第20期

第2~3版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.A **提示**：根据题意，设某实验成功率为p，则其失败的概率为1-p，

因为实验成功率是失败率的3倍，所以p=3(1-p)，解得 $p=\frac{3}{4}$，则 $P(\xi=2)=C_3^2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}=\frac{27}{64}$.故选A.

2.D **提示**：由分布列的性质，可得 $m=1-0.5-0.2=0.3$，故 $E\xi=1\times0.5+3\times0.3+5\times0.2=2.4$.故选D.

3.D **提示**：设事件A："邻居记得浇水"，事件B："邻居忘记浇水"，事件C："花存活"，则 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.4$，$P(C|A)=0.8$，$P(C|B)=0.3$，

由全概率公式可得 $P(C)=P(A)P(C|A)+P(B)\cdot P(C|B)=0.48+0.12=0.6$.故选D.

4.C **提示**：由总体密度函数解析式可知，$\mu=65$，

由对称性可知，$P(X>90)=0.5-\frac{1}{2}P(40\leqslant X\leqslant90)=0.05$，则该市这次考试数学成绩超过90分的考生人数约为 $0.05\times40\,000=2000$.故选C.

5.C **提示**：因为是不放回地随机摸出20个球作为样本，所以由超几何分布的定义得X服从超几何分布，所以 $EX=\frac{40\times20}{100}=8$.故选C.

6.A **提示**：设盒中装有10张大小相同的精美卡片，其中印有"环保会徽"的有n张，"绿色环保标志"图案的有10-n张，由题意得 $\frac{C_n^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$，解得n=6，所以参加者每次从盒中抽取卡片两张，获奖概率 $P=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$，所以现有甲、乙、丙、丁四人依次抽奖，抽后放回，另一人再抽，用 ξ 表示获奖的人数，则 $\xi\sim B\left(4,\frac{2}{15}\right)$，所以 $E\xi+D\xi=4\times\frac{2}{15}+4\times\frac{2}{15}\times\left(1-\frac{2}{15}\right)=\frac{224}{225}$.故选A.

7.A **提示**：令 A_i 表示第一次任取3个球使用时，取出 i 个新球，$i=\{0,1,2,3\}$，B 表示"第二次任取的3个球都是新球"，则 $P(A_0)=\frac{C_3^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{220}$，$P(A_1)=\frac{C_3^2C_9^1}{C_{12}^3}=\frac{27}{220}$，$P(A_2)=\frac{C_3^1C_9^2}{C_{12}^3}=\frac{108}{220}$，$P(A_3)=\frac{C_9^3}{C_{12}^3}=\frac{84}{220}$，

由全概率公式，第二次取到的球都是新球的概率为 $P(B)=P(A_0)P(B|A_0)+P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=\frac{1}{220}\times\frac{C_9^3}{C_{12}^3}+\frac{27}{220}\times\frac{C_8^3}{C_{12}^3}+\frac{108}{220}\times\frac{C_7^3}{C_{12}^3}+\frac{84}{220}\times\frac{C_6^3}{C_{12}^3}=\frac{441}{3025}$.故选A.

8.B **提示**：由题意得，该产品能销售的概率为 $\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{10}\right)=\frac{3}{4}$，

易知 X 的所有可能取值为-320，-200，-80，40，160，

设 ξ 表示一箱产品中可以销售的件数，则 $\xi\sim B\left(4,\frac{3}{4}\right)$，所以 $P(\xi=k)=C_4^k\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^k\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{4-k}$，

所以 $P(X=-80)=P(\xi=2)=C_4^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$，

$P(X=40)=P(\xi=3)=C_4^3\left(\frac{3}{4}\right)^3\times\frac{1}{4}=\frac{27}{64}$，

$P(X=160)=P(\xi=4)=C_4^4\left(\frac{3}{4}\right)^4\times\left(\frac{1}{4}\right)^0=\frac{81}{256}$，

故 $P(X\geqslant-80)=P(X=-80)+P(X=40)+P(X=160)=\frac{27}{128}+\frac{27}{64}+\frac{81}{256}=\frac{243}{256}$.故选B.

二、多项选择题

9.ACD

提示：对于A，$P(AB)=P(A)P(B|A)=\frac{1}{8}$，故A正确；

对于B，$P(\overline{B}|A)=1-P(B|A)=\frac{3}{4}$，故B错误；

对于C，$P(B|\overline{A})=1-P(\overline{B}|\overline{A})=\frac{1}{3}$，故C正确；

对于D，$P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{1}{2}$，则 $P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{24}$.

所以D正确.故选ACD.

10.BC **提示**：因为 $M\sim N(250,\sigma^2)$，所以 $P(M<248)=P(M>252)=0.4$，故A错误；

因为 $P(M<245)=0.35$，$P(M>252)=0.4$，

所以 $P(248<M<255)=1-0.35-0.4=0.25$，故B正确；

因为 $P(M<248)=0.4$，所以若从种植园成熟的深州蜜桃中任选2个，

则这2个蜜桃的质量都小于248g的概率为 $0.4^2=0.16$，故C正确；

因为 $P(248<M<255)=0.25$，所以若从种植园成熟的深州蜜桃中任选2个，

则这2个中至少有1个蜜桃的质量在248g~255g的概率为 $1-(1-0.25)^2=1-0.5625=0.4375$，故D错误.故选BC.

11.BD **提示**：由题意可得，目标没有被击中的概率为 $C_3^0\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$，所以目标被击中的概率为 $1-\frac{1}{64}=\frac{63}{64}$，故A错误；易知该射手每次射击命中失败的概率为 $\frac{1}{4}$，X 的取值范围为 $\{1,2,3\}$，所以 $P(X=1)=\frac{3}{4}$，$P(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$，$P(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$，

所以 X 的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

$EX=1\times\frac{3}{4}+2\times\frac{3}{16}+3\times\frac{1}{16}=\frac{21}{16}$，$DX=\left(1-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{3}{4}+\left(2-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{3}{16}+\left(3-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{1}{16}=\frac{87}{256}$，故B，D正确，C错误.

故选BD.

12.BD **提示**：对于A，超几何分布的随机变量为实验次数，则取出的最大号码X不服从超几何分布，故A错误；

对于B，超几何分布的随机变量为实验次数，则从10个球中任取4个球，取出的黑球的个数Y服从超几何分布，故B正确；

对于C，取出2个白球的概率为 $\frac{C_6^2\cdot C_4^2}{C_{10}^4}=\frac{3}{7}$，故C错误；

对于D，若取出1个黑球记2分，取出1个白球记1分，则取出4个黑球的总得分最大，

所以总得分最大的概率为 $\frac{C_6^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{14}$，故D正确.

故选BD.

三、填空题

13.0.8 **提示**：因为随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，若 $P(X<2)=0.2$，$P(X<3)=0.5$，

则对称轴为 $\mu=3$，则 $P(X>4)=0.2$，则 $P(X<4)=1-0.2=0.8$.

14.$\frac{5}{16}$ **提示**：某人参加考试，4道试题中，答对的试题数满足二项分布 $X\sim B\left(4,\frac{1}{2}\right)$，所以 $P(X\geqslant3)=P(X=3)+P(X=4)=C_4^3\left(\frac{1}{2}\right)^4+C_4^4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{5}{16}$.

15.$\frac{5}{9}$ **提示**：由题意可知，随机变量 ξ 的可能取值为2，3，4，

则 $P(\xi=2)=\frac{A_2^2}{A_4^2}=\frac{1}{6}$，$P(\xi=3)=\frac{C_2^1C_2^1C_2^1}{A_4^3}=\frac{1}{3}$，$P(\xi=4)=\frac{C_2^1A_3^3}{A_4^4}=\frac{1}{2}$，

所以 $E\xi=2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{2}=\frac{10}{3}$，$D\xi=\left(2-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{1}{6}+\left(3-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(4-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{5}{9}$.

