设方程 $x^2-bx-c+m=0$ 的两实根为 x_1,x_2，则 $x_1+x_2=b$，$x_1x_2=-c+m$，且 $|x_2-x_1|=2$，

所以 $(x_2-x_1)^2=(x_2+x_1)^2-4x_1x_2=b^2-4(-c+m)=4$，

整理，得 $b^2+4c-4m=4$. ②

由①②，可得 $m=-1$.故选 C.

二、多项选择题

9.BD

提示：对于 A，$x^2+3x+3=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$，故 $x^2+3x+3<0$ 没有实数解，故 A 错误；对于 B，$x^2+6x+9=(x+3)^2\geqslant0$，可知 $x^2+6x+9\leqslant0$ 的实数解为 $x=-3$，故 B 正确；对于 C，$-x^2-2x-1=-(x^2+2x+1)=-(x+1)^2\leqslant0$，故 $-x^2-2x-1>0$ 没有实数解，故 C 错误；对于 D，抛物线 $y=x^2-2ax+a^2-1$ 的开口向上，图象两端向上无限延伸，显然，必存在 $x\in\mathbf{R}$，使得 $y\geqslant0$，即 $x^2-2ax+a^2-1\geqslant0$ 有实数解，故 D 正确.

故选 BD.

10.ACD

提示：因为 $a>0>b>c$，所以 $a-c>0$，$a-b>0$，$b-c>0$，$c-b<0$，$bc>0$，所以 $\frac{a}{c}-\frac{a}{b}=\frac{a(b-c)}{bc}>0$，即 $\frac{a}{c}>\frac{a}{b}$，故 A 正确；$\frac{a-b}{a-c}-\frac{b}{c}=\frac{a(c-b)}{c(a-c)}>0$，即 $\frac{a-b}{a-c}>\frac{b}{c}$，故 C 正确；$a-c=(a-b)+(b-c)\geqslant2\sqrt{(a-b)(b-c)}$，当且仅当 $a-b=b-c$，即 $b=\frac{a+c}{2}$ 时，等号成立，故 D 正确；不妨取 $a=1$，$b=-2$，$c=-3$，则 $b^{2a}=(-2)^2=4$，$c^{2a}=(-3)^2=9$，显然 $b^{2a}<c^{2a}$，故 B 错误.故选 ACD.

11.BCD

提示：对于 A，$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\geqslant2\sqrt{\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}}=2$，当且仅当 $\sqrt{x}=\frac{1}{\sqrt{x}}$，即 $x=1$ 时，等号成立，但 $x=1$ 取不到，故等号不成立，所以 $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ 无最小值，故 A 错误；对于 B，$x+\frac{1}{x}=-\left[(-x)+\frac{1}{-x}\right]\leqslant-2$，当且仅当 $-x=\frac{1}{-x}$，即 $x=-1$ 时，等号成立，故 B 正确；对于 C，$x+3>0$，则 $y=x+\frac{1}{x+3}=x+3+\frac{1}{x+3}-3\geqslant2-3=-1$，当且仅当 $x+3=\frac{1}{x+3}$，即 $x=-2$ 时，等号成立，故 C 正确；对于 D，$4x-5<0$，则 $y=4x-2+\frac{1}{4x-5}=4x-5+\frac{1}{4x-5}+3=-\left[(5-4x)+\frac{1}{5-4x}\right]+3\leqslant-2+3=1$，当且仅当 $5-4x=\frac{1}{5-4x}$，即 $x=1$ 时，等号成立，故 D 正确.故选 BCD.

12.AB

提示：关于 x 的一元二次方程 $(ax-1)(x+1)=0$ 的两根为 $\frac{1}{a}$，-1，

当 $a>0$ 时，$\frac{1}{a}>-1$，则不等式的解集为 $\left\{x\middle|-1<x<\frac{1}{a}\right\}$.

当 $a<0$ 时，若 $a=-1$，则 $\frac{1}{a}=-1$，

所以不等式的解集为 $\{x|x\neq-1\}$；

若 $-1<a<0$，则 $\frac{1}{a}<-1$，

所以不等式的解集为 $\left\{x\middle|x<\frac{1}{a}\text{，或 }x>-1\right\}$；

若 $a<-1$，则 $\frac{1}{a}>-1$，

所以不等式的解集为 $\left\{x\middle|x<-1\text{，或 }x>\frac{1}{a}\right\}$.

故选 AB.

三、填空题

13.$\{x|-10<x<1\}$

提示：由 $1<b<4$，可得 $-8<-2b<-2$，又 $-2<a<3$，两式相加，可得 $-10<a-2b<1$，所以 x 的取值范围为 $\{x|-10<x<1\}$.

14.1

提示：由题意可知，一元二次方程 $x^2+(a+1)x+ab=0$ 有两个相等的实数根为 $x=1$，

所以 $\begin{cases}\Delta=(a+1)^2-4ab=0,\\ -\frac{a+1}{2}=1,\end{cases}$ 解得 $ab=1$.

15.$-4<k<0$（答案不唯一）

提示：由已知，得 $\forall x\in\mathbf{R}$，$kx^2-kx-1<0$，当 $k=0$ 时，$-1<0$ 恒成立，符合题意；当 $k\neq0$ 时，得 $\begin{cases}k<0,\\ \Delta=k^2+4k<0,\end{cases}$ 解得 $-4<k<0$.综上，$-4<k\leqslant0$.所以原命题为真命题的充分条件是 $\{k|-4<k\leqslant0\}$ 的一个子集，可以是 $-4<k<0$（答案不唯一）.

16.36；$12\sqrt{2}+12$

提示：设该直角三角形的两条直角边长分别为 a，b，则 $a>0$，$b>0$，$a^2+b^2=12^2=144$，

所以该直角三角形的面积 $S=\frac{1}{2}ab\leqslant\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2+b^2}{2}=\frac{144}{4}=36$，当且仅当 $a=b=6\sqrt{2}$ 时，等号成立，故 S 的最大值为 36.

