第 24 期

第 2~3 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B **提示**:由题意,得 $\frac{1}{4}+2q-1+q=1$,解得 $q=\frac{7}{12}$.故选 B.

2.C **提示**:因为 $X\sim B\left(4,\frac{1}{2}\right)$,所以 $E(X)=4\times\frac{1}{2}=2$,所以 $E(3X-2)=3E(X)-2=3\times2-2=4$.故选 C.

3.B **提示**:由题意,得 $a+2a-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=1$,解得 $a=\frac{1}{3}$,则 $E(\xi)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$,所以 $D(\xi)=\left(0-\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(1-\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}+\left(2-\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{6}=\frac{17}{36}$,又 $\eta=2\xi-1$,所以 $D(\eta)=D(2\xi-1)=2^2D(\xi)=\frac{17}{9}$.故选 B.

4.A **提示**:随机变量 $X\sim B(n,p)$,因为 $D(X)=\frac{4}{5}$,$E(X)=1$,得 $np(1-p)=\frac{4}{5}$,$np=1$,所以 $p=\frac{1}{5}$,$n=5$,所以 $P(X=4)=C_5^4\times\left(\frac{1}{5}\right)^4\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{4}{625}$.故选 A.

5.A **提示**:因为学生每天完成作业所需的时间近似地服从正态分布$\left(1,\frac{1}{16}\right)$,所以 $\mu=1,\sigma=0.25$,因为 $P(1<\xi<1.5)=\frac{1}{2}P(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma)\approx\frac{1}{2}\times0.954=0.477$,则 $P(\xi\geqslant1.5)=0.5-0.477=0.023$,所以这 1000 名学生中每天完成作业所需的时间不少于 1.5 小时的人数大约为 $1000\times0.023=23$(人).故选 A.

6.B **提示**:超几何分布描述了由有限个物件中抽出 n 个物件,成功抽出指定种类的物件的次数(不归还),则取出的最大号码 X 不服从超几何分布,取出的黑球个数 Y 服从超几何分布,故①错误,②正确;取出两个白球的概率为 $\frac{C_6^2C_4^2}{C_{10}^4}=\frac{3}{7}$,故③错误,若取出一个黑球记 2 分,取出一个白球记 1 分,则当取出的 4 个球都为黑球时,总得分最大,所以总得分最大的概率为 $\frac{C_6^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{14}$,故④正确.故选 B.

7.D **提示**:由题意,得 $E(X)=0\times\frac{1-p}{2}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{p}{2}=\frac{1}{2}+p$,则 $D(X)=\frac{1-p}{2}\left(0-\frac{1}{2}-p\right)^2+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}-p\right)^2+\frac{p}{2}\left(2-\frac{1}{2}-p\right)^2=-p^2+p+\frac{1}{4}=-\left(p-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$,又 $0<p<1$,所以 $D(X)$ 在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$上单调递增,在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上单调递减,即 $D(X)$ 先增后减.故选 D.

8.A **提示**:设盒中装有 10 张大小相同的精美卡片,其中印有“环保会徽”的有 n 张,“绿色环保标志”图案的有$(10-n)$张,由题意,得 $\frac{C_n^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$,解得 $n=6$,所以参加者每次从盒中抽取卡片两张,获奖概率 $P=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$,所以 $\xi\sim B\left(4,\frac{2}{15}\right)$,所以 $E(\xi)+D(\xi)=4\times\frac{2}{15}+4\times\frac{2}{15}\times\left(1-\frac{2}{15}\right)=\frac{224}{225}$.故选 A.

二、多项选择题

9.ABD **提示**:由分布列的性质,可得 $0.1+0.2+0.4+0.2+a=1$,解得 $a=0.1$,故 A 正确;由分布列,得 $P(X\geqslant2)=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=0.4+0.2+0.1=0.7$,故 B 正确;$P(X\geqslant3)=P(X=3)+P(X=4)=0.2+0.1=0.3$,故 C 错误;$P(X\leqslant1)=P(X=0)+P(X=1)=0.1+0.2=0.3$,故 D 正确.故选 ABD.

10.ABC **提示**:由题可知,$\xi\sim B\left(5,\frac{2}{3}\right)$,则 $X=10\xi-5(5-\xi)=15\xi-25$,所以 $E(\xi)=5\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$,$D(\xi)=5\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{10}{9}$,故 A 正确;$P(X\leqslant5)=P(\xi\leqslant2)=P(\xi=0)+P(\xi=1)+P(\xi=2)=C_5^0\times\left(\frac{1}{3}\right)^5+C_5^1\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^4+C_5^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{51}{243}$,故 B 正确;所以 $E(X)=15E(\xi)-25=25$,故 C 正确;$D(X)=15^2D(\xi)=15^2\times\frac{10}{9}=250$,故 D 错误.故选 ABC.

11.AC **提示**:由题意得,X 服从超几何分布,X 的所有可能的取值为 0,1,2,3,因为 $P(X=0)=\frac{C_3^0C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$,$P(X=2)=\frac{C_3^2C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{7}{40}$,$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$,所以 $P(X\geqslant1)=1-P(X=0)=\frac{17}{24}$,$E(X)=3\times\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$,故 A 正确,B 错误,C 正确;因为事件 A 为取出的 3 件产品中一等品件数等于一等品件数,为必然事件.事件 B 为取出的 3 件产品中一等品件数等于三等品件数,所以事件 B 包含于事件 A,所以事件 A 和事件 B 不是相互独立事件,故 D 错误.故选 AC.

12.ACD **提示**:对于 A,因为 $\xi\sim N(9,\sigma^2)$,$\mu=9$,正态分布密度曲线的对称轴为 $\xi=9$,根据对称性可知,$P(\xi\leqslant8)=P(\xi\geqslant10)=0.2$,则 $P(8<\xi<10)=1-2P(\xi\leqslant8)=0.6$,故 A 正确;对于 B,因为 $P(9<\xi<10)=0.5-P(\xi\geqslant10)=0.5-0.2=0.3$,且 $P\left(9<\xi<\frac{19}{2}\right)>P\left(\frac{19}{2}<\xi<10\right)$,所以 $P\left(9<\xi<\frac{19}{2}\right)>0.15$,故 B 错误;对于 C,$X\sim B(5,0.6)$,$E(X)=5\times0.6=3$,故 C 正确;对于 D,$X\sim B(5,0.6)$,$P(X=0)=C_5^0\times(0.6)^0\times(0.4)^5=0.010\,24$,$P(X\geqslant1)=1-P(X=0)=0.989\,76>0.9$,故 D 正确.故选 ACD.

三、填空题

13.$\frac{1}{2}$ **提示**:因为随机变量 X 服从二项分布 $B(4,p)$,$P(X=2)=\frac{3}{8}$,所以 $C_4^2p^2(1-p)^2=\frac{3}{8}$,解得 $p=\frac{1}{2}$.

14.0.2 **提示**:因为 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,且 $P(X>5)=P(X<-1)=0.3$,所以 $\mu=\frac{5-1}{2}=2$,所以 $P(-1<X<2)=P(X<2)-P(X<-1)=0.5-0.3=0.2$.

15.21 **提示**:由题可知,$m+n+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$,$E(X)=-2n+\frac{1}{3}+2m=0$,解得 $m=\frac{1}{6}$,$n=\frac{1}{3}$,则 $D(X)=\frac{1}{3}\times4+\frac{1}{3}\times1+\frac{1}{6}\times4=\frac{7}{3}$,所以 $D(3X-1)=9D(X)=21$.

