当点 Q 在线段 DF 上时，

$\because FQ=1\text{cm}$，

$\therefore MQ=CQ=5\text{cm}, DQ=3\text{cm}$.

$\because PQ^2=PD^2+DQ^2$，

$\therefore (AP+5)^2=(8-AP)^2+3^2$.

解得 $AP=\frac{24}{13}$.

综上可知，AP 的长为 $\frac{40}{11}$ cm 或 $\frac{24}{13}$ cm.

第 40 期

4 版

专项训练(十九)

一、选择题

1.D　2.C　3.B　4.D　5.D

二、填空题

6.$-\frac{1}{2}<a<2$　7.$-\frac{\sqrt{2}}{3}$

8.3　9.121　10.$3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

三、解答题

11.解：(1)$\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $B(4,2)$，

$\therefore k=4\times2=8$.

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{8}{x}$.

把 $A(a,4)$ 代入 $y=\frac{8}{x}$，得 $a=2$.

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(2,4)$.

把点 A 和点 B 的坐标代入 $y=mx+n$，得 $\begin{cases}4m+n=2,\\2m+n=4.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}m=-1,\\n=6.\end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y=-x+6$.

(2)观察函数图象可得，当 $x>0$ 时，不等式 $-x+6\geq\frac{8}{x}$ 的解集为 $2\leq x\leq4$.

(3)$\because$ 点 A 的坐标为 $(2,4)$，

$\therefore$ 直线 OA 的表达式为 $y=2x$.

$\because$ 过点 $B(4,2)$ 作 BD 平行于 x 轴，交 OA 于点 D，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(1,2)$.

$\therefore BD=4-1=3$.

在 $y=-x+6$ 中，令 $y=0$，得 $x=6$，即点 C 的坐标为 $(6,0)$.

$\therefore OC=6$.

$\therefore$ 梯形 $OCBD$ 的面积为 $\frac{1}{2}(3+6)\times2=9$.

12.解：(1)$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x=3$，$AB=4$，

$\therefore A(1,0)$，$B(5,0)$.

将 $A(1,0)$ 代入 $y=kx-1$，得 $k-1=0$.

解得 $k=1$.

$\therefore$ 直线 AD 的表达式为 $y=x-1$.

将 $A(1,0)$，$B(5,0)$ 代入 $y=ax^2+bx+5$，得

$\begin{cases}a+b+5=0,\\25a+5b+5=0.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=1,\\b=-6.\end{cases}$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=x^2-6x+5$.

(2)在抛物线上存在点 M，使得 $\triangle ADM$ 是以 AD 为直角边的直角三角形.

$\because$ 直线 AD 的表达式为 $y=x-1$，抛物线的对称轴 $x=3$ 与 x 轴交于点 E，且当 $x=3$ 时，$y=x-1=2$，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(3,2)$.

①当 $\angle DAM=90^\circ$ 时，

设直线 AM 的表达式为 $y=-x+c$，将 $A(1,0)$ 代入，得 $-1+c=0$.

解得 $c=1$.

$\therefore$ 直线 AM 的表达式为 $y=-x+1$.

解方程组 $\begin{cases}y=-x+1,\\y=x^2-6x+5,\end{cases}$

得 $\begin{cases}x=1,\\y=0,\end{cases}$(舍去)或 $\begin{cases}x=4,\\y=-3.\end{cases}$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(4,-3)$.

②当 $\angle ADM=90^\circ$ 时，设直线 DM 的表达式为 $y=-x+d$.

将 $D(3,2)$ 代入，得 $-3+d=2$.

解得 $d=5$.

$\therefore$ 直线 DM 的表达式为 $y=-x+5$.

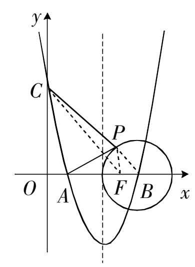
解方程组 $\begin{cases}y=-x+5,\\y=x^2-6x+5,\end{cases}$

得 $\begin{cases}x=0,\\y=5,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=5,\\y=0.\end{cases}$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(0,5)$ 或 $(5,0)$.