16.$\frac{11}{35}$ **提示**：设事件A为"任意调查一名学生，每天玩手机超过1h"，事件B为"任意调查一名学生，该学生近视"，则 $P(A)=0.3$，$P(B)=0.4$，$P(B|A)=0.6$，所以 $P(\overline{A})=0.7$，

则 $P(B)=P(B|A)P(A)+P(B|\overline{A})P(\overline{A})=0.6\times0.3+P(B|\overline{A})\times0.7=0.4$，所以 $P(B|\overline{A})=\frac{11}{35}$.

四、解答题

17.**解**：设"第一次取出的球是黑球"为事件 A，"第一次取出的球是红球"为事件 B，"第二次取出的球是黑球"为事件 C，则 $P(A)=\frac{5}{4+5}=\frac{5}{9}$，$P(B)=\frac{4}{4+5}=\frac{4}{9}$，

$P(C|A)=\frac{5+3}{4+5+3}=\frac{2}{3}$，$P(C|B)=\frac{5}{4+5+3}=\frac{5}{12}$，

由全概率公式可得 $P(C)=P(AC)+P(BC)$

$=P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)=\frac{5}{9}\times\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{9}$.

18.**解**：(1)估计小学生课外活动时间的平均数 $\bar{t}=10\times(35\times0.005+45\times0.015+55\times0.02+65\times0.03+75\times0.02+85\times0.01)=62.5$.

(2)由(1)知，$\mu=62.5$，而 $\sigma=13.4$，此时 $\mu-2\sigma=62.5-2\times13.4=35.7$，$\mu+\sigma=62.5+13.4=75.9$，

所以 $P(35.7<t\leqslant75.9)=P(\mu-2\sigma<t\leqslant\mu+\sigma)=\frac{0.9544+0.6826}{2}=0.8185$，

此时 $X\sim B(10,0.8185)$，则 $EX=10\times0.8185\approx8.2$.

19.**解**：(1)若小明取到红色外观的模型，分棕色内饰12个，米色内饰2个，则对应的概率 $P(A)=\frac{12+2}{25}=\frac{14}{25}$，若小明取到棕色内饰的模型，分红色外观12个，蓝色外观8个，则对应的概率 $P(B)=\frac{12+8}{25}=\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$.

取到红色外观的模型同时是棕色内饰的有12个，

则 $P(AB)=\frac{12}{25}$，所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{12}{25}}{\frac{14}{25}}=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$.

因为 $P(A)P(B)=\frac{14}{25}\times\frac{4}{5}=\frac{56}{125}\neq\frac{12}{25}$，

所以 $P(A)P(B)\neq P(AB)$，即事件A和事件B不独立.

(2)由题意知 $X=600,300,150$，

外观和内饰均为同色的概率 $P_1=\frac{C_{12}^2+C_8^2+C_3^2+C_2^2}{C_{25}^2}=\frac{66+28+3+1}{300}=\frac{98}{300}=\frac{49}{150}$，

外观和内饰都异色的概率 $P_2=\frac{C_{12}^1\cdot C_3^1+C_2^1\cdot C_8^1}{C_{25}^2}=\frac{52}{300}=\frac{13}{75}$，

仅外观或仅内饰同色的概率 $P_3=1-\frac{49}{150}-\frac{13}{75}=\frac{1}{2}$，

因为 $\frac{1}{2}>\frac{49}{150}>\frac{13}{75}$，所以 $P(X=150)=\frac{1}{2}$，$P(X=300)=\frac{49}{150}$，$P(X=600)=\frac{13}{75}$，

则X的分布列为

X	150	300	600
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{49}{150}$	$\frac{13}{75}$

则 $EX=150\times\frac{1}{2}+300\times\frac{49}{150}+600\times\frac{13}{75}=277$(元).

20.**解**：(1)由题意可知 ξ 的可能取值有0，1，2，3，

$P(\xi=0)=\frac{C_7^3}{C_{12}^3}=\frac{7}{44}$，$P(\xi=1)=\frac{C_5^1C_7^2}{C_{12}^3}=\frac{21}{44}$，

$P(\xi=2)=\frac{C_5^2C_7^1}{C_{12}^3}=\frac{7}{22}$，$P(\xi=3)=\frac{C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{22}$，

所以随机变量 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{7}{44}$	$\frac{21}{44}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{1}{22}$

所以 $E\xi=0\times\frac{7}{44}+1\times\frac{21}{44}+2\times\frac{7}{22}+3\times\frac{1}{22}=\frac{5}{4}$.

(2)他们在每轮答题中取得胜利的概率为

$Q=C_2^1p_1(1-p_1)C_2^2p_2^2+C_2^2p_1^2C_2^1p_2(1-p_2)+C_2^2p_1^2C_2^2p_2^2$

$=2p_1p_2(p_1+p_2)-3(p_1p_2)^2=\frac{8}{3}p_1p_2-3(p_1p_2)^2$，

由 $0\leqslant p_1\leqslant1$，$0\leqslant p_2\leqslant1$，$p_1+p_2=\frac{4}{3}$，得 $\frac{1}{3}\leqslant p_1\leqslant1$，

则 $p_1p_2=p_1\left(\frac{4}{3}-p_1\right)=\frac{4}{3}p_1-p_1^2=-\left(p_1-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{4}{9}$，因此 $p_1p_2\in\left[\frac{1}{3},\frac{4}{9}\right]$，

令 $t=p_1p_2\in\left[\frac{1}{3},\frac{4}{9}\right]$，则 $Q=\frac{8}{3}t-3t^2=-3\left(t-\frac{4}{9}\right)^2+\frac{16}{27}$，

于是当 $t=\frac{4}{9}$ 时，$Q_{max}=\frac{16}{27}$，要使答题轮数取最小值，则每轮答题中取得胜利的概率取最大值 $\frac{16}{27}$.

设他们小组在n轮答题中取得胜利的次数为X，则 $X\sim B\left(n,\frac{16}{27}\right)$，$EX=\frac{16}{27}n$，由 $EX\geqslant6$，即 $\frac{16}{27}n\geqslant6$，解得 $n\geqslant10.125$，而 $n\in N_+$，则 $n_{min}=11$，所以理论上至少要进行11轮答题.

21.**解**：(1)由题意得 $X\sim B\left(3,\frac{1}{2}\right)$，则 $P(X=0)=C_3^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$，$P(X=1)=C_3^1\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$，$P(X=2)=C_3^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$，$P(X=3)=C_3^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{8}$.

所以，随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

所以 $DX=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$.

(2)当 $m=6$ 时，$4m=24$，设该型6架无人机获得6分的架数为 x，则获得2分的架数为 $(6-x)$，

由题意可得 $6x+2(6-x)=4x+12\geqslant24$，解得 $x\geqslant3$，$x\in\mathbf{N}$，则 x 的取值有3，4，5，6，

记"某架无人机获得6分"为事件 A，则 $P(A)=C_3^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+C_3^1\cdot\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$，

记"6架无人机参与试飞试验，该型无人机通过安全认证"为事件 B，

则 $P(B)=C_6^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+C_6^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_6^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\times\frac{1}{2}+C_6^6\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{21}{32}$.

22.**解**：(1)对于方案一，根据题意可得 $X=3,4,5,6$，

则 $P(X=3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$，$P(X=4)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{37}{72}$，

$P(X=5)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$，$P(X=6)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$，

所以X的分布列为

X	3	4	5	6
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{37}{72}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{36}$

所以 $EX=3\times\frac{1}{8}+4\times\frac{37}{72}+5\times\frac{1}{3}+6\times\frac{1}{36}=\frac{307}{72}$.

