第 16 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.B

提示：将爸妈安排在两边，有 A_2^2 种排法；将三个小孩放在中间，有 A_3^3 种排法，则所有不同的排法种数为 $A_2^2A_3^3=2\times6=12$.故选 B.

2.C

提示：先将 3 位体育爱好者进行排序，共有 A_3^3 种排法，

因为 3 个“宸宸”完全相同，将其中 2 个“宸宸”捆绑，形成一个“大元素”，再将“大元素”与另外一个“宸宸”插入 3 位体育爱好者所形成的 4 个空位中（包括两端），有 A_4^2 种排法.

由分步乘法计数原理可知，不同的排队方法有 $A_3^3A_4^2=72$ 种.故选 C.

3.C

提示：$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{12}$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_{12}^r x^{12-2r}$，令 $12-2r=2$ 或 $12-2r=4$，

则 $r=5$ 或 $r=4$，故所求常数项为 $C_{12}^4+C_{12}^5=C_{13}^5$，故选 C.

4.D

提示：先布置中心区域 A 共有 5 种方法，从 B 开始沿逆时针方向进行布置四周的区域，则 B 有 4 种布置方法，C 有 3 种布置方法，如果 D 与 B 选用同一种菊花，则 E 有 3 种布置方法；

如果 D 与 B 选用不同种类菊花，则 D 有 2 种布置方法，E 有 2 种布置方法.则全部的布置方法有 $5\times4\times3\times(1\times3+2\times2)=420$（种）.故选 D.

5.B

提示：展开式中含 x^2 项的系数为 $C_2^2+C_3^2+\cdots+C_8^2=C_3^3+C_3^2+\cdots+C_8^2=C_4^3+\cdots+C_8^2=C_9^3=84$.故选 B.

6.C

提示：第一步，首选科目可从物理、历史两门科目中选择，共有 2 种选法；

第二步，先确定再选科目中甲、乙所选科目相同的一门，有 4 种选法，再确定不相同的科目，有 3×2 种，共有 $4\times3\times2=24$ 种.

由分步乘法计数原理知，共有 $2\times24=48$ 种不同的选法.故选 C.

7.D

提示：由题意知，1 号和 2 号吉祥物被赠送给同一名志愿者，将 1 号和 2 号捆绑在一起，然后将 5 个吉祥物先分为 3 组，有两类(1,1,3)，(1,2,2)，

再将分好的三组分配给 3 名志愿者，不同的方法数为 $\left(\frac{C_5^1C_4^1}{A_2^2}+\frac{C_5^1C_4^2}{A_2^2}\right)A_3^3=150$.故选 D.

8.C

提示：这 8 张连号的门票不妨设为 1,2,3,4,5,6,7,8.

先考虑 3 张连号的门票的选法共有 6 种情况：(1,2,3)，(2,3,4)，(3,4,5)，(4,5,6)，(5,6,7)，(6,7,8).

再考虑 2 张连号的门票的选法：对于(1,2,3)，(2,3,4)，(3,4,5)，分别有 4,3,3 种选法；利用对称性可得，对于(4,5,6)，(5,6,7)，(6,7,8)分别有 3,3,4 种选法.

最后考虑剩余的 3 张随机分到剩余的 3 个家庭的选法共有 A_3^3 种.

综上，这 8 张门票不同的分配方法的种数为 $(4+3+3)\times2\times A_3^3=120$ 种.故选 C.

二、多项选择题

9.AC

提示：因为 $C_{11}^{2x-1}=C_{10}^{x-1}+C_{10}^{x}=C_{11}^{x}$，所以 $2x-1=x$ 或 $2x-1+x=11$，解得 $x=1$ 或 $x=4$.

故选 AC.

10.BC

提示：展开式的第 3 项为 $T_3=C_n^2x^{n-2}\left(\frac{1}{x}\right)^2$，第 8 项为 $T_8=C_n^7x^{n-7}\left(\frac{1}{x}\right)^7$，则 $C_n^2=C_n^7$，则 $n=9$，所以展开式中二项式系数最大的项为第 5 项与第 6 项.故选 BC.

11.ABD

提示：因为若甲、乙左右相邻，若在第三排，11 个座位，共有 10 种左右相邻方法，

若在第四排，左边 3 个位置有 2 种坐法，右边 3 个位置有 2 种坐法，共有 $2+2=4$ 种坐法，

若在第五排，左边 3 个位置有 2 种坐法，右边 2 个位置有 1 种坐法，共有 $2+1=3$ 种坐法，

若在第六排，左边 4 个位置有 3 种坐法，右边 4 个位置有 3 种坐法，有 $3+3=6$ 种坐法，

若在第七排，左边 3 个位置有 2 种坐法，右边 3 个位置有 2 种坐法，共有 $2+2=4$ 种坐法，

则不同的坐法共有 $10+4+3+6+4=27$ 种，再考虑甲乙顺序，有 $A_2^2=2$ 种，所以一共有 54 种购票情况，故 A 正确；

甲、乙在同一列的情况共有 $A_3^2+A_5^2+A_5^2+A_3^2+A_2^2+A_4^2+A_5^2+A_5^2=106$ 种，则甲、乙不在同一列的情况有 $A_{36}^2-106=1154$ 种，故 B 正确；

若甲、乙前后相邻，先选座位，有 $2+4+4+1+2+4+4=21$ 种，再考虑甲乙顺序，有 $A_2^2=2$ 种，所以一共有 42 种购票情况，故 C 错误；

中心线左侧有 18 个座位，右侧有 18 个座位，甲、乙分坐于两侧，有 $A_2^2\times18\times18=648$ 种，

甲、乙分坐于两侧且坐同一排（按每一排考虑），有 $A_2^2(5\times6+3\times3+3\times2+4\times4+3\times3)=140$ 种，

所以甲、乙分坐于两侧，且不坐同一排的购票情况共有 $648-140=508$ 种.故选 ABD.

12.AB

提示：对于 A，取 4 个元素组成无重复数字的四位数，若取 0，有 $C_5^3C_3^1A_3^3=180$（个），若不取 0，有 $C_5^4A_4^4=120$（个），共有 180+120=300（个），故 A 正确；

对于 B，M 中有 3 个偶数，若末位为 0，有 $A_5^2=20$（个），若末位为 2 或 4，有 $C_2^1C_4^1C_4^1=32$ 个，共有 20+32=52（个），故 B 正确；

对于 C，集合 M 中任取 3 个元素能够组成 $A_6^3=120$（个）3 位密码，故 C 错误；

对于 D，三个数和为 3 的有(0,1,2)有 1 种，

3 个数的和为 6 的有(0,1,5)，(1,2,3)，(0,2,4)有 3 种，

3 个数的和为 9 的有(0,4,5)，(1,3,5)，(2,3,4)有 3 种，

3 个数的和为 12 的有(3,4,5)有 1 种，故共有 1+3+3+1=8 种，故 D 错误.故选 AB.

