

高二选择性必修(第二册)答案页第3期

数学 北师大



扫码免费下载 习题讲解 ppt

第 9 期

第 2-3 版综合测试(一)参考答案

一、单项选择题

1.B 提示:根据等差数列前 n 项和公式,

得 S_{2n} = \frac{21(a_1+a_{2n})}{2}, 由等差数列的性质, 得 a_1+a_{2n}=a_6+a_{16}, 所以 S_{2n} = \frac{21(a_6+a_{16})}{2} = 21. 解得 a_6+a_{16}=2 故选 B.

2.B 提示: f'(x) = \ln x + 1, 所以 f'(x_0) = \ln x_0 + 1 = 2, 解得 x_0 = e. 故选 B.

3.B 提示: 设数列 \{a_n\} 的公差为 d, 由 S_5 = 5a_3 = 30, 得 a_3 = 6, 又 a_6 = 2, 所以 S_6 = \frac{8(a_1+a_6)}{2} = \frac{8(a_3+a_6)}{2} = \frac{8 \times (6+2)}{2} = 32.

4.D 提示: f'(x) = e^{-x} - 1, 令 f'(x) > 0, 得 x > 0; 令 f'(x) < 0, 得 x < 0, 所以函数 f(x) 在 (-1, 0) 上单调递减, 在 (0, 1) 上单调递增, 又 f(-1) = e^{-1}, f(1) = e - 1, f(-1) - f(1) = \frac{1}{e} + 2 - e < \frac{1}{2} + 2 - e < 0, 所以 f(-1) > f(1), 故所求的最大值为 e - 1. 故选 D.

5.C 提示: 由 a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}, 得 S_n = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \dots + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = \frac{n}{n+1} = \frac{2022}{2023}, 则 n = 2022. 故选 C.

6.B 提示: 设牛主人应偿还 x 斗粟, 则马主人应偿还 \frac{x}{2} 斗粟, 羊主人应偿还 \frac{x}{4} 斗粟, 所以 x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 5, 解得 x = \frac{20}{7}. 故选 B.

7.C 提示: 由题意知, f(1) = 10, 且 f'(1) = 0, 又 f'(x) = 3x^2 + 2ax + b, 所以 \begin{cases} 1+a+b=10, \\ 3+2a+b=0, \end{cases} 解得 \begin{cases} a=-3, \\ b=4, \end{cases} 或 \begin{cases} a=4, \\ b=-11. \end{cases} 而当 a=-3, b=3 时, f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \ge 0, 函数 f(x) 在 x=1 处无极值, 故舍去.

所以 f(x) = x^3 + 4x^2 - 11x + 16, 所以 f(2) = 18. 故选 C.

8.D 提示: 设 g(x) = \frac{f(x)}{x}, 则 g'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}, 因为当 x > 0 时, xf'(x) - f(x) < 0, 所以 g'(x) < 0. 所以 g(x) 在 (0, +\infty) 上单调递减. 由 f(x) 为奇函数, 知 g(x) 为偶函数, 则 g'(-3) = g'(3). 又 a = g(e), b = g(\ln 2), c = g(-3) = g(3), 所以 g(3) < g(e) < g(\ln 2), 即 \frac{f(3)}{-3} < \frac{f(e)}{e} < \frac{f(\ln 2)}{\ln 2}, 故 c < a < b. 故选 D.

二、多项选择题 9.ABD 提示: 由 S_6 = S_3 + a_4 > S_3, 得 a_4 > 0, 由 S_5 = a_1 + a_2 + S_3, 得 a_4 = 0, 故 B 正确; d = a_4 - a_3 < 0, 故 A 正确; 由 S_6 = S_3 + a_4 < S_3, 得 a_4 < 0, 则 a_6 < 0, 又 a_5 + a_6 = a_3 + a_4 = 2a_3 = 0, 所以 S_5 > S_6, 故 C 错误; 由 a_1 = 0, a_4 = 0, 知 S_4, S_7 是 S_n 中的最大值, 故 D 正确. 故选 ABD.

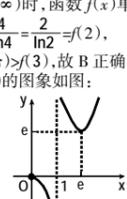
10.ABD 提示: 因为 f(x) = \ln x - ax, 所以 f'(x) = \frac{1}{x} - a. 又因为函数 f(x) 的图象在 x=1 处的切线方程为 x+y+b=0, 所以 f(1) = -a = -b-1, 解得 a=2, b=1, 则 f'(x) = \frac{1}{x} - 2 = \frac{1-2x}{x}, 令 f'(x) = 0, 得 x = \frac{1}{2}, 当 0 < x < \frac{1}{2} 时, f'(x) > 0, 当 x > \frac{1}{2} 时, f'(x) < 0, 所以 f(x)_{max} = f(\frac{1}{2}) = \ln \frac{1}{2} - 1 = -\ln 2 - 1. 故选 ABD.