(2)对于方案二，根据题意可得 $Y=3,4,5,6$，

则 $P(Y=3)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$，$P(Y=4)=\frac{C_3^1\cdot C_3^2}{C_6^3}=\frac{9}{20}$，

$P(Y=5)=\frac{C_3^2C_3^1}{C_6^3}=\frac{9}{20}$，$P(Y=6)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$，

所以 $EY=3\times\frac{1}{20}+4\times\frac{9}{20}+5\times\frac{9}{20}+6\times\frac{1}{20}=\frac{9}{2}$，

因为 $EY>EX$，所以方案二员工获得奖金数额的数学期望值更高.

(3)由(1)(2)可知，平均每位员工获得奖学金的数学期望的最大值为 $EY=4.5$，

则给员工颁发奖金的总数为 $4.5\times1000=4500$(万元)，

设每位职工为企业的贡献利润的数额为 ξ 万元，

则获得奖金的职工数约为

$1000\cdot P(\xi>115)=1000\cdot P(\xi>\mu+\sigma)$

$=\frac{1000[1-P(\mu-\sigma<\xi\leqslant\mu+\sigma)]}{2}\approx\frac{1000(1-0.6826)}{2}=158.7\approx159$(人)，所以获奖员工可以获得奖金的平均数值为 $\frac{4500}{159}\approx28$(万元).

扫码免费下载
习题讲解ppt

第17期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示：$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.42}{0.7}=0.6$.

故选D.

2.B

提示：由题意知，$A\cap B=\{1,5\}$，$P(B)=\frac{5}{6}$，$P(AB)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，所以 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}}=\frac{2}{5}$.故选B.

3.A

提示：甲、乙两人从四个地点中随机选择一个考察参观，共有 $4\times4=16$ 种选择，

甲和乙均不选择青少年活动中心考察参观共有 $3\times3=9$ 种选择，所以甲和乙至少一人选择青少年活动中心考察参观有16-9=7种选择，所以 $P(A)=\frac{7}{16}$.

事件AB："甲、乙只有一人选择青少年活动中心考察参观"，故共有 $1\times3+3\times1=6$ 种选择，所以 $P(AB)=\frac{6}{16}$.

因此 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{6}{7}$.故选A.

4.B

提示：设事件A为"取出的芯片为优质品"，"从这25块芯片中随机抽取一块，该芯片是甲、乙、丙生产的"分别记为事件B，C，D，

则 $P(A)=P(B)\cdot P(A|B)+P(C)\cdot P(A|C)+P(D)\cdot P(A|D)=\frac{5}{25}\times0.8+\frac{10}{25}\times0.8+\frac{10}{25}\times0.7=0.2\times0.8+0.4\times0.8+0.4\times0.7=0.76$，所以该芯片为优质品的概率为0.76.故选B.

5.A

提示：设事件 A_1 为"选择8联装防空导弹发射车"，事件 A_2 为"选择6联装防空导弹发射车"，事件 A_3 为"选择4联装防空导弹发射车"，事件 B_1 为"8联装防空导弹发射车命中敌机"，事件 B_2 为"6联装防空导弹发射车命中敌机"，事件 B_3 为"4联装防空导弹发射车命中敌机"，事件C为"防空导弹系统发射导弹命中敌机"，由全概率公式，得 $P(C)=P(A_1)P(B_1|A_1)+P(A_2)\cdot P(B_2|A_2)+P(A_3)P(B_3|A_3)=0.5\times0.8+0.3\times0.6+0.2\times0.4=0.66$.故选A.

6.D

提示：因为甲合格的概率为 $\frac{4}{5}$，乙合格的概率为 $\frac{2}{3}$，所以甲、乙至少有一人合格的概率 $P=1-\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{14}{15}$.故选D.

7.B

提示：设A表示"考生答对"，B表示"考生知道正确答案"，由全概率公式得，$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})=\frac{1}{3}\times1+\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.又 $P(AB)=P(B)P(A|B)=\frac{1}{3}\times1=\frac{1}{3}$，所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$.故选B.

8.A

提示：设 A 表示"第一次取出的是黄花"，B 表示"第二次取出的是黄花"，则 $B=AB+\overline{A}B$，

由全概率公式知，$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})$，

由题意知，$P(A)=\frac{b}{a+b}$，$P(B|A)=\frac{b+c}{a+b+c}$，$P(\overline{A})=\frac{a}{a+b}$，$P(B|\overline{A})=\frac{b}{a+b+c}$，

所以 $P(B)=\frac{b(b+c)}{(a+b)(a+b+c)}+\frac{ab}{(a+b)(a+b+c)}=\frac{b}{a+b}$.

故选A.

二、多项选择题

9.ABC

提示：由题意知，事件 $M\subseteq N$，$P(M)=0.4$，$P(N)=0.8$，对于C，$P(MN)=P(M)=0.4$，故C正确；对于A，$P(N|M)=\frac{P(MN)}{P(M)}=1$，故A正确；

对于B，$P(M|N)=\frac{P(MN)}{P(N)}=0.5$，故B正确；对于D，易知 $P(M\overline{N})=0$，故D错误.故选ABC.

10.BC

提示：由题意可得，$P(A)=\frac{4}{15}$，$P(B)=\frac{2}{15}$，$P(AB)=\frac{1}{10}$，则 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{4}{15}}=\frac{3}{8}$，$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{1}{10}\times\frac{15}{2}=\frac{3}{4}$.故选BC.

11.ABD

提示：对于A，从甲组随机选取1人加入乙组，再从乙组随机选取1人，则事件 A_2 会影响事件B的概率，故 A_2，B不是相互独立事件，故A正确；

对于B，$P(B)=\frac{5}{8}\times\frac{4}{9}+\frac{3}{8}\times\frac{5}{9}=\frac{35}{72}$，故B正确；

对于C，当 A_1 发生时，这时乙组有5男4女，从中选取一名不是女生的概率为 $\frac{5}{9}$，故 $P(\overline{B}|A_1)=\frac{5}{9}$，故C错误；对于D，当 A_2 发生时，这时乙组有4男5女，从中选取一名女生的概率为 $\frac{5}{9}$，故 $P(B|A_2)=\frac{5}{9}$，故D正确.故选ABD.

12.BCD

提示：对于A，抽取的2个都是红球的概率为 $\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$，故A错误；

对于B，记事件M为"第一次取到红球"，事件N为"第二次取到白球"，

则 $P(M)=\frac{3}{5}$，$P(MN)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$，所以 $P(N|M)=\frac{P(MN)}{P(M)}=\frac{3}{10}\times\frac{5}{3}=\frac{1}{2}$，故B正确；

对于C，记事件M为"第一次取到红球"，事件Q为"第二次取到红球"，则 $P(M)=\frac{3}{5}$，$P(\overline{M})=\frac{2}{5}$，$P(Q|M)=\frac{1}{2}$，$P(Q|\overline{M})=\frac{3}{4}$，由全概率公式可得 $P(Q)=P(M)\cdot P(Q|M)+P(\overline{M})P(Q|\overline{M})=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$，故C正确；

对于D，由C知，$P(\overline{M}Q)=P(\overline{M})P(Q|\overline{M})=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$，

所以 $P(\overline{M}|Q)=\frac{P(\overline{M}Q)}{P(Q)}=\frac{3}{10}\times\frac{5}{3}=\frac{1}{2}$，故D正确.

故选BCD.

三、填空题

13.$\frac{13}{30}$

提示：由 $P(A)=\frac{3}{5}$，得 $P(\overline{A})=\frac{2}{5}$，故 $P(B)=P(B|A)\cdot P(A)+P(B|\overline{A})P(\overline{A})=P(B|A)P(A)+[1-P(\overline{B}|\overline{A})]P(\overline{A})=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{5}=\frac{13}{30}$.

14.0.74

提示：设"考生甲考试题A"为事件A，"考生甲考试题B"为事件B，"考生甲考试题C"为事件C，

"该场考试考生甲能通过"为事件D，由题意知，$P(A)=P(B)=0.3$，$P(C)=0.4$，$P(D|B)=0.6$，$P(D|A)=P(D|C)=0.8$，故 $P(D)=P(A)P(D|A)+P(B)P(D|B)+P(C)P(D|C)=0.3\times0.8+0.3\times0.6+0.4\times0.8=0.74$.

