.78.$$

(3)  $P(\overline{A+B+C}) = 1 - P(A+B+C) = 1 - 0.78 = 0.22$ ,故命中不足8环的概率为0.22.16.解:(1)由表中数据可知,既未参加书法小组又未参加科创小组的有30人,故至少参加上述一个小组的人数为  $45 - 30 = 15$ ,所以从该班随机选1名同学,该同学至少参加上述一个小组的概率为  $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$ .(2)从5名男同学和3名女同学中各随机选1人,样本空间  $\Omega = \{(A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_1, B_3), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_2, B_3), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (A_3, B_3), (A_4, B_1), (A_4, B_2), (A_4, B_3), (A_5, B_1), (A_5, B_2), (A_5, B_3)\}$ ,共15个样本点,其中  $A_i$  被选中且  $B_j$  未被选中包含的样本点有  $(A_i, B_2), (A_i, B_3)$ ,共2个,所以  $A_i$  被选中且  $B_j$  未被选中的概率为  $\frac{2}{15}$ .17.解:(1)依题意,样本空间  $\Omega = \{\text{物化生,物化地,物化政,物生地,物生政,物地政,史化生,史化地,史化政,史生地,史生政,史地政}\}$ ,  $n(\Omega) = 12$ .记事件  $A$  表示“所选组合符合该大学某专业报考条件”,则  $A = \{\text{物化生,物化地,物化政,物生地,物生政}\}$ ,  $n(A) = 5$ ,所以  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{12}$ .(2)记事件  $M_1$  表示“甲符合该大学某专业报考条件”,事件  $M_2$  表示“乙符合该大学某专业报考条件”,事件  $M$  表示“甲、乙两人中至少有一人符合该大学某专业报考条件”,

$$\text{由(1)可知, } P(M_1) = P(M_2) = \frac{5}{12},$$

$$\text{所以 } P(M) = 1 - P(\overline{M}_1)P(\overline{M}_2) = 1 - \frac{7}{12} \times \frac{7}{12} = \frac{95}{144}.$$

18.解:(1)记事件  $D$  表示“洛洛第一关抽中甲题,且第一关闯关成功”.

$$\text{由题意得洛洛第一关抽到每道题目的概率均为 } \frac{1}{3},$$

$$\text{所以 } P(D) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}.$$

(2)记事件  $E$  表示“洛洛第一关闯关成功”,

$$\text{则 } P(E) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}.$$

记事件  $F$  表示“洛洛第二关闯关成功”,洛洛答题情况如下:甲题错乙题对,甲题错丙题对,乙题错甲题对,乙题错丙题对,丙题错甲题对,丙题错乙题对,所以  $P(F) = \frac{1}{3} \times$ 

$$\frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{7}{27}.$$

记事件  $M$  表示“洛洛第一关闯关成功或第二关闯关成功”,则事件  $E$  与事件  $F$  互斥,

$$\text{所以 } P(M) = P(E) + P(F) = \frac{41}{54}.$$

所以洛洛第一关闯关成功或第二关闯关成功的概率为  $\frac{41}{54}$ .19.解:(1)记方式①、②、③的样本空间分别为  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ ,用列表法易得  $n(\Omega_1) = 64, n(\Omega_2) = 56, n(\Omega_3) = 32$ .记事件  $A$  表示“抽到一张红10和一张红K”,则  $A = \{(\text{红桃}10, \text{红桃}K), (\text{红桃}10, \text{方块}K), (\text{方块}10, \text{红桃}K), (\text{方块}10, \text{方块}K), (\text{红桃}K, \text{红桃}10), (\text{方块}K, \text{红桃}10), (\text{红桃}K, \text{方块}10), (\text{方块}K, \text{方块}10)\}$ ,  $n(A) = 8$ ,

所以在三种不同抽取方式下的成功概率分别为

$$p_1 = \frac{n(A)}{n(\Omega_1)} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}, p_2 = \frac{n(A)}{n(\Omega_2)} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7},$$

$$p_3 = \frac{n(A)}{n(\Omega_3)} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}.$$

(2)(i)记“三次抽取至少有一次成功”为事件  $B$ ,则  $P(B) = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3) = 1 - \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{16}$ .(ii)有关,按①③②或②③①的顺序使概率  $p$  最大.若按①②③的顺序,则

$$p = \frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{3}{4} + \frac{7}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{112}.$$