三、填空题

13.80

提示：二项式 $(2x+y)^5$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r\cdot2^{5-r}\cdot x^{5-r}\cdot y^r$，

令 $r=2$，则含 x^3y^2 项的系数为 $C_5^2\times2^3=80$.

14.20

提示：先将亮的 7 盏路灯排成一排，两端不能熄灭，则有 6 个符合条件的空位，

在 6 个空位中，任取 3 个插入熄灭的 3 盏灯，有 $C_6^3=20$ 种.

15.0；-13

提示：因为 $(1-x)^5(1-2x)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_9x^9$，

所以令 $x=1$，则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_9=(1-1)^5(1-2\times1)^4=0$.

因为 $(1-x)^5$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(-x)^r$，$(1-2x)^4$ 展开式的通项为 $T_{k+1}=C_4^k(-2x)^k$，

所以 $a_1=C_5^1(-1)^1\times C_4^0+C_5^0\times C_4^1(-2)^1=-13$.

16.37

提示：按所选的 6 人中所含既会划左桨又会划右桨的人数分类，①6 人中有 0 人既会划左桨又会划右桨，则只有 $C_3^3\cdot C_3^3=1$ 种方法；②6 人中有 1 人既会划左桨又会划右桨，则有 $C_2^1\cdot2C_3^2\cdot C_3^3=12$ 种方法；③6 人中有 2 人既会划左桨又会划右桨，则有 $2C_3^1\cdot C_3^3+A_2^2\cdot C_3^2\cdot C_3^2=24$ 种方法.故共有 1+12+24=37 种方法.

四、解答题

17.**解**：(1)由题意知，把甲、乙两人安排在第二和第三棒，有 A_2^2 种方法，

然后从丙、丁、戊、己 4 人中选 2 人，排在第一和第四棒，有 A_4^2 种方法，

由分步乘法计数原理可知，共有 $A_2^2A_4^2=24$ 种排法.

(2)由题意知，先从甲、乙两人中选 1 人排在除第四棒外的任何一棒，有 $C_2^1A_3^1$ 种方法，

然后从丙、丁、戊、己 4 人中选 3 人排在其他棒，有 A_4^3 种方法，

由分步乘法计数原理可知，共有 $C_2^1A_3^1A_4^3=144$ 种排法.

18.**解**：选条件①，因为第 4 项与第 8 项的二项式系数相等，所以 $C_n^3=C_n^7$，故 $n=10$.

选条件②，由只有第 6 项的二项式系数最大，得 $n=10$.

选条件③，所有项的二项式系数的和为 1024，即 $2^n=1024$，解得 $n=10$.

(1)二项式 $\left(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{2\sqrt[3]{x}}\right)^{10}$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_{10}^r\cdot(\sqrt[3]{x})^{10-r}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^r\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^r=C_{10}^r\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^r\cdot x^{\frac{10-2r}{3}}$.

当 $\frac{10-2r}{3}=2$ 时，解得 $r=2$，故展开式中 x^2 的系数为 $C_{10}^2\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{45}{4}$.

(2)根据二项展开式，要使 x 为整数次幂，则 $\frac{10-2r}{3}\in Z$，且 $0\leqslant r\leqslant10$，$r\in Z$，得 $r=2$，$r=5$，$r=8$ 时，满足题意，所以含 x 的整数次幂的项分别是第 3 项，第 6 项，第 9 项.

19.**解**：(1)$A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$，从 $A\cup B$ 中取出 2 个不同的元素组成两位数，

分两步：第一步，确定十位，有 4 种不同的取法；

第二步，确定个位，有 4 种不同的取法.

所以可以组成 $4\times4=16$ 个不同的两位数.

(2)分两类：第一类，选 0，先排 0，有 C_4^1 种排法，再排 3 个 8，有 C_4^3 种排法，最后从集合 B 中选除 0 以外的 3 个中的 1 个有 C_3^1 种排法，所以这样的五位数的个数为 $C_4^1C_4^3C_3^1=48$；

第二类，不选 0，先从 B 中选 2 个元素，有 C_3^2 种选法，再排 3 个 8 有 C_5^3 种排法，最后 B 中两元素有 C_2^1 种排法，所以这样的五位数的个数为 $C_3^2C_5^3C_2^1=60$.

所以共有 48+60=108 个不同的五位数.

20.**解**：(1)因为 $f(x)=(2x+3)^n$ 展开式的二项式系数和为 512，则 $2^n=512$，解得 $n=9$，

因为 $(2x+3)^9=[1+2(x+1)]^9$，所以 $a_2=C_9^7\cdot2^2=144$.

(2)令 $x=-1$，得 $a_0=1$.令 $x=0$，又 $n=9$，得 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_9=3^9$，所以 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9=3^9-1=19\ 682$.

(3)因为 $f(20)-20=43^9-20=(42+1)^9-20=C_9^0 42^9+C_9^1 42^8+\cdots+C_9^8 42+1-20=C_9^0 42^9+C_9^1 42^8+\cdots+C_9^7 42^2+8\times42+23$，

又 $C_9^0 42^9+C_9^1 42^8+\cdots+C_9^7 42^2+8\times42$ 能被 6 整除，23 被 6 除后余数为 5，所以 $f(20)-20$ 被 6 除所得的余数为 5.

21.**解**：(1)若甲、乙两人共付车费 6 元，

则其中一人乘坐地铁站数不超过 4 站，另外一人乘坐地铁站数超过 4 站且不超过 9 站，共有 $C_4^1C_5^1A_2^2=40$（种），

故甲、乙下地铁的方案共有 40 种.

(2)若甲、乙两人共付车费 8 元，则甲比乙先下地铁的情形有两类：

第一类，甲乘地铁站数不超过 4 站，乙乘地铁站数超过 9 站且不超过 15 站，有 $C_4^1C_6^1=24$（种）；

第二类，甲、乙两人乘地铁站数都超过 4 站且不超过 9 站，记地铁第五站至第九站分别为 P_5,P_6,P_7,P_8,P_9，

易知甲比乙先下地铁有以下四种情形：

①甲 P_5 站下，乙下地铁方式有 C_4^1 种；

②甲 P_6 站下，乙下地铁方式有 C_3^1 种；

③甲 P_7 站下，乙下地铁方式有 C_2^1 种；

④甲 P_8 站下，乙只能从 P_9 下地铁，有 1 种方式，所以甲、乙两人乘地铁站数都超过 4 站且不超过 9 站，并且甲比乙先下地铁共有 $C_4^1+C_3^1+C_2^1+1=10$ 种不同方案，

综上，由分类加法计数原理知，符合题意的不同方案有 24+10=34（种），

故甲、乙两人共付车费 8 元，甲比乙先下地铁的方案共有 34 种.