15.$\frac{3}{7}$

提示：3个小孩可能发生的事件有：男男男，男男女，男女女，男女男，女女女，女女男，女男女，女男男，共8种，设事件 M 为"3个小孩中，至少有1个男孩"，事件 N 为"3个孩子中，第三个孩子是女孩"，则 $P(M)=\frac{7}{8}$，$P(MN)=\frac{3}{8}$，所以某个家庭有3个小孩，且其中至少有1个男孩的条件下，第三个孩子是女孩的概率为 $P(N|M)=\frac{P(MN)}{P(M)}=\frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}}=\frac{3}{7}$.

16.$\frac{3}{10}$

提示：从集合{1，2，3，4，5，6，7，8，9，10}中随机取出5个不同的数，

设事件A表示"选出的5个数的中位数是6"，则1个数是6，2个数比6小，2个数比6大，共 $C_5^2C_4^2=60$ 种选择，

事件B表示"选出的5个数的第25百分位数是4"，即从小到大排序后第2个数是4，则1个数比4小，3个数比4大，

事件AB表示"选出的5个数的中位数是6且选出的5个数的第25百分位数是4"，

即从小到大排序后第2个数是4，第3个数是6，1个数比4小，2个数比6大，共 $C_3^1C_4^2=18$ 种选择，

则 $P(B|A)=\frac{18}{60}=\frac{3}{10}$.

四、解答题

17.**解**：(1)设事件A为"零件光洁度合格"，事件B为"零件直径合格"，如果零件光洁度合格，则直径也合格的概率为

$P(B|A)=\frac{n(AB)}{n(A)}=\frac{94}{96}\approx0.979$.

(2)设事件A为"零件光洁度合格"，事件B为"零件直径合格"，如果零件直径合格，则光洁度也合格的概率为

$P(A|B)=\frac{n(AB)}{n(B)}=\frac{94}{98}\approx0.959$.

18.**解**：(1)由表中数据可知，投诉的原因是凹痕的概率为 $\frac{35}{100}=0.35$，所以投诉的原因不是凹痕的概率为0.65.

(2)设事件A为"一个投诉原因是产品外观"，事件B为"投诉发生在保质期内"，

由表可知 $P(B)=0.63$，由外观导致并发生在保质期内的投诉(事件 AB)的概率是0.32，因此 $P(AB)=0.32$，故所求的概率为 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0.32}{0.63}\approx0.51$.

(3)设 A 表示事件"一个投诉原因是产品外观"，C 表示事件"投诉发生在保质期后"，

由表可知，$P(C)=0.37$，由外观导致并发生在保质期后的投诉(事件 AC)的概率是0.03，因此 $P(AC)=0.03$，故所求的概率为 $P(A|C)=\frac{P(AC)}{P(C)}=\frac{0.03}{0.37}\approx0.081$.

(4)因为 $P(A|B)\approx0.51$，由表知 $P(A)=0.32+0.03=0.35$，显然 $P(A|B)\neq P(A)$，所以 A 和 B 不是独立事件.

19.**解**：(1)根据题意，从甲箱中任取2个"青团"，有 $C_7^2=21$ 种取法，

若两个"青团"馅不同，有 $C_4^1C_3^1=12$ 种取法，则从甲箱中任取2个"青团"，这2个"青团"馅不同的概率 $P=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$.

(2)根据题意，设事件 A 为"从乙箱中任取1个'青团'，取出的'青团'是肉松馅"，事件B为"先从甲箱中任取2个'青团'放入乙箱中，然后再从乙箱中任取1个'青团'，取出的这个'青团'是肉松馅"，

事件 B_1 为"从甲箱中任取2个'青团'都是蛋黄馅"，

事件 B_2 为"从甲箱中任取2个'青团'为1个蛋黄馅，1个肉松馅"，

事件 B_3 为"从甲箱中任取2个'青团'都是肉松馅"，

则事件 B_1,B_2,B_3 彼此互斥，$P(B_1)=\frac{C_4^2}{C_7^2}=\frac{2}{7}$，$P(A|B_1)=\frac{2}{7}$，$P(B_2)=\frac{C_4^1C_3^1}{C_7^2}=\frac{4}{7}$，$P(A|B_2)=\frac{3}{7}$，$P(B_3)=\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{1}{7}$，$P(A|B_3)=\frac{4}{7}$，所以 $P(B)=P(B_1)\times P(A|B_1)+P(B_2)\times P(A|B_2)+P(B_3)\times P(A|B_3)=\frac{2}{7}\times\frac{2}{7}+\frac{4}{7}\times\frac{3}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{20}{49}$.

故取出的这个"青团"是肉松馅的概率为 $\frac{20}{49}$.

20.**解**：(1)设事件 B_1 为"任取一件产品，生产于甲车间"，事件 B_2 为"任取一件产品，生产于乙车间"，事件 B_3 为"任取一件产品，生产于丙车间"，

则 $P(A)=P(A|B_1)\cdot P(B_1)+P(A|B_2)\cdot P(B_2)+P(A|B_3)\cdot P(B_3)=0.05\times0.25+0.04\times0.35+0.02\times0.4=0.0345$.

(2)该产品来自乙车间的可能性最大.

理由如下：由(1)得，产品来自甲车间的概率为 $P(B_1|A)=\frac{P(AB_1)}{P(A)}=\frac{P(A|B_1)P(B_1)}{P(A)}=\frac{0.05\times0.25}{0.0345}=\frac{25}{69}$，

产品来自乙车间的概率为 $P(B_2|A)=\frac{P(AB_2)}{P(A)}=\frac{P(A|B_2)P(B_2)}{P(A)}=\frac{0.04\times0.35}{0.0345}=\frac{28}{69}$，

产品来自丙车间的概率为 $P(B_3|A)=\frac{P(AB_3)}{P(A)}=\frac{P(A|B_3)P(B_3)}{P(A)}=\frac{0.02\times0.4}{0.0345}=\frac{16}{69}$.

因为 $\frac{28}{69}>\frac{25}{69}>\frac{16}{69}$，所以该产品来自乙车间的可能性最大.

21.**解**：记事件 A 为"该考生报考甲大学"，事件 B 为"该考生报考乙大学"，事件 D 为"考生通过测试"，

则 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.4$，$P(D|A)=0.2$，$P(D|B)=0.7$.

(1)该考生通过测试的概率为 $P(D)=P(DA)+P(DB)=P(D|A)P(A)+P(D|B)P(B)=0.6\times0.2+0.4\times0.7=0.4$.

(2)该考生通过了测试，则他报考的是甲大学的概率为 $P(A|D)=\frac{P(AD)}{P(D)}=\frac{0.6\times0.2}{0.4}=0.3$.

22.**解**：(1)设事件 A_1 表示"甲球员出任前锋"，事件 A_2 表示"甲球员出任中锋"，事件 A_3 表示"甲球员出任后卫"，则 $\Omega=A_1\cup A_2\cup A_3$，设B表示"篮球队输掉某场比赛"，则 $P(A_1)=0.1$，$P(A_2)=0.5$，$P(A_3)=0.4$，

$P(B|A_1)=P(B|A_2)=0.2$，$P(B|A_3)=0.7$，

所以 $P(B)=P(A_1)\cdot P(B|A_1)+P(A_2)\cdot P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)=0.1\times0.2+0.5\times0.2+0.4\times0.7=0.4$.

所以当甲球员参加比赛时，该篮球队某场比赛输球的概率是0.4.

(2)由(1)知，在篮球队输了某场比赛的条件下，甲球员在这一场比赛中出任中锋的概率

$P(A_2|B)=\frac{P(A_2B)}{P(B)}=\frac{P(B|A_2)P(A_2)}{P(B)}=\frac{0.2\times0.5}{0.4}=0.25$.

