

一、单项选择题

1. D 提示: $ka+b=k(1,1,0)+(-1,0,-2)=(k-1,k,-2)$, $2a-b=2(1,1,0)-(-1,0,-2)=(3,2,2)$, 由 $ka+b$ 与 $2a-b$ 互相垂直, 得 $(k-1,k,-2)\cdot(3,2,2)=0$, 即 $5k-7=0$, 所以 $k=\frac{7}{5}$. 故选 D.

2.A 提示: 设直线 l 的倾斜角为 $\theta\in(0,\pi)$, 则 $\cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}$, 所以 $\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 则直线 l 的斜率 $k=\tan\theta=-2$, 且直线 l 经过点 $(2,1)$, 所以直线 l 的方程为 $y-1=-2(x-2)$, 即 $2x+y-5=0$. 故选 A.

3.B 提示: 因为 $k_{AB}=\frac{0-\sqrt{3}}{4-1}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$, AB 中点为 $(\frac{5}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$,

所以线段 AB 的垂直平分线为 $y-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(x-\frac{5}{2})$, 令 $y=0$,

得 $x=2$, 所以 $M(2,0)$, 半径 $r=\sqrt{(2-1)^2+(0-\sqrt{3})^2}=2$, 所以圆 M 的标准方程为 $(x-2)^2+y^2=4$. 故选 B.

4.C 提示: 以 B 为原点, 在平面 ABC 内过 B 作 BC 的垂线交 AC 于 D , 以 BD 为 x 轴, 以 BC 为 y 轴, 以 BB_1 为 z 轴, 建立空间直角坐标系,

因为直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC=120^\circ$, $AB=CC_1=2, BC=1$, 所以 $A(\sqrt{3}, -1, 0), B_1(0, 0, 2), B(0, 0, 0), C_1(0, 1, 2)$, 所以 $\overrightarrow{AB_1}=(-\sqrt{3}, 1, 2), \overrightarrow{BC_1}=(0, 1, 2)$, 设异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角为 θ , 所以 $\cos\theta=\frac{|\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}|}{|\overrightarrow{AB_1}|\cdot|\overrightarrow{BC_1}|}=\frac{5}{\sqrt{8}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{4}$. 故选 C.

5.A 提示: 设切点为 Q , 则 $|CQ|=1, |PQ|=2\sqrt{6}$,

则 $|PC|=\sqrt{|CQ|^2+|PQ|^2}=\sqrt{1^2+(2\sqrt{6})^2}=5$, 设 $P(x,y,x>0)$, 则 $|PC|=\sqrt{(x-4)^2+y^2}=\sqrt{(x-4)^2+8x}=\sqrt{x^2+16}=5$, 解得 $x=3$, 因为 M 的准线方程为 $x=-2$, 所以点 P 到 M 的准线的距离为 $3-(-2)=5$. 故选 A.

6.C 提示: 以 D 为原点, DA, DC, DD_1 所在直线分别为 x 轴, y 轴, z 轴, 建立空间直角坐标系, 因为该正方体的棱长为 4, 则 $F(2, 0, 0), E(4, 2, 0), P(0, 1, 4), G(4, 4, 2)$, 所以 $\overrightarrow{EF}=(-2, -2, 0), \overrightarrow{FP}=(-2, 1, 4), \overrightarrow{EG}=(0, 2, 2)$,

设平面 PEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$, 由 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{FP}=0, \end{cases}$

$\begin{cases} -2x-2y=0, \\ -2x+y+4z=0, \end{cases}$ 令 $x=1$, 则 $\boldsymbol{n}=(1, -1, \frac{3}{4})$, 所以点 G 到平面

PEF 的距离为 $d=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EG}|}{|\boldsymbol{n}|}=\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1+\frac{9}{16}}}=\frac{2\sqrt{41}}{41}$. 故选 C.