综上可知，点 M 的坐标为 $(4,-3)$ 或 $(0,5)$ 或 $(5,0)$.

(3)如图，在 AB 上取点 F，使 $BF=1$，连接 CF，PF，PB.



(第 12 题图)

$\because PB=2$，

$\therefore \frac{BF}{PB}=\frac{1}{2}$.

$\because \frac{PB}{AB}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{BF}{PB}=\frac{PB}{AB}$.

又 $\because \angle PBF=\angle ABP$，

$\therefore \triangle PBF\backsim\triangle ABP$.

$\therefore \frac{PF}{PA}=\frac{BF}{PB}=\frac{1}{2}$，即 $PF=\frac{1}{2}PA$.

$\therefore PC+\frac{1}{2}PA=PC+PF\geq CF$.

$\therefore$ 当 C，P，F 三点共线时，$PC+\frac{1}{2}PA$ 的值最小，即为线段 CF 的长.

$\because OC=5$，$OF=OB-BF=5-1=4$，

$\therefore CF=\sqrt{OC^2+OF^2}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$.

$\therefore PC+\frac{1}{2}PA$ 的最小值为 $\sqrt{41}$.

第 37 期

1 版

专项训练(十五)

一、选择题

1.C　2.C　3.A　4.C　5.D

二、填空题

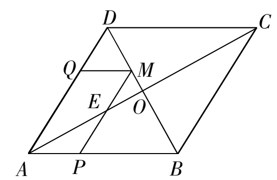
6.3　7.$9\sqrt{3}$　8.$\sqrt{29}-2$

9.$2\sqrt{2}$　10.$\sqrt{5}$ 或 $\sqrt{13}$

三、解答题

11.解：(1)由题意，得 $DQ=10-2t$，$PM=AQ=2t$，$PB=10-t$，$QM=AP=t$.

当点 M 在 BD 上时，如图①.



(第 11 题图①)

$\because QM\parallel AB$，$PM\parallel AD$，

$\therefore \angle DQM=\angle DAB=\angle MPB$，$\angle DMQ=\angle MBP$.

$\therefore \triangle DQM\backsim\triangle MPB$.

$\therefore \frac{DQ}{PM}=\frac{QM}{PB}$，即 $\frac{10-2t}{2t}=\frac{t}{10-t}$.

解得 $t=\frac{10}{3}$.

(2)$\because AD\parallel PM$，

$\therefore \angle AEP=\angle EAQ$.

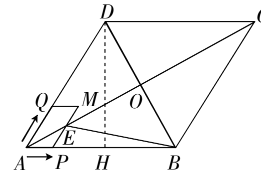
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle EAQ=\angle EAP$.

$\therefore \angle AEP=\angle EAP$.

$\therefore \triangle APE$ 为等腰三角形，$PE=AP=t$.

如图②，过点 D 作 $DH\perp AB$ 于点 H.



(第 11 题图②)

则 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot DH=\frac{1}{2}\cdot AO\cdot DB$，

即 $10\cdot DH=\sqrt{10^2-(2\sqrt{5})^2}\times4\sqrt{5}$.

解得 $DH=8$.

$\therefore \sin\angle DAH=\frac{DH}{AD}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

设 $\triangle PEB$ 中 PB 边上的高为 h.

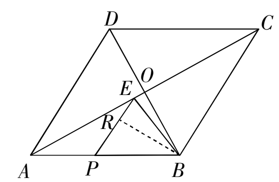
则 $S=\frac{1}{2}\cdot PB\cdot h=\frac{1}{2}\cdot(10-t)\cdot PE\cdot\sin\angle DAH=\frac{1}{2}\times(10-t)\times\frac{4}{5}t=-\frac{2}{5}t^2+4t$ $(0<t\leq5)$.