(3)由(1)知，在篮球队输了某场比赛的条件下，

甲球员在这场比赛中出任前锋的概率 $P(A_1|B)=\frac{P(A_1B)}{P(B)}=\frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B)}=\frac{0.2\times0.1}{0.4}=0.05$；

甲球员在这场比赛中出任后卫的概率 $P(A_3|B)=\frac{P(A_3B)}{P(B)}=\frac{P(B|A_3)P(A_3)}{P(B)}=\frac{0.7\times0.4}{0.4}=0.7$.

由(2)知，甲球员在这一场比赛中出任中锋的概率 $P(A_2|B)=0.25$.

所以 $P(A_1|B)<P(A_2|B)<P(A_3|B)$，所以应该多让甲球员出任前锋来增加赢球场次.

第 18 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示: 对于 A,所取球的个数为 2 个,是定值,故不是随机变量,故 A 错误;对于 B,从中任取 2 个其中含红球的个数是随机变量,故 B 正确;对于 C,所取白球与红球的总数为 2 个,是定值,故不是随机变量,故 C 错误;对于 D,袋中球的总数为 7 个,是定值,故不是随机变量,故 D 错误.故选 B.

2.C

提示: 由分布列的性质可得 $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+m=1$,解得 $m=\frac{1}{3}$.故选 C.

3.C

提示: 由 $\frac{2\xi-5}{\xi-4}<1$,解得 $1<\xi<4$,

则 $P\left(\frac{2\xi-5}{\xi-4}<1\right)=P(1<\xi<4)$,结合分布列,$P(1<\xi<4)=P(\xi=2)+P(\xi=3)=1-P(\xi=1)-P(\xi=4)=1-\frac{1}{12}-\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$.故选 C.

4.B

提示: 根据题意,离散型随机变量 X 等可能地取值 1,2,3,…,n,则 $P(X=i)=\frac{1}{n}$,i=1,2,3,…,n,

因为 $P(1\leqslant X\leqslant 3)=\frac{1}{2}$,所以 $P(1\leqslant X\leqslant 3)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=\frac{3}{n}=\frac{1}{2}$,解得 n=6.故选 B.

5.A

提示: 因为 2b=a+c,且 $c=\frac{1}{2}ab$,又由随机变量 X 的分布列得 a+b+c=1,解得 $a=\frac{4}{7}$,$b=\frac{1}{3}$,$c=\frac{2}{21}$,所以 $P(X=2)=a=\frac{4}{7}$.故选 A.

6.D

提示: 由题意知,随机变量 X 的可能取值为 0,1,则 P(X=1)=0.8,P(X=0)=0.2,

所以 EX=0×0.2+1×0.8=0.8,$DX=(1-0.8)^2\times0.8+(0-0.8)^2\times0.2=0.16$.故选 D.

7.D

提示: 由题意得,$EX=0\times\frac{1-p}{2}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{p}{2}=\frac{1}{2}+p$,

则 $DX=\frac{1-p}{2}\left(\frac{1}{2}+p\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+p-1\right)^2+\frac{p}{2}\left(\frac{1}{2}+p-2\right)^2=-p^2+p+\frac{1}{4}=-\left(p-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$,又 0<p<1,所以 DX 在 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上单调递增,在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 上单调递减,即当 p 从 0 增大到 1 时,DX 先增后减.故选 D.

8.D

提示: 由题意知,X 的所有可能取值为 150,250,350,450,

$P(X=150)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$,

$P(X=250)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{18}$,

$P(X=350)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$,

$P(X=450)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$,

所以 X 的数学期望 $EX=150\times\frac{1}{18}+250\times\frac{5}{18}+350\times\frac{4}{9}+450\times\frac{2}{9}=\frac{1000}{3}$(元).故选 D.

二、多项选择题

9.BC

提示: 根据离散型随机变量的定义,即可以按照一定次序一一列出,可能取值为有限个或无限个,选项 B,C 中的变量为连续型随机变量,而选项 A,D 中的变量都是离散型随机变量,故选 BC.

10.AC

提示: 由题意可知,$a+\frac{1}{4}+b+\frac{1}{4}=1$,所以 $a+b=\frac{1}{2}$,

对于 A,$P(X\leqslant 3)=1-P(X=4)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$,故 A 正确;

对于 B,$EX=a+\frac{1}{2}+3b+1$,因为 $a+b=\frac{1}{2}$,所以 $a=\frac{1}{2}-b$,所以 $EX=\frac{1}{2}-b+\frac{1}{2}+3b+1=2+2b$,

因为 $\begin{cases}0<a<1,\\0<b<1,\\a+b=\frac{1}{2},\end{cases}$ 所以 $0<b<\frac{1}{2}$,

所以 $EX=2+2b\in(2,3)$,故 B 错误;

对于 C,$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(2a+2b)=2+\frac{2b}{a}+\frac{2a}{b}+2\geqslant 4+2\sqrt{\frac{2b}{a}\times\frac{2a}{b}}=8$(当且仅当 $a=b=\frac{1}{4}$ 时,等号成立),故 C 正确;

对于 D,令 $a=\frac{1}{3}$,$b=\frac{1}{6}$,则 $2^a+4^b=2\cdot2^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{4}{3}}<2\sqrt{2}$,故 D 错误.故选 AC.

11.AC

提示: 随机变量 X 可取 0,1,2,3,

$P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$,$P(X=2)=\frac{C_3^2C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{7}{40}$,$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$,

则 $P(X\geqslant 1)=1-P(X=0)=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$,$EX=0\times\frac{7}{24}+1\times\frac{21}{40}+2\times\frac{7}{40}+3\times\frac{1}{120}=\frac{9}{10}$,

故 A 正确,B 错误,C 正确.因为事件 A 为"取出的 3 件产品中一等品件数等于一等品件数",为必然事件,事件 B 为"取出的 3 件产品中一等品件数等于三等品件数",包含于事件 A,所以事件 A 和事件 B 不是相互独立事件,故 D 错误.故选 AC.

12.AD

提示: 对于 A,由已知得 $\begin{cases}0\leqslant\frac{2-a}{3}\leqslant 1,\\0\leqslant\frac{a}{3}\leqslant 1,\end{cases}$ 且 $\begin{cases}0\leqslant\frac{1-a}{2}\leqslant 1,\\0\leqslant\frac{a}{2}\leqslant 1,\end{cases}$ 解得 $a\in[0,1]$,故 A 正确;

对于 B,因为 X 与 Y 的取值互不影响,

所以 $P(X=1,Y=0)=P(X=1)P(Y=0)=\frac{a}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$,解得 $a=\frac{3}{2}$,因为 $\frac{3}{2}\notin[0,1]$,所以不存在 a,使得 $P(X=1,Y=0)=\frac{1}{4}$,故 B 错误;

对于 C,$EY-EX=\left(0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1-a}{2}+2\times\frac{a}{2}\right)-\left(-1\times\frac{1}{3}+0\times\frac{2-a}{3}+1\times\frac{a}{3}\right)=\frac{5+a}{6}\leqslant 1$,故 C 错误;

对于 D,当 $a=\frac{1}{2}$ 时,$EY=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$,

则 $DY=\left(0-\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{2}+\left(1-\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}+\left(2-\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}=\frac{11}{16}$,故 D 正确.故选 AD.

三、填空题

13.$\frac{7}{8}$

提示: 因为 $P(X=k)=\frac{a}{k(k+1)}$,k=1,2,3,4,5,6,所以 $\frac{a}{2}+\frac{a}{6}+\frac{a}{12}+\frac{a}{20}+\frac{a}{30}+\frac{a}{42}=1$,解得 $a=\frac{7}{6}$,所以 $P\left(\frac{1}{2}<X<4\right)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=\frac{7}{12}+\frac{7}{36}+\frac{7}{72}=\frac{7}{8}$.