7.B 提示: 根据 M, N 为椭圆 C 上关于 y 轴对称的两点, $|MN|=\frac{8\sqrt{5}}{5}$, 设 $M(\frac{4\sqrt{5}}{5}, y_0)$, 则 $N(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, y_0)$, 因为

$F_1(-c, 0), MF_1\perp NF_1$, 所以 $k_{MF_1}\cdot k_{NF_1}=-\frac{y_0}{\frac{4\sqrt{5}}{5}+c}\cdot\frac{y_0}{-\frac{4\sqrt{5}}{5}+c}=-1$, 所以 $y_0^2=\frac{16}{5}-c^2$. 因为点 $M(\frac{4\sqrt{5}}{5}, y_0)$ 在椭圆 C 上, 得

$\frac{16}{5a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$, 所以 $\frac{16}{5a^2}+\frac{\frac{16}{5}-c^2}{b^2}=1$, 又椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $c=\frac{\sqrt{3}}{2}a, b=\sqrt{a^2-c^2}=\frac{1}{2}a$,

所以 $\frac{16}{5a^2}+\frac{\frac{5}{4}a^2}{\frac{1}{4}a^2}=1$, 解得 $a^2=4$, 则 $b^2=1$, 所以 C 的

方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. 故选 B.

8.B 提示: 设双曲线 C 的右焦点为 F_2 , 连接 MF, MF_2, NF, PF_2 , 由题意知, M, N 关于原点对称, 所以 $OM=ON=OF=OF_2$,

所以四边形 MNF_2F 为矩形, 所以 $\angle FNF_2=90^\circ$, 由 $\overrightarrow{NP}=4\overrightarrow{NF}$, 可设 $|NF|=m$, 则 $|NP|=4m$, 即 $|FP|=3m$, 由双曲线的定义, 可知 $|PF_2|-|PF|=2a, |NF_2|-|NF|=2a$, 则 $|PF_2|=2a+3m, |NF_2|=2a+m$, 由 $\angle FNF_2=90^\circ$, 得 $|PF_2|^2=|PN|^2+|NF_2|^2$,

则 $(2a+3m)^2=16m^2+(2a+m)^2$, 所以 $m=a$, 又由 $\angle FNF_2=90^\circ$, 得 $|FF_2|^2=|FN|^2+|NF_2|^2$,

则 $|FF_2|^2=a^2+9a^2=10a^2=4c^2$, 所以 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{10}}{2}$, 所以双曲线 C 的离心率 $e=\frac{\sqrt{10}}{2}$. 故选 B.

二、多项选择题

9.BC 提示: 对于 A, B, 圆 C 的方程可化为 $(x-1)^2+(y-1)^2=5$,

可得圆 C 的圆心坐标为 $(1, 1)$, 半径为 $\sqrt{5}$, 则周长为 $2\sqrt{5}\pi$, 故 A 错误, B 正确;

对于 C, 由 $M(-3, -1), |MC|=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}$ 等于两圆半径之和, 故 C 正确;

对于 D, 令 $x=0$, 可得 $y^2-2y-3=0$, 解得 $y=-1$ 或 $y=3$, 可得圆 C 截 y 轴所得的弦长为 4, 故 D 错误. 故选 BC.

10.BC 提示: 双曲线 $C:x^2-y^2=4, M$ 为 C 右支上的一个动点, 设 $M(x_0, y_0)$, 则 $x_0^2-y_0^2=4$.

双曲线 C 的两条渐近线方程为 $y=\pm x$, 则两条渐近线互相垂直, 所以 $|MA|=\frac{|x_0-y_0|}{\sqrt{2}}, |MB|=\frac{|x_0+y_0|}{\sqrt{2}}$, 有 $|MA|\cdot|MB|=\frac{|x_0^2-y_0^2|}{2}=2$, 则 $|MA|+|MB|\geq 2\sqrt{|MA|\cdot|MB|}=2\sqrt{2}$, 当且仅当 $|MA|=|MB|=\sqrt{2}$ 时, 等号成立.