同理①③②、②①③、②③①、③①②、③②①顺序下的概率  $p$  分别为  $\frac{13}{224}, \frac{9}{224}, \frac{13}{224}, \frac{9}{224}, \frac{9}{112}$ .故此概率与三种方式的先后顺序有关,按①③②或②③①的顺序使概率  $p$  最大.

$$\text{当 } n=2 \text{ 时, } i=0, 1, \text{ 且 } P(i=0) = \frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{5}{36} +$$

$$\frac{3}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{2}, P(i=1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \text{ 因为各概率相等,所以公平;}$$

$$\text{当 } n=3 \text{ 时, } i=0, 1, 2, \text{ 且 } P(i=0) = \frac{2}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} =$$

$$\frac{1}{3}, P(i=1) = \frac{3}{36} + \frac{6}{36} + \frac{3}{36} = \frac{1}{3}, P(i=2) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} +$$

$$\frac{2}{36} = \frac{1}{3}, \text{ 因为各概率相等,所以公平;}$$

$$\text{当 } n=4 \text{ 时, } i=0, 1, 2, 3, \text{ 且 } P(i=0) = \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{4},$$

$$P(i=1) = \frac{4}{36} + \frac{4}{36} = \frac{2}{9}, P(i=2) = \frac{1}{36} + \frac{5}{36} + \frac{3}{36} = \frac{1}{4}, P(i=$$

$$3) = \frac{2}{36} + \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{5}{18}, \text{ 因为各概率不相等,所以不公平;}$$

$$\text{当 } n=6 \text{ 时, } i=0, 1, 2, 3, 4, 5, \text{ 且 } P(i=0) = \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{6}.$$

$$P(i=1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}, P(i=2) = \frac{1}{36} + \frac{5}{36} = \frac{1}{6}, P(i=3) = \frac{2}{36} +$$

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{6}, P(i=4) = \frac{3}{36} + \frac{3}{36} = \frac{1}{6}, P(i=5) = \frac{4}{36} + \frac{2}{36} = \frac{1}{6}, \text{ 因为各概率相等,所以公平.故选C.}$$

#### 二、多项选择题

9.ABD

提示:因为事件  $A, B, C$  两两互斥,且  $P(A) = \frac{1}{6}, P(B) =$ 

$$\frac{1}{3}, P(A \cup C) = \frac{5}{12}, \text{ 所以 } P(C) = P(A \cup C) - P(A) = \frac{5}{12} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4},$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}, P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) +$$

$$P(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}.$$

故选ABD.

10.AC

$$\text{提示:依题意有 } \begin{cases} \frac{1}{2}mn = \frac{1}{18}, \\ 1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right)(1-m)(1-n) = \frac{7}{9}. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = \frac{1}{3}, \\ n = \frac{1}{3}. \end{cases} \text{ 故选AC.}$$

11.ABD

提示:对于方案一,选到3号球的概率  $P_1 = \frac{1}{3}$ ;对于方案二,先后不放回地摸出2个球,所有样本点为(1,2),(1,3),(2,1),(2,3),(3,1),(3,2),共6个,其中选到3号球包含的样本点有(1,3),(2,1),(2,3),共3个,所以  $P_2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ;对于方案三,同时摸出2个球,所有的样本点为(1,2),(1,3),(2,3),共3个,其中选到3号球包含(1,3),(2,3),共2个,所以  $P_3 = \frac{2}{3}$ .所以  $P_1 < P_2, P_1 < P_3, P_2 < P_3, 2P_1 = P_3$ ,故选ABD.

#### 三、填空题

对立,  $A \cap B = \{(\text{正}, \text{反})\} \neq \emptyset$ , 即  $A$  与  $B$  不互斥,  $P(A+B) = \frac{3}{4}$ .

$P(D) = \frac{3}{4}$ . 故选 AC.

11.BC

提示: 根据题意,

$A_1$  包含的样本点有  $(2, 1)$ , 共 1 个;

$A_2$  包含的样本点有  $(2, 2), (3, 1)$ , 共 2 个;

$A_3$  包含的样本点有  $(2, 3), (3, 2), (4, 1)$ , 共 3 个;

$A_4$  包含的样本点有  $(2, 4), (4, 2), (3, 3)$ , 共 3 个;

$A_5$  包含的样本点有  $(3, 4), (4, 3)$ , 共 2 个;

$A_6$  包含的样本点有  $(4, 4)$ , 共 1 个.