14.$\frac{3}{4}$

提示: 由题意知,$\begin{cases}m+n+\frac{1}{4}=1,\\EX=m+2\times\frac{1}{4}+3n=\frac{7}{4},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=\frac{1}{2},\\n=\frac{1}{4},\end{cases}$

因此,$P(X\leqslant 2)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

15.$\frac{19}{20}$

提示: 易判断 $f_2(x)=x^2$,$f_5(x)=\cos x$,$f_6(x)=2$ 为偶函数,所以写有偶函数的卡片有 3 张,ξ 的取值范围是 {1,2,3,4}.所以 $P(\xi\leqslant 3)=1-P(\xi=4)=1-\frac{C_3^1C_2^1C_1^1C_3^3}{C_6^1C_5^1C_4^1C_3^3}=\frac{19}{20}$.

16.9.8

提示: 由题意可知 Y 的所有可能取值为 0,2,6,10,

$P(Y=0)=P(X<300)=0.3$,$P(Y=2)=P(300\leqslant X<700)=P(X<700)-P(X<300)=0.7-0.3=0.4$,$P(Y=6)=P(700\leqslant X<900)=P(X<900)-P(X<700)=0.9-0.7=0.2$,

$P(Y=10)=P(X\geqslant 900)=1-P(X<900)=1-0.9=0.1$,

所以随机变量 Y 的分布列为

Y	0	2	6	10
P	0.3	0.4	0.2	0.1

所以 $EY=0\times0.3+2\times0.4+6\times0.2+10\times0.1=3$,

$DY=(0-3)^2\times0.3+(2-3)^2\times0.4+(6-3)^2\times0.2+(10-3)^2\times0.1=9.8$,所以工期延误天数 Y 的方差为 9.8.

四、解答题

17.**解:**(1)列表如下:

ξ	0	1	2	3
结果	取得 3 个黑球	取得 1 个白球,2 个黑球	取得 2 个白球,1 个黑球	取得 3 个白球

(2)由题意可得 $\eta=5\xi+6$,而 ξ 可能的取值为 0,1,2,3,

所以 η 对应的各值是 5×0+6,5×1+6,5×2+6,5×3+6.

故 η 的可能取值为 6,11,16,21,显然 η 为离散型随机变量.

18.**解:**(1)由 $x^2-x-6\leqslant 0$,得 $-2\leqslant x\leqslant 3$,即 $S=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$.因为 $m,n\in\mathbf{Z}$,$m,n\in S$ 且 $m+n=0$,

所以事件 A 包含的样本点为 (-2,2),(2,-2),(-1,1),(1,-1),(0,0).

(2)由于 m 的所有不同取值为 -2,-1,0,1,2,3,所以 $\xi=m^2$ 的所有不同取值为 0,1,4,9,且有 $P(\xi=0)=\frac{1}{6}$,$P(\xi=1)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,$P(\xi=4)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,$P(\xi=9)=\frac{1}{6}$,

故 ξ 的分布列为

ξ	0	1	4	9
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

$E\xi=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{3}+9\times\frac{1}{6}=\frac{19}{6}$.

19.**解:**(1)若第 4 次恰好取完 2 个黑色球,则前 3 次取球中恰好有 1 次取到黑球,且第 4 次也取到黑球的情况有:(黑,白,白,黑),(白,黑,白,黑),(白,白,黑,黑),故所求概率为 $P=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{129}{1000}$.

(2)由题意可知,随机变量 X 的可能取值有 2,3,4,5,

则 $P(X=2)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$,$P(X=3)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{13}{100}$,$P(X=4)=\frac{129}{1000}$,$P(X=5)=1-\frac{1}{10}-\frac{13}{100}-\frac{129}{1000}=\frac{641}{1000}$,

所以随机变量 X 的分布列为

X	2	3	4	5
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{129}{1000}$	$\frac{641}{1000}$

20.**解:**(1)依题意 $P(A)=\frac{C_7^2}{C_8^3}=\frac{3}{8}$,$P(AB)=\frac{C_6^1}{C_8^3}=\frac{3}{28}$,

所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{3}{28}\times\frac{8}{3}=\frac{2}{7}$.

(2)依题意,X 的所有可能取值为 0,1,2,3,

且 $P(X=0)=\frac{C_5^0C_3^3}{C_8^3}=\frac{1}{56}$,$P(X=1)=\frac{C_5^1C_3^2}{C_8^3}=\frac{15}{56}$,

$P(X=2)=\frac{C_5^2C_3^1}{C_8^3}=\frac{30}{56}=\frac{15}{28}$,$P(X=3)=\frac{C_5^3C_3^0}{C_8^3}=\frac{10}{56}=\frac{5}{28}$,

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{28}$

所以 $EX=0\times\frac{1}{56}+1\times\frac{15}{56}+2\times\frac{15}{28}+3\times\frac{5}{28}=\frac{15}{8}$.

21.**解:**(1)设盒子中有红色小球 $n(n\in\mathbf{N}_+$,且 $1\leqslant n\leqslant 8)$ 个,则有白色小球 $(8-n)$ 个,

由从盒子中任取 2 个球,取到 1 个红球和 1 个白球的概率为 $\frac{4}{7}$,得 $\frac{C_n^1C_{8-n}^1}{C_8^2}=\frac{4}{7}$,解得 n=4,

故盒子中有红色小球 4 个,白色小球 4 个.

(2)随机变量 X 的可能取值为 1,2,3,4,5,

有 $P(X=1)=\frac{A_4^1}{A_8^1}=\frac{1}{2}$,$P(X=2)=\frac{A_4^1A_4^1}{A_8^2}=\frac{2}{7}$,$P(X=3)=\frac{A_4^2A_4^1}{A_8^3}=\frac{1}{7}$,$P(X=4)=\frac{A_4^3A_4^1}{A_8^4}=\frac{2}{35}$,$P(X=5)=\frac{A_4^4A_4^1}{A_8^5}=\frac{1}{70}$,

故随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{70}$

$EX=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{2}{7}+3\times\frac{1}{7}+4\times\frac{2}{35}+5\times\frac{1}{70}=\frac{9}{5}$.

(3)小明获胜的概率为 $P(X=1)+P(X=3)+P(X=5)=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{70}=\frac{23}{35}$,

小兰获胜的概率为 $1-\frac{23}{35}=\frac{12}{35}$,由 $\frac{23}{35}>\frac{12}{35}$,所以小明更容易获胜,这个游戏规则不公平.

22.**解:**(1)比赛局数 X 的可能取值为 2,3,4,

比赛两局结束,则甲连胜两局或乙连胜两局,所以 $P(X=2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{9}$,

比赛三局结束,则第二局、第三局丙连胜,所以 $P(X=3)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$,

比赛四局结束,所以 $P(X=4)=1-P(X=2)-P(X=3)=\frac{2}{9}$,

所以 X 的分布列为

X	2	3	4
P	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$

所以比赛局数 X 的数学期望为 $EX=2\times\frac{4}{9}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{2}{9}=\frac{25}{9}$.

(2)记"甲、乙比赛第一局"为事件 A,"甲、丙比赛第一局"为事件 B,"乙、丙比赛第一局"为事件 C,"甲成为优胜者"为事件 D,

第一局比赛双方可能是甲乙、甲丙、乙丙共三种情况,则 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{3}$,

所以 $P(D|A)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{27}$,$P(D|B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{27}$,$P(D|C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$,所以 $P(D)=P(AD)+P(BD)+P(CD)=P(D|A)P(A)+P(D|B)\cdot P(B)+P(D|C)P(C)=\frac{5}{27}\times\frac{1}{3}+\frac{5}{27}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{13}{81}$,

所以甲成为优胜者的概率为 $\frac{13}{81}$.

(3)由(2)知,$P(D|A)=P(D|B)>P(D|C)$,所以甲参加第一局比赛成为优胜者的概率大.