16.$\frac{107}{27}$ **提示**:由题意可知,X 的所有可能取值为 3,4,5,$X=3$ 包含甲赢前三局和乙赢前三局两种情况,则 $P(X=3)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$;$X=4$ 包含甲赢前三局中的两局和第四局及乙赢前三局中的两局和第四局两种情况,则 $P(X=4)=C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+C_3^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{10}{27}$,$P(X=5)=1-P(X=3)-P(X=4)=\frac{8}{27}$,则 X 的数学期望 $E(X)=3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{10}{27}+5\times\frac{8}{27}=\frac{107}{27}$.

四、解答题

17.**解**:设该同学会做的题数为 X,由题意,得 X 的所有可能的取值为 0,1,2,3,$P(X=0)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\frac{9}{20}$,$P(X=2)=\frac{C_3^2C_3^1}{C_6^3}=\frac{9}{20}$,$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$,所以该同学会做的题数 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$

(2)由(1)可知,该同学能及格的概率 $P=P(X\geqslant2)=\frac{9}{20}+\frac{1}{20}=\frac{1}{2}$.

18.**解**:(1)因为这 6 个问题中,甲组能正确回答其中的 4 个问题,所以甲小组至少答对 2 个问题的概率 $P=1-\frac{C_4^1\times C_2^2}{C_6^3}=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$.

(2)设甲小组答对的问题数为 X,X 的所有可能的取值为 1,2,3,则 $P(X=1)=\frac{C_4^1\times C_2^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}$,$P(X=2)=\frac{C_4^2\times C_2^1}{C_6^3}=\frac{3}{5}$,$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5}$,故 $E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=2$,$D(X)=(1-2)^2\times\frac{1}{5}+(2-2)^2\times\frac{3}{5}+(3-2)^2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$.设乙小组答对的问题数为 Y,由题意可得,$Y\sim B\left(3,\frac{2}{3}\right)$,故 $E(Y)=3\times\frac{2}{3}=2$,$D(Y)=3\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$,因为 $E(X)=E(Y)$,$D(X)<D(Y)$,所以甲、乙两个小组的平均水平相当,但甲小组比乙小组的成绩更稳定,故选择甲小组更好.

19.**解**:(1)记事件 A 为“当游戏结束时盒子里恰好剩下一个球且为红球”,所以前三次只能取两种颜色的球,第四次取第三种颜色的球,所以第四次取球只能是红球或者蓝球,所以 $P(A)=\frac{C_2^2C_1^1A_3^3C_2^1+C_2^1C_2^2A_3^3C_1^1}{A_5^4}=\frac{1}{5}$.

(2)由题意,得 X 的所有可能取值为 0,1,2,$P(X=0)=\frac{A_4^4}{A_5^4}=\frac{1}{5}$,$P(X=1)=2P(A)=\frac{2}{5}$,$P(X=2)=\frac{C_2^1C_2^1A_3^3}{A_5^3}=\frac{2}{5}$,

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$

X 的数学期望 $E(X)=0\times\frac{2}{5}+1\times\frac{2}{5}+2\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$.

20.**解**:(1)因为 $X\sim N(80,100)$,所以均值 $\mu=80$,标准差 $\sigma=10$,故 $P(60\leqslant X\leqslant100)=P(\mu-2\sigma\leqslant\xi\leqslant\mu+2\sigma)\approx0.9545$.

(2)由(1)知,$P(70\leqslant X\leqslant80)=\frac{1}{2}P(\mu-\sigma\leqslant\xi\leqslant\mu+\sigma)\approx0.341\,35$.故考试成绩在[70,80]的人数约为 $2000\times0.341\,35\approx683$(人).

(3)因为 $P(X>80)=\frac{1}{2}$,结合题设条件,得 $Y\sim B\left(3,\frac{1}{2}\right)$,所以 $P(Y=0)=C_3^0\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$,$P(Y=1)=C_3^1\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$,$P(Y=2)=C_3^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$,$P(Y=3)=C_3^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$,

故随机变量 Y 的分布列为

Y	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

故均值 $E(Y)=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

21.**解**:(1)由题意可知,得分在区间[110,130)和[130,150]内的频率之比为 $\frac{0.0125\times20}{0.0050\times20}=\frac{5}{2}$,因为从初赛得分在区间(110,150]内的参赛者中,利用分层随机抽样的方法抽取 7 人参加学校座谈交流,所以从得分在区间(110,130]与(130,150]内各抽取 5 人,2 人.

(2)由(1)知,抽取的 7 人中得分在区间(130,150]内的参赛者有 2 人,则 X 的所有可能取值为 0,1,2,此时 $P(X=0)=\frac{C_5^3C_2^0}{C_7^3}=\frac{2}{7}$,$P(X=1)=\frac{C_5^2C_2^1}{C_7^3}=\frac{4}{7}$,$P(X=2)=\frac{C_5^1C_2^2}{C_7^3}=\frac{1}{7}$,则 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

所以 X 的数学期望 $E(X)=0\times\frac{2}{7}+1\times\frac{4}{7}+2\times\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$.

22.**解**:(1)由题意,得 $P(A)=C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}$,$P(B)=1-\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{8}$.

(2)设小明报考甲体校通过的科目数为 X,则 $X\sim B\left(3,\frac{2}{3}\right)$,则 $E(X)=3\times\frac{2}{3}=2$.

设小明报考乙体校通过的科目数为 Y,则 Y 的所有可能取值为 0,1,2,3,

$P(Y=0)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times(1-m)=\frac{1-m}{12}$,

$P(Y=1)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times(1-m)+\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times(1-m)+m\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{12}-\frac{m}{3}$,

$P(Y=2)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times(1-m)+\frac{3}{4}\times m\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times m=\frac{1}{2}-\frac{m}{12}$,

$P(Y=3)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times m=\frac{m}{2}$,

所以 $E(Y)=0\times\frac{1-m}{12}+1\times\left(\frac{5}{12}-\frac{m}{3}\right)+2\times\left(\frac{1}{2}-\frac{m}{12}\right)+3\times\frac{m}{2}=\frac{17}{12}+m$,因为小明报考甲体校相比报考乙体校,通过的科目数的期望值更大,所以 $E(X)>E(Y)$,即 $\frac{17}{12}+m<2$,且 $0<m<1$,解得 $0<m<\frac{7}{12}$,所以 m 的取值范围为$\left(0,\frac{7}{12}\right)$.

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 21 期

第 2~3 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C **提示**:设这批米内夹谷约为 x 石,由题意,得 $\frac{29}{255}=\frac{x}{2023}$,解得 $x\approx230$,则这批米内夹谷约为 230 石.故选C.

2.B **提示**:由高一年级有男生 480 人,女生 520 人,得高一年级共有 480+520=1000(人),因为用分层随机抽样的方法抽取了总样本量为 50 的样本,所以从男生中抽取的样本量为 $\frac{50}{1000}\times480=24$(人).故选 B.

3.A **提示**:幸福感指数的数据从小到大排列为:3,4,5,5,6,7,7,8,9,10,由 10×80%=8,根据百分位数的定义,得 80%分位数是排列好的数字的第 8 个和第 9 个的平均数,即 $\frac{8+9}{2}=8.5$.故选 A.

