$\therefore \angle BDC=\angle ADB+\angle ADE=80°$.

综上，$\angle BDC$ 的度数为 100°或80°.

第 35 期

2 版

4.1 因式分解

1.C　2.7

3.$x^2+6x+8=(x+4)(x+2)$

4.2 提公因式法

第 1 课时

1.A

2.(1)$5a^2(3a+2)$.

(2)$8x(3m^2+2n^2)$.

3.解：根据题意，可得 a+b=5，ab=6.

所以 $a^3b^2+a^2b^3=a^2b^2(a+b)=(ab)^2\cdot(a+b)=6^2\times5=180$.

第 2 课时

1.A

2.解：(1)原式=(x-y)(x+y).

(2)原式=$(x+y)^2+m(x+y)=(x+y)\cdot(x+y+m)$.

(3)原式=(2a-b)(3a-2)-b(3a-2)

=(3a-2)(2a-b-b)

=2(3a-2)(a-b).

3.解：$(2x-y)^3-(2x-y)^2(x-3y)$

$=(2x-y)^2(2x-y-x+3y)$

$=(2x-y)^2(x+2y)$.

因为 $2x-y=10$，$x+2y=10$，

所以原式$=10^2\times10=1\ 000$.

4.3 公式法

第 1 课时

1.C

2.$(9+4m)(9-4m)$

3.解：(1)原式=(4x+3y)(4x-3y).

(2)原式=(x-2+2)(x-2-2)=x(x-4).

(3)原式=$x^2(a-2b)-y^2(a-2b)$

$=(a-2b)(x^2-y^2)$

$=(a-2b)(x+y)(x-y)$.

第 2 课时

1.A

2.解：(1)原式=$x^2-4xy+4y^2=(x-2y)^2$.

(2)原式=$-(4y^2-4y+1)=-(2y-1)^2$.

(3)原式=$2x(m^2-6m+9)=2x(m-3)^2$.

3 版

一、选择题

1.B　2.D　3.C　4.D　5.C　6.C

二、填空题

7.$2x^2y$　　8.−6　　9.-12

10.$a^2+4ab+3b^2=(a+b)(a+3b)$

11.等腰　　12.-16

三、解答题

13.解：(1)原式=3xy(2-3x).

(2)原式=x(x+5)(x-5).

(3)原式=(a-b)(3x+2y)(3x-2y).

(4)原式=$3(3x+1)^2$.

14.解：(1)原式=2.39×(91+156-47)

=2.39×200

=478.

(2)原式=$10\times(91^2-9^2)=10\times(91+9)\times(91-9)=82\ 000$.

15.解：(1)小彬；1；括号前是“−”号，去括号后，括号内第二项没有变号.

(2)按照小颖同学的思路，正确的解答过程如下：

$(2x+y)^2-(x+2y)^2$

$=(2x+y+x+2y)(2x+y-x-2y)$

$=(3x+3y)(x-y)$

$=3(x+y)(x-y)$.

16.解：由题意知，剩余部分的面积$=\pi R^2-4\pi r^2=\pi(R^2-4r^2)=\pi(R+2r)\cdot(R-2r)$.

当 $R=7.8$cm，$r=1.1$cm，$\pi\approx3.14$时，

$S=3.14\times(7.8+2.2)\times(7.8-2.2)$

$=3.14\times10\times5.6$

$=175.84(\text{cm}^2)$.

所以剩余部分的面积是 175.84cm².

17.解：(1)$(x-1)(x+2)$.

(2)设 $x^2+mx-n=(x-2)(x+a)=x^2+(a-2)x-2a$，

则 $m=a-2$，$n=2a$.

所以 $2m-n=2(a-2)-2a=2a-4-2a=-4$.

(3)因为$(x+a)(x^2+bx+c)$

$=x^3+bx^2+cx+ax^2+abx+ac$

$=x^3+(a+b)x^2+(ab+c)x+ac$

$=x^3+2x^2-3$，

所以 $a+b=2$，$ab+c=0$，$ac=-3$.