$\because -\frac{2}{5}<0$，$\therefore$ 当 $t=5$ 时，S 有最大值，且最大值为 10.

故当 $t=5$ 时，S 的最大值为 10.

(3)存在.

如图③，过点 B 作 $BR\perp PE$ 于点 R.



(第 11 题图③)

当点 B 在 $\angle PEC$ 的平分线上时，则 $BR=BO=2\sqrt{5}$.

在 Rt $\triangle PBR$ 中，$\sin\angle EPB=\sin\angle DAB=\frac{4}{5}=\frac{BR}{PB}=\frac{2\sqrt{5}}{10-t}$.

解得 $t=10-\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

4 版

专项训练(十六)

一、选择题

1.B　2.A　3.C　4.A　5.C

二、填空题

6.90°或 50°

7.答案不唯一，如 $AB=AD$

8.3　9.3 或 -7　10.6 或 $2\sqrt{30}$

三、解答题

11.解：(1)$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(2)$\because \angle BAD=45^\circ$，$BA=BM$，

$\therefore \triangle AMB$ 是等腰直角三角形.

$\therefore \angle MBC=\angle AMB=45^\circ$.

$\because EF\parallel BM$，

$\therefore \angle FEM=\angle AMB=45^\circ$.

$\therefore \angle AEB=\angle FEB=\frac{1}{2}(180^\circ+45^\circ)=112.5^\circ$.

$\therefore \angle ABE=180^\circ-\angle AEB-\angle BAE=22.5^\circ$.

$\because \frac{AD}{AN}=m$，$\triangle AMB$ 是等腰直角三角形，AN 为 BC 边上的高，

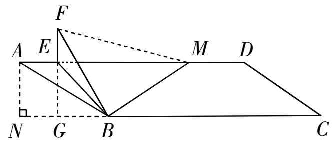
$\therefore AN=\frac{1}{2}AM$.

$\because$ 点 M 在 AD 边上，

$\therefore$ 当 $AD=AM$ 时，m 取得最小值，最小值为 $\frac{AM}{AN}=2$.

(3)如图①，当点 F 落在 AD 上方时，连接 FM，延长 FE 交 NC 于点 G.

⑩



(第11题图①)

$\because \angle BAD=30^\circ$,$\therefore \angle ABN=30^\circ$.

设$AN=a$,则$AB=2a$,$NB=\sqrt{3}a$.

$\because EF\perp AD$,

$\therefore \angle AEB=\angle FEB=\frac{1}{2}(180^\circ+90^\circ)=135^\circ$.

$\because \angle EAB=30^\circ$,

$\therefore \angle ABE=15^\circ$.

$\therefore \angle ABF=30^\circ$.

$\because AB=BM$,$\angle BAD=30^\circ$,

$\therefore \angle ABM=120^\circ$.

$\therefore \angle FBM=90^\circ$.

在Rt△FBM中,$FB=AB=BM$,

$\therefore FM=\sqrt{2}FB=2\sqrt{2}a$.

$\because \angle EBG=\angle ABE+\angle ABN=45^\circ$,

$\therefore GB=EG=a$.

$\because NB=\sqrt{3}a$,

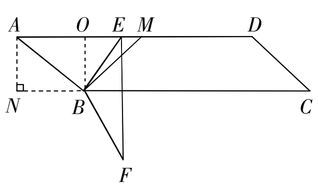
$\therefore MD=EF=AE=NG=(\sqrt{3}-1)a$.

在Rt△EFM中,$EM=\sqrt{FM^2-EF^2}=(\sqrt{3}+1)a$,

$\therefore AD=AE+EM+MD=2AE+EM=(3\sqrt{3}-1)a$.

$\therefore m=\frac{AD}{AN}=3\sqrt{3}-1$.

同理,当点F落在BC下方时,如图②.



(第11题图②)

可求得$AD=(3\sqrt{3}+1)a$.

$\therefore m=\frac{AD}{AN}=3\sqrt{3}+1$.