第 19 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示: 因为随机变量 $\xi\sim B\left(6,\frac{1}{2}\right)$,所以 $P(\xi=3)=C_6^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$.故选C.

2.C

提示: 设取出的2件产品中,没有次品的概率为 p,则 $p=\frac{C_{10-n}^2}{C_{10}^2}$,令 $\frac{C_{10-n}^2}{C_{10}^2}=1-\frac{7}{9}$,解得 $n=5$.故选C.

3.D

提示: 由 $P(\xi<0)=0.3$,$P(0<\xi<6)=0.4$,

可得 $P(\xi>6)=1-P(0<\xi<6)-P(\xi<0)=0.3=P(\xi<0)$,

由对称性可得 $\mu=3$,因为 $P(0<\xi<6)=0.4$,所以 $P(3<\xi<6)=\frac{1}{2}P(0<\xi<6)=0.2$.故选D.

4.D

提示: 因为 $X\sim B(4,p)$,$P(X\leqslant 3)=\frac{80}{81}$,所以 $P(X=4)=1-P(X\leqslant 3)=\frac{1}{81}$,即 $p^4=\frac{1}{81}$,解得 $p=\frac{1}{3}$,

所以 $DX=np(1-p)=4\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{9}$.故选D.

5.A

提示: 因为甲选手以3:1获胜,所以前3场中甲赢了2场,输了1场,且第4场甲赢,

故所求概率为 $C_3^2p^2(1-p)p=C_3^2p^3(1-p)$.故选A.

6.C

提示: 因为在19次射击中击中目标的次数为 X,$X\sim B(19,0.8)$,所以 $P(X=k)=C_{19}^k0.8^k0.2^{19-k}$,$0\leqslant k\leqslant 19$,且 $k\in\mathbf{N}$,

若 $P(X=k)$ 最大,则 $\begin{cases}P(X=k)\geqslant P(X=k-1),\\P(X=k)\geqslant P(X=k+1),\end{cases}$ 即 $\begin{cases}C_{19}^k0.8^k0.2^{19-k}\geqslant C_{19}^{k-1}0.8^{k-1}0.2^{20-k},\\C_{19}^k0.8^k0.2^{19-k}\geqslant C_{19}^{k+1}0.8^{k+1}0.2^{18-k},\end{cases}$ 即 $\begin{cases}4(20-k)\geqslant k,\\k+1\geqslant 4(19-k),\end{cases}$ 解得 $15\leqslant k\leqslant 16$,

因为 $0\leqslant k\leqslant 19$ 且 $k\in\mathbf{N}$,所以当 $k=15$ 或 $k=16$ 时,$P(X=k)$ 最大.故选C.

7.B

提示: 用 X 表示这 3 个村庄中深度贫困村数,则 X 服从参数为 N=7,M=3,n=3 的超几何分布,

所以 $P(X=k)=\frac{C_3^kC_4^{3-k}}{C_7^3}$,计算 $P(X=0)=\frac{C_4^3C_3^0}{C_7^3}=\frac{4}{35}$,

$P(X=1)=\frac{C_4^2C_3^1}{C_7^3}=\frac{18}{35}$,$P(X=2)=\frac{C_4^1C_3^2}{C_7^3}=\frac{12}{35}$,$P(X=3)=\frac{C_4^0C_3^3}{C_7^3}=\frac{1}{35}$,所以 $P(X=1)+P(X=2)=\frac{6}{7}$,

即有 1 个或 2 个深度贫困村的概率为 $\frac{6}{7}$.故选 B.

8.C

提示: 由题意知,$H\sim N(176,5^2)$,$\mu=176$,$\sigma=5$,

该校超高的男生概率为 $P(H\geqslant 191)=P(H\geqslant 176+3\times5)=\frac{1}{2}\times[1-P(\mu-3\sigma\leqslant H\leqslant\mu+3\sigma)]\approx 0.0013$,

则该校超高的男生约有 $2400\times0.0013\approx 3$(名).

故选 C.

二、多项选择题

9.ABD

提示: 依据超几何分布模型定义可知,试验必须是不放回地抽取 n 次,A,B,D中随机变量 X 服从超几何分布.而C中显然不能看作一个不放回抽样问题,故随机变量 X 不服从超几何分布.故选ABD.

10.AD

提示: 观察图象可以看出,甲的平均分为90,小于乙的平均分100,故A正确;

图象中还可以看出乙地数据更加集中,故乙地的方差更小,故B错误;

根据对称性 $P(90\leqslant X<94)=P(86\leqslant X<90)<P(82\leqslant X<90)$,故C错误;

若 $\sigma_2=8$,则 $P(92\leqslant Y<108)\approx 0.6826$,根据对称性,$P(92\leqslant Y\leqslant 100)\approx\frac{0.6826}{2}$,

另有 $P(76\leqslant Y<124)\approx 0.9974$,根据对称性,$P(100\leqslant Y<124)\approx\frac{0.9974}{2}$,

于是 $P(92\leqslant Y<124)\approx\frac{0.9974+0.6826}{2}=0.84$,故D正确.故选AD.

11.BC

提示: 由题意知,X 的取值范围为 {0,1,2},故A错误;了解冰壶的人数在30以上的学校有4所,则 $P(X=0)=\frac{C_4^0\cdot C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$,$P(X=1)=\frac{C_4^1\cdot C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$,$P(X=2)=\frac{C_4^2\cdot C_6^0}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$,所以 $EX=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{15}=\frac{4}{5}$,所以B,C正确,D错误.故选BC.

12.CD

提示: 记事件 A 为"向右下落",则事件 $\overline{A}$ 为"向左下落",$P(A)=P(\overline{A})=\frac{1}{2}$,

设 Y 表示事件 A 发生的次数,因为小球最后落入格子的号码 X 等于事件 A 发生的次数 Y 加上2,则 $Y=X-2$,而小球在下落过程中共碰撞小木钉5次,则 $Y\sim B\left(5,\frac{1}{2}\right)$.

对于A,$P(X=7)=P(Y=5)=\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$,故A错误;

对于B,$EX=EY+2=5\times\frac{1}{2}+2=\frac{9}{2}$,故B错误;

对于C,$P(X=2)=P(Y=0)=\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$,

$P(X=3)=P(Y=1)=C_5^1\cdot\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{5}{32}$,

$P(X=4)=P(Y=2)=C_5^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{10}{32}$,

$P(X=5)=P(Y=3)=C_5^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{10}{32}$,

$P(X=6)=P(Y=4)=C_5^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{1}{2}=\frac{5}{32}$,

$P(X=7)=P(Y=5)=C_5^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$,

故当 $X=4$ 或 $X=5$ 时,概率 P 最大,故C正确;

对于D,$DX=DY=5\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{4}$,故D正确.

故选CD.

三、填空题

13.$\frac{7}{15}$

提示: 由题意知,随机变量 X 服从参数为 N=10,M=2,n=3 的超几何分布,

则 $P(X=1)=\frac{C_2^1\cdot C_8^2}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}$.

14.4

提示: 设 X 为该群体的10位成员中使用微信支付的人数,则 $X\sim B(10,p)$,因为方差 $DX=2.4$,$P(X=4)>P(X=6)$,所以 $\begin{cases}10p(1-p)=2.4,\\C_{10}^4p^4(1-p)^6>C_{10}^6p^6(1-p)^4,\end{cases}$ 解得 $p=0.4$,所以期望 $EX=10p=4$.

15.$\frac{582}{3125}$

提示: 比赛结束时恰好打了 6 局,甲获胜的概率为 $P_1=C_5^4\times\left(\frac{3}{5}\right)^4\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{486}{3125}$,

恰好打了 6 局,乙获胜的概率为 $P_2=C_5^1\times\frac{3}{5}\times\left(\frac{2}{5}\right)^4\times\frac{2}{5}=\frac{96}{3125}$,

所以比赛结束时恰好打了 6 局的概率为 $P=P_1+P_2=\frac{582}{3125}$.