因为 $a=-1$，所以 $b=3$，$c=3$.

第 36 期

3~4 版

一、选择题

1.C　2.B　3.B　4.A　5.C　6.B

二、填空题

7.$y(x+1)^2$

8.x^2-1(答案不唯一)

9.3

10.12 或-12

11.$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

12.16 或-16

三、

13.解：(1)原式=$-2a(a^2-6a+9)=-2a(a-3)^2$.

(2)原式=$(m-n)(x^2-y^2)$

$=(m-n)(x+y)(x-y)$.

14.解：(1)原式=$(101-95)^2=6^2=36$.

(2)原式=(198+2)×(198−2)

=200×196

=39 200.

15.解：(1)选取$(x+y)^2$ 和 $x+y$.

$(x+y)^2-(x+y)=(x+y)(x+y-1)$.

(2)选取 $4a^2$ 和 $9b^2$.

$4a^2-9b^2=(2a+3b)(2a-3b)$.

注：答案不唯一，$(x+y)^2$，$4a^2$，$9b^2$ 中任意两项的差均可.

16.解：$(a+3b)^2+(a+3b)(a-3b)$

$=(a+3b)(a+3b+a-3b)$

$=2a(a+3b)$.

当 $a=2$，$b=-1$ 时，

原式$=2\times2\times[2+3\times(-1)]$

$=-4$.

17.解：(1)因式分解不彻底，没有把公因式提尽.

(2)$-16my^2+4mx^2$

$=4mx^2-16my^2$

$=4m(x^2-4y^2)$

$=4m[x^2-(2y)^2]$

$=4m(x+2y)(x-2y)$.

四、

18.解：(1)$19^2-17^2=8\times9=72$.

(2)$(2n+1)^2-(2n-1)^2=8n$.

(3)$(2n+1)^2-(2n-1)^2$

$=[(2n+1)+(2n-1)][(2n+1)-(2n-1)]$

$=(2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1)$

$=4n\cdot2$

$=8n$.

所以(2)中结论是正确的.

19.解：(1)因为 $a^2+b^2=4a+10b-29$，

所以 $a^2+b^2-4a-10b+29=0$.

所以 $a^2-4a+4+b^2-10b+25=0$.

所以$(a-2)^2+(b-5)^2=0$.

所以 a-2=0，b-5=0.

解得 a=2，b=5.

(2)当△ABC 是等腰三角形时，

若 a=2，b=c=5，此时，该三角形的周长为 2+5+5=12；

若 a=c=2，b=5，此时 2+2<5，不能构成三角形，所以不成立.

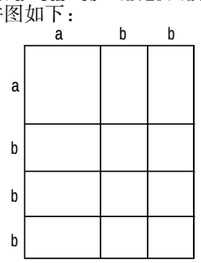
综上，该三角形的周长是 12.

20.解：(1)$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

(2)$(a+2b)(a+b)$.

(3)$a^2+5ab+6b^2=(a+2b)(a+3b)$.

拼图如下：



(第 20 题图)

五、

21.解：(1)2，4.

(2)①$x^2-3x-4=(x+1)(x-4)$.

②$x^2+8x+7=(x+1)(x+7)$.

22.解：(1)$x^2-6x-27$

$=(x^2-6x+9)-9-27$

$=(x-3)^2-36$

$=(x-3+6)(x-3-6)$

$=(x+3)(x-9)$.

(2)x^2+6x-9

$=(x^2+6x+9)-9-9$

$=(x+3)^2-18$.

因为$(x+3)^2\geqslant0$，

所以$(x+3)^2-18\geqslant-18$.

所以当 x=-3 时，多项式 x^2+6x-9 有最小值，最小值为-18.