又样本空间的样本点个数相等, 所以当  $k=5$  或  $k=6$  时, 事件  $A_k$  的概率最大.

故选 BC.

三、填空题

12.  $\emptyset, \{1\}, \{5\}, \{7\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{5, 7\}, \{1, 5, 7\}$

提示: 由“ $A, B$  两个事件至少有一个发生”的对立事件是  $C$ , 知  $C$  表示“ $A, B$  两个事件都不发生”, 即  $C$  表示“出现奇数且不是 3 的倍数”, 所以  $C = \{1, 5, 7\}$ . 所以事件  $C$  对应的子集是  $\emptyset, \{1\}, \{5\}, \{7\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{5, 7\}, \{1, 5, 7\}$ .

13.02

提示: 设事件  $A, B, C$  分别表示“取到红色小球”“取到黑色小球”“取到蓝色小球”, 则  $A, B, C$  为两两互斥事件,

根据题意, 得  $\begin{cases} P(A)+P(B)=0.7, \\ P(B)+P(C)=0.5, \\ P(A)+P(B)+P(C)=1, \end{cases}$

解得  $P(B)=0.2$ .

14. $\frac{1}{2}$

提示: 根据对称性, 设甲的顺序固定为 1, 3, 5, 7, 则乙的顺序及得分如下表所示.

顺序	甲得分	顺序	甲得分
(2, 4, 6, 8)	0	(6, 2, 4, 8)	2
(2, 4, 8, 6)	1	(6, 2, 8, 4)	2
(2, 6, 4, 8)	1	(6, 4, 2, 8)	1
(2, 6, 8, 4)	1	(6, 4, 8, 2)	1
(2, 8, 4, 6)	2	(6, 8, 2, 4)	2
(2, 8, 6, 4)	1	(6, 8, 4, 2)	2
(4, 2, 6, 8)	1	(8, 2, 4, 6)	3
(4, 2, 8, 6)	2	(8, 2, 6, 4)	2
(4, 6, 2, 8)	1	(8, 4, 2, 6)	2
(4, 6, 8, 2)	1	(8, 4, 6, 2)	1
(4, 8, 2, 6)	2	(8, 6, 2, 4)	2
(4, 8, 6, 2)	1	(8, 6, 4, 2)	2

共 24 个样本点. 记  $A$  表示事件“四轮比赛后, 甲的总得分不小于 2”, 则  $A$  包含 12 个样本点.

所以  $P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ .

四、解答题

15. 解: (1) 用分层随机抽样的方法抽到咨询物理、化学、生物问题的次数分别为 3, 2, 1.

设物理问题用  $a_1, a_2, a_3$  表示, 化学问题用  $b_1, b_2$  表示, 生物问题用  $c$  表示.

根据题意, 所有的样本点为  $(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_1, c), (a_2, a_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_2, c), (a_3, b_1), (a_3, b_2), (a_3, c), (b_1, b_2), (b_1, c), (b_2, c)$ .

(2) 由(1)知, 样本空间共 15 个样本点. 记  $A$  表示事件“恰好抽到物理和化学各一次”, 则  $A$  包含的样本点有  $(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_1), (a_3, b_2)$ , 共 6 个.

所以  $P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ .

16. 解: (1) 设小华同学任取一个小球, 抽得一等奖、二等奖、三等奖、无奖的事件分别为  $A, B, C, D$ , 它们彼此互斥.

由题意, 得  $P(A) = \frac{1}{16}, P(B+C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{2}$ .

所以  $P(D) = 1 - P(A+B+C) = 1 - P(A) - P(B+C) = \frac{7}{16}$ .

## 数学 北师大

第 15 期

第 3-4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示: 抛一枚硬币正面朝上, 打开电视正在播广告, 两实数和为正均为随机事件; 三角形中不可能有两个直角, 故 B 为不可能事件. 故选 B.

2.B

提示: 从 4 名男生, 2 名女生中随机抽取 3 人, 所有可能为 3 名男生, 2 男 1 女, 1 男 2 女. 所以必然事件为“至少有 1 名男生”. 故选 B.