综上可知,m的值为$3\sqrt{3}-1$或$3\sqrt{3}+1$.

12.解:(1)$\because$抛物线与x轴交于$A(1,0)$和$B(-5,0)$两点,

$\therefore$抛物线的对称轴为直线$x=\frac{1-5}{2}=-2$.

$\because$直线$y=-3x+3$过抛物线的顶点P,且在$y=-3x+3$中,令$x=-2$,得$y=9$.

$\therefore$抛物线的顶点为$P(-2,9)$.

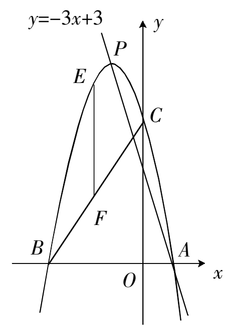
设抛物线的函数表达式为$y=a(x+2)^2+9$.

将$A(1,0)$代入,得$0=9a+9$.

解得$a=-1$.

$\therefore$抛物线的函数表达式为$y=-(x+2)^2+9=-x^2-4x+5$.

(2)①如图.



(第12题图)

在$y=-x^2-4x+5$中,令$x=0$,得$y=5$.

$\therefore C(0,5)$.

由$B(-5,0)$,$C(0,5)$,得直线BC的表达式为$y=x+5$.

$\therefore E(m,-m^2-4m+5)$,$F(m,m+5)$.

$\therefore EF=-m^2-4m+5-(m+5)=-m^2-5m=-\left(m+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$.

$\because -1<0$,

$\therefore$当$m=-\frac{5}{2}$时,EF取得最大值$\frac{25}{4}$.

$\therefore$当EF取得最大值时,m的值为$-\frac{5}{2}$,EF的最大值为$\frac{25}{4}$.

②$\because E(m,-m^2-4m+5)$,$F(m,m+5)$,$C(0,5)$,

$\therefore EF^2=(m^2+5m)^2$,$EC^2=m^2+(m^2+4m)^2$,$FC^2=2m^2$.

若$EF=EC$,则$(m^2+5m)^2=m^2+(m^2+4m)^2$.

解得$m=0$(点E与点C重合,舍去)或$m=-4$.

$\therefore E(-4,5)$.

若$EF=FC$,则$(m^2+5m)^2=2m^2$.

解得$m=0$(舍去)或$m=\sqrt{2}-5$或$m=-\sqrt{2}-5$(不符合题意,舍去).

$\therefore E(\sqrt{2}-5,-2+6\sqrt{2})$.

若$EC=FC$,则$m^2+(m^2+4m)^2=2m^2$.

解得$m=0$(舍去)或$m=-3$或$m=-5$(不符合题意,舍去).

$\therefore E(-3,8)$.

综上可知,点E的坐标为$(-4,5)$或$(\sqrt{2}-5,-2+6\sqrt{2})$或$(-3,8)$.

第38期

4版

专项训练(十七)

一、选择题

1.C　2.C　3.B　4.B

二、填空题

5.$\sqrt{13}$　6.$-\frac{1}{2}$　7.8

8.45

三、解答题

9.解:(1)由图①可知,函数$R_1=km+b$的图象经过点$(0,240)$,$(120,0)$,

$\therefore \begin{cases}b=240,\\120k+b=0.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k=-2,\\b=240.\end{cases}$

$\therefore R_1$关于m的函数表达式是$R_1=-2m+240$.

(2)130.

(3)$\because R_1=-2m+240$,

$\therefore R_1$随m的增大而减小.

$\because \frac{U_0}{R_0}\cdot R_1=8-U_0$,

$\therefore$当U_0取得最大值时,R_1取得最小值.

$\because$电压表量程为0~6V,

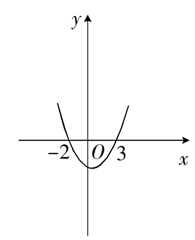
$\therefore$当$U_0=6$时,R_1取得最小值10.