(3)因为 $a^2+b^2+c^2-6a-8b-10c+50=0$，

所以$(a^2-6a+9)+(b^2-8b+16)+(c^2-10c+25)=0$，

即$(a-3)^2+(b-4)^2+(c-5)^2=0$.

所以 a-3=0，b-4=0，c-5=0.

解得 a=3，b=4，c=5.

所以 a+b+c=3+4+5=12.

六、

23.解：(1)原式=$(x^2-a^2)+(x+a)$

$=(x+a)(x-a)+(x+a)$

$=(x+a)(x-a+1)$.

(2)原式=$(ax-bx)+(a^2-2ab+b^2)$

$=x(a-b)+(a-b)^2$

$=(a-b)(x+a-b)$.

(3)原式=$(a^4+2a^2b^2+b^4)-(2a^3b+2ab^3)$

$=(a^2+b^2)^2-2ab(a^2+b^2)$

$=(a^2+b^2)(a^2+b^2-2ab)$

$=(a^2+b^2)(a-b)^2$.

因为直角三角形的两条直角边长分别是 a 和 b(a>b)，斜边长是 3，小正方形的面积是 1，

所以 $a^2+b^2=3^2=9$，$(a-b)^2=1$.

所以原式=9×1=9.

第 33 期

3~4 版

一、选择题

1.C　2.D　3.C　4.C　5.C　6.A

二、填空题

7.(2，1)　　8.2　　9.3

10.$(2\sqrt{2}-1)$　　11.$\sqrt{29}$

12.80°或 140°或 170°

三、

13.解：A(1，3)，B(2，0)，C(3，1)；△ABC 由△A′B′C′先向右平移 4 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度；或先向上平移 2 个单位长度，再向右平移 4 个单位长度.

14.证明：∵将△ABC 以点 C 为旋转中心，顺时针旋转 180°得到△DEC，

$\therefore \angle B=\angle DEC$.

$\because AF\parallel BE$，

$\therefore \angle F=\angle DEC$.

$\therefore \angle B=\angle F$.

15.解：(1)由平移的性质，得

∠ABC=∠E=55°.

∵∠ACB=90°，

∴∠A=90°-55°=35°.

(2)由平移的性质，得 AD=BE=CF.

∵AE=8cm，DB=2cm，

∴AD=BE=$\frac{1}{2}\times(8-2)=3$(cm).

16.解：(1)根据中心对称的性质，可得对称中心是 D_1D 的中点.

∵点 D_1，D 的坐标分别是(0，3)，(0，2)，

∴对称中心的坐标是(0，2.5).

(2)∵点 A，D 的坐标分别是(0，4)，(0，2)，

∴正方形 $ABCD$ 与正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长都是 4−2=2.

∴点 B，C 的坐标分别是(−2，4)，(−2，2).

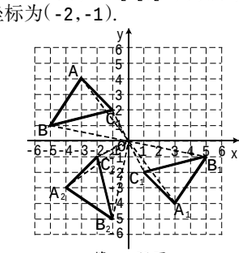
∵$A_1D_1=2$，点 D_1 的坐标是(0，3)，

∴点 A_1 的坐标是(0，1).

∴点 B_1，C_1 的坐标分别是(2，1)，(2，3).

17.解：(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.点 A_1 的坐标为(3，-4).

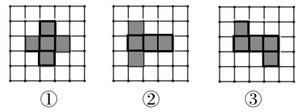
(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.点 C_2 的坐标为(-2，-1).



(第 17 题图)

四、

18.解：如图所示：



(第 18 题图)

注：答案不唯一，正确即可.

19.解：(1)∵将△ACD 绕点 A 按顺时针方向旋转某一角度得到△ABE，△ABC 是等边三角形，

$\therefore AB=AC$，$\angle ADC=\angle E$，$\angle CAB=\angle DAE=60°$.

∵∠AFE=∠BFD=97°，

∴∠E=180°-∠AFE-∠E=180°−97°−60°=23°.