所以四边形 $OAMB$ 的周长为 $2(|MA|+|MB|)\geq 4\sqrt{2}$, 结合选项可知, 8, 6 符合题意. 故选 BC.

11.BC 提示: 因为 $BC\parallel AD, EF=2, AD=4, M$ 为 AD 的中点, 所以 $BC\parallel MD, BC=MD$, 所以四边形 $BCDM$ 为平行四边形, 所以 $BM\parallel CD$, 又因为 $BM\subset$ 平面 $CDE, CD\subset$ 平面 CDE , 所以 $BM\parallel$ 平面 CDE , 故 B 正确; 作 $BO\perp AD$ 交 AD 于 O , 连接 OF , 因为四边形 $ABCD$ 为等腰梯形,

所以 $BC\parallel AD, AD=4, AB=BC=2$, 所以 $CD=2$, 又因为四边形 $BCDM$ 为平行四边形, 可得 $BM=CD=2$, 又 $AM=2$, 所以 $\triangle ABM$ 为等边三角形, O 为 AM 中点, 所以 $OB=\sqrt{3}$, 易知 BD 与 AD 不垂直, 故 A 错误;

又因为四边形 $ADEF$ 为等腰梯形, M 为 AD 中点, 所以 $EF\parallel MD, EF=MD$, 所以四边形 $EFMD$ 为平行四边形, 所以 $FM=ED=AF$, 又因为 O 为 AM 中点, 所以 $OF\perp AM$, 且 $OF=\sqrt{10-1}=3$, 所以 $OB^2+OF^2=BF^2$, 所以 $OB\perp OF$, 所以 OB, OD, OF 互相垂直, 以 O 为原点, OB 方向为 x 轴, OD 方向为 y 轴, OF 方向为 z 轴, 建立空间直角坐标系, 则 $F(0, 0, 3), B(\sqrt{3}, 0, 0), M(0, 1, 0), E(0, 2, 3), \overrightarrow{BM}=(-\sqrt{3}, 1, 0), \overrightarrow{BF}=(-\sqrt{3}, 0, 3), \overrightarrow{BE}=(-\sqrt{3}, 2, 3)$. 设平面 BFM 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_1, y_1, z_1)$, 平面 EMB 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2, y_2, z_2)$,

则 $\begin{cases} \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BM}=0, \\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BF}=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -\sqrt{3}x_1+y_1=0, \\ -\sqrt{3}x_1+3z_1=0, \end{cases}$ 令 $x_1=\sqrt{3}$, 得 $y_1=3, z_1=1$, 即 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3}, 3, 1)$,

同理 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BM}=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BE}=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -\sqrt{3}x_2+y_2=0, \\ -\sqrt{3}x_2+2y_2+3z_2=0, \end{cases}$ 令 $x_2=\sqrt{3}$,

得 $y_2=3, z_2=-1$, 即 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{3}, 3, -1)$,

设 BF 与平面 EMB 所成角为 θ , 则其正弦值为 $\sin\theta=$

$|\cos\langle\overrightarrow{BF}, \boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\overrightarrow{BF}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{BF}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{6}{\sqrt{12}\times\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{39}}{13}$, 故 C 正确;

$|\cos\langle\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{11}{\sqrt{13}\times\sqrt{13}}=\frac{11}{13}$, 故 D 错误.

故选 BC.

三、填空题

12.22 或 2 提示: 直线 $l_1: 6x-8y+12=0, l_2: 6x-8y+c=0$, 所以两平行线间的距离为 $\frac{|c-12|}{\sqrt{6^2+(-8)^2}}=1$, 解得 $c=2$ 或 $c=22$.