22.**解**：(1)每个人都有去不去两种可能，则有 $2^7=128$ 种，但必须有人去，去掉都不去这 1 种情况，

则共有 128-1=127 种安排方法.

(2)该问题共分为四类：第一类，7 人中恰有 5 人分配到其中一项活动中，另外两项活动各分配 1 人，共有 $C_7^5A_3^3=126$ 种；

第二类，7 人中恰有 4 人分配到其中一项活动中，另外两项活动分别分配 2 人与 1 人，

共有 $C_7^4C_3^2A_3^3=630$ 种；

第三类，7 人中恰有 3 人分配到其中一项活动中，另外两项活动分别分配 3 人与 1 人，

共有 $\frac{C_7^3C_4^3A_3^3}{A_2^2}=420$ 种；

第四类，7 人中恰有 3 人分配到其中一项活动中，另外两项活动各分配 2 人，

共有 $\frac{C_7^3C_4^2A_3^3}{A_2^2}=630$ 种.

所以每项活动至少安排 1 人的方法总数为 126+630+420+630=1806 种.

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 13 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示：由分类加法计数原理知，小明乘坐这些交通工具去深圳的不同方法有 30+20+40=90（种）.故选 D.

2.C

提示：第二个括号 (b_1+b_2) 内含有 2 个字母，第三个括号 $(c_1+c_2+c_3)$ 含有 3 个字母，第四个括号 $(d_1+d_2+d_3+d_4)$ 含有 4 个字母，则展开后共有 $1\times2\times3\times4=24$ 项.故选 C.

3.C

提示：甲、乙、丙 3 位同学每人都有 2 种不同的选法，根据分步乘法计数原理可知，不同的选法共有 $2\times2\times2=2^3=8$ 种.故选 C.

4.C

提示：由正六边形的性质可得，当以 AD 为斜边时，可构成直角三角形△ADB，△ADC，△ADE，△ADF 四种，同理可得当以 BE，CF 为斜边时，分别也为四种，即所求直角三角形的个数为 12.故选 C.

5.B

提示：第三、四象限内点的纵坐标为负值，横坐标无限制.

分两种情况讨论：①取 M 中的数作横坐标，取 N 中的数作纵坐标，有 $3\times2=6$ 种情况；

②取 N 中的数作横坐标，取 M 中的数作纵坐标，有 $4\times1=4$ 种情况.

综上，共有 6+4=10 种情况.故选 B.

6.D

提示：从东面上山，不同的走法共有 $2\times(3+3+4)=20$（种）；

从西面上山，不同的走法共有 $3\times(2+3+4)=27$（种）；

从南面上山，不同的走法共有 $3\times(2+3+4)=27$（种）；

从北面上山，不同的走法共有 $4\times(2+3+3)=32$（种）.

所以不同的走法最多时应从北面上山.故选 D.

7.D

提示：根据每行中紫色小方格的位置，可分三步，第一步，在第一行中，有且只有 1 个紫色小方格，有 3 种情况；第二步，在第二行的 3 个方格中，要求每列有且只有 1 个紫色小方格，则第二行有 2 种情况；第三步，在第三行，只有 1 种情况，则一共可以传递的不同信息种数是 $3\times2\times1=6$，故选 D.

8.D

提示：根据题意，按甲的选择不同分成 2 种情况讨论，

若甲选择牛，此时乙的选择有 2 种，丙的选择有 10 种，此时有 $2\times10=20$ 种不同的选法；

若甲选择马或猴，此时甲的选法有 2 种，乙的选择有 3 种，丙的选择有 10 种，此时有 $2\times3\times10=60$ 种不同的选法.

由分类加法计数原理知，一共有 20+60=80 种不同的选法.故选 D.

二、多项选择题

9.AB

提示：对于 A，从中任选 1 个球，共有 5+6+4=15 种不同的选法，故 A 正确；

对于 B，每种颜色选出 1 个球，可分步从每种颜色分别选择，共有 $5\times6\times4=120$ 种不同的选法，故 B 正确；

对于 C，若要选出不同颜色的 2 个球，首先按颜色分三类：“黄，黑”，“黄，蓝”，“黑，蓝”，再进行各类分步选择，共有 $5\times6+5\times4+6\times4=74$ 种不同的选法，故 C 错误；

对于 D，若要不放回地选出任意的 2 个球，直接分步计算，共有 $15\times14=210$ 种不同的选法，故 D 错误.

故选 AB.

10.AB

提示：从两类符号中任取 2 个符号排列的情况可分为三类：第一类，由两个“——”组成，二进制数为 $11_{(2)}$，转化为十进制数为 $1\times2^1+1\times2^0=3$；第二类，由两个“— —”组成，二进制数为 $00_{(2)}$，转化为十进制数为 $0\times2^1+0\times2^0=0$；第三类，由一个“——”和一个“— —”组成，二进制数为 $10_{(2)}$ 或 $01_{(2)}$，转化为十进制数为 $1\times2^1+0\times2^0=2$ 或 $0\times2^1+1\times2^0=1$.所以从两类符号中任取 2 个符号排列，可以组成的不同的十进制数为 0,1,2,3.故选AB.

11.BC

提示：对于 A，选 1 人做正组长，1 人做副组长需要分两步，

先选正组长有 10 种选法，再选副组长有 9 种选法，则共有 $10\times9=90$ 种不同的选法，故 A 错误；

对于 B，从中选 2 人参加数学竞赛，其中男、女生各 1 人，则共有 $7\times3=21$ 种不同的选法，故 B 正确；

对于 C，选 1 人参加数学竞赛，既可以选男生，也可以选女生，则共有 7+3=10 种不同的选法，故 C 正确；

对于 D，每人报名都有 2 种选择，共有 10 人，则共有 $2^{10}=1024$ 种不同的报名方法，故 D 错误.故选 BC.

12.AC

提示：根据题意，四位回文数有1001，1111，1221，…，1991，2002，2112，2222，…，2992，…，9009，9119，9229，…，9999，

其首位和个位有 9 种选法，第二位和第三位有 10 种选法，共有 $9\times10=90$ 个，故 A 正确，B 错误；

对于 $2n+1$ 位回文数，首位和个位数字有 9 种选法，第二位和倒数第二位数字有 10 种选法，…，

第 $n+1$ 个数字，即最中间的数字有 10 种选法，则共有 $9\times10\times10\times\cdots\times10=9\times10^n$ 种选法，

即 $2n+1(n\in N_+)$ 位回文数有 9×10^n 个，故 C 正确，D 错误.故选 AC.