又 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab\leqslant2(a^2+b^2)=2\times12^2$，所以 $a+b\leqslant12\sqrt{2}$，当且仅当 $a=b=6\sqrt{2}$ 时，等号成立，所以该直角三角形周长的最大值为 $12\sqrt{2}+12$.

四、解答题

17.**解**：若选①②为条件，③为结论，则命题为真命题，证明如下：

$\frac{b}{a}-\frac{b+x}{a+x}=\frac{x(b-a)}{a(a+x)}$，因为 a,b,x 均为正数，$a>b$，所以 $a(a+x)>0$，$x>0$，$b-a<0$，

所以 $\frac{b}{a}-\frac{b+x}{a+x}<0$，即 $\frac{b}{a}<\frac{b+x}{a+x}$.命题得证.

若选①③为条件，②为结论，则命题为真命题，证明如下：

因为 $\frac{b}{a}<\frac{b+x}{a+x}$，所以 $\frac{b}{a}-\frac{b+x}{a+x}=\frac{x(b-a)}{a(a+x)}<0$.因为 a，b，x 均为正数，所以 $x>0$，$a(a+x)>0$.所以 $b-a<0$，即 $b<a$.命题得证.

若选②③为条件，①为结论，则命题为假命题.如 $a=1$，$b=-1$，$x=1$，满足②③，但不满足①.

18.**解**：(1)对于方程 $x^2-5x-6=0$，$\Delta=49>0$，方程有两个实数根 $x_1=-1$，$x_2=6$.

结合二次函数 $y=x^2-5x-6$ 的图象，得原不等式的解集为 $\{x|x<-1\text{，或 }x>6\}$.

(2)对于方程 $x^2-6x+9=0$，$\Delta=0$，方程有两个相等的实数根 $x_1=x_2=3$.

结合二次函数 $y=x^2-6x+9$ 的图象，得原不等式的解集为 $\{x|x\neq3\}$.

(3)不等式可化为 $x^2-x+3<0$.对于方程 $x^2-x+3=0$，$\Delta=-11<0$，方程无实数根.

结合二次函数 $y=x^2-x+3$ 的图象，得原不等式的解集为 $\varnothing$.

(4)对于方程 $(x+2)(x-3)=0$，解得 $x_1=-2$，$x_2=3$.

结合二次函数 $y=(x+2)(x-3)$ 的图象，得原不等式的解集为 $\{x|-2<x<3\}$.

19.**解**：(1)因为 $x>0$，$y>0$，且 $x^2+y^2=2x+2y$，所以 $(x+y)^2-2(x+y)=2xy\leqslant2\cdot\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$，整理得 $\frac{(x+y)^2}{2}\leqslant2(x+y)$，解得 $x+y\leqslant4$，当且仅当 $x=y=2$ 时，等号成立.所以 $x+y$ 的最大值为 4.

(2)因为 $x>0$，$y>0$，且 $x^2+y^2=2x+2y$，所以 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}=\frac{2x+2y}{2xy}=\frac{x^2+y^2}{2xy}\geqslant\frac{2xy}{2xy}=1$，当且仅当 $x=y=2$ 时，等号成立.所以 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值为 1.

20.**解**：(1)方程 $y=0$ 有实根，即方程 $ax^2+ax+1=0$ 有实根，

当 $a=0$ 时，方程化为 $1=0$，显然无根，不符合题意；

当 $a\neq0$ 时，则 $\Delta=a^2-4a\geqslant0$，解得 $a<0$，或 $a\geqslant4$.

综上，a 的取值范围为 $\{a|a<0\text{，或 }a\geqslant4\}$.

(2)不等式 $y>0$ 的解集为 $\mathbf{R}$，即不等式 $ax^2+ax+1>0$ 的解集为 $\mathbf{R}$，

当 $a=0$ 时，不等式化为 $1>0$，显然恒成立，符合题意；

当 $a\neq0$ 时，则 $\begin{cases}a>0,\\ \Delta=a^2-4a<0,\end{cases}$ 解得 $0<a<4$.

综上，a 的取值范围为 $\{a|0\leqslant a<4\}$.

21.**解**：(1)设草坪的宽为 x 米，由草坪的面积为 300 平方米，得草坪的长为 $\frac{300}{x}$ 米.

又因为矩形草坪的长比宽至少多 5 米，

所以 $\frac{300}{x}-x\geqslant5$，整理，得 $x^2+5x-300\leqslant0$.

因为方程 $x^2+5x-300=0$ 有两个实数根 $x_1=-20$，$x_2=15$，结合二次函数 $y=x^2+5x-300$ 的图象，解不等式得 $-20\leqslant x\leqslant15$，又因为 $x>0$，所以 $0<x\leqslant15$.所以草坪宽的最大值为 15 米.

(2)设草坪的宽为 x 米，则长为 $\frac{300}{x}$ 米.由题意，得整个绿化面积为 $(2x+6)\left(\frac{300}{x}+4\right)=624+\frac{1800}{x}+8x\geqslant624+2\sqrt{\frac{1800}{x}\cdot8x}=864$，当且仅当 $\frac{1800}{x}=8x$，即 $x=15$ 时，等号成立.所以整个绿化面积的最小值为 864 平方米.

22.**解**：(1)由已知，得 $a+b=(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=2+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant2+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=4$，

当且仅当 $\frac{b}{a}=\frac{a}{b}$，即 $a=b=2$ 时，等号成立.

故 $a+b$ 的最小值为 4.

(2)由 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=1$，得 $a+b=ab$，所以 $ab-b-a+1=1$，即 $(a-1)(b-1)=1$.