$\therefore \angle ADC=23°$.

(2)将△ACD 绕点 A 按顺时针方向旋转得到△ABE，

$\therefore \triangle ACD\cong\triangle ABE$.

$\therefore CD=BE=5$，AD=AE.

$\because \angle DAE=60°$，

$\therefore \triangle AED$ 是等边三角形.

$\therefore \angle ADE=60°$，$AD=DE$.

$\because \angle BDC=7°$，$\angle ADC=23°$，$\angle ADE=60°$，

$\therefore \angle BDE=90°$.

$\therefore DE=\sqrt{BE^2-BD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

$\therefore AD=DE=4$.

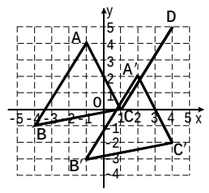
20.解：(1)是.

(2)E；A，C；B，D.

五、

21.解：(1)根据将△ABC 平移后，点 P(x，y)的对应点为 P′(x+3，y-2)，可得△ABC 向右平移 3 个单位长度，向下平移 2 个单位长度得到△A′B′C′.

画出△A′B′C′如图所示：



(第 21 题图)

(2)作出 CD∥AB 如图所示，点 D 的坐标为(4，5).

(3)13.

22.(1)证明：由题意，得 $GC=GB$.

∵∠KGC 与∠HGB 都是旋转角，

$\therefore \angle KGC=\angle HGB=\alpha$.

$\because \angle GBH=\angle GCK=45°$，

$\therefore \triangle GCK\cong\triangle GBH$.

(2)解：由(1)知$\triangle GCK\cong\triangle GBH$.

$\therefore S_{\triangle GCK}=S_{\triangle GBH}$.

$\therefore S_{四边形\ CHGK}=S_{\triangle GCK}+S_{\triangle GCH}=S_{\triangle GBH}+S_{\triangle GCH}=S_{\triangle GCB}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times4\times4=4$.

∴四边形 $CHGK$ 的面积是始终不变的.

六、

23.解：阅读材料：

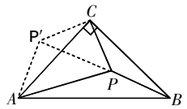
PB=5.

学以致用：

∵△ABC 是等腰直角三角形，

∴∠ACB=90°，AC=BC.

将△BCP 绕点 C 顺时针旋转 90°得到△ACP′，连接 PP′，如图①所示.



(第 23 题图①)

∴∠PCP′=90°，CP′=CP=$2\sqrt{2}$，AP′=BP，∠AP′C=∠BPC=135°.

∴∠CPP′=∠CP′P=45°.

∴△CPP′是等腰直角三角形.

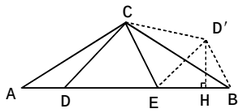
∴PP′=$\sqrt{CP'^2+CP^2}=4$.

∴∠AP′P=∠AP′C-∠CP′P=135°-45°=90°.

∴BP=AP′=$\sqrt{PA^2-PP'^2}=3$.

能力拓展：

将△ACD 绕点 C 逆时针旋转 120°得到△CBD′，连接 ED′，作 D′H⊥BE 于点 H，如图②所示.



(第 23 题图②)

由旋转的性质，得 AD=BD′=2，CD=CD′，∠ACD=∠BCD′，∠A=∠CBD′.

∵∠ACB=120°，∠DCE=60°，

∴∠ECD′=∠BCD′+∠BCE=∠ACD+∠BCE=60°.

∴∠ECD=∠ECD′.

∴$\triangle ECD\cong\triangle ECD'$.

∴DE=D′E.

∵CA=CB，∠ACB=120°，

∴∠A=∠CBA=30°.

∴∠EBD′=∠ABC+∠CBD′=30°+30°=60°.

在 Rt△BHD′中，BD′=2，∠EBD′=60°，

∴∠BD′H=30°.