13. $(x-1)^2+(y-2\sqrt{2})^2=9$ 提示: 设点 $A(\frac{t^2}{8}, t)$, 则 $t>$

0, 若抛物线的顶点为 $O(0, 0)$, 焦点为 $F(2, 0)$, 依题意知, $|AO|=|AF|$, 即 $\frac{t^2}{64}+t^2=(\frac{t^2}{8}-2)^2+t^2$. 解得 $t=2\sqrt{2}$, 则该圆的圆心为 $A(1, 2\sqrt{2})$, 半径为 $r=|AO|=3$, 故这个圆的方程为 $(x-1)^2+(y-2\sqrt{2})^2=9$.

14. $y=\sqrt{3}x$ (或 $y=-\sqrt{3}x$); $6-2\sqrt{5}$ 提示: 由题意可知 $|AB|=\frac{2b^2}{a}$, 且该双曲线的焦点在 x 轴上, 若 $|AB|$ 是虚轴

长的 $\sqrt{3}$ 倍, 则 $\frac{2b^2}{a}=\sqrt{3}\times 2b$, 即 $\frac{b}{a}=\sqrt{3}$, 所以该双曲线的一条渐近线方程为 $y=\sqrt{3}x$ (或 $y=-\sqrt{3}x$).

由题意知, $AB\parallel PQ$, 且 O 为线段 F_1F_2 的中点, 所以 P, Q 分别为 AF_2, BF_2 的中点, 则 $|AB|=2|PQ|, |AF_2|=2|PF_2|, |BF_2|=2|QF_2|$, 则 $|AB|+|AF_2|+|BF_2|=2(|PQ|+|PF_2|+|QF_2|)=16$, 结合对称性知 $|AF_1|+|AF_2|=8$, 因为点 A 在双曲线上, 所以 $|AF_2|-|AF_1|=|AF_2|-\frac{b^2}{a}=2a$, 即 $|AF_2|=\frac{b^2}{a}+2a$, 得

$\frac{b^2}{a}+\frac{b^2}{a}+2a=8$, 整理得 $b^2=4a-a^2>0$, 解得 $0<a<4$, 则 $\frac{b^2}{a+1}=\frac{4a-a^2}{a+1}=-\left[(a+1)+\frac{5}{a+1}\right]\leq\left[2\sqrt{(a+1)\cdot\frac{5}{a+1}}-6\right]=6-2\sqrt{5}$,

当且仅当 $a+1=\frac{5}{a+1}$, 即 $a=\sqrt{5}-1$ 时, 等号成立, 所以 $\frac{b^2}{a+1}$ 的最大值为 $6-2\sqrt{5}$.

四、解答题

15. 解: (1) 由题意知, AB 的中点坐标为 $(0, 5), k_{AB}=\frac{6-4}{2+2}=\frac{1}{2}$, 则 AB 的垂直平分线方程为 $y=-2x+5$.

由 $\begin{cases} y=2x+5, \\ y=-2x+5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=0, \\ y=5, \end{cases}$ 所以圆心 C 的坐标为 $(0, 5)$, 所以圆 C 的半径 $r=|AC|=\sqrt{5}$, 所以圆 C 的方程是 $x^2+(y-5)^2=5$.

(2) 设圆心 C 到直线 l 的距离为 d , 由题意得 $d=\frac{|5(3m-1)-(5+5m)|}{\sqrt{(m+1)^2+(3m-1)^2}}=\frac{|10m-10|}{\sqrt{10m^2-4m+2}}=\frac{2\sqrt{(-m^2+25)m^2}}{5}\leq\frac{2}{5}\cdot\frac{(-m^2+25)+m^2}{2}=5$,

整理得 $5m^2-18m+9=0$, 解得 $m=\frac{3}{5}$ 或 $m=3$.

16. (1) 证明: 根据题意可得 $A(0, 0, 0), B(1, 0, 0), C(0, \sqrt{2}, 0), A_1(0, 0, 2), B_1(1, 0, 2), C_1(0, \sqrt{2}, 2), D(0, \sqrt{2}, 1)$, 则 $\overrightarrow{A_1C}=(0, \sqrt{2}, -2), \overrightarrow{BD}=(-1, \sqrt{2}, 1)$,

所以 $\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{BD}=0\times(-1)+\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\times1=0$, 所以 $A_1C\perp BD$.