4.C **提示**:根据频率分布直方图,得$(0.015+0.02+0.025+a+0.08)\times5=1$,解得 $a=0.06$,所以销售价格在[10,20)内的频率为$(0.06+0.08)\times5=0.7$,所以销售价格在[10,20)内的车辆台数为 0.7×1000=700.故选 C.

5.C **提示**:由题意,得中位数为 $\frac{19.7+20.3}{2}=20$,故 A 正确;平均数 $\bar{x}=\frac{1}{10}\times(16+17.8+18.2+19+19.7+20.3+21+22+26+30)=21$,故 B 正确;方差 $s^2=\frac{1}{10}\times[(16-21)^2+(17.8-21)^2+(18.2-21)^2+(19-21)^2+(19.7-21)^2+(20.3-21)^2+(21-21)^2+(22-21)^2+(26-21)^2+(30-21)^2]=15.626$,故 C 错误;由题意知,10 人中体重正常的人数为 5 人,所以从 10 人中随机抽一人,抽到体重正常的概率为 $\frac{5}{10}=0.5$,故 D 正确.故选 C.

6.B **提示**:对于 A,去掉 $D(8,5)$后,y 与 x 的线性相关性变强,相关系数 r 变大,故 A 正确;对于 B,残差平方和变小,故 B 错误;对于 C,散点的分布是从左下到右上,则变量 x,y 正相关,故 C 正确;对于 D,由 A 项知,解释变量 x 与预报变量 y 的相关性变强,故 D 正确.故选 B.

7.B **提示**:由题意,得 $\bar{x}=\frac{1}{15}\times\sum_{i=1}^{15}x_i=\frac{1}{15}\times270=18$,$\bar{y}=\frac{1}{15}\times\sum_{i=1}^{15}y_i=\frac{1}{15}\times2550=170$,因为 $\bar{y}=6.5\bar{x}+\hat{a}$,所以 $6.5\times18+\hat{a}=170$,解得 $\hat{a}=53$,则经验回归方程为 $\hat{y}=6.5x+53$.当 $x=20$ 时,$\hat{y}=6.5\times20+53=183$,所以估计小明的身高为 183 厘米.故选 B.

8.C **提示**:设被调查的男性有 x 人,则女性有 $2x$ 人,由题意,得列联表如下表:

	男性	女性	合计
喜爱足球	$\frac{5x}{6}$	$\frac{2x}{3}$	$\frac{3x}{2}$
不喜爱足球	$\frac{x}{6}$	$\frac{4x}{3}$	$\frac{3x}{2}$
合计	x	$2x$	$3x$

所以 $\chi^2=\frac{3x\left(\frac{5x}{6}\cdot\frac{4x}{3}-\frac{2x}{3}\cdot\frac{x}{6}\right)^2}{\frac{3x}{2}\cdot\frac{3x}{2}\cdot x\cdot2x}=\frac{2x}{3}$,因为本次调查得出“在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为喜爱足球与性别有关”的结论,所以 $\chi^2\geqslant7.879$,即 $\frac{2x}{3}\geqslant7.879$,解得 $x\geqslant11.8185$,又列联表中的所有数字均为正整数,所以 x 的最小值为 12.故选 C.

二、多项选择题

9.ABD **提示**:对于 A,B,因为总体的中位数为 90,所以 $x+y=180$,所以该组数据的均值为 $\frac{1}{10}\times(81+84+84+87+x+y+93+96+96+99)=90$,故 A,B 均正确;对于 C,当 $x=y=90$ 时,众数为 84,90,96,当 $x=87$,$y=93$ 时,众数为 84,87,93,96,故 C 错误;对于 D,要使该总体的标准差最小,即方差最小,则$(x-90)^2+(y-90)^2$取得最小值,又$(x-90)^2+(y-90)^2\geqslant\frac{(x+y-180)^2}{2}=0$,当且仅当 $x-90=y-90$,即 $x=y=90$ 时,等号成立,故 D 正确.故选 ABD.

10.AD **提示**:因为该工厂生产小、中、大三种型号的客车的产品数量之比为 2:5:3,则应采用的抽样方法为分层随机抽样,故 D 正确;因为样本中小型客车有 14 辆,设样本容量为 n,小、中、大三种型号的客车的产品数量分别为 $2k,5k,3k$,所以 $n=14\div\frac{2k}{2k+5k+3k}=70$,故 A 正确;此样本中,中型客车有 $70\times\frac{5k}{2k+5k+3k}=35$(辆),大型客车有 70−14−35=21(辆),35−21=14(辆),即大型车辆比中型车辆少 14 辆,故 B,C 错误.故选 AD.

11.ABD **提示**:对于 A,分数在[120,130)内的频率为 $1-(0.010+0.015+0.015+0.025+0.005)\times10=0.3$,故 A 正确;对于 B,分数落在[130,150]内的频率为$(0.025+0.005)\times10=0.3$,所以第 75 百分位数超过 130,故 B 正确;对于 C,因为分数落在[120,130)内的频率为 0.3,则众数约为 125,故 C 错误;对于 D,平均分约为 $95\times0.01\times10+105\times0.015\times10+115\times0.015\times10+125\times0.03\times10+135\times0.025\times10+145\times0.005\times10=121$,故 D 正确.故选 ABD.

12.ABC **提示**:因为 $\bar{x}=\frac{1}{5}\times(0.6+0.8+1+1.2+1.4)=1$,$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(3.1+4.2+5.2+6.4+7.3)=5.24$.所以样本点的中心的坐标为(1,5.24),故 C 正确;将点(1,5.24)代入 $\hat{y}=5.3x+\hat{a}$,可得 $\hat{a}=5.24-5.3\times1=-0.06$,故 A 正确;由经验回归方程为 $\hat{y}=5.3x-0.06$,得姜的产量与这种有机肥的施肥量正相关,故 B 正确;当 $x=1.8$ 时,$\hat{y}=5.3\times1.8-0.06=9.48$,所以当施肥量为 1.8 吨时,预计姜的产量约为 9.48 吨,故 D 错误.故选 ABC.

三、填空题

13.8 **提示**:设高一学生人数为 x,则高三学生人数为 $2x$,高二学生人数为 $x+300$,所以 $x+2x+x+300=3500$,解得 $x=800$,则高一、高二、高三三个年级各有学生 800 人,1100 人,1600 人,人数比为 8:11:16,因为用分层随机抽样的方法抽取一个容量为 35 的样本,所以应抽取的高一学生人数为 $35\times\frac{8}{8+11+16}=8$.

14.52 **提示**:设该班级全体同学身高的平均数为 $\bar{x}$,方差为 s^2,则 $\bar{x}=\frac{20}{50}\times170+\frac{30}{50}\times160=164$,$s^2=\frac{20}{50}\times[25+(170-164)^2]+\frac{30}{50}\times[30+(160-164)^2]=52$,所以该班级全体同学身高的方差为 52.

15.0.05 **提示**:因为 $\chi^2=\frac{50\times(13\times20-10\times7)^2}{20\times30\times23\times27}\approx4.844$,$P(\chi^2\geqslant3.841)\approx0.05$,所以认为选修历史与性别有关系出错的概率约为 0.05.