∴BH=$\frac{1}{2}$BD′=1，D′H=$\sqrt{3}$，EH=BE-BH=3-1=2.

∴ED′=$\sqrt{EH^2+D'H^2}=\sqrt{7}$.

∴DE=$\sqrt{7}$.

一、选择题

1.C　2.D　3.B　4.B　5.C　6.C

二、填空题

7.30°　8.30　9.$\frac{1}{3}$

10.$3\sqrt{2}$　11.3

12.$\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3}$ 或 2

三、

13.解：(1)去括号，得 $5x-5<4+2x$.

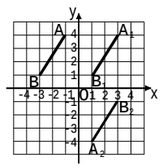
移项，得 $5x-2x<4+5$.

合并同类项，得 $3x<9$.

两边都除以 3，得 $x<3$.

(2)解不等式①，得 $x<3$.解不等式②，得 $x>-2$.所以，原不等式组的解集为 $-2<x<3$.

14.解：(1)如图，线段 A_1B_1 即为所求.



(第 14 题图)

(2)如图，线段 A_2B_2 即为所求.

15.解：$\because DE$ 垂直平分 AB，

$\therefore AE=BE$.

$\therefore \angle EAB=\angle B$.

$\because \angle CAE=\angle B+30°$，$\angle CAE+\angle EAB+\angle B=90°$，

$\therefore \angle B+30°+\angle B+\angle B=90°$.

解得 $\angle B=20°$.

$\therefore \angle EAB=20°$.

$\therefore \angle AEB=180°-\angle B-\angle EAB=140°$.

16.解：添加的条件是 CE=BF.

证明：∵AB=CD，

∴AB+BC=CD+BC，即 AC=BD.

∵EA⊥AB，FD⊥AD，

∴∠A=∠D=90°.

在 Rt△AEC 和 Rt△DFB 中，

∵CE=BF，AC=BD，

∴Rt△AEC≌Rt△DFB(HL).

17.证明：$\because CE$ 平分 $\angle ACB$，

$\therefore \angle ACE=\angle BCE$.

$\because CF$ 平分 $\angle ACG$，

$\therefore \angle ACF=\angle GCF$.

$\because EF\parallel BC$，

$\therefore \angle BCE=\angle CEF$，$\angle GCF=\angle F$.

$\therefore \angle DCE=\angle CED$，$\angle F=\angle DCF$.

$\therefore CD=DE$，$CD=DF$.

$\therefore DE=DF$.

四、

18.解：(1)$\begin{cases}x+3y=4-a, & ①\\ x-y=3a. & ②\end{cases}$

①+②，得 $2x+2y=2a+4$.

所以 $x+y=a+2$.

因为 x 与 y 的值互为相反数，

所以 $x+y=0$，即 $a+2=0$.

解得 $a=-2$.

(2)解方程组 $\begin{cases}x+3y=4-a,\\ x-y=3a,\end{cases}$

得 $\begin{cases}x=1+2a,\\ y=1-a.\end{cases}$

因为 $x>0$，$y<0$，

所以 $\begin{cases}1+2a>0,\\ 1-a<0.\end{cases}$

解得 $a>1$.

19.解：(1)△COD 是等边三角形.

理由如下：

∵将△BOC 绕点 C 顺时针旋转后得到△ADC，

∴△BOC≌△ADC.

∴CO=CD，BO=AD，∠OCB=∠DCA.

∴∠OCB+∠ACO=∠DCA+∠ACO，即∠ACB=∠DCO.

∵△ABC 是等边三角形，

∴∠ACB=60°.

∴∠DCO=60°.

∴△COD 是等边三角形.

(2)∵△COD 是等边三角形，

∴OD=OC=3，∠ODC=60°.

∵△ADC≌△BOC，

∴AD=OB=5，∠ADC=∠BOC=150°.

∴∠ADO=∠ADC-∠ODC=90°.