又 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1\Rightarrow\frac{1}{a}=1-\frac{1}{b}>0$，得 $b>1$，同理 $a>1$，所以 $a-1>0$，$b-1>0$.

所以 $\frac{4a}{a-1}+\frac{9b}{b-1}=4+\frac{4}{a-1}+9+\frac{9}{b-1}$

$\geqslant13+2\sqrt{\frac{4}{a-1}\cdot\frac{9}{b-1}}=25$，

当且仅当 $\frac{4}{a-1}=\frac{9}{b-1}$，即 $a=\frac{5}{3}$，$b=\frac{5}{2}$ 时，等号成立.

所以 $\frac{4a}{a-1}+\frac{9b}{b-1}$ 的最小值为 25.

(3)由(2)知 $a-1>0$，$b-1>0$，$(a-1)(b-1)=1$，

则 $2a^2+b^2-4a-2b=2a^2-4a+2+b^2-2b+1-3=2(a-1)^2+(b-1)^2-3\geqslant2\sqrt{2}(a-1)(b-1)-3=2\sqrt{2}-3$，

当且仅当 $\sqrt{2}(a-1)=b-1$，即 $a=1+\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$，$b=1+\sqrt[4]{2}$ 时，等号成立.

所以 $2a^2+b^2-4a-2b$ 的最小值为 $2\sqrt{2}-3$.

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 1 期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示：由于集合中的元素满足确定性，A，B，D选项中的对象均满足确定性，而C选项中，滑雪速度的快慢没有确切的标准，所以这组对象不能构成集合.故选C.

2.C

提示：解方程组，得 $\begin{cases}x=3,\\ y=1,\end{cases}$ 所以方程组 $\begin{cases}x-y=2,\\ 2x+y=7\end{cases}$ 的解集可以表示为 $\{(3,1)\}$.故选C.

3.A

提示：因为集合 $M=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{N}_+,x+y\leqslant2\}$，所以当 $x=1$ 时，$y=1$，即集合 $M=\{(1,1)\}$，

所以集合 M 中元素的个数为1.故选A.

4.C

提示：由已知可得甲、乙两人都想去的景点应该为两个集合的交集，则组成的集合可以表示为{西江千户苗寨，梵净山}.故选C.

5.B

提示：因为全集 $U=\{1,3,5\}$，且 $\complement_U A=\{3\}$，所以集合 $A=\{1,5\}$，共有2个元素，所以集合 A 的真子集的个数为 $2^2-1=3$.故选B.

6.B

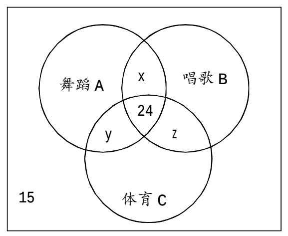
提示：因为 $A=B$，所以 $-2\in A$，$4\in B$.当 $x=-2$ 时，$x^2=4$，故 $2y=1-y$，解得 $y=\frac{1}{3}$；当 $2y=-2$ 时，$y=-1$，可得 $x=2$，故实数 x 的取值集合为 $\{-2,2\}$.故选B.

7.C

提示：因为集合 $A=\{n|n=6k+1,k\in\mathbf{Z}\}=\{n|n=3(2k)+1,k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{n|n=3m+1,m\in\mathbf{Z}\}$，所以 $A\subsetneqq B$，所以 $A\cap B=A$，$A\cup B=B$.故选C.

8.B

提示：不妨将参加舞蹈、唱歌、体育课外活动的小学生分别用集合 A，B，C 表示，则 $\mathrm{card}(A)=63$，$\mathrm{card}(B)=89$，$\mathrm{card}(C)=47$，$\mathrm{card}(A\cap B\cap C)=24$，如图所示，可知 $\mathrm{card}(A\cap B)=24+x$，$\mathrm{card}(A\cap C)=y+24$，$\mathrm{card}(B\cap C)=z+24$，$x+y+z=22$，不妨设总人数为 n，则 $n-15=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(A\cap C)-\mathrm{card}(B\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)=63+89+47-(24+x)-(24+y)-(24+z)+24$，解得 $n=144$.故选B.



（第 8 题图）

二、多项选择题

9.BD

提示：对于A，集合与集合之间的关系不可以用"$\in$"这个符号，故A错误；对于B，根据子集的定义，$\{2\}\subseteq\{1,2\}$，故B正确；对于C，根据元素与集合的关系应该用"$\notin$"，故C错误；对于D，0是整数，所以 $0\in\mathbf{Z}$，故D正确.故选BD.

10.AC

提示：由题图可知，阴影为集合 A，B 的交集和 B，C 的交集的并集，故阴影部分可表示为 $(A\cap B)\cup(B\cap C)$ 或 $B\cap(A\cup C)$，所以A，C正确，B，D错误.故选AC.

11.ABD

提示：当集合 A 与 B 中没有公共元素时，$m+n=s$；当集合 A 与 B 中有公共元素时，$m+n>s$；当集合 $A=B$ 时，$m=n=s$.故选ABD.

12.BD

提示：$B=\{x|\sqrt{x-20}\leqslant0\}=\{20\}$.因为集合 $A=\{x|x^2+2x+a=0\}\neq\varnothing$，所以一元二次方程 $x^2+2x+a=0$ 有实根.

当 $\Delta=4-4a=0$，即 $a=1$ 时，$A=\{-1\}$，所以 $A\cup B=\{-1,20\}$，所以 $A\cup B$ 中所有元素的和为19；

当 $\Delta=4-4a>0$，即 $a<1$ 时，方程 $x^2+2x+a=0$ 有两不等实根，它们的和为 -2，所以 $A\cup B$ 中所有元素的和为18.

故选BD.

三、填空题

13.$\subsetneqq$

提示：由集合与集合的关系，可得 $\{a\}\subsetneqq\{a,b,c\}$.