11. AB 提示: 因为 a_n - 3a_{n-1} = 2a_{n-1}, 所以 \frac{1}{a_{n+1}} + 1 = 3(\frac{1}{a_n} + 1), 又 \frac{1}{a_1} + 1 = 2, 所以 \{\frac{1}{a_n} + 1\} 是以 2 为首项, 3 为公比的等比数列, 故 \frac{1}{a_n} + 1 = 2 \times 3^{n-1}, 即 a_n = \frac{1}{2 \times 3^{n-1} - 1}, 所以 \{a_n\} 为递减数列, \{\frac{1}{a_n}\} 的前 n 项和 T_n = (2 \times 3^0 - 1) + (2 \times 3^1 - 1) + \dots + (2 \times 3^{n-1} - 1) = 2(3^0 + 3^1 + \dots + 3^{n-1}) - n = 2 \times \frac{1-3^n}{1-3} - n = 3^n - n - 1. 故选 AB.

12. BD 提示: f'(x) = \frac{x}{\ln x}, x \in (0, 1) \cup (1, +\infty), 所以 f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}, 因为 x \in (0, 1) 时, \ln x < 0, 所以 f'(x) < 0; x \in (1, +\infty) 时, \ln x > 0, 所以 f'(x) > 0, 故 f(x) 在 (0, 1) 上单调递减, 在 (1, +\infty) 上单调递增, 所以 f(x) > f(1) = -1. 故选 BD.

f'(x) > 0, 所以当 x \in (0, 1) 和 (1, e) 时, 函数 f(x) 单调递减; 当 x \in (e, +\infty) 时, 函数 f(x) 单调递增.

又 x \in (0, 1) 时, f(x) < 0, 故 A 错误; 因为 x \in (e, +\infty) 时, 函数 f(x) 单调递增, 所以 f(4) > f(\pi) > f(3), f(4) = \frac{4}{\ln 4} = \frac{2}{\ln 2} = f(2), 所以 f(2) > f(\pi) > f(3), 故 B 正确; 画出函数 f(x) 的图象如图:



(第 12 题图)

由图可知当 k < 0 时, 方程 f(x) = k 有一个实根, 故 C 错误; 当 k > e 时, 方程 f(x) = k 有两个实根, 故 D 正确. 故选 BD.

三、填空题

13. 2 提示: 因为 a_5 是 a_4 与 6a_3 的等差中项, 所以 2a_5 = a_4 + 6a_3, 设 \{a_n\} 的公比为 q, q > 0, 则 2aq^5 = aq^4 + 6a_1q^3, 即 2q^2 - q - 6 = 0, 解得 q = 2 或 q = -3/2 (舍去), 故 \{a_n\} 的公比为 2.

14. [-1, +\infty) 提示: 对任意 x \in (\frac{1}{2}, +\infty), 不等式 \ln(2x-1) \le x^2 + a 恒成立, 可得 a \ge \ln(2x-1) - x^2 恒成立, 设 f(x) = \ln(2x-1) - x^2, 则 f'(x) = \frac{2}{2x-1} - 2x = -\frac{2(x-1)(2x+1)}{2x-1}, 可得 x > 1 时, f'(x) < 0, f(x) 单调递减; \frac{1}{2} < x < 1 时, f'(x) > 0, f(x) 单调递增.

即有 f(x) 在 x=1 处取得极大值, 且为极大值 -1, 所以 a \ge -1. 所以 a 的取值范围是 [-1, +\infty). 15. 0 提示: 因为函数 f(x) = e^x - e^{-x} + \sin 2x, x \in [0, \pi], 所以 f'(x) = e^x + e^{-x} + 2\cos 2x \ge 2\sqrt{e^x e^{-x}} + 2\cos 2x = 2 + 2\cos 2x, 且当且仅当 e^x = e^{-x}, 即 x=0 时, 等号成立, 又因为 2 + 2\cos 2x \ge 2 + 2 \times (-1) = 0, 且当且仅当 2x = \pi 时, 取等号, 所以 f'(x) > 0, 所以 f(x) 在 x \in [0, \pi] 时单调递增, 其最小值为 f(0) = e^0 - e^0 + \sin 0 = 0.

16. 82 820 提示: 由题意知, 满足被 3 除余 2, 被 5 除余 3, 被 7 除余 2 的最小的数为 23, 满足该条件的数从小到大构成以 23 为首项, 3 \times 5 \times 7 = 105 为公差的等差数列, 其通项公式为 a_n = 105n - 82. 令 a_n \le 4200, 解得 n \le 40 \frac{82}{105}, 则所有满足条件的数的和为 23 \times 40 + \frac{40 \times 39}{2} \times 105 = 82 820.

82. 820

17. 解: (1) 等差数列 \{a_n\} 满足 a_3 = 6, \frac{S_5}{S_9} = \frac{1}{3}, 所以 \begin{cases} a_1 + 2d = 6, \\ 5a_1 + 10d = 3(9a_1 + 36d), \end{cases} 解得 \begin{cases} a_1 = 2, \\ d = 2. \end{cases} 故 a_n = 2n. (2) 由 (1) 得 c_n = a_n + b_n = 2n + 4^n, 故 T_n = (2+4+\dots+2n) + (4^1+4^2+\dots+4^n) = \frac{n(2+2n)}{2} + \frac{4(1-4^{n+1})}{1-4} = n^2 + n + \frac{4^{n+1}-4}{3}.