在 Rt△ADO 中，由勾股定理，得 $OA^2=AD^2+OD^2=25+9=34$.

∴$OA=\sqrt{34}$.

20.解：(1)设该班的学生人数为 x.

根据题意，得 3x+20=4x-25.

解得 x=45.

所以，该班的学生人数为 45.

(2)设购买甲树苗 y 棵，则购买乙树苗(3x45+20-y)棵.

根据题意，得 30y+40(3×45+20-y)≤5 400.

解得 y≥80.

所以 y 的最小值为 80.

所以至少购买了甲树苗 80 棵.

五、

21.(1)解：过点 A 作 AG⊥BC 于点 G，延长 FE 交 AG 于点 H.

∵△ABC 为等边三角形，∴AG 平分∠BAC.∴∠BAG=$\frac{1}{2}$∠BAC=30°.

∵线段 EB 绕点 E 顺时针旋转 60°得到线段 EF，

∴∠BEF=60°.

∴∠AEH=∠BEF=60°.

∴∠AHE=180°-∠EAH-∠AEH=90°.

在 Rt△AEH 中，

∵AE=AB-BE=6，∠EAH=30°，

∴EH=3，AH=$3\sqrt{3}$.

∴FH=EF+EH=5.

∴$AF=\sqrt{AH^2+FH^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+5^2}=2\sqrt{13}$.

(2)证明：连接 FB.

∵EB 绕点 E 顺时针旋转 60°得到线段 EF，

∴△EBF 是等边三角形.

∴FB=EB.

∴∠FBE=∠ABC=60°.

∴∠FBE+∠EBA=∠ABC+∠EBA，即∠FBA=∠EBC.

∵AB=BC，

∴△FBA≌△EBC.

∴AF=CE.

22.解：(1)设一辆 A 型车可以载 x 名乘客，一辆 B 型车可以载 y 名乘客.

根据题意，得 $\begin{cases}x+y=75,\\ 3x+2y=180.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=30,\\ y=45.\end{cases}$

所以，一辆 A 型车和一辆 B 型车分别可以载 30 名乘客和 45 名乘客.

(2)设租用 A 型车 a 辆，则租用 B 型车(25-a)辆.

根据题意，得

$\begin{cases}30a+45(25-a)\geqslant 960+45,\\ 320a+400(25-a)\leqslant 9\ 550.\end{cases}$

解得 $5\frac{5}{8}\leqslant a\leqslant 8$.

因为 a 为整数，

所以 a 可以取：6，7，8.

所以共有三种租车方案，分别是：①租用 A 型车 6 辆，租用 B 型车 19 辆；②租用 A 型车 7 辆，租用 B 型车 18 辆；③租用 A 型车 8 辆，租用 B 型车 17 辆.

六、

23.(1)解：∵DE 平分∠ADC，CD 平分∠ACB，

∴∠ADE=∠CDE，∠ACD=∠BCD.

∵DE∥BC，

∴∠EDC=∠DCB=∠ECD.

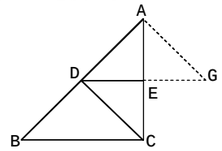
∴DE=CE.

∵点 E 是 AC 的中点，

∴AE=CE=$\frac{1}{2}$AC=5.

∴DE=5.

(2)证明：如图，延长 DE 到点 G，使 EG=DE.连接 AG.



(第 23 题图)

∵∠AEG=∠DEC，AE=CE，

∴△AEG≌△CED(SAS).

∴AG=CD，∠G=∠CDE.

由(1)知，∠ADE=∠CDE.

∴∠G=∠ADE.

∴AD=AG.

∴AD=CD.

∴△ADC 是等腰三角形.

(3)解：∵BF=DF，∴∠BDF=∠B=30°.

∵DE∥BC，∴∠ADE=∠B=30°.

∵DE 平分∠ADC，

∴∠EDC=∠ADE=30°.

∴∠FDC=180°-∠BDF-∠ADC=90°.