三、填空题

13.7

提示：由题意知，当集合 C 中有且只有一个元素时，分两种情况讨论：①当集合 C 中的元素属于集合 A 时，有 3 种情况；

②当集合 C 中的元素属于集合 B 时，有 4 种情况.

因为集合 A 与集合 B 无公共元素，所以满足题意的集合 C 的情况共有 3+4=7 种.

14.24

提示：首先将 630 分解质因数 $630=2\times3^2\times5\times7$；然后注意到每一因数可出现的次幂数，如 2 可有 $2^0,2^1$ 两种情况，3 有 $3^0,3^1,3^2$ 三种情况，5 有 $5^0,5^1$ 两种情况，7 有 $7^0,7^1$ 两种情况，

按分步乘法计数原理知，整数 630 的正约数（包括 1 和 630）共有 $2\times3\times2\times2=24$ 个.

15.36

提示：由题意可知，分三步完成，

第一步，从 2 种主食中任选 1 种有 2 种选法；

第二步，从 3 种素菜中任选 1 种有 3 种选法；

第三步，从 6 种荤菜中任选 1 种有 6 种选法.

根据分步乘法计数原理知，共有 $2\times3\times6=36$ 种不同的选取方法.

16.72

提示：下面分两种情况，即 C,A 同色与 C,A 不同色来讨论.

(1)P 的着色方法有 4 种，A 的着色方法有 3 种，B 的着色方法有 2 种，

C,A 同色时，C 的着色方法为 1 种，D 的着色方法有 2 种；

(2)P 的着色方法有 4 种，A 的着色方法有 3 种，B 的着色方法有 2 种，

C 与 A 不同色时，C 的着色方法有 1 种，D 的着色方法有 1 种.

综上，两类共有 $4\times3\times2\times1\times2+4\times3\times2\times1\times1=48+24=72$（种）.

四、解答题

17.**解**：这名同学可以选择 A，B 两所大学中的一所，在 A 大学中有 5 种专业选择方法，在 B 大学中有 4 种专业选择方法，因为没有一个强项专业是两所大学共有的，所以根据分类加法计数原理知，这名同学可能的专业选择种数 N=5+4=9.

18.**解**：(1)百位上的数字有 9 种选法，十位上的数字有除百位上的数字以外的 9 种选法，个位上的数字应从剩余 8 个数字中选取，由分步乘法计算原理知，共有 $9\times9\times8=648$ 个无重复数字的三位数.

(2)满足条件的一位自然数有 10 个，两位自然数有 $9\times9=81$ 个，三位自然数有 $4\times9\times8=288$ 个，由分类加法计数原理知，共有 10+81+288=379 个小于 500 且无重复数字的自然数.

19.**解**：(1)根据题意，共分为 3 步，

第 1 步，从高一学生中选出 1 人当组长，有 5 种选法；第 2 步，从高二学生中选出 1 人当组长，有 8 种选法；第 3 步，从高三学生中选出 1 人当组长，有 7 种选法.

由分步乘法计数原理知，共有 $5\times8\times7=280$ 种选法.

(2)根据题意，可分为 3 类，

第 1 类，选出的是高一、高二学生，有 $5\times8=40$ 种选法；第 2 类，选出的是高一、高三学生，有 $5\times7=35$ 种选法；第 3 类，选出的是高二、高三学生，有 $8\times7=56$ 种选法.

由分类加法计数原理知，共有 40+35+56=131 种选法.

20.**解**：(1)因为 P 表示平面上第二象限的点，故可分两步，

第一步，确定 a，a 必须小于 0，则有 3 种不同的情况.

第二步，确定 b，b 必须大于 0，则有 2 种不同的情况.

由分步乘法计数原理知，P 可表示平面上第二象限的点共有 $3\times2=6$（个）.

(2)因为 P 表示不在直线 $y=x$ 上的点，故可分两步，

第一步，确定 a，有 6 种不同的情况；

第二步，确定 b，有 5 种不同的情况.

由分步乘法计数原理知，P 可表示不在直线 $y=x$ 上的点共有 $6\times5=30$（个）.

21.**解**：若选择①②③，则三人出游的不同方法的种数为 $4\times5\times5=100$.

若选择①②④，则需分两类：第一类，若甲选择 4 月 27 日出游，则三人出游的不同方法的种数 $N_1=5\times6=30$；第二类，若甲不选择 4 月 27 日出游，则三人出游的不同方法的种数 $N_2=3\times4\times6=72$. 故这三人出游的不同方法的种数 $N=N_1+N_2=102$.

若选择①③④，则三人出游的不同方法的种数 $N=4\times5\times5=100$.

若选择②③④，则三人出游的不同方法的种数 $N=5\times5\times5=125$.

22.**解**：对于题中图 4，首先对①进行涂色，有 5 种方法，然后对②进行涂色，有 4 种方法，

然后对③进行涂色，有 3 种方法，然后对④进行涂色，有 3 种方法，

由分步乘法计数原理知，涂色方法种数为 $5\times4\times3\times3=180$ 种；

对于题中图 5，首先对①进行涂色，有 5 种方法，然后对②进行涂色，有 4 种方法，

然后对③进行涂色，有 3 种方法，然后对④进行涂色，有 4 种方法，

由分步乘法计数原理知，涂色方法种数为 $5\times4\times3\times4=240$ 种；

对于题中图 6，首先对①进行涂色，有 5 种方法，然后对③进行涂色，有 4 种方法，

然后对②进行涂色，有 4 种方法，然后对④进行涂色，有 4 种方法，

由分步乘法计数原理知，涂色方法种数为 $5\times4\times4\times4=320$ 种.

第 14 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示：$A_n^2+C_n^2=n(n-1)+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{3n(n-1)}{2}=30$，整理得 $n^2-n-20=0$，解得 $n=-4$（舍去），或 $n=5$.故选 C.

2.A

提示：因为 $C_n^m+C_n^{m-1}=C_{n+1}^m$，所以 $C_2^2+C_3^2+C_4^2+C_5^2=C_3^3+C_3^2+C_4^2+C_5^2=C_4^3+C_4^2+C_5^2=C_5^3+C_5^2=C_6^3$.故选 A.

3.B

提示：根据题意，将 5 本书全排列，有 $A_5^5=120$ 种排法，其中 a 放在 b 的左边和 a 放在 b 的右边的排法是一样的，则 a 放在 b 的左边的排法有 $\frac{1}{2}\times120=60$ 种.故选 B.

4.C

提示：甲、乙、丙、丁四个人安排两个项目，总共有 $2^4=16$ 种安排方法，其中四个人安排在同一个项目的有 2 种情况，所以甲、乙、丙、丁四个人安排两个项目，每个项目至少安排 1 人，安排的方案种数为 16-2=14.故选 C.