14.$\{x|6\leqslant x\leqslant12\}$

提示：因为 $A=\{x|x>12\}$，$B=\{x|x<6\}$，

所以 $A\cup B=\{x|x<6\text{，或 }x>12\}$，

所以 $\complement_I(A\cup B)=\{x|6\leqslant x\leqslant12\}$.

15.2

提示：因为 $B\subseteq A$，所以 $a+2=3$ 或 $a+2=a^2$，解得 $a=\pm1$ 或 $a=2$.当 $a=\pm1$ 时，不满足集合中元素的互异性，故舍去；当 $a=2$ 时，$A=\{1,3,4\}$，$B=\{1,4\}$，满足题意，所以 $a=2$.

16.31

提示：集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0,x\in\mathbf{R}\}=\{1,2\}$，$B=\{x|0<x<8,x\in\mathbf{N}\}=\{1,2,3,4,5,6,7\}$.因为 $A\subseteq C$，所以 $1\in C$，$2\in C$，又因为 $C\subsetneqq B$，所以集合 C 中一定含有1，2，且1，2，3，4，5，6，7不能都含有，则满足条件 $A\subseteq C\subsetneqq B$ 的集合 C 的个数即集合 $\{3,4,5,6,7\}$ 的真子集的个数，即 $2^5-1=31$.

四、解答题

17.**解**：(1)所有被3整除的整数组成的集合为 $\{x|x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$.

(2)不等式 $2x-3>5$ 的解集为 $\{x|x>4\}$.

(3)方程 $x^2+x+1=0$ 的所有实数解组成的集合为 $\{x|x^2+x+1=0\}$.

(4)抛物线 $y=-x^2+3x-6$ 上所有点组成的集合为 $\{(x,y)|y=-x^2+3x-6\}$.

(5)集合 $\{1,3,5,7,9\}$ 用描述法表示为 $\{x|x=2n-1,1\leqslant n\leqslant5\text{且}n\in\mathbf{N}_+\}$.

18.**解**：(1)$B=\left\{x\in\mathbf{N}\middle|\frac{6}{x+1}\in\mathbf{N}\right\}=\{0,1,2,5\}$.

(2)由题意及(1)，知 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{0,1,2,5\}$，所以 $A\cap B=\{0,1\}$，$A\cup B=\{-1,0,1,2,5\}$.所以 $A*B=\{(x,y)|x\in A\cap B,y\in A\cup B\}=\{(0,-1),(0,0),(0,1),(0,2),(0,5),(1,-1),(1,0),(1,1),(1,2),(1,5)\}$.所以 $A*B$ 中元素的个数为10.

19.**解**：(1)当 $x\in\mathbf{N}$ 时，$A=\{2,3,4\}$，所以集合 A 的所有子集为 $\varnothing$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{4\}$，$\{2,3\}$，$\{2,4\}$，$\{3,4\}$，$\{2,3,4\}$，共有8个.

(2)因为 $B\subseteq A$，显然 $a-1<a$，即 $B\neq\varnothing$，所以 $\begin{cases}a-1\geqslant1,\\ a\leqslant5,\end{cases}$ 解得 $2\leqslant a\leqslant5$.所以实数 a 的取值范围为 $\{a|2\leqslant a\leqslant5\}$.

20.**解**：(1)若集合 B 中有2个元素，则 $x^2-5x+q=0$ 有两个不等的实数根，则 $\Delta=(-5)^2-4q>0$，解得 $q<\frac{25}{4}$.

故 q 的取值范围为 $\left\{q\middle|q<\frac{25}{4}\right\}$.

(2)若 $A\cap B=\{2\}$，则 $\begin{cases}4+2p+12=0,\\ 4-2\times5+q=0,\end{cases}$ 解得 $p=-8$，$q=6$，此时 $A=\{2,6\}$，$B=\{2,3\}$，故 $A\cup B=\{2,3,6\}$.

21.**解**：由已知可得集合 $A=\{0,-4\}$.

(1)因为 $A\cup B=B$，所以 $A\subseteq B$，

所以 $B=A=\{0,-4\}$，即0，-4 是方程 $x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$ 的两根，

由韦达定理，可得 $\begin{cases}-4+0=-2(a+1),\\ -4\times0=a^2-1,\end{cases}$ 解得 $a=1$.

所以实数a的取值范围为 $\{1\}$.

(2)因为 $A\cup B=A$，所以 $B\subseteq A$，

所以 $B=\varnothing$，或 $\{0\}$，或 $\{-4\}$，或 $\{0,-4\}$.

当 $B=\varnothing$ 时，$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)=8a+8<0$，解得 $a<-1$；

当 $B=\{0\}$ 时，$\Delta=0$ 且 $\begin{cases}0+0=-2(a+1),\\ 0\times0=a^2-1,\end{cases}$ 解得 $a=-1$；

当 $B=\{-4\}$ 时，$\Delta=0$ 且 $\begin{cases}-4-4=-2(a+1),\\ -4\times(-4)=a^2-1,\end{cases}$ 无解；

当 $B=\{0,-4\}$ 时，由(1)可知 $a=1$.

综上，实数 a 的取值范围为 $\{a|a\leqslant-1\text{或}a=1\}$.

22.**解**：(1)由集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant2\}$，

得 $\complement_R A=\{x|x<0\text{，或 }x>2\}$.

又 $B=\{x|a\leqslant x\leqslant3-2a\}$，$(\complement_R A)\cup B=\mathbf{R}$，

所以 $\begin{cases}3-2a\geqslant a,\\ a\leqslant0,\\ 3-2a\geqslant2,\end{cases}$ 解得 $a\leqslant0$.

所以实数 a 的取值范围是 $\{a|a\leqslant0\}$.