∵∠DCF=∠EDC=30°，

∴DF=$\frac{1}{2}$CF.

∴DF=BF=$\frac{1}{3}$BC=$\frac{1}{3}$×18=6.

一、选择题

1.A　2.D　3.C　4.A　5.C　6.C

二、填空题

7.∠A≤60°　8.(-5，4)

9.x≥-1　10.15

11.m≥-1

12.$\left(\frac{41}{10},4\right)$或$(\sqrt{41},4)$或(10，4)

三、

13.解：(1)移项，得 7x-9x≤5+1.

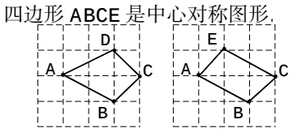
合并同类项，得-2x≤6.

两边都除以-2，得 x≥-3.

(2)不等式组的解集为 $\frac{7}{4}\leqslant x<\frac{5}{2}$.

14.解：(1)如图①所示，四边形 ABCD 是轴对称图形；(2)如图②所示，

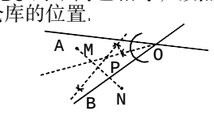
四边形 ABCE 是中心对称图形.



(第 14 题图)

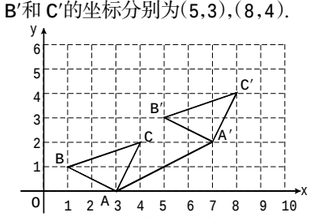
注：答案不唯一，正确即可.

15.解：如图，点 P 为线段 MN 的垂直平分线与∠AOB 的平分线的交点，则点 P 到点 M，N 的距离相等，到 AO，BO 的距离也相等，故点 P 处即为仓库的位置.



(第 15 题图)

16.解：如图，△A′B′C′即为所求.点 B′和 C′的坐标分别为(5，3)，(8，4).



(第 16 题图)

17.解：(1)不等式的两边都乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变.

(2)移项没有变号.

(3)移项，得-5x-2x>-10+5-6.

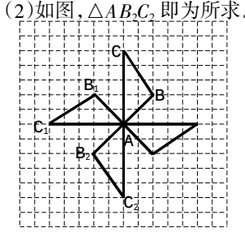
合并同类项，得-7x>-11.

两边都除以-7，得 $x<\frac{11}{7}$.

四、

18.解：(1)90.

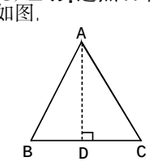
(2)如图，$\triangle AB_1C_1$ 即为所求.



(第 18 题图)

(3)20.

19.(1)证明：过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D，如图.



(第 19 题图)

$\because AB=AC=2\sqrt{5}$，$AD\perp BC$，

$\therefore BD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 4=2$.

在 Rt$\triangle ABD$ 中，由勾股定理，得 $AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=4$.

∴AD=BC.

$\therefore \triangle ABC$ 是“美丽三角形”.

(2)解：∵△ABC 是“美丽三角形”，

∴BD=AC=$4\sqrt{3}$.

∵CD=$\frac{1}{2}$AC=$2\sqrt{3}$，

在 Rt△BDC 中，由勾股定理，得 BC=$\sqrt{BD^2-CD^2}$=6.

20.解：(1)2.

(2)△EFP 是直角三角形.理由如下：

∵△ABC 是等边三角形，BD 平分∠ABC，

∴∠ABC=60°，∠ABP=∠CBD=30°.

∵PE⊥AB，∴∠PEB=90°.

∴∠BPE=60°.

∵FQ 垂直平分线段 BP，

∴FB=FP.

∴∠FBQ=∠FPQ=30°.

∴∠EPF=∠EPB+∠BPF=90°.

∴△EFP 是直角三角形.

五、

21.(1)证明：$\because \triangle ABM$ 与△ACM 关于直线 AF 成轴对称，

∴△ABM≌△ACM.∴AB=AC.