3.A

提示: 事件“点  $P$  落在  $y$  轴上”包含的样本点有  $(0, -8), (0, -6), (0, -4), (0, -2), (0, 1), (0, 3), (0, 7)$ , 共 7 个.

故选 A.

4.B

提示: 由已知可得,  $A = \{4, 5, 6\}, B = \{2, 4, 6\}$ ,

则  $\bar{A} = \{1, 2, 3\}, \bar{B} = \{1, 3, 5\}$ .

所以  $\bar{A} \cap \bar{B} = \{2\}, A \cap \bar{B} = \{5\}, \bar{A} \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}, A \cup \bar{B} = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ . 故选 B.

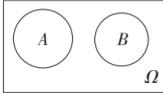
5.C

提示: 分别记抽验的产品是甲级品、乙级品、丙级品为事件  $A, B, C$ , 这三个事件彼此互斥, 且和事件为必然事件, 所以  $P(A) = 1 - P(B) - P(C) = 1 - 5\% - 3\% = 92\% = 0.92$ .

故选 C.

6.B

提示: 由事件  $A, B$  互斥, 画出 Venn 图如图所示, 可知  $A+B$  不一定是必然事件, 故 A 错误;  $\bar{A} + \bar{B}$  一定是必然事件, 故 B 正确;  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  不一定互斥, 故 C 错误; 当  $A, B$  为对立事件时,  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  互斥, 故 D 错误. 故选 B.



(第 6 题图)

7.B

提示: 画出树状图如图所示, 可知样本空间共有 24 个样本点. 记  $A$  表示事件“丙不在排头, 且甲或乙在排尾”, 则  $A = \{(\text{甲}, \text{丙}, \text{丁}, \text{乙}), (\text{甲}, \text{丁}, \text{丙}, \text{乙}), (\text{乙}, \text{丙}, \text{丁}, \text{甲}), (\text{乙}, \text{丁}, \text{丙}, \text{甲}), (\text{丁}, \text{甲}, \text{丙}, \text{乙}), (\text{丁}, \text{乙}, \text{丙}, \text{甲}), (\text{丁}, \text{丙}, \text{甲}, \text{乙}), (\text{丁}, \text{丙}, \text{乙}, \text{甲})\}$ , 共 8 个样本点.

故  $P(A) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ . 故选 B.



(第 7 题图)

8.D

提示: 设三人能力分别为强、中、弱, 则样本空间  $\Omega = \{(\text{强}, \text{中}, \text{弱}), (\text{强}, \text{弱}, \text{中}), (\text{中}, \text{强}, \text{弱}), (\text{中}, \text{弱}, \text{强}), (\text{弱}, \text{中}, \text{强}), (\text{弱}, \text{强}, \text{中})\}$ , 共 6 个样本点.

按照规定, 该公司录用到能力最强的人包含的样本点有  $(\text{中}, \text{强}, \text{弱}), (\text{中}, \text{弱}, \text{强}), (\text{弱}, \text{强}, \text{中})$ , 共 3 个样本点, 所以  $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ; 该公司录用到能力中等的人包含的样本点有  $(\text{强}, \text{弱}, \text{中}), (\text{弱}, \text{中}, \text{强})$ , 共 2 个样本点, 所以  $q = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ . 故选 D.

二、多项选择题

9.BC

提示: 由题意知, 样本空间  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, C_1 = \{1\}, C_2 = \{3\}, D_1 = \{1, 2\}, D_2 = \{3, 4, 5, 6\}, D_3 = \{5, 6\}$ , 则  $C_1 \neq D_1, C_1 \subseteq D_2, D_1 \cup D_2 = \Omega, D_2 \cap D_3 = \{5, 6\} \neq D_3$ . 故选 BC.

10.AC

提示: 按先后顺序抛两枚均匀的硬币, 样本空间  $\Omega = \{(\text{正}, \text{正}), (\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{反})\}$ , 共 4 个样本点.

又  $A = \{(\text{正}, \text{正}), (\text{正}, \text{反})\}, B = \{(\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{反})\}, C = \{(\text{正}, \text{正})\}, D = \{(\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{反})\}$ , 则  $C$  与  $D$

B 组的平均成绩为

$\frac{1}{5} \times (81 + 80 + 86 + 99 + 86) = 86.4$  (分).