18. 解: (1) f'(x) = e^{-x} - 2ax, 由题设得 f'(1) = e^{-1} - 2a = b + 1, 解得 a = 1, b = e - 2. (2) 由 (1) 知, f(x) = e^{-x} - x^2, 所以 f'(x) = e^{-x} - 2x, 令 g(x) = e^{-x} - 2x, 则 g'(x) = -e^{-x} - 2, 由 g'(x) < 0, 得 x < \ln 2. 所以 g(x) 在 (-\infty, \ln 2) 上单调递减, 在 (\ln 2, +\infty) 上单调递增, 所以 g(x) \ge g(\ln 2), 即 f'(x) \ge f'(\ln 2) = 2 - 2\ln 2 > 0, 所以 f(x) 在 [0, 1] 上单调递增, 所以 f(x) 在 [0, 1] 上的最大值为 f(1) = e - 1. 19. (1) 证明: 因为 a_n = 2a_{n-1} - n + 2 (n \ge 2, n \in \mathbb{N}_+), 所以 a_n - 2a_{n-1} = -n + 2, a_n - 2a_{n-1} + 2n = 2, 即 a_n - n = 2[a_{n-1} - (n-1)], 因为 \frac{a_n - n}{a_{n-1} - (n-1)} = 2 (n \ge 2, n \in \mathbb{N}_+), 所以数列 \{a_n - n\} 是首项为 1, 公比为 2 的等比数列. (2) 解: 由 (1) 得数列 \{a_n - n\} 是首项为 1, 公比为 2 的等比数列, 得 a_n - n = 2^{n-1}, 即 a_n = 2^{n-1} + n, 则 b_n = \frac{a_n}{2^{n-1}} = 1 + \frac{n}{2^{n-1}}, 令

c_n = \frac{n}{2^{n-1}}, 且数列 \{c_n\} 前 n 项和为 T_n, 则 T_n = \frac{1}{2^0} + \frac{2}{2^1} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^{n-1}}, ①

\frac{1}{2} T_n = \frac{1}{2^1} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots + \frac{n-1}{2^{n-1}} + \frac{n}{2^n}, ②

由 ① - ②, 得 \frac{1}{2} T_n = 1 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}) - \frac{n}{2^n} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2^{n-1}}}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{2+n}{2^n}, 所以 T_n = 4 - \frac{2+n}{2^{n-1}}, 所以 S_n = n + 4 - \frac{2+n}{2^{n-1}}.

20. 解: (1) 设等差数列 \{a_n\} 的公差为 d, 因为 a_1 = 1, S_2 = 8, 所以 7a_2 = 8, 解得 a_2 = 4, 所以公差 d = \frac{1}{3}(a_2 - a_1) = 1, 所以 a_n = n, 因为 b_1 = [\lg a_1] = 0, b_{11} = [\lg a_{11}] = 1, b_{101} = [\lg a_{101}] = 2. (2) 因为 b_1 = b_2 = \dots = b_{99} = 0, b_{100} = b_{101} = b_{102} = \dots = b_{999} = 1, b_{1000} = b_{1001} = b_{1002} = \dots = b_{9999} = 2, b_{10000} = b_{10001} = b_{10002} = \dots = b_{99999} = 3, 所以 S_{2022} = (b_1 + b_2 + \dots + b_{1000}) + (b_{1001} + b_{1002} + \dots + b_{9999}) + (b_{10000} + b_{10001} + \dots + b_{99999}) = 0 \times 1000 + 1 \times 9000 + 2 \times 9000 + 3 \times 10223 = 49590.

21. (1) 解: 因为 f'(x) = \frac{a}{x} - a = \frac{a(1-x)}{x}, x > 0, ①当 a > 0 时, x \in (0, 1), f'(x) > 0; x \in (1, +\infty), f'(x) < 0, 所以 f(x) 在 (0, 1) 上单调递增, 在 (1, +\infty) 上单调递减; ②当 a < 0 时, x \in (0, 1), f'(x) < 0; x \in (1, +\infty), f'(x) > 0, 所以 f(x) 在 (0, 1) 上单调递减, 在 (1, +\infty) 上单调递增. 综上所述, 当 a > 0 时, f(x) 在 (0, 1) 上单调递增, 在 (1, +\infty) 上单调递减; 当 a < 0 时, f(x) 在 (0, 1) 上单调递减, 在 (1, +\infty) 上单调递增. (2) 证明: 当 a = -1 时, 令 g(x) = f(x) + 2 = -\ln x + x - 1, x > 1, 所以 g'(x) = -\frac{1}{x} + 1 = \frac{x-1}{x} > 0, 所以 g(x) 在 (1, +\infty) 上单调递增, 所以 g(x) > g(1) = 0, 故在 (1, +\infty) 上, f(x) > -2. 22. 解: (1) 由题意知, 当 0 < x < 4 时, P(x) = 6x - 2 - (\frac{1}{3}x^2 + 2x) = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 2;

当 x \ge 4 时, P(x) = 6x - 2 - (7x + \frac{64}{x} - 27) = 25 - x - \frac{64}{x}. 所以 P(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 2, & 0 < x < 4, \\ 25 - x - \frac{64}{x}, & x \ge 4. \end{cases}

(2) 当 0 < x < 4 时, P'(x) = -x + 4, 令 P'(x) = 0, 解得 x = 2, 易得 P(x) 在 (0, 2) 上单调递增, 在 (2, 4) 上单调递减, 所以当 0 < x < 4 时, P(x)_{max} = P(2) = \frac{10}{3}.