(2)若 $A\cap B=B$，则 $B\subseteq A$，

当 $B=\varnothing$ 时，$3-2a<a$，解得 $a>1$；

当 $B\neq\varnothing$ 时，$3-2a\geqslant a$，且 $\begin{cases}a\geqslant0,\\ 3-2a\leqslant2,\end{cases}$

解得 $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant1$，

综上，$a\geqslant\frac{1}{2}$.

所以若 $A\cap B\neq B$，则 $a<\frac{1}{2}$，

即实数 a 的取值范围为 $\left\{a\middle|a<\frac{1}{2}\right\}$.

第 2 期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示：A，B，D 都是全称量词命题，只有 C 不是，故选 C.

2.D

提示：A，C 是全称量词命题，B 是存在量词命题且是真命题，D 是存在量词命题且是假命题.故选 D.

3.D

提示：因为存在量词命题的否定是全称量词命题，所以原命题的否定是 $\forall x\in\mathbf{Q}$，$\sqrt{3}x\notin\mathbf{Z}$.故选 D.

4.A

提示：若 $DE\parallel BC$，则 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，所以 $\frac{AD}{AB}=$

① $\frac{DE}{BC}$;但$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}\nRightarrow DE /\!/ BC$,所以q是p的充分不必要条件.故选A.

5.D

提示:当$a=-2,b=1$时,可排除A,B,C选项;对于D,$a>b\Leftrightarrow a^3>b^3$,故D正确.故选D.

6.B

提示:由题意,知“东风”是“赤壁之战东吴打败曹操”的必要条件,但不是充分条件.故选B.

7.A

提示:由已知,得$B\Rightarrow A,B\Rightarrow C,D\Rightarrow C,A\Rightarrow D$,即$B\Rightarrow A\Rightarrow D\Rightarrow C$.对于选项A,得$C\Rightarrow B$,所以$A,B,C,D$互为充要条件,则$A,B,C,D$中的任意一个命题均为$A,B,C,D$四个命题的必要条件,故A正确;对于选项B,得$A\Rightarrow B$,但$C\nRightarrow B$,故B错误;同理可知C,D错误.故选A.

8.D

提示:由题设,可得$\begin{cases}a+1\geq 1,\\ -a+1\leq 0,\end{cases}$解得$a\geq 1$.故选D.

二、多项选择题

9.AC

提示:对于A,若$a=1,b=-2$,满足$a>b$,但不满足$a^2>b^2$,即“$a>b$”不是“$a^2>b^2$”的充分条件,故A是假命题;对于B,若$a>b$,当$c=0$时,得不到$ac^2>bc^2$,反之,若$ac^2>bc^2$,可得$a>b$,故B是真命题;对于C,$\frac{1}{x}>1\Leftrightarrow 0<x<1\Rightarrow x<1$,则“$\frac{1}{x}>1$”是“$x<1$”的充分不必要条件,故C是假命题;对于D,关于$x$的不等式$x^2-2x+m\geq 0$在$\mathbf{R}$上恒成立$\Leftrightarrow \Delta=4-4m\leq 0\Leftrightarrow m\geq 1$,故D是真命题.故选AC.

10.BCD

提示:对于方程$x^2-x+1=0$,$\Delta=(-1)^2-4\times1\times1=-3<0$,所以方程无实数根,故$p$是假命题,故A错误;$\neg p$:$\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+1\neq 0$,故B正确;显然$q$是真命题,$\neg q$:存在两个等边三角形,它们不相似,故C,D正确.

故选BCD.

11.BD

提示:命题的否定是真命题,则原命题是假命题.A是真命题;对于B,$x^2-3x+3=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$,则该命题是假命题;C显然是真命题;对于D,当$a=0$时,$x^2-ax+1=0$无实数解,故该命题是假命题.故选BD.

12.BC

提示:由$x^2+x-6=0$,解得$x=2$,或$x=-3$.对于方程$ax+1=0$,当$a=0$时,方程无解;当$a\neq 0$时,解方程,可得$x=-\frac{1}{a}$.由题意知$p\nRightarrow q,q\Rightarrow p$,则$a\neq 0$,此时应有$-\frac{1}{a}=2$或$-\frac{1}{a}=-3$,解得$a=-\frac{1}{2}$或$a=\frac{1}{3}$.故选BC.

三、填空题

13.$\exists\alpha>90°$,使α不是钝角

提示:全称量词命题的否定为存在量词命题,依题意,命题p的否定为:$\exists\alpha>90°$,使α不是钝角.

14.$a=b=0$

提示:$a^2+b^2=0\Leftrightarrow a^2=-b^2\Leftrightarrow a=b=0$,所以“$a^2+b^2=0$”的充要条件是$a=b=0$.

15.$\left\{a\middle|a\geq\frac{1}{4}\right\}$

提示:由题意可知,命题“$\forall x\in\mathbf{R},ax^2+x+1\geq 0$”为真命题.当$a=0$时,由$x+1\geq 0$,可得$x\geq -1$,不合题意;

当$a\neq 0$时,由题意可得$\begin{cases}a>0,\\ \Delta=1-4a\leq 0,\end{cases}$解得$a\geq\frac{1}{4}$.因此实数$a$的取值范围为$\left\{a\middle|a\geq\frac{1}{4}\right\}$.

16.①②

提示:对于函数$y=ax^2+bx+c$,若函数经过点$(1,0)$,则$a\cdot1^2+b\cdot1+c=a+b+c=0$,反之,若$a+b+c=0$,则$a\cdot1^2+b\cdot1+c=a+b+c=0$,即函数经过点$(1,0)$,故①②是真命题;对于一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a,b,c\in\mathbf{R})$,若$ac<0$,则$\Delta=b^2-4ac\geq 0$,且$\frac{c}{a}<0$,所以方程有两个异号实数根,反之,若方程有两个异号实数根,则$\frac{c}{a}<0$,即$ac<0$,所以“$ac<0$”是“一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a,b,c\in\mathbf{R})$有两个异号实数根”的充要条件,故③是假命题.