(2) 在蒙特利尔站全红婵发挥更稳定, 理由如下:

计算得 A 组的方差  $s_A^2 = \frac{1}{5} \times [(80 - 82.6)^2 + (80 - 82.6)^2 +$

$(82 - 82.6)^2 + (78 - 82.6)^2 + (93 - 82.6)^2] = 28.64$ ,

B 组的方差  $s_B^2 = \frac{1}{5} \times [(81 - 86.4)^2 + (80 - 86.4)^2 + (86 -$

$86.4)^2 + (99 - 86.4)^2 + (86 - 86.4)^2] = 45.84$ .

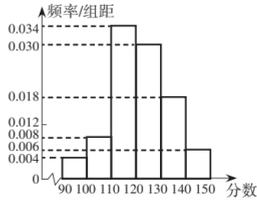
因为  $s_A^2 < s_B^2$ , 所以在蒙特利尔站全红婵发挥更稳定.

18. 解: (1) 设第一组的频率为  $x$ , 则第二组的频率为  $2x$ .

依题意, 得  $x + 2x + (0.034 + 0.03 + 0.018 + 0.006) \times 10 = 1$ ,

解得  $x = 0.04$ . 所以第一组的频率为 0.04, 第二组的频率

为 0.08, 补全频率分布直方图如下.



(第 18 题图)

(2) 由  $0.04 + 0.08 + 0.34 = 0.46 < 0.75$ ,

$0.04 + 0.08 + 0.34 + 0.3 = 0.76 > 0.75$ ,

知 75% 分位数在区间  $[120, 130)$ , 设 75% 分位数为  $a$ , 则  $0.46 + 0.03(a - 120) = 0.75$ , 解得  $a = 129.7$ . 由此估计全市“良好”以上等级的成绩范围为  $[129.7, 150]$ .

(3) 由频率分布直方图, 可知成绩在  $[130, 140)$  内的人数为  $0.18 \times 100 = 18$ ,

成绩在  $[140, 150]$  内的人数为  $0.06 \times 100 = 6$ ,

又成绩在  $[130, 140)$  内的平均数为 136, 方差为 8, 在

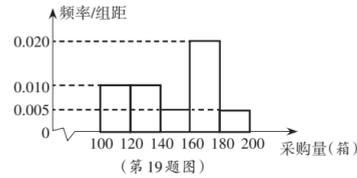
$[140, 150]$  内的平均数为 144, 方差为 4,

所以成绩在  $[130, 150]$  内的平均数为  $\frac{18}{18+6} \times 136 +$

$\frac{6}{18+6} \times 144 = 138$ ,

方差为  $\frac{18}{18+6} \times [8 + (136 - 138)^2] + \frac{6}{18+6} \times [4 + (144 - 138)^2] = 19$ .

19. 解: (1) 作出频率分布直方图, 如图所示:



(第 19 题图)

由题表及上图可知, 采购量在  $[180, 200)$  的“熟客”人数为 5,

采购量在  $[168, 180)$  的“熟客”人数的估计值为  $(180 - 168) \times 0.02 \times 50 = 12$ ,

由此可知采购量在 168 箱以上(含 168 箱)的“熟客”人数的估计值为  $5 + 12 = 17$ .

(2) 由题表可知, 去年年底“熟客”们采购的鱼卷数量大约为  $110 \times 10 + 130 \times 10 + 150 \times 5 + 170 \times 20 + 190 \times 5 = 7\ 500$  (箱), 由此可知小张去年年底总的销售量的估计值为

$7\ 500 \times \frac{5}{8} = 12\ 000$  (箱).

(3) 若不在网上出售鱼卷, 则今年年底小张的收入

$Y = 12\ 000 \times 20 = 240\ 000$  (元);

若在网上出售鱼卷, 则今年年底的销售量为  $(12\ 000 + 1\ 000m)$  箱, 每箱的利润为  $(20 - m)$  元,

所以今年年底小张的收入  $Y = (20 - m)(12\ 000 + 1\ 000m) = 1\ 000(-m^2 + 8m + 240) = 1\ 000[-(m - 4)^2 + 256]$ ,

其中  $2 \leq m \leq 5$ ,

所以当  $m = 4$  时,  $Y$  取得最大值 256 000 元.