5.B

提示：把丙和丁捆绑在一起，4 个人任意排列，有 $A_2^2\cdot A_4^4=48$ 种情况，甲站在两端的情况有 $C_2^1A_3^3A_2^2=24$ 种情况，所以甲不站在两端，丙和丁相邻的不同排列方式有 48-24=24 种.故选 B.

6.C

提示：先考虑所有的涂色方案种数：区域⑤有 5 种涂色方法，区域①有 4 种涂色方法，区域②有 3 种涂色方法.

若区域③和区域①同色，则区域④有 3 种涂色方法；

若区域③和区域①异色，则区域③有 2 种涂色方法，区域④有 2 种涂色方法.

综上所述，不同的涂色方法有 $5\times4\times3\times(1\times3+2\times2)=420$ 种.故选 C.

7.B

提示：依题意分三步完成，

第一步，先将 3，5 排列，共有 A_2^2种排法；

第二步，再将 4，6 插空排列，共有 $2A_2^2=4$ 种排法；

第三步，将 1，2 放到 3，5，4，6 形成的空中，共有 $C_5^1=5$ 种排法.

由分步乘法计数原理得，共有 $2\times4\times5=40$ 种.故选 B.

8.D

提示：若 A 受灾点需要 2 支救援队，剩余 4 支救援队分成两组，则 A，B，C 受灾点的救援队个数为2，1，3 或 2，2，2 或 2，3，1，若个数为 2，1，3，则有 $C_6^2C_4^1C_3^3=60$ 种安排方法，若个数为 2，2，2，则有 $C_6^2C_4^2C_2^2=90$ 种安排方法，若个数为 2，3，1，则有 $C_6^2C_4^3=60$ 种安排方法；

若 A 受灾点需要 3 支救援队，剩余 3 支救援队分成两组，则 A，B，C 受灾点的救援队个数为 3，1，2 或3，2，1，若个数为 3，1，2，则有 $C_6^3C_3^1C_2^2=60$ 种安排方法，若个数为 3，2，1，则有 $C_6^3C_3^2=60$ 种安排方法；

若 A 受灾点需要 4 支救援队，剩余 2 支救援队分成两组，则 A，B，C 受灾点的救援队个数为 4，1，1，此时有 $C_6^4C_2^1=30$ 种安排方法.

综上，不同的安排方法种数为 60+90+60+60+60+30=360.故选 D.

二、多项选择题

9.ABC

提示：对于 A，$A_n^{n-1}=n(n-1)(n-2)\times\cdots\times3\times2=n(n-1)(n-2)\times\cdots\times3\times2\times1=n!$，故 A 正确；对于 B，由组合数的性质可得 $C_8^2+C_8^3=C_9^3$，故 B 正确；对于 C，由组合数的性质可得 $C_7^2=C_7^5$，故 C 正确；对于 D，$A_n^{m-1}=\frac{n!}{(n-m+1)!}$，故 D 错误.故选 ABC.

10.ACD

提示：对于 A，即不相邻问题（插空法）：先排女生共 A_4^4种排法，男生在女生留下的五个空中安插，有 A_5^3种排法，故共有 $A_4^4A_5^3=1440$ 种排法，故 A 正确；

对于 B，先排女生共 A_7^4种排法，3 名男生顺序一定，排进最后三个位置，只有 1 种情况，则共有 $A_7^4\times1=840$ 种排队方案，故 B 错误；

对于 C，排法有 $A_7^7-2A_6^6+A_5^5=3720$ 种，其中 A_6^6是甲在左端或乙在右端的排法，A_5^5是甲在左端且乙在右端的排法，故 C 正确；

对于 D，（捆绑法）任取 2 人与甲、乙组成一个整体，与余下 3 个元素全排列，故共有 $A_5^2A_2^2A_4^4=960$ 种排法，故 D 正确.故选 ACD.

11.ACD

提示：对于 A，3 个孩子，4 把椅子，让孩子都坐下，有 $A_4^3=24$ 种方法，故 A 正确；

对于 B，3 个孩子，4 间屋子，让孩子都进屋，有 $4^3=64$ 种方法，故 B 错误；

对于 C，3 朵花，4 个孩子，把花分给孩子，每人至多一朵，不区分花，有 $C_4^1=4$ 种方法，故 C 正确；

对于 D，3 朵花，4 个孩子，把花分给孩子，不区分花，有 $C_4^3+C_4^2A_2^2+C_4^1=20$ 种方法，故 D 正确.故选 ACD.

12.BC

提示：对于 A，任意选科，选法总数为 $C_2^1C_4^2$种，故 A 错误；

对于 B，化学必选，选法总数为 $C_2^1C_3^1$种，故 B 正确；

对于 C，物理必选，化学、生物至少选一门，选法总数为 $C_2^1C_2^1+C_2^2$种，故 C 正确；

对于 D，政治和地理至少选一门，选法总数为 $C_2^1\cdot(C_2^2+C_2^1C_2^1)=10$ 种，故 D 错误.故选 BC.

三、填空题

13.12

提示：将 4 个门编号为 1，2，3，4，从 1 号门进入后，有 3 种出门的方式，共 3 种走法.同理，从 2，3，4 号门进入，同样各有 3 种走法，共有不同走法 $3\times4=12$ 种.

14.12

提示：依题意可知，选法有 $C_4^2C_2^1=12$ 种.

15.24

提示：当游泳场地安排 2 人时，不同的安排方法有 $C_3^2A_2^2=6$ 种；当游泳场地安排 1 人时，不同的安排方法有 $C_3^1C_3^2A_2^2=18$ 种.由分类加法计数原理可知，不同的安排方法共有 6+18=24 种.

16.600

提示：①当 3 条不同路线没有北京线时，报名的可能情况为 $C_5^2C_4^2C_2^1A_2^2=240$ 种；

②当 3 条不同路线没有北京线的时，报名的可能情况为 $C_5^3C_4^2A_3^3=360$ 种.

综上，他们报名的可能情况有 240+360=600 种.

四、解答题

17.**解**：(1)因为 $C_9^x=C_9^{2x-3}$，所以 $x=2x-3$ 或 $x+2x-3=9$，且 $2x-3\leqslant9$，解得 $x=3$ 或 $x=4$.

(2)因为 $A_9^x>6A_9^{x-1}$，$x-1\geqslant0$，$x\in\mathbf{N}$，

所以 $\frac{9!}{(9-x)!}>\frac{6\times9!}{(9-x+1)!}$，

其中 $1\leqslant x\leqslant9$，$x\in\mathbf{N}$，即 $10-x>6$，$x<4$，故 $x=1$ 或 2 或 3.所以原不等式的解集为$\{1,2,3\}$.