当 x \ge 4 时, P(x) = 25 - (x + \frac{64}{x}) \le 25 - 2\sqrt{x \cdot \frac{64}{x}} = 9, 且仅当 x = \frac{64}{x}, 即 x = 8 时取等号. 综上所述, 当年产量为 8 万件时, 所获年利润最大, 为 9 万元.

第 10 期

第 2-3 版综合测试(二)参考答案

一、单项选择题

1.C 提示: 因为数列 \{a_n\} 为等差数列, 所以 S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a_1 + 3, 则 a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2 = 3, 解得 a_2 = 1. 故选 C.

2.A 提示: 对于 A, y = x^2 - 3x, 则 y' = 2x - 3, 在 (1, +\infty) 上, y' > 0, 此时该函数单调递增, 符合题意; 对于 B, y = \ln x - x, 则 y' = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}, 在 (1, +\infty) 上, y' < 0, 此时该函数单调递减, 不符合题意; 对于 C, y = x + \frac{4}{x}, 则 y' = 1 - \frac{4}{x^2}, 在 (1, 2) 上, y' < 0, 此时该函数单调递减, 不符合题意; 对于 D, y = x^2 - 3x + 1 是二次函数, 在 (\frac{3}{2}, 2) 上单调递增, 不符合题意. 故选 A.

3.C 提示: 因为 a_{n+1} = a_n + n + 1, 所以 a_{n+1} - a_n = n + 1, 所以 a_2 - a_1 = 2, a_3 - a_2 = 3, \dots, a_n - a_{n-1} = n, 累加可得, a_n - a_1 = 2 + 3 + \dots + n, 又 a_1 = 1, 所以 a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, 所以 a_{10} = \frac{10 \times 11}{2} = 55. 故选 C.

4.B 提示: 因为 y' = 4x^3 - 3, 所以 y'|_{x=1} = 1, 设切线的倾斜角为 \alpha, 则 \tan \alpha = 1, 因为 \alpha \in (0, \pi), 所以 \alpha = \frac{\pi}{4}. 故选 B.

第 12 期

第 2-3 版综合测试(四)参考答案

一、单项选择题

1.B 提示: 因为 y = \frac{\sin x}{x}, 所以 y' = (\frac{\sin x}{x})' = \frac{(\sin x)' \cdot x - \sin x \cdot x'}{x^2} = \frac{\cos x \cdot x - \sin x}{x^2}.

故选 B. 2.C 提示: 在等差数列 \{a_n\} 中, 由 a_{10} = 2a_5 - 2, 得 a_1 + 9d = 2a_1 + 14d - 2, 所以 a_1 + 5d = a_5 = 2, 所以 S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \times 10}{2} = 11a_5 = 22. 故选 C.

3.A 提示: 因为函数 f(x) = \sin x + \cos x - 2x, 所以 f'(x) = \cos x - \sin x - 2 = \sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) - 2 < 0, 所以 f(x) 为 R 上的减函数, 因为 -\pi < \ln 2 < 1 = 2^0, 所以 f(-\pi) > f(\ln 2) > f(2^0), 即 a < c < b, 故选 A.

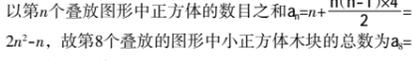
4.D 提示: 由导函数图象, 可知原函数刚开始先单调递减, 而 A, B 选项 f(x) 先单调递增, 故不满足题意; 在零点附近 f(x) 应单调递增, 故 C 错误, D 正确. 故选 D.

5.D 提示: 根据题意, 设第 n 个叠放图形正方体的数目之和为 a_n, 第 n 个叠放图形中共有 n 层, 从上到下, 每一层正方体的个数为 1, 5, 9, \dots, 则第 n 个叠放图形中各层正方体的个数, 构成了以 1 为首项, 以 4 为公差的等差数列, 所以第 n 个叠放图形中正方体的数目之和 a_n = \frac{n(n-1) \times 4}{2} + 2n^2 - n, 故第 8 个叠放的图形中小正方体木块的总数为 a_8 = 2 \times 8^2 - 8 = 120. 故选 D.