16.128

提示: 由题意知,$P\left(|X_n|\geqslant\frac{1}{4}\right)<0.0456$,

则 $P\left(|X_n|<\frac{1}{4}\right)>1-0.0456=0.9544$,即 $P\left(-\frac{1}{4}<X_n<\frac{1}{4}\right)>0.9544$,又 $\mu=0$,所以 $P(-2\sigma<X_n<2\sigma)=0.9544$,所以 $2\sigma\leqslant\frac{1}{4}$,得 $\sigma=\sqrt{\frac{2}{n}}\leqslant\frac{1}{8}$,得 $n\geqslant 128$.所以为使 $|X_n|\geqslant\frac{1}{4}$ 的概率控制在0.0456以下,至少要测量的次数为128次.

四、解答题

17.**解:**(1)根据题意,用 A_1,A_2 分别表示甲在两轮比赛中答对 1 道题和 2 道题,用 B_1,B_2 分别表示乙在两轮比赛中答对 1 道题和 2 道题,

则 $P(A_1)=C_2^1\cdot\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{8}$,$P(A_2)=C_2^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$,$P(B_1)=C_2^1\cdot\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}$,$P(B_2)=C_2^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$.

(2)根据题意,该队伍在两轮比赛中答对 3 道题,即"甲答对 2 道,乙答对 1 道"或"甲答对 1 道,乙答对 2 道",则 $P(A_2B_1)=P(A_2)P(B_1)=\frac{9}{16}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{4}$.

$P(A_1B_2)=P(A_1)P(B_2)=\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{6}$,

故该队伍在两轮比赛中答对 3 道题的概率 $P=P(A_2B_1)+P(A_1B_2)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$.

18.**解:**(1)由题意得 $\mu=\frac{1}{8}\times(7+8+10+15+17+19+21+23)=15$,$\sigma^2=\frac{1}{8}\times[(-8)^2+(-7)^2+(-5)^2+0^2+2^2+4^2+6^2+8^2]=32.25$,所以 $\sigma\approx 5.68$.

所以估计甲每场比赛中得分的均值 μ 为15,标准差 σ 为5.68.

(2)设甲每场比赛中的得分为随机变量 X,由(1)得甲在每场比赛中得分不低于26分的概率 $P(X\geqslant 26)\approx\frac{1}{2}[1-P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)]\approx\frac{1}{2}(1-0.9544)=0.0228$,

设在82场比赛中,甲得分不低于26分的场数为 Y,则 $Y\sim B(82,0.0228)$,Y 的均值 $EY=82\times0.0228\approx 2$.

由此估计甲在82场比赛中得分在不低于26分的平均场数为2.

19.**解:**(1)设事件 A={从乙家选2间民宿,选到的2间民宿为普通型},事件 B={从丙家选2间民宿,选到的2间民宿为普通型},

则选出的4间均为普通型民宿的概率为 $P(AB)=P(A)P(B)=\frac{C_5^2}{C_6^2}\times\frac{C_4^2}{C_6^2}=\frac{4}{15}$.

(2)这10家民宿中,普通型民宿的房间不低于17间的有4家,

所以随机变量 X 的可能取值有0,1,2,3,4,

则 $P(X=0)=\frac{C_6^4}{C_{10}^4}=\frac{15}{210}=\frac{1}{14}$,$P(X=1)=\frac{C_4^1C_6^3}{C_{10}^4}=\frac{80}{210}=\frac{8}{21}$,

$P(X=2)=\frac{C_4^2C_6^2}{C_{10}^4}=\frac{90}{210}=\frac{3}{7}$,$P(X=3)=\frac{C_4^3C_6^1}{C_{10}^4}=\frac{24}{210}=\frac{4}{35}$,

$P(X=4)=\frac{C_4^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{210}$,

所以随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{210}$

所以数学期望 $EX=0\times\frac{1}{14}+1\times\frac{8}{21}+2\times\frac{3}{7}+3\times\frac{4}{35}+4\times\frac{1}{210}=1.6$.

20.**解:**(1)由频率分布直方图可知,成绩不低于90分的有 $0.02\times10\times40=8$ 人,

则随机抽取2人至少有1人成绩不低于90分的概率 $P=\frac{C_{32}^1C_8^1+C_8^2}{C_{40}^2}=\frac{71}{195}$.

(2)①由题意得,$\mu=65\times0.15+75\times0.3+85\times0.35+95\times0.2=81$,所以 $X\sim N(81,9.5^2)$,则 $P(X>90.5)=P(X>\mu+\sigma)\approx\frac{1-0.6826}{2}=0.1587$,

所以 $12000\times P(X>90.5)\approx 12000\times0.1587\approx 1904$,所以估计竞赛成绩超过90.5分的大学生约为1904人.

②由题意得,$X\sim N(81,9.5^2)$,则 $P(X>81)=\frac{1}{2}$,

所以随机变量 $Y\sim B\left(5,\frac{1}{2}\right)$,所以 $EY=5\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$.

21.**解:**(1)记事件 $A_i(i=1,2,3)$ 表示第1局获得 i 分,记事件 $B_i(i=1,2)$ 表示第2局获得 i 分,

因为小明每天在第1局四人赛中获得3分,2分,1分的概率分别为 $\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4}$,

在第2局四人赛中获得2分,1分的概率分别为 $\frac{1}{4},\frac{3}{4}$,这些事件相互独立,此时 X 的所有取值为2,3,4,5,

则 $P(X=2)=P(A_1B_1)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$,

$P(X=3)=P(A_2B_1)+P(A_1B_2)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{7}{16}$,

$P(X=4)=P(A_3B_1)+P(A_2B_2)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$,

$P(X=5)=P(A_3B_2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$,

则 X 的分布列为

X	2	3	4	5
P	$\frac{3}{16}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{16}$

期望 $EX=2\times\frac{3}{16}+3\times\frac{7}{16}+4\times\frac{5}{16}+5\times\frac{1}{16}=\frac{13}{4}$.

(2)设小明每天赢得的局数为 Y,此时 $Y\sim B\left(20,\frac{1}{4}\right)$,

设在每天的20局四人赛中,小明赢得k局的比赛概率最大,

则 $P(Y=k)=C_{20}^k\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^k\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{20-k}$,

所以 $\begin{cases}P(Y=k)\geqslant P(Y=k-1),\\P(Y=k)\geqslant P(Y=k+1),\end{cases}$

即 $\begin{cases}C_{20}^k\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^k\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{20-k}\geqslant C_{20}^{k-1}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{k-1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{21-k},\\C_{20}^k\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^k\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{20-k}\geqslant C_{20}^{k+1}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{k+1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{19-k},\end{cases}$

解得 $\frac{17}{4}\leqslant k\leqslant\frac{21}{4}$,

又 $k\in\mathbf{Z}$,所以 $k=5$,故在每天的20局四人赛中,小明赢得5局的比赛概率最大.

22.**解:**(1)设从500个水果中随机抽取一个,抽到二等级别水果的事件为 A,则 $P(A)=\frac{250}{500}=\frac{1}{2}$.

随机抽取6个,设抽到二等级别水果的个数为 X,则 $X\sim B\left(6,\frac{1}{2}\right)$,

所以恰好抽到3个二等级别水果的概率为

$P(X=3)=C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$.

(2)用分层随机抽样的方法从500个水果中抽取10个,则其中优级水果有 $10\times\frac{150}{500}=3$ 个,非优级水果有 10-3=7个.

现从这10个水果中抽取3个,则优级水果的数量Y服从超几何分布,所有可能的取值为0,1,2,3.

则 $P(Y=0)=\frac{C_3^0C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$,$P(Y=1)=\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$,$P(Y=2)=\frac{C_3^2C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{7}{40}$,$P(Y=3)=\frac{C_3^3C_7^0}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$.

所以Y的分布列为

Y	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

所以 $EY=3\times\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$.