(2) 解: 因为 $\overrightarrow{A_1C}=(0, \sqrt{2}, -2), \overrightarrow{AC}=(0, \sqrt{2}, 0), \overrightarrow{AB_1}=(1, 0, 2)$, 设平面 AB_1C 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x, y, z)$,

则 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB_1}=x+2z=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=\sqrt{2}y=0, \end{cases}$ 令 $z=-1$, 则 $\boldsymbol{n}=(2, 0, -1)$, 设直线 A_1C 与平面 AB_1C 所成角为 θ ,

则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{A_1C}, \boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\overrightarrow{A_1C}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{A_1C}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{2}{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{30}}{15}$.

所以直线 A_1C 与平面 AB_1C 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{30}}{15}$.

17. 解: (1) 依题意知, 设该抛物线的方程为 $x^2=-2py$ ($p>0$), 因为点 $C(5, -5)$ 在抛物线上, 所以 $25=10p$, 即 $p=2.5$, 故该抛物线的方程为 $x^2=-5y$.

(2) 由题意知, $C(5, -5), F(0, -\frac{5}{4})$, 所以 CF 的斜率为 $k=-\frac{3}{4}$, 设 $Q(x_2, y_2)$,

令 $x_1=5$, 则直线 CF 的方程为 $y=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}$,

由 $\begin{cases} y=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}, \\ x^2=-5y, \end{cases}$ 化简得 $4x^2-15x-25=0$, 解得 $x_1=5$,

$x_2=-\frac{5}{4}$, 则 $y_1=-5, y_2=-\frac{5}{16}$, 所以 $|CQ|=|y_1|+|y_2|+p=\frac{125}{16}$.

(3) 设车辆高为 h , 则 $|DB|=h+0.5$. 故 $D(3.5, h-6.5)$, 代入抛物线方程 $x^2=-5y$, 解得 $h=4.05$, 所以通过隧道的车辆限制高度为 4.05 m.

18. (1) 证明: 因为 $PA\perp$ 平面 $ABCD$, 而 ADC 平面 $ABCD$, 所以 $PA\perp AD$,

又 $AD\perp PB, PB\cap PA=P, PB, PA\subset$ 平面 PAB , 所以 $AD\perp$ 平面 PAB , 而 ABC 平面 PAB , 所以 $AD\perp AB$.

因为 $BC^2+AB^2=AC^2$, 所以 $BC\perp AB$, 所以 $AD\parallel BC$, 又 $AD\subset$ 平面 $PBC, BC\subset$ 平面 PBC , 所以 $AD\parallel$ 平面 PBC .

(2) 解: 以 DA, DC 为 x 轴, y 轴, 过点 D 作平面 $ABCD$ 的垂线为 z 轴, 建立空间直角坐标系.

令 $AD=t$, 则 $A(t, 0, 0), P(t, 0, 2), D(0, 0, 0), DC=$

$\sqrt{4-t^2}, C(0, \sqrt{4-t^2}, 0)$, 则 $\overrightarrow{AC}=(-t, \sqrt{4-t^2}, 0), \overrightarrow{AP}=(0, 0, 2), \overrightarrow{DP}=(t, 0, 2), \overrightarrow{DC}=(0, \sqrt{4-t^2}, 0)$,

设平面 ACP 的法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(x_1, y_1, z_1)$,

所以 $\begin{cases} \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AC}=-tx_1+\sqrt{4-t^2}y_1=0, \\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AP}=2z_1=0, \end{cases}$

令 $y_1=t$, 则 $\boldsymbol{n}_1=(\sqrt{4-t^2}, t, 0)$,

设平面 CPD 的法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(x_2, y_2, z_2)$,

所以 $\begin{cases} \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{DP}=tx_2+2z_2=0, \\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{DC}=\sqrt{4-t^2}y_2=0, \end{cases}$