18.**解**：(1)因为 2 名教练站在一起有 A_2^2种站法，将此 2 名教练视为一个整体与其余 6 人全排列，有 A_7^7种排法，所以所求不同站法数为 $A_2^2A_7^7=10\ 080$.

(2) 因为先将 2 名教练和 3 名女运动员排成一排有 A_5^5种站法，再从教练和女运动员站位的 6 个间隔（含两端）处插入 3 名男运动员，有 A_6^3种，

所以 3 名男运动员互不相邻的不同站法数为 $A_5^5A_6^3=14\ 400$ 种.

19.**解**：(1)依题意，首先从 1，3，5 中选 1 个排在个位，有 C_3^1种排法，再将其余 4 个数字全排列，有 A_4^4种排法，故共有 $C_3^1A_4^4=72$ 个数.

(2)依题意，首先将 1，3，5 三个数全排列，有 A_3^3种排法，再将 2 和 4 插入 1，3，5 所形成的 4 个空中，有 A_4^2种排法，故共有 $A_3^3A_4^2=72$ 个数.

20.**解**：(1)分给甲、乙、丙 3 人，其中一个人 1 本，一个人 2 本，一个人 3 本，先将 6 本不同的书分成 1 本，2 本，3 本共 3 组，有 $C_6^1C_5^2C_3^3$种，再将 3 组分配给甲、乙、丙 3 人有 A_3^3种，故共有 $C_6^1C_5^2C_3^3A_3^3=360$（种）.

(2)分成三组，一组 4 本，另外两组各 1 本，只需从 6 本中选 4 本一组，其余 2 本为两组，共 $C_6^4=15$（种）.

(3)甲得 1 本，乙得 1 本，丙得 4 本，分步处理，先从 6 本中选 4 本给丙，其余 2 本分给甲、乙各 1 本，有 $C_6^4A_2^2=30$（种）.

21.**解**：(1)从 10 双鞋子中选取 4 双，有 C_{10}^4种不同的选法，每双鞋子各取一只，分别有 2 种取法，根据分步乘法计数原理知，满足题意的情况有 $C_{10}^4\cdot2^4=3360$（种）.

(2)从 10 双鞋子中选取 2 双有 $C_{10}^2=45$ 种取法，即满足题意的情况有 45 种不同取法.

(3)先选取一双有 C_{10}^1种选法，再从 9 双鞋子中选取 2 双鞋有 C_9^2种选法，每双鞋只取一只各有 2 种取法，根据分步乘法计数原理知，满足题意的情况有 $C_{10}^1\cdot C_9^2\cdot2^2=1440$（种）.

22.**解**：(1)出场阵容可以分两步确定：第 1 步，从 5 名运动员中选择 2 人，分别参加前两场男单比赛，共有 $A_5^2=20$ 种；第 2 步，从剩下的 3 名运动员中选出 2 人参加男双比赛，共有 $C_3^2=3$ 种.

由分步乘法计数原理知，一共有 $20\times3=60$ 种不同的出场阵容.

(2)队员 A 不能参加男子双打比赛，有两类方案，

第 1 类方案是队员 A 不参加任何比赛，即除了队员 A 之外的 4 人参加本次比赛，只需从 4 人中选出 2 人分别参加前两场单打比赛，共有 $A_4^2=12$ 种；

第 2 类方案是队员 A 参加单打比赛，可以分 3 个步骤完成：

第 1 步，确定队员 A 参加的是哪一场单打比赛，共 2 种；

第 2 步，从剩下 4 名队员中选择一名参加另一场单打比赛，共 4 种；

第 3 步，从剩下的 3 名队员中，选出 2 人参加男双比赛，共有 $C_3^2=3$ 种.

根据分步乘法计数原理，队员 A 参加单打比赛的不同的出场阵容有 $2\times4\times3=24$ 种.

综上，由分类加法计数原理知，队员 A 不参加男子双打比赛的不同的出场阵容数量为 12+24=36 种.

第 15 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示：$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^r2^{5-r}C_5^rx^{5-2r}(r=0,1,\cdots,5)$，

令 $5-2r=1$，可得 $r=2$，即含 x 的项为第 3 项，所以 $T_3=80x$，故 x 的系数为 80.故选 D.

2.D

提示：展开式的第 4 项的二项式系数为 $C_6^3=20$，故选D.

3.B

提示：由题意知，令 $x=1$，则 $1=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$；令 $x=-1$，则 $3^4=a_4-a_3+a_2-a_1+a_0$，两式相加，得 $2(a_0+a_2+a_4)=3^4+1$，所以 $a_0+a_2+a_4=41$.故选 B.

4.D

提示：多项式$\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+ax^2+1\right)^5$ 表示的是 5 个$\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+ax^2+1\right)$因式的乘积，所以从 5 个因式中选 4 个$\frac{1}{\sqrt{x}}$，选 1 个 ax^2 或者选 5 个 1，即可得到展开式的常数项，即 $C_5^4\times a+C_5^5=5$，解得 $a=\frac{4}{5}$，故选 D.

5.D

提示：因为 $a=C_{19}^0+C_{19}^17+C_{19}^27^2+\cdots+C_{19}^{19}7^{19}$，由二项式定理得 $a=(1+7)^{19}=8^{19}=(9-1)^{19}=C_{19}^0\cdot9^{19}+C_{19}^1\cdot9^{18}\cdot(-1)+C_{19}^2\cdot9^{17}\cdot(-1)^2+\cdots+C_{19}^{18}\cdot9\cdot(-1)^{18}+C_{19}^{19}\cdot(-1)^{19}=9^{19}+\cdots+C_{19}^{18}\cdot9\cdot(-1)^{18}-1$，

因为展开式的前 19 项的每一项的因式中都含有 9，最后一项为-1，所以 a 除以 9 的余数为 8，故选 D.

6.D

提示：二项式$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{30}$的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_{30}^r\cdot(\sqrt{x})^{30-r}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^r=C_{30}^r\cdot x^{15-\frac{5}{6}r}$，

因为 $0\leqslant r\leqslant30$，且 $r\in\mathbf{N}$，所以当 $r=0,6,12,18,24,30$ 时，$15-\frac{5}{6}r\in\mathbf{Z}$.

所以二项式$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{30}$的展开式中，有理项共有 6 项，无理项共有 25 项.故选 D.

7.A

提示：在$\left(\frac{1}{2}-x\right)^n$的展开式中，令 $x=-1$，可得出各项系数绝对值的和为$\left(\frac{3}{2}\right)^n=\frac{729}{64}$，故 $n=6$，

故展开式中二项式系数最大的项为 $C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot(-x)^3=-\frac{5}{2}x^3$.故选 A.