16.53.75 **提示**:因为$(0.01+0.03)\times5=0.2<0.5$,$0.2+0.08\times5=0.6>0.5$,所以该地中学生体重的中位数在[50,55)内,设中位数约为 m,则 $0.2+(m-50)\times0.08=0.5$,解得 $m=53.75$.

四、解答题

17.**解**:(1)电子产品的某项质量指标,值在[25,65)内的频率为 0.06+0.1+0.16+0.3=0.62,在[25,75)内的频率为 0.62+0.2=0.82,设电子产品的某项质量指标值的第 70 百分位数为 x,则 $0.06+0.1+0.16+0.3+(x-65)\times\frac{200}{1000\times10}=0.7$,解得 $x=69$.所以估计电子产品的某项质量指标值的第 70 百分位数为 69.

(2)由题意,得 $\bar{x}=30\times0.06+40\times0.1+50\times0.16+60\times0.3+70\times0.2+80\times0.1+90\times0.08=61$,$s^2=(30-61)^2\times0.06+(40-61)^2\times0.1+(50-61)^2\times0.16+(60-61)^2\times0.3+(70-61)^2\times0.2+(80-61)^2\times0.1+(90-61)^2\times0.08=241$,所以平均数 $\bar{x}=61$,方差 $s^2=241$.

18.**解**:(1)因为统计了 25 株抗倒伏玉米,20 株易倒伏玉米的茎高,所以列联表如下:

茎高	倒伏		合计
	抗倒伏	易倒伏	
矮茎	16	4	20
高茎	9	16	25
合计	25	20	45

(2)零假设为 H_0:玉米抗倒伏与茎高无关,此时 $\chi^2=\frac{45\times(16\times16-4\times9)^2}{20\times25\times25\times20}=8.712>6.635$,根据 $\alpha=0.01$ 的独立性检验,推断 H_0 不成立,即认为玉米倒伏与茎高有关联.

19.**解**:(1)根据题意,得 $\bar{x}=6$,$\bar{y}=8.3$,

则 $7\bar{x}\bar{y}=348.6$,$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{7}x_iy_i-7\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{359.6-348.6}{7}=\frac{11}{7}\approx1.571$,

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}\approx8.3-1.571\times6=-1.126$,

所以线性回归方程为 $\hat{y}=1.571x-1.126$.

(2)将 $x=8.0$ 代入方程得 $\hat{y}=1.571\times8.0-1.126=11.442$,

所以小明家的“超级大棚”当年的利润大约为 11.442 万元.

(3)无丝豆亩平均利润的平均数为

$m=\frac{1.5+1.7+2.1+2.2+2.5}{5}=2$,

方差 $s_1^2=\frac{1}{5}\times[(1.5-2)^2+(1.7-2)^2+(2.1-2)^2+(2.2-2)^2+(2.5-2)^2]=0.128$.

彩椒亩平均利润的平均数为

$n=\frac{1.8+1.9+1.9+2.2+2.2}{5}=2$,

方差 $s_2^2=\frac{1}{5}\times[(1.8-2)^2+(1.9-2)^2+(1.9-2)^2+(2.2-2)^2+(2.2-2)^2]=0.028$.

因为 $m=n$,$s_1^2>s_2^2$,所以种植彩椒比较好.

20.**解**:(1)这 200 人月薪收入的样本平均数 $\bar{x}=0.2\times0.1\times1.7+1.0\times0.1\times1.8+2.4\times0.1\times1.9+3.1\times0.1\times2+2.0\times0.1\times2.1+0.9\times0.1\times2.2+0.4\times0.1\times2.3=2$(万元).

(2)方案一:由频率分布直方图可知,月薪落在区间 Ω 左侧收取的活动费用约为$(0.02+0.10)\times100\times400\div10\,000=0.48$(万元),月薪落在区间 Ω 内收取的活动费用约为$(0.24+0.31+0.20)\times100\times600\div10\,000=4.5$(万元),月薪落在区间 Ω 右侧收取的活动费用约为$(0.09+0.04)\times100\times800\div10\,000=1.04$(万元),所以这 100 人共收取的活动费用约为 0.48+4.5+1.04=6.02(万元).

方案二:由(1)可知 $\bar{x}=2$,所以这 100 人共收取的活动费用约为 2×3%×100=6(万元).

因为 6.02>6,

所以方案一能收到更多的费用.

21.**解**:(1)该食品加工厂这六个月内这种袋装食品的平均每袋出厂价格为 $\bar{x}=\frac{1}{6}\times(10.5+10.9+11+11.5+12+12.5)=11.4$(元),平均月销售量为 $\bar{y}=\frac{1}{6}\times(2.2+2+1.9+1.8+1.5+1.4)=1.8$(万袋),平均月销售收入为 $\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i=\frac{1}{6}\times122=\frac{61}{3}$(万元).

(2)每袋出厂价格与月销售量的样本相关系数为

$r=\frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{6}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{6}x_iy_i-6\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{6}x_i^2-6\bar{x}^2)(\sum_{i=1}^{6}y_i^2-6\bar{y}^2)}}=\frac{122-6\times11.4\times1.8}{\sqrt{(782.56-6\times11.4^2)(19.9-6\times1.8^2)}}=\frac{-1.12}{\sqrt{2.8\times0.46}}=-\frac{1.12}{2\sqrt{0.322}}\approx-\frac{1.12}{2\times0.57}\approx-0.98$.

(3)因为每袋出厂价格与月销售量的样本相关系数 r 满足 $|r|\approx0.98>0.75$,所以认为该食品加工厂制定的每袋食品的出厂价格与月销售量有较强的相关性.

22.**解**:(1)由频率分布直方图,得 $0.05+0.12+a+b+0.2+0.08=1$,则 $a+b=0.55$,①

因为居民收入数据的第 60 百分位数为 8.1,所以 $0.05+0.12+a+(8.1-7.5)\times b=0.6$,则 $a+0.6b=0.43$,②

联立①②,解得 $a=0.25$,$b=0.3$,所以这 100 位居民可支配收入的平均值约为 $0.05\times5+0.12\times6+0.25\times7+0.3\times8+0.2\times9+0.08\times10=7.72$(万元).

(2)由样本频率估计总体频率,得在[7.5,8.5)和[8.5,9.5)两区间内的居民频率分别为 0.3 和 0.2,所以抽取的 5 人中来自[7.5,8.5)区间的有 $5\times\frac{0.3}{0.3+0.2}=3$(人),设为 a,b,c,来自[8.5,9.5)区间的有 $5\times\frac{0.2}{0.3+0.2}=2$(人),设为 1,2,则从 5 人中随机抽取 2 人的样本空间为 $\Omega=\{ab,ac,a1,a2,bc,b1,b2,c1,c2,12\}$,记事件 A 为“参加问卷调查的 2 人来自不同收入区间”,则 $A=\{a1,a2,b1,b2,c1,c2\}$,所以 $P(A)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$,所以参加问卷调查的 2 人来自不同收入区间的概率为 $\frac{3}{5}$.

第 22 期

第 2~3 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C **提示**：$5A_5^2+4C_4^2=5\times5\times4+4\times\frac{4\times3}{2}=124$.故选 C.

2.C **提示**：根据分类加法计数原理，得不同的取法共有 12+14+11=37 种.故选 C.

3.C **提示**：因为 $C_8^m=C_8^{2m-1}$，所以 $m=2m-1$，或 $m+2m-1=8$，解得 $m=1$ 或 $m=3$.故选 C.