6.C 提示: 因为 x_1 < x_2 时, 都有 \frac{\ln x_1 - \ln x_2}{x_1 - x_2} > \frac{3}{x_1 x_2}, 所以 \ln x_1 - \ln x_2 < \frac{3(x_1 - x_2)}{x_1 x_2} = \frac{3}{x_2} - \frac{3}{x_1}, 所以 \ln x_1 + \frac{3}{x_1} < \ln x_2 + \frac{3}{x_2}, 令 f(x) = \ln x + \frac{3}{x}, 则 f(x_1) < f(x_2), 又因为对任意的 x_1, x_2 \in (m, +\infty), 都有 f(x_1) < f(x_2), 所以 f(x) 在 (m, +\infty) 上单调递增, f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} = \frac{x-3}{x^2}, 令 f'(x) > 0, 得 x > 3, 所以在 (3, +\infty) 上 f(x) 单调递增, 所以 m \ge 3, 所以 m 的最小值为 3. 故选 C.

7.C 提示: 设 \{a_n\} 的公比为 q, q > 0, 因为正项等比数列 \{a_n\}, a_1 = \frac{1}{8}, 2a_2 = S_3 - 3a_1, 所以 2 \times \frac{1}{8} q = \frac{1}{8}(1+q^2) - 3 \times \frac{1}{8}, 整理得 q^2 - q - 2 = 0, 解得 q = 2 或 q = -1 (舍去), 则 a_1 = \frac{1}{8}, a_2 = \frac{1}{4}, a_3 = \frac{1}{2}, a_4 = 1, a_5 = 2, 则 T_n 的最小值为 \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{64}. 故选 C.

8.B 提示: 由题设, 知 x^2 - 1 = mx, x \neq 0, 所以 x^2 - \frac{1}{x} = m. 令 f(x) = x^2 - \frac{1}{x} (x \neq 0), f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2} = \frac{2x^3 + 1}{x^2}, 令 f'(x) = 0, 得 x = (-\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}, 即 f(x) 在 (-\infty, (-\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}) 单调递减, 在 (0, +\infty) 单调递增, f((-\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}) = \frac{3}{2} \sqrt[3]{2}, 画出 f(x) 的大致图象, 如图所示.



(第 8 题图)

因为 f(x) = m 有三个零点, 所以 m \in (\frac{3}{2} \sqrt[3]{2}, +\infty), 故选 B.

二、多项选择题

9.ACD 提示: 由函数 y = f(x) 的导函数 y' = f'(x) 的图象, 可得 x \in (-\infty, -4) 时, f'(x) < 0, 函数 f(x) 单调递减; x \in (-4, +\infty) 时, f'(x) \ge 0, 函数 f(x) 单调递增. 所以 -4 是函数 f(x) 的极小值点, 且 f(-4) 为最小值, x=0 不是函数 f(x) 的极值点. 根据导数的几何意义, f(x) 在 x=1 处的导数大于 0, 因此切线的斜率大于零.

综上所述, 只有 ACD 正确. 故选 ACD.

10. CD 提示: 等比数列 \{a_n\} 各项均为正数, 满足 a_2 \cdot a_6 = 16, \frac{a_2 + a_6}{a_3 + a_5} = \frac{1}{8}, 则 a_2^2 = a_2 \cdot a_6 = 16, 所以 a_2 = a_4 = a_8 = 4, 又由 \frac{a_2 q^5 + a_2 q^9}{a_2 q^3 + a_2 q^7} = \frac{1}{8}, 解得 q = \frac{1}{2}, 故 a_1 = 1024, a_n = a_1 q^{n-1} = 1024 \times (\frac{1}{2})^{n-1} \ge 1, 解得 n \le 11, n \in \mathbb{N}_+, 所以 a_{10} = 1024 \times (\frac{1}{2})^9 = 2, a_{11} = 2 \times \frac{1}{2} = 1, 所以当 T_n 取得最大值时, n = 10 或 11. 故选 CD.

11. ACD 提示: 设等差数列的公差为 d, 因为 a_1 = a_5, 所以 a_1 = a_1 + 4d, 所以 d = 0, 则 a_1 = a_2 = \dots = a_n, 故 A 正确; 因为 a_2 > a_3, 所以 a_1 + 4d > a_1 + 2d, 所以 d < 0, \{a_n\} 为递增数列, 但 S_1 < S_2 < \dots < S_4, 不一定成立, 如 a_1 = -2, a_2 = -1, a_3 = 0, S_1 = -2, S_2 = -3, S_3 = -3, 故 B 错误; 因为 a_1^2 + a_2^2 \ge 2(\frac{a_1 + a_2}{2})^2 = 8, 且当且仅当 a_1 = a_2 = 2 时取等号, 故 C 正确; 因为 a_8 = 8, a_4 = 4, 所以 \begin{cases} a_1 + 7d = 8, \\ a_1 + 3d = 4, \end{cases} 解得 \begin{cases} d = -1, \\ a_1 = 11, \end{cases} 即 a_{12} = a_1 + 11d = 8 - 8 = 0, 所以 S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \times 12 = 66, 故 D 正确. 故选 ACD.