四、解答题

17.解:(1)任意实数的绝对值都不是正数,是假命题.

(2)任意平行四边形都不是菱形,是假命题.

(3)有些正方形不是矩形,是假命题.

(4)$\forall x\in\mathbf{R},x^2+1\geq 0$,是真命题.

(5)$\exists x\in\mathbf{R},x^2-x+\frac{1}{4}<0$.

因为$x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geq 0$,所以是假命题.

18.解:(1)由题意,知$A\subsetneqq B$,

由此可得$B=\{1,2,3\}$(答案不唯一).

(2)由题意,知$B\subsetneqq A$,

由此可知$B=\{1\}$(答案不唯一).

19.(1)解:$[(-2)\otimes(-3)]\otimes(-7)=[(-2)\times(-3)]\otimes(-7)=6\otimes(-7)=|6-7|=1$.

(2)证明:先证充分性:

当$a=0,b=-2$或$a=-2,b=0$时,由定义可知$a\otimes b=-2$.

再证必要性:当$a\otimes b=-2$时,由定义可知,当$ab>0$时,$a\otimes b>0$;当$ab<0$时,$a\otimes b\geq 0$,均不合题意;当$a=0$时,由$a\otimes b=-2$,得$b=-2$;当$b=0$时,由$a\otimes b=-2$,得$a=-2$,则$a=0,b=-2$或$a=-2,b=0$.

故命题得证.

20.解:(1)由已知,得$\exists x\in\{x|-2<x<2\}$,使等式$x^2-2x-m=0$成立,即$m=x^2-2x=(x-1)^2-1$成立.

由$-2<x<2$,得$-1\leq(x-1)^2-1<8$,

所以$M=\{m|-1\leq m<8\}$.

(2)若“$x\in N$”是“$x\in M$”的充分条件,则$N\subseteq M$,所以$\begin{cases}a\geq -1,\\ a+1\leq 8,\end{cases}$解得$-1\leq a\leq 7$.

经检验,$a=-1,a=7$符合题意.

所以a的取值范围是$\{a|-1\leq a\leq 7\}$.

21.解:(1)要使“$x\in P$”是“$x\in S$”的充要条件,则$P=S$,

所以$\begin{cases}1-m=1,\\ 1+m=4,\end{cases}$此方程组无解.

所以不存在实数m,使“$x\in P$”是“$x\in S$”的充要条件.

(2)要使“$x\in P$”是“$x\in S$”的必要条件,则$S\subseteq P$.

当$S=\varnothing$时,$1-m>1+m$,解得$m<0$;

当$S\neq\varnothing$时,则$\begin{cases}1-m\leq 1+m,\\ 1-m\geq 1,\\ 1+m\leq 4,\end{cases}$ 解得$m=0$.

综上,存在实数m,使“$x\in P$”是“$x\in S$”的必要条件,且实数m的取值范围为$\{m|m\leq 0\}$.

22.解:(1)因为命题p是真命题,所以$B\subseteq A$.

当$B=\varnothing$时,$m-1>2m-3$,解得$m<2$;

当$B\neq\varnothing$时,可得$\begin{cases}m-1\leq 2m-3,\\ m-1\geq -2,\\ 2m-3\leq 5,\end{cases}$解得$2\leq m\leq 4$.

综上,实数m的取值范围为$\{m|m\leq 4\}$.

(2)因为命题q是真命题,所以$A\cap B\neq\varnothing$.

所以$B\neq\varnothing$,则$m-1\leq 2m-3$,解得$m\geq 2$,

所以$m-1\geq 1$,

要使$A\cap B\neq\varnothing$,仍需满足$m-1\leq 5$,即$m\leq 6$.

综上,实数m的取值范围为$\{m|2\leq m\leq 6\}$.

第3期

第2~3版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.C

提示:A中元素不确定,不能构成集合,故A不符合题意;B中满足$\sqrt{x+1}<2$的所有整数解为$-1,0,1,2$,组成的集合为有限集,故B不符合题意;C符合题意;D中,所有到x轴,y轴距离均为1的点为$(1,1),(1,-1),(-1,1),(-1,-1)$,组成的集合为有限集,故D不符合题意.故选C.

2.B

提示:因为$(-2)^2-2=2>0,(-1)^2-2=-1<0,\left(\frac{3}{2}\right)^2-2=\frac{1}{4}>0,(\sqrt{2})^2-2=0$,所以$-1\in A$,即$a$可以为$-1$.故选B.

3.D

提示:因为$A\cap B=\{2,4\}$,所以$2\in A,2\in B,4\in A,4\in B$,故选项A,C错误.

又$A\cup B=\{1,2,3,4\}$,所以$3\in A$或$3\in B$,$5\notin A,5\notin B$,故选项B错误,选项D正确.故选D.

4.A

提示:$A=B$等价于$x=x^2$,即$x=0$或$x=1$.所以“$x=1$”是“$A=B$”的充分不必要条件.故选A.

5.A

提示:由已知,得$p\nRightarrow q,q\Rightarrow p,p\Rightarrow r,r\nRightarrow p$,则$q\Rightarrow r,r\nRightarrow q$,所以$q$是$r$的充分不必要条件.故选A.

6.A

提示:当x,y是整数时,$2x+4y$是偶数,所以p是假命题.原命题是存在量词命题,其否定是全称量词命题,所以p的否定为:$\forall x,y\in\mathbf{Z},2x+4y\neq 3$.故选A.

7.C

提示:当$x>1$时,$x^2+1>2$,所以命题“$\forall x>1,x^2+1>m$”是真命题的充要条件是$m\leq 2$.故选C.