4.C **提示**：第一步，从甲地到乙地有 2 种方式可选择；第二步，从乙地到丙地有 3 种方式可选择，所以有 2×3=6 种不同的交通方式.故选 C.

5.D **提示**：先将两个节目 D,F 捆绑成一个元素，与节目 C,E 进行全排列，再将节目 A,B 插入四个空中，所以共有 $A_2^2A_3^3A_4^2=144$ 种不同的节目编排方案.故选D.

6.C **提示**：因为 $3C_{2n}^3=5A_n^3$，所以 $\begin{cases}n\geqslant3,\\2n\geqslant3,\end{cases}$ 即 $n\geqslant3$，且 $3\times\frac{2n(2n-1)(2n-2)}{3\times2\times1}=5n(n-1)(n-2)$，解得 $n=8$ 或 $n=0$（舍去）或 $n=1$（舍去），所以 $n=8$.故选 C.

7.C **提示**：首先涂 d，有 5 种选择，再涂 a，有 4 种选择.第二步涂 c，若 c 与 d 同色，此时 e 有 3 种选择，再涂 b 有 3 种选择，则有 5×4×1×3×3=180 种不同的涂色方案；若 c 与 d 不同色，则 c 有 3 种选择，e 与 b 也各有 3 种选择，则有 5×4×3×3×3=540 种不同的涂色方案.所以共有 180+540=720 种不同的涂色方案.故选 C.

8.B **提示**：令 $x=1$，由题意，得 $2\cdot2^n=64$，解得 $n=5$，所以 $(x+1)^5$ 展开式的通项为 $C_5^rx^{5-r}$，令 $5-r=3$，解得 $r=2$，则 $3xC_5^2x^{5-2}=3C_5^2x^4=30x^4$；令 $5-r=4$，解得 $r=1$，则 $-1\cdot C_5^1x^4=-5x^4$. 所以展开式中含有 x^4 的项的系数为 30−5=25.故选 B.

9.C **提示**：根据题意，分 2 种情况讨论，①8 排在第一位，则第二个数字也是 8，再从剩下的 4 个位置中选出 2 个，安排两个 2，最后安排 7 和 1，此时有 $C_4^2A_2^2=12$ 个不同的密码；②8 不排成第一位，则第一位安排 7 或 1，将两个 8 看成一个整体，与两个 2 和 7 或 1 中剩下的数排列，此时有 $\frac{C_2^1A_4^4}{A_2^2}=24$ 个不同的密码.所以一共可以设置 12+24=36 个不同的密码.故选 C.

10.B **提示**：第一步，盖 A,B，有 8×3=24 种盖法；第二步，盖 C,D.①若 C 与 A 或 B 在同一列，则有 2 种盖法，D 就有 3 种盖法，有 2×3=6 种方法；②若 C 与 A 或 B 不在同一列，则有 4 种盖法，D 就有 2 种盖法，有 4×2=8 种方法.

综上，共有 24×(6+8)=336 种不同的盖法.故选 B.

11.C **提示**：令 $x=1$，则 $3^n=a_0+a_1+\cdots+a_n=243$，得 $n=5$，则 $(1+2x)^5=a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5$，取导数，得 $[(1+2x)^5]'=(a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5)'$，所以 $10(1+2x)^4=a_1+2a_2x+3a_3x^2+4a_4x^3+5a_5x^4$，令 $x=1$，得 $a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5=10\times(1+2)^4=810$.故选 C.

12.A **提示**：根据题意，先分配甲专家，有 2 种方法；再分其余的 4 名专家，分三种情况：没有专家与甲在同一学校，也就是把 4 名专家分到其他两所学校，先把 4 名专家分成 2 组，有 $C_4^1+\frac{C_4^2}{A_2^2}=7$ 种分组方法，再分到两所学校，有 $7\times A_2^2=14$ 种分法；有 1 名专家与甲在同一学校，其余 3 名专家分到其他两所学校，有 $C_4^1\cdot C_3^2A_2^2=24$ 种分法；有 2 名专家与甲在同一学校，其余 2 名专家分到其他两所学校，有 $C_4^2A_2^2=12$ 种分法.

综上，不同的分配方法有 2×(14+24+12)=100 种.故选 A.

二、多项选择题

13.AC

提示：因为 $x\in\{1,-1,2,-2,3,-3,0\}$，$y\in\{1,2,3\}$，所以以 (x,y) 为坐标的点共有 7×3=21 个，在坐标轴上的点有 1×3=3 个.故选 AC.

14.BC **提示**：0!=1，故 A 错误；$nA_{n-1}^{m-1}=\frac{n\cdot(n-1)!}{(n-m)!}=\frac{n!}{(n-m)!}=A_n^m$，故 B 正确；因为 $C_{n+1}^{m+1}=\frac{(n+1)!}{(m+1)!(n-m)!}=\frac{n+1}{m+1}\cdot\frac{n!}{m!(n-m)!}=\frac{n+1}{m+1}C_n^m$，所以 $(n+1)C_n^m=(m+1)C_{n+1}^{m+1}$，故 C 正确；根据组合数的性质，知 $C_n^m+C_n^{m-1}=C_{n+1}^m$，故 D 错误.故选 BC.

15.BC **提示**：对于 A，甲、乙、丙等 6 个人站成一排，有 $A_6^6=720$ 种不同的站法，故 A 错误；对于 B，将甲、乙看成一个整体，与其余 4 人全排列，有 $A_2^2\times A_5^5=240$ 种不同的站法，故 B 正确；对于 C，将除甲、乙、丙外的其余 3 人排好，再将甲、乙、丙三人安排在 4 个空位中，有 $A_3^3A_4^3=144$ 种不同的站法，故 C 正确；对于 D，分 2 种情况讨论：①甲站在末位，剩下 5 人全排列即可，有 $A_5^5=120$ 种结果，②甲不在末位，甲有 4 个位置可选，乙也有 4 个位置可选，余下的 4 个人在余下的 4 个位置全排列，有 $4\times4\times A_4^4=384$ 种结果，所以共有 120+384=504 种不同的站法，故 D 错误.故选 BC.

16.AB

提示：由 $C_{16}^{x^2-x}=C_{16}^{5x-5}$，

得 $\begin{cases}0\leqslant x^2-x\leqslant16,\\0\leqslant5x-5\leqslant16,\\x^2-x=5x-5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}0\leqslant x^2-x\leqslant16,\\0\leqslant5x-5\leqslant16,\\x^2-x+5x-5=16,\end{cases}$ 解得 $x=1$ 或 $x=3$，即 x 的值可能为 1 或 3.故选 AB.

17.ACD **提示**：对于 A，没有空盒子，即每个盒子放一个球，共有 $A_4^4=24$ 种放法，故 A 正确；对于 B，不考虑是否有空盒子的放法为 4^4 种，则可以有空盒子的放法共有 $4^4-A_4^4=256-24=232$（种），故 B 错误；对于 C，先选不放球的盒子有 4 种，再把四个球分成三组（有一个盒子放 2 个球）放入三个盒子有 $C_4^2A_3^3$ 种放法，则共有 $4\times C_4^2A_3^3=144$ 种放法，故 C 正确；对于 D，恰有 1 个球放入自己编号的盒子中有 4 种，余下 3 个球放入不同编号的盒子只有 2 种放法. 比如 1 号球放入 1 号盒子，则 2 号球可放入 3 号盒子或 4 号盒子.若 2 号球放入 3 号盒子，3 号球只能放入 4 号盒子，4 号球放入 2 号盒子；若 2 号球放入 4 号盒子，则 3 号球只能放入 2 号盒子，4 号球放入 3 号盒子，则共有 4×2=8 种放法，故 D 正确.故选 ACD.