∵△ABE 与△DCE 关于点 E 成中心对称，

∴△ABE≌△DCE.

∴AB=CD.∴AC=CD.

(2)解：∠F=∠MCD.理由如下：

由(1)可得 $\angle BAE=\angle CAE=\angle CDE$，∠CMA=∠BMA.

∵∠BAC=2∠MPC，∠BMA=∠PMF，

设∠MPC=α，则∠BAE=∠CAE=∠CDE=α.

设∠BMA=β，则∠PMF=∠CMA=β.

∴∠F=∠CPM-∠PMF=$\alpha-\beta$，∠MCD=∠CDE-∠CMD=$\alpha-\beta$.

∴∠F=∠MCD.

22.解：(1)设甲种头盔的单价是 x 元，乙种头盔的单价是 y 元.

根据题意，得 $\begin{cases}20x+30y=2\ 920,\\ x-y=11.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=65,\\ y=54.\end{cases}$

所以，甲种头盔的单价是 65 元，乙种头盔的单价是 54 元.

(2)设再次购进甲种头盔 m 只，总费用为 w 元.

根据题意，得 $m\geqslant\frac{1}{2}(40-m)$.

解得 $m\geqslant 13\frac{1}{3}$.

由题意，得 w=65×0.8m+(54-6)×(40-m)=4m+1 920.

因为 4>0，所以 w 随 m 的增大而增大.

因为 m 为整数，所以当 m=14 时，w 取得最小值，最小值为 4×14+1 920=1 976(元).

所以，应购买 14 只甲种头盔，使此次购买头盔的总费用最少，最少总费用为 1 976 元.

六、

23.解：(1)$BD=CE$.理由如下：

$\because AB=AC$，$\angle BAC=100°$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=40°$.

∵将线段 AD 绕点 A 按逆时针方向旋转 100°得到线段 AE，

∴AE=AD，$\angle DAE=100°=\angle BAC$.

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$.

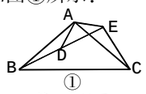
在△ABD 和△ACE 中，

$\because AB=AC$，$\angle BAD=\angle CAE$，$AD=AE$，

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE$(SAS).

$\therefore BD=CE$.

(2)如图①所示：



(第 23 题图)

$\because AD=AE$，$\angle DAE=100°$，

$\therefore \angle ADE=\angle AED=40°$.

$\therefore \angle ADB=180°-\angle ADE=140°$.

由(1)知，$\triangle ABD\cong\triangle ACE$.

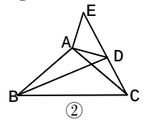
$\therefore \angle AEC=\angle ADB=140°$.

$\therefore \angle BEC=\angle AEC-\angle AED=100°$.

(3)$\angle BDC$ 的度数为 100°或 80°.

提示：分三种情况：

①如图②，当点 D 在线段 CE 上时.



(第 23 题图)

$\because AD=AE$，$\angle DAE=100°$，

$\therefore \angle ADE=\angle AED=40°$.

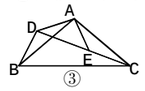
$\therefore \angle ADC=180°-\angle ADE=140°$.

$\because \triangle ABD\cong\triangle ACE$，

$\therefore \angle ADB=\angle AED=40°$.

$\therefore \angle BDC=180°-\angle ADB-\angle ADE=100°$.

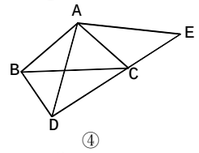
②如图③，当点 E 在线段 CD 上时.



(第 23 题图)

同理，可得 $\angle BDC=100°$.

③如图④，当点 C 在线段 DE 上时.



(第 23 题图)

$\because AD=AE$，$\angle DAE=100°$，

$\therefore \angle ADE=\angle E=40°$.

$\because \triangle ABD\cong\triangle ACE$，

$\therefore \angle ADB=\angle E=40°$.