8.D

提示：因为对任意实数 x，有 $x^9=[-1+(x+1)]^9=a_0+a_1\cdot(x+1)+a_2(x+1)^2+a_3(x+1)^3+\cdots+a_9(x+1)^9$，所以令 $x=-1$，可得 $a_0=-1$，故 A 错误；$a_2=C_9^2\cdot(-1)^7=-36$，故 B 错误；

再令 $x=0$，可得$-1+a_1+a_2+\cdots+a_9=0$，所以 $a_1+a_2+\cdots+a_9=1$，故 C 错误；

再令 $x=-2$，可得 $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_9=(-2)^9=-512$，故 D 正确.故选 D.

二、多项选择题

9.ABC

提示：当 n 为偶数时，若 $n=10$，第 6 项的二项式系数最大，故 B 正确；若 $n=12$，第 7 项的二项式系数最大，故 D 错误；

当 n 为奇数时，若 $n=9$，第 5 项或第 6 项的二项式系数最大，满足题意，故 A 正确；若 $n=11$，第 6 项或第7 项的二项式系数最大，满足题意，故 C 正确.故选 ABC.

10.BD

提示：因为 $1+M=C_{30}^1+C_{30}^2+C_{30}^3+\cdots+C_{30}^{30}+C_{30}^0=2^{30}$，所以$M=2^{30}-1=32^6-1=(30+2)^6-1=C_6^030^6+C_6^130^5\times2+\cdots+C_6^530\times2^5+C_6^6\cdot2^6-1=(C_6^030^5+C_6^130^4\times2+\cdots+C_6^52^5)\times30+63$，因为 $M+a$ 能被 5 整除，所以 $63+a$ 能被 5 整除，故选BD.

11.ACD

提示：因为$(1-x)^9=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_9x^9$，所以令 $x=0$，可得 $a_0=1$，故 A 正确；

再令 $x=1$，可得 $1+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9=0$，①

故有 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9=-1$，故 B 错误；

再令 $x=-1$，可得 $1-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_8-a_9=512$，②

由①-②，并除以 2 可得，$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_9=-256$，故 C 正确；

对于所给的等式，令 $x=2$，可得 $1+2a_1+2^2a_2+2^3a_3+\cdots+2^9a_9=-1$，

故有 $2a_1+2^2a_2+2^3a_3+\cdots+2^9a_9=-2$，故 D 正确.故选 ACD.

12.AC

提示：由$\left(\frac{a}{x}+x^2\right)\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$的展开式中各项系数之和为 2，即当 $x=1$ 时，$(a+1)(2-1)^5=2$，解得 $a=1$，故 A 正确；又$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^r2^{5-r}C_5^rx^{5-2r}(r=0,1,2,3,4,5)$，对于 B，展开式中含 x^7 项的系数是$(-1)^0\cdot2^{5-0}C_5^0=32$，故 B 错误；

对于 C，展开式中 x^{-1} 项的系数是$(-1)^42^{5-4}C_5^4=10$，即展开式中含 x^{-1} 项，故 C 正确；

对于 D，展开式中常数项为$(-1)^22^{5-2}C_5^2=80$，故 D 错误.故选 AC.

三、填空题

13.60

提示：二项式$\left(2x^3-\frac{1}{x}\right)^6$的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r\cdot(2x^3)^{6-r}\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^rC_6^r\cdot2^{6-r}\cdot x^{18-4r}$，令 $18-4r=2$，得 $r=4$，所以 x^2 项的系数为$(-1)^4\cdot C_6^4\cdot2^2=60$.

14.160

提示：二项式$\left(x+\frac{2}{x}\right)^n$的通项为 $T_{r+1}=C_n^rx^{n-r}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^r=C_n^r2^r\cdot x^{n-2r}$，

因为第四项是常数项，即 $r=3$ 时为常数项，所以 $n-6=0$，所以 $n=6$，所以该常数项为 $C_6^3\cdot2^3=160$.

15.-28

提示：$(x+y)^8$ 的通项为 $T_{r+1}=C_8^rx^{8-r}y^r$，

当 $r=6$ 时，$T_7=C_8^6x^2y^6$；当 $r=5$ 时，$T_6=C_8^5x^3y^5$，

所以$\left(1-\frac{y}{x}\right)(x+y)^8$的展开式中 x^2y^6 的系数为 $C_8^6-C_8^5=-28$.

16.49

提示：二项式$(1+2023x)^{100}$的通项为 $T_{r+1}=C_{100}^r(2023x)^r=C_{100}^r\cdot2023^r\cdot x^r$，$r\in\{0,1,2,\cdots,100\}$，二项式$(2023-x)^{100}$的通项为 $T_{r+1}=C_{100}^r2023^{100-r}\cdot(-x)^r=C_{100}^r\cdot2023^{100-r}\cdot(-1)^r\cdot x^r$，$r\in\{0,1,2,\cdots,100\}$，所以 $a_k=C_{100}^k\cdot2023^k+C_{100}^k\cdot2023^{100-k}\cdot(-1)^k=C_{100}^k[2023^k+2023^{100-k}\cdot(-1)^k]$，$k\in\{0,1,2,\cdots,100\}$，

若 $a_k<0$，则 k 为奇数，此时 $a_k=C_{100}^k(2023^k-2023^{100-k})$，

所以 $2023^k-2023^{100-k}<0$，所以 $k<100-k$，所以 $k<50$，又因为 k 为奇数，所以 k 的最大值为 49.

四、解答题

17.**解**：(1)在$(2x-3)^{21}$的展开式中，令 $x=1$，可得展开式中各项系数之和为-1.

(2)在$(2x-3)^{21}$的展开式中，令 $x=-1$，再取绝对值，可得展开式中各项系数的绝对值之和为 5^{21}.

(3)二项展开式的通项为 $T_{k+1}=C_{21}^k(2x)^{21-k}(-3)^k=C_{21}^k2^{21-k}(-3)^kx^{21-k}$，系数的绝对值为 $C_{21}^k2^{21-k}3^k$，

设第 $k+1$ 项的系数绝对值最大，

则$\begin{cases}C_{21}^k2^{21-k}3^k\geqslant C_{21}^{k+1}2^{20-k}3^{k+1},\\ C_{21}^k2^{21-k}3^k\geqslant C_{21}^{k-1}2^{22-k}3^{k-1}.\end{cases}$

解得$\frac{61}{5}\leqslant k\leqslant\frac{66}{5}$，所以 $k=13$，

即系数绝对值最大为 $C_{21}^{13}2^83^{13}$，

因为 13 为奇数，所以 $C_{21}^{13}2^8(-3)^{13}=-C_{21}^{13}2^83^{13}$，

即第 14 项的系数最小，所以系数最小的项为$-C_{21}^{13}2^83^{13}x^8$.