8.D

提示:对于①,因为$1\in\{1,0,-1\},-1\in\{1,0,-1\}$,而$1-(-1)=2\notin\{-1,0,1\}$,所以集合$\{1,0,-1\}$不是“好集”,故①为假命题;对于②,若集合$A$是“好集”,$x,y\in A$,则$0\in A$,$0-y=-y\in A$,所以$x-(-y)=x+y\in A$,故②为真命题.

故选D.

二、多项选择题

9.ACD

提示:因为全集$U=\mathbf{Z}$,$A=\{x|2x+1\geq 0,x\in\mathbf{Z}\}=\left\{x\middle|x\geq-\frac{1}{2},x\in\mathbf{Z}\right\}$,$B=\{-1,0,1,2\}$,所以$A\cap B=\{0,1,2\}$,$A\cup B=\{x|x\geq -1,x\in\mathbf{Z}\}$,$\complement_U A=\left\{x\middle|x<-\frac{1}{2},x\in\mathbf{Z}\right\}$,$(\complement_U A)\cap B=\{-1\}$,$A\cap B$的真子集个数为$2^3-1=7$.故选ACD.

10.BD

提示:对于A,当$A=\varnothing,B\neq\varnothing$时,$A\subseteq B$,但是$A\cap$

$B=\varnothing$,故必要性不成立,故A错误;对于B,$x>\sqrt{2}\Rightarrow x>1$,反之不成立,故B正确;对于C,当$m\neq 0,n=0$时,$mn=0$,所以充分性不成立,故C错误;对于D,$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca\Leftrightarrow 2a^2+2b^2+2c^2=2ab+2bc+2ca\Leftrightarrow(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2=0\Leftrightarrow a=b=c$,故D正确.

故选BD.

11.ABC

提示:由p为真命题,可知关于x的方程$ax^2-x+1=0$有实根.

当$a=0$时,方程为$-x+1=0$,解得$x=1$,符合题意;

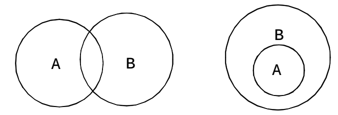
当$a\neq 0$时,可得$\Delta=(-1)^2-4a\geq 0$,解得$a\leq\frac{1}{4}$.

故选ABC.

12.ABC

提示:设集合$U=\{$全班学生$\}$,$A=\{$围棋爱好者$\}$,$B=\{$足球爱好者$\}$,由如下的Venn图可知,当$A\cup B=U$时,同时爱好这两项的人数最少,为$22+28-45=5$人;当$A\subseteq B$时,$A\cap B=A$,同时爱好这两项的人数最多,为22人.所以同时爱好这两项的人数在5~22之间.

故选ABC.



(第12题图)

三、填空题

13.$\{(x,y)|x<0,y>0\}$

14.存在一个矩形不是平行四边形

提示:由题设知,原命题为全称量词命题,其否定为存在量词命题,所以其否定为:存在一个矩形不是平行四边形.

15.$\{m|m\leq 1\}$

提示:由题意,知$\{x|1<x\leq 4\}\subsetneqq\{x|x>m\}$,

所以$m\leq 1$.

故实数m的取值范围是$\{m|m\leq 1\}$.

16.1或$-\frac{1}{8}$

提示:因为集合A有且仅有两个子集,所以集合A的子集为空集和集合A本身,所以关于x的方程$(a-1)x^2+3x-2=0$恰有一个实数解.

当$a=1$时,方程为$3x-2=0$,解得$x=\frac{2}{3}$,满足题意;

当$a\neq 1$时,$\Delta=9+8(a-1)=0$,解得$a=-\frac{1}{8}$.

综上,$a=1$或$-\frac{1}{8}$.

四、解答题

17.解:(1)含有存在量词“存在”,命题为存在量词命题;

命题的否定是:对于任意实数x,都有$x^2+2x+3>0$;

该命题为真命题.

(2)含有存在量词“有些”,命题为存在量词命题;

命题的否定是:所有的三角形都不是等边三角形;

该命题为假命题.

(3)含有全称量词“每一个”,命题为全称量词命题;

命题的否定是:方程$x^2-8x-10=0$至少有一个根是奇数;

该命题为假命题.

18.解:(1)因为$A\cup B=A$,且A有3个元素,B有2个元素,所以$B\subsetneqq A$.

(2)由(1)知,$B\subsetneqq A$,当$a^2-a+1=3$时,解得$a=2$,或$a=-1$,经检验,符合集合A中元素的互异性;

当$a^2-a+1=a$时,解得$a=1$,不符合集合A中元素的互异性,舍去.

所以a的值为2或-1.

19.解:(1)当$a=1$时,$A=\{x|-1<x\leq 1\}$,

则$B=\{y|y=|x|,x\in A\}=\{x|0\leq x\leq 1\}$,

$C=\{z|z=x^2,x\in A\}=\{x|0\leq x\leq 1\}$,

故$B\cap C=\{x|0\leq x\leq 1\}$.

(2)当$0<a<1$时,得$B=\{y|y=|x|,x\in A\}=\{x|0\leq x<1\}$,$C=\{z|z=x^2,x\in A\}=\{x|0\leq x<1\}$,满足$C\subseteq B$;

当$a\geq 1$时,得$B=\{y|y=|x|,x\in A\}=\{x|0\leq x\leq a\}$,$C=\{z|z=x^2,x\in A\}=\{x|0\leq x\leq a^2\}$,

因为$C\subseteq B$,所以$a^2\leq a$,

结合$a\geq 1$,解得$a\leq 1$,所以$a=1$.

综上,实数a的取值范围为$\{a|0<a\leq 1\}$.

20.解:(1)因为命题p为假命题,

所以$\neg p$为真命题,

即$\forall x\in\mathbf{R},x^2-4x+m\neq 0$,

所以$\Delta=16-4m<0$,解得$m>4$.所以$B=\{m|m>4\}$.