12. BC 提示: 设 f(x) 在 [1, e] 上的值域为 A, g(x) 在 [-1, 1] 上的值域为 B, 则 A \subseteq B. g'(x) = (x+2)e^x, 当 x \in [-1, 1] 时, g'(x) > 0, 所以 g(x) 在 [-1, 1] 上单调递增, 所以 B = [0, 2e]. 若 A \subseteq B, 则 f(x)_{min} \ge 0, 令 x(\ln x - a) \ge 0 对 \forall x \in [1, e] 恒成立, 则 a \le \ln x 恒成立, 即 a \le (\ln x)_{min} = 0; 当 a \le 0 时, f'(x) = \ln x - a + 1 > 0 在 [1, e] 上恒成立, 所以 f(x) 在 [1, e] 上单调递增, 所以 f(x)_{min} = f(1) = e \cdot (1-a) \le 2e, 解得 a \ge -1. 综上所述, -1 \le a \le 0. 故选 BC.

三、填空题 13. -2 提示: 由题意知, f'(2) = 2, 又 f(2) = 2 \times 2 - 8 = -4, 所以 \frac{f(2)}{f'(2)} = \frac{-4}{2} = -2.

14. \frac{23}{35} 提示: 因为 \{a_n\} 是等差数列, 所以 A_{11} = \frac{1}{2}(a_1 + a_{11}) = 11a_6, 则 a_6 = \frac{1}{11} A_{11}, 同理, b_6 = \frac{1}{11} B_{11}, 所以 \frac{a_6}{b_6} = \frac{\frac{1}{11} A_{11}}{\frac{1}{11} B_{11}} = \frac{A_{11}}{B_{11}} = \frac{2 \times 11 + 1}{3 \times 11 + 2} = \frac{23}{35}.

15. 1 提示: 由 a_1 = 1, a_{n+1} - a_n = \sin \frac{(n+1)\pi}{2}, 可得 a_2 = a_1 + \sin \pi = 1, a_3 = a_2 + \sin \frac{3\pi}{2} = 1 - 1 = 0, a_4 = a_3 + \sin 2\pi = 0, a_5 = a_4 + \sin \frac{5\pi}{2} = 0 + 1 = 1, \dots, 所以数列 \{a_n\} 的最小正周期为 4, 所以 a_{2022} = a_1 = 1.

16. [-\frac{1}{6}, +\infty) 提示: 由题意知, 分式 \frac{f(m+1) - f(n+1)}{m-n} 的几何意义为: 表示点 (m+1, f(m+1)) 与 (n+1, f(n+1)) 连线的斜率, 因为实数 m, n 在区间 (0, 1) 内, 故 m+1 和 n+1 在区间 (1, 2) 内, 不等式 \frac{f(m+1) - f(n+1)}{m-n} < 1 恒成立, 所以函数 f(x) 图象上在区间 (1, 2) 内任意两点连线的斜率小于 1, 故函数 f(x) = \ln(x+1) - ax^2 的导数小于 1 在 (1, 2) 内恒成立, 由 f'(x) = \ln(x+1) - ax 满足 x+1 > 0, 即定义域为 (-1, +\infty), 即 f'(x) = \frac{1}{x+1} - 2ax < 1 在 (1, 2) 内恒成立, 即 a > \frac{-1}{2(x+1)}, 令 g(x) = \frac{-1}{2(x+1)}, x \in (1, 2), 则 g(x) 在 (1, 2

二、多项选择题

9.BCD 提示: f'(x)=3x^2+2kx+1, 因为f(x)存在两个极值点x1, x2(x1<x2), 令f'(x)=0, 则Δ=4k^2-12>0, 即k^2>

3, 且x1+x2=-2k/3, x1x2=1/3, 当x∈(-∞, x1)和(x2, +∞)时, f'(x)>0, f(x)单调递增, 当x∈(x1, x2)时, f'(x)<0, f(x)单调递减, 故x1是f(x)的极大值点, 故选BCD.

10.AD 提示: 定义域为|x|≠1, 由f(x)=(2x-1)/(x-1)·e^x, 得f'(x)=(2/(x-1)^2)·e^x + (2x-1)/(x-1)·(e^x)' = -1/(x-1)^2 e^x + (2x-1)/(x-1) e^x = (2x^2-3x)/(x-1)^2 e^x. 当x<0或x>3/2时, f'(x)>0, 当0<x<1或1<x<3/2时, f'(x)<0.

所以函数f(x)在(-∞, 0)和(3/2, +∞)上单调递增, 在(0, 1)和(1, 3/2)上单调递减,

所以x=0时, f(x)有极大值, 当x=3/2时, f(x)有极小值, 所以x=0为极大值点, x=3/2为极小值点, 所以A、D正确, B、C错误. 故选AD.

11.BC 提示: 由a1=p, 2Sn-Sn-1=2p, 则2S2-S1=2p, 得a2=p/2, 又2S3-S2=2p, 则2S3-S2=2p, 得a3=p/2, 又2S4-S3=2p, 则2S4-S3=2p, 得a4=p/2, 所以an=p/2, n∈N.

两式相减, 得2an-1-a1=0(n≥2), 又2a1=a1, 即an=1/2·a1, n∈N.