18.ACD

提示：令 $x=1$，得 $a_0=2$，则 A 正确；$x^6+x^{12}=[(x-1)+1]^6+[(x-1)+1]^{12}$，$[(x-1)+1]^{12}$ 展开式的通项 $T_{r+1}=C_{12}^r(x-1)^{12-r}$，令 $12-r=12$，得 $r=0$，则 $T_1=C_{12}^0(x-1)^{12}=(x-1)^{12}$，所以 $a_{12}=1$，故 B 错误；令 $12-r=10$，得 $r=2$，则 $T_3=C_{12}^2(x-1)^{10}=66(x-1)^{10}$，所以 $a_{10}=66$，故 D 正确；在原式中，令 $x=0$，得 $a_0-a_1+a_2-\cdots-a_{11}+a_{12}=0$，因为 $a_0=2$，所以 $a_1-a_2+a_3-\cdots+a_{11}-a_{12}=2$，故 C 正确.故选 ACD.

三、填空题

19.110 **提示**：(1)当千位上为 1 或 3 时，有 $2C_3^1\cdot A_4^2=72$ 个偶数；(2)当千位上为 2 时，有 $C_2^1A_4^2=24$ 个偶数；(3)当千位上为 4 时，①形如 $40xx$，$42xx$ 的偶数有 $2C_3^1=6$ 个，②形如 $41xx$ 的偶数有 $C_2^1C_3^1=6$ 个，③形如 $43xx$ 且不大于 4310 的偶数只有 4310 和 4302.所以不大于 4310 的四位偶数共有 72+24+6+6+2=110(个).

20.120

提示：由 $C_m^5=C_m^6$（$m\in\mathbf{N}_+$，且 $m\geqslant6$），得 $\frac{m!}{5!(m-5)!}=\frac{m!}{6!(m-6)!}$，即 $m-5=6$，则 $m=11$.

所以 $C_{12}^{m-1}+C_{12}^{m}+C_{13}^{m+1}+C_{14}^{m+2}+C_{15}^{m+3}=C_{12}^{10}+C_{12}^{11}+C_{13}^{12}+C_{14}^{13}+C_{15}^{14}=C_{12}^2+C_{12}^1+C_{13}^1+C_{14}^1+C_{15}^1=\frac{12\times11}{2}+12+13+14+15=120$.

21.104 **提示**：因为 $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)(1+2x)^5=x(1+2x)^5+\frac{2}{x^2}(1+2x)^5$，且 $(1+2x)^5$ 的展开式的通项为 $T_{k+1}=C_5^k(2x)^k=2^kC_5^kx^k$，$k=0,1,2,3,4,5$，所以 $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)(1+2x)^5$ 展开式中 x^3 的系数是 $2^2\cdot C_5^2+2\cdot2^5\cdot C_5^5=104$.

22.27

提示：①选 1 号和 2 号 2 只船游玩，1 号船坐 2 个大人和 1 个小孩有 $C_3^1\times A_2^2=6$ 种；1 号船坐 1 个大人和 2 个小孩有 $C_3^1=3$ 种；②选 3 只船游玩，每只船各坐 1 个大人，1 号船和 2 号船各坐 1 个小孩有 $A_3^3\times A_2^2=12$ 种；每只船各坐 1 个大人，1 号船坐 2 个小孩有 $A_3^3=6$ 种.

综上，不同的分乘方法有 6+3+12+6=27 种.

四、解答题

23.**解**：(1)因为第 3 项与第 2 项二项式系数的比是 4，所以 $C_n^2:C_n^1=4$，即 $\frac{n(n-1)}{2}:n=4$，解得 $n=9$.

(2)由(1)得二项展开式的通项为 $T_{r+1}=C_9^r(\sqrt{x})^{9-r}\cdot\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^r=C_9^r2^rx^{\frac{27-5r}{6}}$. 因为 $\frac{27-5r}{6}\in\mathbf{Z}$，$r\in[0,9]$，$r\in\mathbf{N}$，所以当 $r=3$ 时，$T_4=C_9^32^3x^2=672x^2$.当 $r=9$ 时，$T_{10}=C_9^92^9x^{-3}=512x^{-3}$.所以展开式中的有理项为 $672x^2$ 和 $512x^{-3}$.

24.**解**：(1)从 5 名男生中选 2 名，4 名女生中选 2 人，有 $C_5^2C_4^2=60$ 种选法.

(2)若小王和小红均未入选，则有 $C_7^4=35$ 种选法，所以男生中的小王和女生中的小红至少有 1 人入选，有 $C_9^4-C_7^4=126-35=91$ 种选法.

(3)若两个考点派送人数均为 2 人，则有 $\frac{C_4^2C_2^2}{A_2^2}A_2^2=6$ 种派送方式；若一个考点派送 1 人，另一个考点派送 3 人，则有 $C_4^1C_3^3A_2^2=8$ 种派送方式.故一共有 8+6=14 种派送方式.

25.**解**：(1)由 $\frac{1}{C_5^m}-\frac{1}{C_6^m}=\frac{7}{10C_7^m}$，得 $\frac{m!(5-m)!}{5!}-\frac{m!(6-m)!}{6!}=\frac{7\times m!(7-m)!}{10\times7!}$，

化简得 $m^2-23m+42=0$，解得 $m=2$ 或 $m=21$，又 $0\leqslant m\leqslant5$，且 $m\in\mathbf{N}$，所以 $m=2$，所以 $C_7^m+C_7^{m+1}+C_8^{m+2}+C_9^{m+3}+C_{10}^{m+4}=C_7^2+C_7^3+C_8^4+C_9^5+C_{10}^6=C_{11}^6=462$.

(2)由 $C_n^x=C_n^{2x}$，可得 $x=2x$（舍去），或 $x+2x=n$，所以 $n=3x$，则 $x=\frac{n}{3}$，所以 $C_n^{x+1}=\frac{11}{3}C_n^{x-1}$，即 $C_n^{\frac{n}{3}+1}=\frac{11}{3}C_n^{\frac{n}{3}-1}$，即

$$\frac{n!}{\left(\frac{n}{3}+1\right)!\times\left(n-\frac{n}{3}-1\right)!}=\frac{11}{3}\cdot\frac{n!}{\left(\frac{n}{3}-1\right)!\times\left(n-\frac{n}{3}+1\right)!}$$，化简得 $11(n+3)=6(2n+3)$，解得 $n=15$，所以 $x=5$.

26.**解**：(1)男选手甲必须参加，则再选 1 名男生有 C_4^1 种选法，4 名女生选 2 名，有 C_4^2 种选法，安排甲在第 4 位出场，其余 3 人全排列，则有 $C_4^1C_4^2A_3^3=144$ 种不同的安排方法.

(2)男选手甲和女选手乙都参加，则再各选 1 名男选手和 1 名女选手，先安排选出的 1 名男选手和 1 名女选手，然后将甲、乙进行插空排列，则有 $C_4^1C_3^1A_2^2A_3^2=144$ 种不同的安排方法.