$\therefore$当R_1取得最小值10时,m取得最大值115,即该电子体重秤可称的最大质量是115kg.

10.解:(1)解方程$x^2-x-6=0$,得$x_1=-2$,$x_2=3$.

$\therefore$函数$y=x^2-x-6$的图象与x轴的两个交点的横坐标为-2,3.

画出二次函数$y=x^2-x-6$的大致图象如图①所示.



(第10题图①)

由图象可知:当$-2<x<3$时,函数图象位于x轴下方,此时$y<0$,即$x^2-x-6<0$.

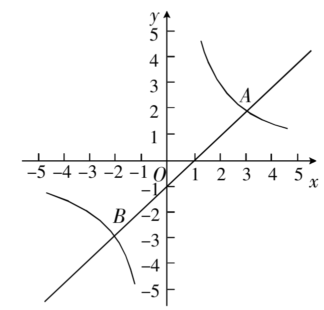
所以不等式$x^2-x-6<0$的解集为$-2<x<3$.

故填:$-2<x<3$.

(2)D

(3)当$x=0$时,不等式一定成立;当$x>0$时,不等式变为$x-1<\frac{6}{x}$;当$x<0$时,不等式变为$x-1>\frac{6}{x}$.

画出函数$y=x-1$和函数$y=\frac{6}{x}$的大致图象如图②所示.



(第10题图②)

当$x>0$时,不等式$x-1<\frac{6}{x}$的解集为$0<x<3$;当$x<0$时,不等式$x-1>\frac{6}{x}$的解集为$-2<x<0$.

$\because$当$x=0$时,不等式$x^2-x-6<0$一定成立,

$\therefore$不等式$x^2-x-6<0$的解集为$-2<x<3$.

第39期

4版

专项训练(十八)

一、选择题

1.B　2.B　3.A　4.A　5.B

二、填空题

6.1　7.(10,3)

8.$\sqrt{2}+\sqrt{6}$

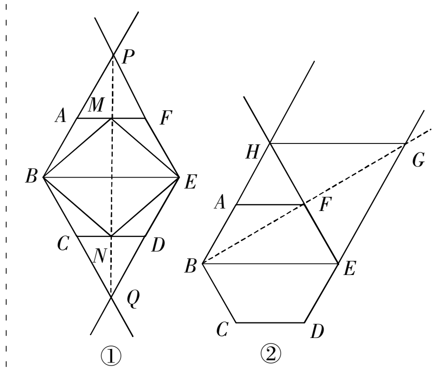
9.$\sqrt{13}$

10.$\frac{5}{3}$或$\frac{15}{4}$

三、解答题

11.解:(1)如图①,菱形$BMEN$,菱形$BPEQ$即为所求.

(2)如图②,菱形$BEGH$即为所求.



(第11题图)

12.解:(1)答案不唯一,如$\angle EMB$或$\angle CBM$或$\angle ABP$或$\angle PBM$.

(2)①15,15.

②$\angle MBQ=\angle CBQ$.理由如下:

$\because$四边形$ABCD$是正方形,

$\therefore AB=BC$,$\angle BAD=\angle C=90^\circ$.

由折叠可得:$AB=BM$,$\angle BAD=\angle BMP=90^\circ$.

$\therefore BM=BC$,$\angle BMQ=\angle C=90^\circ$.

又$\because BQ=BQ$,

$\therefore$Rt△$BMQ\cong$Rt△BCQ(HL).

$\therefore \angle MBQ=\angle CBQ$.

(3)由折叠的性质可得$DF=CF=4$cm,$AP=PM$.

$\because$Rt△$BCQ\cong$Rt△BMQ,

$\therefore CQ=MQ$.

当点Q在线段CF上时,

$\because FQ=1$cm,

$\therefore MQ=CQ=3$cm,$DQ=5$cm.

$\because PQ^2=PD^2+DQ^2$,

$\therefore (AP+3)^2=(8-AP)^2+5^2$.

解得$AP=\frac{40}{11}$.