因为  $256\ 000 > 240\ 000$ ,

所以小张今年年底收入  $Y$  的最大值为 256 000 元.

11.CD

提示: 频率折线图表示的是各段分数的人数, 而不是某个分数的人数, 故 A, B 错误;

由题图估计, 成绩落在  $[70, 90)$  内的人数为

$\left(10 \times \frac{2}{55} + 10 \times \frac{3}{110}\right) \times 55 = 35$ ,

成绩落在  $[70, 80)$  内的人数为  $10 \times \frac{2}{55} \times 55 = 20$ .

故 C, D 正确.

故选 CD.

三、填空题

12.3.3

提示: 因为数据 3.3 明显低于其他几个数据, 是极端值, 所以去掉这个数据, 能够更好地提高样本数据的代表性.

13.35

提示: 因为频率分布直方图为轴对称图形,

所以  $p_1 = p_5, p_2 = p_4$ .

又因为  $p_1 \leq 2p_2 \leq 4p_3 \leq 2p_4 \leq p_5$ ,

所以  $p_1 = 2p_2 = 4p_3 = 2p_4 = p_5$ .

结合  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$ ,

解得  $p_1 = p_5 = \frac{4}{13}, p_2 = p_4 = \frac{2}{13}, p_3 = \frac{1}{13}$ .

所以平均数的估计值为

$p_1 \times 15 + p_2 \times 25 + p_3 \times 35 + p_4 \times 45 + p_5 \times 55 = 35$ .

14.160

提示: 假设设在样本中, 学生、教师的人数分别为  $m, n$  ( $1 \leq n < m < 200, m, n \in \mathbf{N}$ ), 则  $m + n = 200$ .

由  $\bar{x} = \bar{y}$ , 得  $\bar{z} = \frac{m}{m+n} \bar{x} + \frac{n}{m+n} \bar{y} = \bar{x} = \bar{y}$ .

所以  $s^2 = \frac{m}{m+n} [s_x^2 + (\bar{x} - \bar{z})^2] + \frac{n}{m+n} [s_y^2 + (\bar{y} - \bar{z})^2]$

$= \frac{1}{200} (ms_x^2 + ns_y^2) = \frac{4}{5} s_x s_y$ .

所以  $ms_x^2 + ns_y^2 = 160s_x s_y$ , 即  $m \cdot \frac{s_x}{s_y} + n \cdot \frac{s_y}{s_x} = 160$ .

令  $t = \frac{s_x}{s_y}$ , 得  $mt^2 - 160t + n = 0$ .

显然此一元二次方程有解,

所以  $\Delta = 160^2 - 4mn = 25\ 600 - 4m(200 - m) \geq 0$ ,

解得  $m \leq 40$ , 或  $m \geq 160$ .

由  $1 \leq n < m < 200$  且  $m + n = 200$ , 得  $m > 100$ , 所以  $m \geq 160$ .

所以总样本中学生样本的个数至少为 160.

四、解答题

15. 解: (1) 由题图知, 该校“阅读者”中, 高一、高二、高三学生人数分别为  $1\ 800 \times 10\% = 180, 1\ 600 \times 20\% = 320, 1\ 500 \times 30\% = 450$ .

若选①, 因为样本容量为 190, 所以抽取的“阅读者”中高三学生的人数为  $190 \times \frac{450}{180+320+450} = 90$ ;

“阅读者”中高三学生的人数为  $450 \times \frac{36}{180} = 90$ .

(2) 根据题意, 从随机数表第 8 行第 5 列的数字开始从左向右读, 依次选出的编号是 63, 78, 59, 16, 47.

16. 解: (1) 8 箱水果中一级果抽取  $8 \times \frac{102}{136} = 6$  (箱), 二级果抽取  $8 \times \frac{34}{136} = 2$  (箱).

(2) 168 个此种水果单果质量的平均数为

$\frac{120}{120+48} \times 303.45 + \frac{48}{120+48} \times 240.41 \approx 285.44$  (g),

方差为  $\frac{120}{120+48} \times [603.46 + (303.45 - 285.44)^2] + \frac{48}{120+48} \times [648.21 + (240.41 - 285.44)^2] \approx 1427.27$ ,

预估该果园中此种水果单果的质量