对于A, 当p=0时, 显然数列|an|不是等比数列, 当p≠0时, 数列|an|是以1/2为公比的等比数列, 故A错误; 对于B, 当p=1时, 数列|an|是以1为首项, 1/2为公比的等比数列, 则Sn=1-x^(n+1)/(1-x)=15/8, 故B正确; 对于C, 当p=1/2时, 数列|an|是以1/2为首项, 1/2为公比的等比数列, 则an=(1/2)^n, 所以|a1+|a2||=3/4, |a1+|a2+|a3||=13/8, |a1+|a2+|a3+|a4||=17/8, 所以|an|不是等比数列, 故C错误; 对于D, |a1+|a2+|a3+|a4+|a5||=19/8, |a1+|a2+|a3+|a4+|a5+|a6||=25/8, 所以|an|不是等比数列, 故D错误. 故选BC.

12.ABD 提示: 对于A, 由数列|an|满足a1=1, a2=2, an+1=4an-3an-1, 则an+1-a1=3(a1-an-1), 又a1-a1=0, 则数列|an+1-a1|是以1为首项, 3为公比的等比数列, 故A正确;

对于B, 由数列|an|满足a1=1, a2=2, an+1=4an-3an-1, 则(an+1-3an)-(an-3an-1)=0, 即数列|an-3an-1|为等差数列, 故B正确;

对于C, 由题意得, 数列|an+1-a1|是以1为首项, 3为公比的等比数列, 则数列|an+1-a1|的前n项和为(1x(1-3^n))/(1-3)=3^n-1/2, 故C错误;

对于D, 当n≥2时, an=(an-an-1)+(an-1-an-2)+...+(a2-a1)+a1=1-3^n+1=3^n-1/2, 当n=1时, 满足上式, 即an=3^n-1/2, 故D正确. 故选ABD.

三、填空题

13.20 提示: 由题意知, a1=a2·a0, 即100=5·a0, 得a0=20.

14.(n-3) (答案不唯一) 提示: 根据题意, 要求数列|an|满足: ①先单调递减后单调递增; ②当n=3时取得最小值. 可以结合二次函数的性质分析, 如an=(n-3)^2(n∈N), 当1≤n≤2时, an+1-an=2n-5<0, 数列单调递减, 当n≥3时, an+1-an=2n-5>0, 数列单调递增, 即a1>a2>a3<a4<..., 可得当n=3时, 该数列取得最小值, 符合题意. 故an=(n-3)^2(n∈N).

15.(1/3, 1) 提示: 因为函数f(x)=1+lnx/x, x>0, 所以f'(x)=-lnx/x^2, 令f'(x)=0, 解得x=1. 当f'(x)>0时, 0<x<1, 函数f(x)单调递增; 当f'(x)<0时, x>1, 函数f(x)单调递减, 所

数列|an|的公比为-2. (2)记Sn为|na_n|的前n项和. 由(1)及题设可得an=(-2)^(n-1), 所以Sn=1+2x(-2)+...+n·(-2)^(n-1), -2Sn=-2+2x(-2)^2+...+(n-1)·(-2)^n+n·(-2)^n. 两式相减, 得3Sn=1+(-2)+(-2)^2+...+(-2)^(n-1)-n·(-2)^n=1-(2^(n+1)-2)/3-n·(-2)^n. 所以Sn=1/9·(3n+1)(-2)^n.

22.(1)解: 函数f(x)的定义域为(0, +∞), 且f'(x)=1-m/x. 当m≤0时, f'(x)>0恒成立, 此时函数f(x)在(0, +∞)上单调递增; 当m>0时, 由f'(x)=1-m/x=0, 解得x=m, 由f'(x)<0, 解得0<x<m, 所以函数f(x)在(0, m)上单调递减, 在(m, +∞)上单调递增.

综上, 当m≤0时, 函数f(x)在(0, +∞)上单调递增; 当m>0时, 函数f(x)在(0, m)上单调递减, 在(m, +∞)上单调递增.

(2)证明: 由(1)可知, 当m≤0时, 函数f(x)在(0, +∞)上单调递增, f(x)无最小值; 当m>0时, 函数f(x)在(0, m)上单调递减, 在(m, +∞)上单调递增.

所以f(x)min=f(m)=-mlnm, 即g(m)=-mlnm, 则g'(m)=-1-lnm. 由g'(m)>0, 得0<m<1/e, 由g'(m)<0, 得m>1/e, 所以g(m)在(0, 1/e)上单调递增, 在(1/e, +∞)上单调递减, 所以g(m)≤g(1/e)=-1/e·ln(1/e)=1/e, 即g(m)≤1/e在(0, +∞)上恒成立.

第11期 第2-3版综合测试(三)参考答案 一、单项选择题

1.B 提示: 因为S2=2a2+7a1, 所以a1+a2+a2q=2a2q+7a1, 因为a1≠0, 所以q^2-q-6=0, 即(q-3)(q+2)=0, 解得q=3或q=-2(舍去), 所以q=3. 故选B.

2.C 提示: 因为y=1/x, 所以y'=-1/x^2, 所以当x=1时, k=tanα=-1. 因为α∈[0, π), 所以α=3π/4. 故选C.