(3)男、女选手各选 2 名选手参加比赛有 $C_5^2C_4^2A_4^4=10\times6\times24=1440$ 种不同的安排方法，若甲、乙都不参加，则有 $C_4^2C_3^2A_4^4=6\times3\times24=432$（种），所以不同的安排方法共有 1440−432=1008（种）.

第 23 期

第 2~3 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B **提示**：由题意，得出现正面朝上的频率为 $\frac{560}{1000}=0.56$，因为每次抛硬币时，正面朝上和反面朝上的机会相等，都是 $\frac{1}{2}$，所以出现正面朝上的概率为 0.5.故选 B.

2.A **提示**：“从中任选 2 名同学参加演讲比赛”所包含的基本情况有：两男、两女、一男一女.“恰有 1 名女生”与“恰有 2 名女生”是互斥且不对立的两个事件，故 A 正确；“至多有 1 名女生”与“全是男生”不是互斥事件，故 B 错误；“至多有 1 名男生”与“全是男生” 既互斥又对立，故 C 错误；“至少有 1 名女生”与“至多有 1 名男生”不是互斥事件，故 D 错误.故选 A.

3.D **提示**：从 5 名干部中随机选取 2 人，共有(甲，乙)，(甲，丙)，(甲，丁)，(甲，戊)，(乙，丙)，(乙，丁)，(乙，戊)，(丙，丁)，(丙，戊)，(丁，戊)这 10 种等可能结果，其中符合条件的有 7 种结果，则所求概率为 $\frac{7}{10}$.故选 D.

4.A **提示**：设摸出红球的概率为 $P(A)$，摸出黄球的概率是 $P(B)$，摸出白球的概率为 $P(C)$，由题意，得 $P(A)+P(C)=0.4$，$P(A)+P(B)=0.9$，且 $P(A)+P(B)+P(C)=1$，所以 $P(C)=1-P(A)-P(B)=0.1$，$P(B)=1-P(A)-P(C)=0.6$，所以 $P(B)+P(C)=0.7$.故选 A.

5.B **提示**：甲、乙共胜 3 次有如下两种情况：甲胜 1 次，乙胜 2 次，其概率 $P_1=C_2^1\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$；甲胜 2 次，乙胜 1 次，其概率 $P_2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times C_2^1\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{9}$，所以甲、乙两人在两轮比赛中共胜 3 次的概率 $P=P_1+P_2=\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$.故选 B.

6.D **提示**：设“刮东风”为事件 A，“下雨”为事件 B，由题意，得 $P(A)=\frac{3}{10}$，$P(AB)=\frac{4}{15}$，所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{4}{15}}{\frac{3}{10}}=\frac{8}{9}$.故选 D.

7.D **提示**：从 1，2，3，4，5 中任选 3 个不同数字组成一个三位数，有 $A_5^3=60$ 种选法，要使该三位数能被 3 整除，只需数字之和能被 3 整除，所以所选数字为 1，2，3 时，组成的三位数有 $A_3^3=6$ 种；所选数字为 1，3，5 时，组成的三位数有 $A_3^3=6$ 种；所选数字为 2，3，4 时，有 $A_3^3=6$ 种；数字为 3，4，5 时，组成的三位数有 $A_3^3=6$ 种.所以共有 6×4=24 种，所以该三位数能被 3 整除的概率 $P=\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$.故选 D.

8.B **提示**：设“该家族某成员出现 X 性状”为事件 A，“出现 Y 性状”为事件 B，则“X，Y 两种性状都不出现”为事件 $\overline{A}\,\overline{B}$，“两种性状都出现”为事件 AB，所以 $P(A)=\frac{4}{15}$，$P(B)=\frac{2}{15}$，$P(\overline{A}\,\overline{B})=\frac{7}{10}$，所以 $P(A\cup B)=1-P(\overline{A}\,\overline{B})=\frac{3}{10}$，又 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$，所以 $P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{1}{10}$.故选 B.

9.B **提示**：设事件 A_1 为“从甲袋放入乙袋的是白球”，事件 A_2 为“从甲袋放入乙袋的是红球”，事件 B 为“从甲袋中任取一球放入乙袋，搅匀后再从乙袋中任取一球是红球”，则 $P(B)=P(A_1B)+P(A_2B)=P(A_1)\cdot P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{7}{12}$.故选 B.

10.A **提示**：因为甲恰好射击 5 次后被中止，所以前两次至少有 1 次击中，第 3 次击中，第 4 次、第 5 次没有击中，所以甲恰好射击 5 次后被中止的概率为 $P=\left[1-\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{3}{4}\right)\right]\times\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{45}{1024}$.故选A.

11.A **提示**：设车床丙加工此型号零件的优质品率为 x，由题意，得 $0.54=60\%\times45\%+50\%\times30\%+(1-45\%-30\%)x$，解得 $x=48\%$.故选 A.

12.D **提示**：因为三个社团考核他都能通过的概率为 $\frac{1}{40}$，至少通过一个社团考核的概率为 $\frac{7}{10}$，所以 $\begin{cases}\frac{1}{4}mn=\frac{1}{40},\\(1-m)\left(1-\frac{1}{4}\right)(1-n)=1-\frac{7}{10},\end{cases}$ 解得 $m+n=\frac{7}{10}$.故选 D.

二、多项选择题

13.ABD **提示**：对于 A，A 与 B 不能同时发生，则 A 与 B 是互斥事件，故 A 正确；对于 B，A 与 D 不能同时发生，也不能同时不发生，则 A 与 D 互为对立事件，故B正确；对于 C，$P(C)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，故 C 错误；对于 D，$P(CD)=P(B)=\frac{1}{6}$，故 D 正确.故选 ABD.

14.ABD **提示**：方案一“选到 3 号球”的概率 $P_1=\frac{1}{3}$；方案二“先后不放回的摸出两个球”包含(1，2)，(2，1)，(1，3)，(3，1)，(2，3)，(3，2)，共 6 个基本事件，而“选到 3 号球”包含(1，3)，(2，3)，(2，1)，共 3 个基本事件，所以“选到 3 号球”的概率 $P_2=\frac{1}{2}$；方案三“同时摸出两个球”包含{1，2}，{1，3}，{2，3}，共 3 个基本事件，而“选到 3 号球”包含{1，3}，{2，3}，共 2 个基本事件，所以“选到 3 号球”的概率 $P_3=\frac{2}{3}$，所以 $P_1<P_2$，$P_1<P_3$，$P_2<P_3$，$P_1+P_2+P_3=\frac{3}{2}$，故 A，B，D 正确，C 错误.故选 ABD.

15.ACD **提示**：由题意，可得 $P(A)=\frac{C_6^2}{C_7^3}=\frac{3}{7}$，$P(B)=\frac{C_6^2}{C_7^3}=\frac{3}{7}$，$P(AB)=\frac{C_5^1}{C_7^3}=\frac{1}{7}$，故 A，D 正确；$P(A)P(B)=\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{49}\neq P(AB)$，则事件 A 与事件 B 不相互独立，故 B 错误；至少一名女生被选中的概率为 $1-\frac{C_5^3}{C_7^3}=\frac{5}{7}$，故 C 正确.故选 ACD.