令 $x_2=-2$, 则 $\boldsymbol{n}_2=(-2, 0, t)$,

因为二面角 $A-CP-D$ 的正弦值为 $\frac{\sqrt{42}}{7}$, 所以余弦值

为 $\frac{\sqrt{7}}{7}$, 又二面角 $A-CP-D$ 为锐角, 所以 $\frac{\sqrt{7}}{7}=|\cos\langle\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1|\cdot|\boldsymbol{n}_2|}=\frac{2\sqrt{4-t^2}}{2\sqrt{t^2+4}}$, 所以 $t=\sqrt{3}$, 即 $AD=\sqrt{3}$.

19. 解: (1) 直线 $y=\frac{1}{2}x+3$ 分别交 x 轴, y 轴于 P, Q 两点, 故 $P(-6, 0), Q(0, 3)$,

因为 A, B 是线段 PQ 的三等分点, 所以 $\overrightarrow{PA}=\frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{PQ}$, 故 $A(-4, 1), B(-2, 2)$. 将 $A(-4, 1), B(-2, 2)$ 代入椭圆方程得 $\begin{cases} \frac{16}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1, \\ \frac{4}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1, \end{cases}$ 解得 $a^2=20, b^2=5$,

故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$. (2) 设直线 $MN: y=x+m$, 由 $\begin{cases} y=x+m, \\ \frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1, \end{cases}$ 整理得 $5x^2+8mx+4m^2-20=0$, 设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 则 $\Delta=64m^2-20(4m^2-20)>0$, 解得 $-5<m<5$, 又 $x_1+x_2=-\frac{8m}{5}, x_1x_2=\frac{4m^2-20}{5}$, 故 $|MN|=\sqrt{2}\times\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{2}\times\sqrt{\left(\frac{-8m}{5}\right)^2-4\times\frac{4m^2-20}{5}}=\frac{4\sqrt{2}\sqrt{-m^2+25}}{5}$.

因为点 O 到直线 MN 的距离 $d=\frac{|m|}{\sqrt{2}}$, 所以 $S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}|MN|d=\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{2}\sqrt{-m^2+25}}{5}\cdot\frac{|m|}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{(-m^2+25)m^2}}{5}\leq\frac{2}{5}\cdot\frac{(-m^2+25)+m^2}{2}=5$,

当且仅当 $-m^2+25=m^2$, 即 $m=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, 等号成立, 故 $\triangle OMN$ 的面积最大时, 直线 l 的方程为 $y=x\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

数学人教 A

一、单项选择题

1. B 提示: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}=\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$, 又 $\overrightarrow{MN}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$, 所以 $x=-\frac{1}{4}, y=\frac{1}{2}, z=\frac{1}{2}$, 所以 $x+y+z=\frac{3}{4}$. 故选 B.

2. C 提示: 由题意可设点 $P(0, m)$, 因为点 P 到直线 $3x-4y+3=0$ 的距离等于 1, 所以 $\frac{|-4m+3|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=1$, 整理得 $|-4m+3|=5$, 解得 $m=2$ 或 $m=-\frac{1}{2}$, 所以点 P 的坐标为 $(0, -\frac{1}{2})$ 或 $(0, 2)$. 故选 C.

3. D 提示: 由圆 $C:(x-1)^2+y^2=1$, 可知 $C(1, 0)$, 又 $P(3, 2)$, 故以 CP 为直径的圆的圆心为 $(2, 1)$, 半径为 $\frac{1}{2}\sqrt{(3-1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{2}$, 故以 CP 为直径的圆的标准方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=2$. 故选 D.

4. C 提示: 双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{a}{b}x$, 因为双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{6}$, 所以 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{6}$. 即 $e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2}=1+\frac{b^2}{a^2}=6$. 解得 $\frac{b}{a}=\sqrt{5}$, 则 $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{5}}{5}$. 故双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}x$. 故选 C.

5. D 提示: 设抛物线的焦点为 $F(0, \frac{1$