(2)因为$A=\{x|3a<x<a+4\}$为非空集合,

所以$3a<a+4$,解得$a<2$.

因为“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件,

所以$A\subsetneqq B$,则$3a\geq 4$,解得$a\geq\frac{4}{3}$.

综上,实数a的取值范围为$\left\{a\middle|\frac{4}{3}\leq a<2\right\}$.

21.解:(1)由$x^2-(3m-2)x+2m^2-m-3=0$,

得$[x-(m+1)][x-(2m-3)]=0$,

所以$x=m+1$,或$x=2m-3$.

因为命题p为真命题,所以$\begin{cases}-5<m+1<4,\\ -5<2m-3<4,\end{cases}$解得$-1<m<3$.所以$A=\{m|-1<m<3\}$.

(2)由(1)得$A=\{m|-1<m<3\}$,

又$B=\{m|1-a<m<1+a\}$,

若“$m\in A$”是“$m\in B$”的必要不充分条件,则$B\subsetneqq A$.

当$B=\varnothing$时,则$1-a\geq 1+a$,解得$a\leq 0$,满足题意;

当$B\neq\varnothing$时,则$\begin{cases}a>0,\\ 1-a\geq -1,\\ 1+a\leq 3,\end{cases}$且等号不能同时成立,

解得$0<a\leq 2$.

综上,$a\leq 2$.所以存在实数a,且a的取值范围为$\{a|a\leq 2\}$.

22.解:(1)由新定义,可得$(2,3)\odot(-1,4)=(2\times4+3\times(-1),3\times4-2\times(-1))=(5,14)$.

(2)交换律:对于集合A中的任意两个元素α,β,有$\alpha\odot\beta=\beta\odot\alpha$.证明如下:

对于A中的任意两个元素$\alpha=(a,b),\beta=(c,d)$,

则$\alpha\odot\beta=(ad+bc,bd-ac)$,

$\beta\odot\alpha=(cb+da,db-ca)=(ad+bc,bd-ac)$,

所以$\alpha\odot\beta=\beta\odot\alpha$.

(3)对于A中的元素$I=(x,y)$,由(2)知$\forall\alpha\in A$,都有$\alpha\odot I=I\odot\alpha$成立,所以若符合要求,只需$I\odot\alpha=\alpha$成立,

设$\alpha=(a,b)$,即$(x,y)\odot(a,b)=(a,b)$,

则$(bx+ay,by-ax)=(a,b)$,

当$\alpha=(0,0)$时,显然有$I\odot\alpha=\alpha$成立,即元素I为A中任意元素;

当$\alpha\neq(0,0)$时,则$\begin{cases}bx+ay=a,\\ by-ax=b,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=0,\\ y=1.\end{cases}$

因此当$\forall\alpha\in A$,都有$\alpha\odot I=I\odot\alpha=\alpha$成立时,得$I=(0,1)$.

反之,当$I=(0,1)$时,$\forall\alpha\in A$,设$\alpha=(a_1,b_1)$,

则$I\odot\alpha=(0,1)\odot(a_1,b_1)$

$=(0\cdot b_1+1\cdot a_1,1\cdot b_1-0\cdot a_1)=(a_1,b_1)=\alpha$.

所以“若A中的元素$I=(x,y)$”是“$\forall\alpha\in A$,都有$\alpha\odot I=I\odot\alpha=\alpha$成立”的充要条件,则元素$I=(0,1)$.

第4期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:数学成绩x不低于100分表示为$x\geq 100$,英语成绩y和语文成绩z的总成绩高于200分且低于240分表示为$200<y+z<240$.故选D.

2.A

提示:因为$M-N=(a+2)(a+3)-(a^2+5a+4)=a^2+5a+6-(a^2+5a+4)=2>0$,所以$M>N$.故选A.

3.D

提示:当$c=0$时,A是假命题;若$a>b>0$,则$\frac{1}{ab}>0$,所以$a\cdot\frac{1}{ab}>b\cdot\frac{1}{ab}$,即$\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$,故B是假命题;若$a<b<0$,则$a^2>b^2$,$\frac{1}{ab}>0$,所以$a\cdot\frac{1}{ab}<b\cdot\frac{1}{ab}$,即$\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$,故C是假命题,D是真命题.故选D.

4.D

提示:由$x(1-2x)>0$,得$x\left(x-\frac{1}{2}\right)<0$,解得$0<x<\frac{1}{2}$.

所以原不等式的解集为$\left\{x\middle|0<x<\frac{1}{2}\right\}$.故选D.

5.C

提示:由正数x,y满足$x+2y=2$,得$xy=\frac{1}{2}\cdot x\cdot(2y)\leq\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x+2y}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$,当且仅当$x=2y$且$x+2y=2$,即$x=1$,$y=\frac{1}{2}$时,等号成立.所以$xy$的最大值为$\frac{1}{2}$.故选C.

6.B

提示:当$a=b=1$时,满足$ab=1>0$,但$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=2$,不满足$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}>2$,充分性不成立;若$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}>2$,则$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{b^2+a^2}{ab}>2$,因为$b^2+a^2>0$,所以$ab>0$,必要性成立.故选B.

7.B

提示:由题设,得

$2400\times\left(20-\frac{5}{2}t\right)\times t\%\geq 900$,且$0<\frac{5}{2}t\leq 20$,

整理得$t^2-8t+15\leq 0$,且$0<t\leq 8$,解得$3\leq t\leq 5$.

故选B.

8.C

提示:因为函数$y=-x^2+bx+c$只有一个零点,

所以一元二次方程$-x^2+bx+c=0$只有一个实数根,

则$\Delta=b^2+4c=0$. ①

由不等式$-x^2+bx+c-m>0$,即$x^2-bx-c+m<0$的解集为$\{x|x_0<x<x_0+2\}$,