16.BCD **提示**：从甲罐、乙罐中分别随机抽取 1 个小球，抽取的两个小球的标号情况共有 4×5=20(种)，其中两个小球标号之和大于 5 的情况有(1，5)，(1，6)，(2，5)，(2，6)，(3，3)，(3，5)，(3，6)，(4，2)，(4，3)，(4，5)，(4，6)，共 11 种，两个小球标号之积大于 8 的情况有(2，5)，(2，6)，(3，3)，(3，5)，(3，6)，(4，3)，(4，5)，(4，6)，共 8 种，所以 $P(A)=\frac{11}{20}$，$P(B)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

因为 $B\subseteq A$，所以 $A\cup B=A$，$A\cap B=B$，对于 A，$P(A)=\frac{11}{20}$，故 A 错误；对于 B，$P(A\cup B)=P(A)=\frac{11}{20}$，故 B 正确；对于 C，$P(A\cap B)=P(B)=\frac{2}{5}$，故 C 正确；对于 D，至少抽到一个有标号为 3 的小球的情况有 5+3=8(种)，则概率为 $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$，故 D 正确.故选 BCD.

17.ABD **提示**：由题意，可得 $P(A)=\frac{3}{5}$，故 A正确；$P(AB)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$，故 B 正确；因为 $P(B\overline{A})=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$，$P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{2}{5}$，所以 $P(B|\overline{A})=\frac{P(B\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{3}{4}$，故 C 错误；$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{2}$，故 D 正确.故选 ABD.

18.BCD **提示**：在事件 A_1 发生的条件下，乙罐中有 5 个红球 2 个白球，则 $P(B|A_1)=\frac{C_5^2}{C_7^2}=\frac{10}{21}$，故 A 错误；在事件 A_2 发生的条件下，乙罐中有 4 个红球 3 个白球，则 $P(C|A_2)=\frac{C_4^1C_3^1}{C_7^2}=\frac{4}{7}$，故 B 正确；因为 $P(A_1)=\frac{5}{8}$，$P(A_2)=\frac{3}{8}$，$P(B|A_1)=\frac{10}{21}$，$P(B|A_2)=\frac{C_4^2}{C_7^2}=\frac{2}{7}$，所以 $P(B)=P(A_1B)+P(A_2B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)=\frac{5}{8}\times\frac{10}{21}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{17}{42}$，故 C 正确；因为 $P(C|A_2)=\frac{4}{7}$，$P(C|A_1)=\frac{C_5^1C_2^1}{C_7^2}=\frac{10}{21}$，则 $P(C)=P(A_1C)+P(A_2C)=P(A_1)P(C|A_1)+P(A_2)P(C|A_2)=\frac{5}{8}\times\frac{10}{21}+\frac{3}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{43}{84}$，故 D 正确.故选 BCD.

三、填空题

19.$\frac{23}{66}$ **提示**：由题意得从 12 名队员中随机选取 6 人有 $C_{12}^6=924$ 种选法，这 6 人来自不同班级有三种情况：①两人分别来自高一(1)班和高二(1)班，余下 4 人来自其他 7 个不同班级有 $C_2^1C_3^1C_7^4=210$ 种选法，②1 人来自高一(1)班或高二(1)班，其余 5 人来自其他 7 个班级有 $C_2^1C_7^5+C_3^1C_7^5=105$ 种选法，③6 人都来自除高一(1)班和高二(1)班外的其他 7 个班级有 $C_7^6=7$ 种选法，则这 6 人来自不同班级的选法共 210+105+7=322 种，故 6 人来自不同班级的概率为 $\frac{322}{924}=\frac{23}{66}$.

20.$\frac{2}{5}$ **提示**：因为 3 个人中至少 2 人在规定时间内完成任务，即在规定时间内 3 人中恰有 2 个人完成任务或 3 个人都完成任务，所以所求概率 $P=\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)+\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{4}+\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{5}$.

21.$\frac{7}{16}$ **提示**：因为 $P(B)=\frac{1}{4}$，$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{3}{4}$，所以 $P(AB)=P(A|B)P(B)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$，

则 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{3}}=\frac{9}{16}$，

所以 $P(\overline{B}|A)=1-P(B|A)=\frac{7}{16}$.

22.0.86；0.63 **提示**：设“买到的是甲厂产品”为事件 A，“买到的是乙厂产品” 为事件 B，“买到的产品是合格品”为事件 C，由题意，得 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.4$，$P(C|A)=0.9$，$P(C|B)=0.8$.所以 $P(C)=P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)=0.6\times0.9+0.4\times0.8=0.86$.如果买到的灯泡是合格品，则它是甲厂产品的概率为 $P(A|C)=\frac{P(AC)}{P(C)}=\frac{P(A)P(C|A)}{P(C)}=\frac{0.6\times0.9}{0.86}\approx0.63$.

四、解答题

23.**解**：(1)记“选到两个学生来自同一个班”为事件 A，则 $P(A)=\frac{C_6^2+C_6^2}{C_{12}^2}=\frac{5}{11}$.

(2)选到的两个学生是来自同一个班的男生，有两种情况：①选到的两个男生来自甲班，有 C_4^2 种选法；②选到的两个男生来自乙班，有 C_3^2 种选法，所以从同一个班中选两个同学参赛，两个都是男生的概率 $P=\frac{C_4^2+C_3^2}{C_{12}^2}=\frac{3}{22}$.

24.**解**：(1)该款芯片生产在进入第四道工序前的次品率 $P=1-\left(1-\frac{1}{10}\right)\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\times\left(1-\frac{1}{8}\right)=\frac{3}{10}$.

(2)设“该款芯片智能自动检测为合格品”为事件 A，“人工抽检一个芯片为合格品”为事件 B，则 $P(A)=\frac{9}{10}$，$P(AB)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$，

所以工人在流水线进行人工抽检时，抽检一个芯片恰为合格品的概率为 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{7}{10}}{\frac{9}{10}}=\frac{7}{9}$.

25.**解**：(1)根据题意，得他在科目 A 考试合格的概率为 $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{15}{16}$，则他在科目 B 考试第一次合格的概率为 $\frac{15}{16}\times\frac{1}{2}=\frac{15}{32}$.

(2)根据题意，他考试的次数为 2 且获得证书的概率 $P_1=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$，他考试的次数为 3 且获得证书的概率 $P_2=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{32}$，他考试的次数为 4 且获得证书的概率 $P_3=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{64}$，所以他可获得证书的概率 $P=P_1+P_2+P_3=\frac{3}{8}+\frac{9}{32}+\frac{3}{64}=\frac{45}{64}$.

26.**解**：(1)由题意，可得 $P(B_0)=0.8$，$P(B_1)=0.1$，$P(B_2)=0.1$，且 $P(A|B_0)=1$，$P(A|B_1)=\frac{C_{19}^4}{C_{20}^4}=\frac{4}{5}$，$P(A|B_2)=\frac{C_{18}^4}{C_{20}^4}=\frac{12}{19}$，所以 $P(A)=P(B_0)P(A|B_0)+P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)=0.8\times1+0.1\times\frac{4}{5}+0.1\times\frac{12}{19}=\frac{448}{475}$，所以顾客买下所查看的一箱玻璃杯的概率为 $\frac{448}{475}$.

(2)$P(B_0|A)=\frac{P(B_0)P(A|B_0)}{P(A)}=\frac{0.8\times1}{\frac{448}{475}}=\frac{95}{112}$.