18.**解**：(1)二项式$\left(2x+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$展开式前三项的二项式系数和为 $C_n^0+C_n^1+C_n^2=1+n+\frac{n(n-1)}{2}=22$，

即 $n^2+n-42=0$，解得 $n=6$ 或 $n=-7$（舍去），故 n 的值为6.

(2)因为 $n=6$，所以展开式中共有 7 项，

二项展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r(2x)^{6-r}\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^r=C_6^r\cdot2^6\cdot x^{6-\frac{3}{2}r}$，$r=0,1,2,\cdots,6$，

二项式系数最大的项为第四项：$T_4=C_6^3\cdot2^6\cdot x^{\frac{3}{2}}=1280x^{\frac{3}{2}}$；

令 $6-\frac{3}{2}r=0$，解得 $r=4$，故展开式中的常数项为 $T_5=C_6^4\cdot2^6=960$.

19.**解**：选择①，$C_n^0+C_n^1+C_n^2=46$，即 $1+n+\frac{n(n-1)}{2}=46$，

即 $n^2+n-90=0$，解得 $n=9$ 或 $n=-10$（舍去）.

选择②，$\frac{1}{2}\cdot2^n=256$，即 $2^{n-1}=256$，解得 $n=9$.

选择③，$T_{r+1}=(-1)^rC_n^rx^{\frac{3r-2n}{2}}$，令$\frac{3r-2n}{2}=0$，则 $n=\frac{3}{2}r$.

因为展开式中第 7 项为常数项，即 $r=6$，所以 $n=9$.

(1)展开式中系数最大的项为第 5 项，

$T_5=C_9^4\left(\frac{1}{x}\right)^5(-\sqrt{x})^4=126x^{-3}$.

(2)展开式的通项为 $T_{r+1}=C_9^r\left(\frac{1}{x}\right)^{9-r}(-\sqrt{x})^r=(-1)^rC_9^rx^{\frac{3r-18}{2}}$，

令$\frac{3r-18}{2}=0$，解得 $r=6$，所以展开式中常数项为第 7 项，常数项为 $T_7=C_9^6(-1)^6=84$.

20.(1)**证明**：因为 $3^{2n+3}+40n-27=3\times(8+1)^{n+1}+40n-27$

$=3\times(C_{n+1}^0\cdot8^{n+1}+\cdots+C_{n+1}^n\cdot8+C_{n+1}^{n+1})+40n-27$

$=3\times(C_{n+1}^0\cdot8^{n+1}+\cdots+C_{n+1}^{n-1}\cdot8^2)+24(n+1)+3+40n-27$

$=3\times8^2\times(C_{n+1}^0\cdot8^{n-1}+\cdots+C_{n+1}^{n-1})+64n$，所以原式能被 64 整除.

(2)**解**：因为$(1+x)^{29}=C_{29}^0+C_{29}^1\cdot x+C_{29}^2\cdot x^2+C_{29}^3\cdot x^3+\cdots+C_{29}^{29}\cdot x^{29}$，

令 $x=1$，得 $C_{29}^1+C_{29}^2+C_{29}^3+\cdots+C_{29}^{29}=2^{29}-1$

$=4\times(2^3)^9-1=4\times(9-1)^9-1$

$=4\times(C_9^0\times9^9-C_9^1\times9^8+\cdots+C_9^8\times9^1-C_9^9\times9^0)-1$

$=4\times(C_9^0\times9^9-C_9^1\times9^8+\cdots-C_9^7\times9^2+C_9^8\times9)-4-1$

$=9\times[4\times(C_9^0\times9^8-C_9^1\times9^7+\cdots-C_9^7\times9+C_9^8)-1]+4$.

故原式除以 9 的余数是 4.

21.**解**：(1)$(x-1)^{10}=[-2+(x+1)]^{10}=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_{10}(x+1)^{10}$，

展开式通项为 $T_{r+1}=C_{10}^r(-2)^{10-r}(x+1)^r$，$r=0,1,\cdots,10$，

令 $r=7$，得 $a_7=C_{10}^7(-2)^3=-960$.

(2)由(1)，令 $x=0$，得 $a_0+a_1+\cdots+a_{10}=1$； ①

令 $x=-2$，得 $a_0-a_1+\cdots+a_{10}=3^{10}$， ②

由①$-$②，得 $2(a_1+a_3+\cdots+a_9)=1-3^{10}$，所以 $a_1+a_3+\cdots+a_9=\frac{1-3^{10}}{2}$.

(3)由(2)中①+②，得 $a_0+a_2+\cdots+a_{10}=\frac{1+3^{10}}{2}$，

所以 $|a_0|+|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=(a_0+a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{10})-(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_9)=\frac{1+3^{10}}{2}-\frac{1-3^{10}}{2}=3^{10}$.

22.**解**：(1)因为$(x+y)^n$的展开式中第三项的二项式系数最大，所以$\begin{cases}C_n^2\geqslant C_n^1,\\ C_n^2\geqslant C_n^3,\end{cases}$解得 $3\leqslant n\leqslant5$，所以 $n=3$ 或 $n=4$ 或 $n=5$.

(2)因为 $f(x,y)=\left(x-\frac{y^2}{x}+2y\right)(x+y)^n$，所以当 $n=5$ 时，$f(x,y)=\left(x-\frac{y^2}{x}+2y\right)(x+y)^5$，

①$f(x,y)$的展开式中 x^3y^3 的系数为 $1\times C_5^3-C_5^1+2C_5^2=25$.

②因为 $f(1,y)=a_0+a_1(1-y)+a_2(1-y)^2+a_3(1-y)^3+\cdots+a_{n+2}\cdot(1-y)^{n+2}$，

又因为 $n=5$，$n+2=7$，所以 $f(x,y)$中含有 y^7 的项为$-\frac{y^2}{x}\cdot C_5^5\cdot y^5=-\frac{y^7}{x}$，所以 $f(1,y)$ 中含有 y^7 的系数为-1，所以$-a_7=-1$，所以 $a_7=1$，

令 $y=0$，得 $f(1,0)=a_0+a_1(1-0)+a_2(1-0)^2+a_3(1-0)^3+\cdots+a_{n+2}(1-0)^{n+2}=a_0+a_1+\cdots+a_{n+1}+a_{n+2}$，

又 $f(1,0)=(1-0+2\times0)\times(1+0)^n=1$，所以 $a_0+a_1+\cdots+a_{n+1}+a_{n+2}=1$.所以 $a_0+a_1+\cdots+a_{n+1}-a_{n+2}=a_0+a_1+\cdots a_{n+1}+a_{n+2}-2a_{n+2}=1-2=-1$.