3.B 提示: 在等差数列|an|中, 由a1=2, an=6, 得d=(an-a1)/(n-1)=4/3. 所以|a1+|a2+|a3+|a4+|a5+|a6||=1/3·(1+2+3+4+5+6)=13. 故选B.

4.A 提示: (ar)^n=a^nln(a·cosx)'=-sinx, (sinπ/8)'=0, (x^5)'=-5x^4. 故选A.

5.C 提示: 在等差数列|an|中, 由S35<0, S36>0, 得(a1+a35)×35/2<0, 则a1+a35<0, (a1+a36)×36/2>0, 则a1+a36>0. 可得a18<0, a19>0, 且a18>|a19|, 若对任意的正整数n, 都有Sn≥Sk, 则k=18. 故选C.

6.B 提示: 由1+1/2+1/3+...+1/n≈lnn+γ, 取n=5, 则ln5≈1+1/2+1/3+1/4+1/5-(0.577 215 664 901...)≈1.706, 而ln5=ln10-ln2≈2.303-0.693=1.610, 所以用上式估算出的ln5与实际的ln5的误差绝对值近似为1.706-1.610=0.096. 故选B.

7.D 提示: 设g(x)=f(x)/x, 所以g'(x)=(xf'(x)-f(x))/x^2, 因为x>0时, xf'(x)-f(x)>0, 所以在(0, +∞)上, g'(x)>0, g(x)单调递增, 因为f(x)(x∈R)是奇函数, 所以函数g(x)是偶函数, 所以g(x)在(-∞, 0)上单调递减. 且g(-1)=g(1)=0, 所以当x<-1时, g(x)>0, f(x)<0, 当-1<x<0时, g(x)<0, f(x)>0, 当0<x<1时, g(x)<0, f(x)<0, 当x>1时, g(x)>0, f(x)>0. 所以当f(x)>0时, -1<x<0或x>1. 故选D.

8.C 提示: 因为f(x)=-x^3-2x^2+4x, 所以f'(x)=-3x^2-4x+4, 令f'(x)=0, 得x=2/3或x=-2, 因为该函数在闭区间[-3, 3]上连续可导, 且极值点处的导数为零, 所以最小值一定在端点处或极值点处取得, 而f(-3)=-3, f(-2)=-8, f(2/3)=-40/27, f(3)=-33, 所以该函数在[-3, 3]上的最小值为-33, 因为当x∈[-3, 3]时, 有f(x)≥a恒成立, 只需a≤f(x)min, 即a≤-33. 故选C.

提示: 每天植树的棵数构成以2为首项, 2为公比的等比数列, 其前n项和Sn=2(1-2^n)/(1-2)=2^(n+1)-2. 由2^(n+1)-2≥100, 得2^(n+1)≥102. 因为2^6=64, 2^7=128, 所以n+1≥7, 即n≥6. 所以需要的最少天数n=6.

15.-1/2 提示: 由f(x)=alnx+b/x, 可得f'(x)=a/x-b/x^2, f(1)=b=-2, 又因为x=1是f(x)的极值点, 所以f'(1)=a-b=0, 所以a=b=-2, 所以f'(2)=(a-b)/(2^2)=-2/2=-1.

16.(-∞, 3/2) 提示: f'(x)=[x^2+(m+2)x+m]/x^2, 原问题等价于f'(x)<0在[-1/2, 1]上有解, 即m<-x^2-2x/(x+1)在[-1/2, 1]上有解, 而g(x)=-x^2-2x/(x+1)=-x+1+1/(x+1)在[-1/2, 1]上单调递减, 所以g(x)的最大值为g(-1/2)=3/2, 所以m<3/2, 所以m的取值范围是(-∞, 3/2).

四、解答题 17.解: (1)由y=x^2+tx-2, 得y'=2x+1. 令3x^2+1=4, 解得x=±1. 当x=1时, y=0; 当x=-1时, y=-4. 又点Pn在第三象限, 所以切点Pn的坐标为(-1, -4).

(2)因为直线l⊥l1, l1的斜率为4, 所以直线l的斜率为-1/4. 因为直线l过切点Pn, 点Pn的坐标为(-1, -4), 所以直线l的方程为y+4=-1/4(x+1), 即4x+4y+17=0.

18.解: (1)设等差数列的首项为a1, 公差为d, 因为a3=8, a7=20, 所以a1+2d=8, a1+6d=20, 解得a1=2, d=3. 所以an=a1+(n-1)d=2+(n-1)×3=3n-1. (2)设数列|bn|的前n项的积为Tn, 则Tn=b1·b2·...·bn=2^2·3^3·...·2^n=2^(n(n+1)/2)=2^(n(n+1)/2).

19.解: (1)因为x=3是f(x)的一个极值点, 所以f'(3)=0. 因为f'(x)=3x^2-2ax-9, 所以f'(3)=27-6a-9=0, 解得a=3. (2)由(1)知, f(x)=x^3-3x^2-9x+1, 所以f'(x)=3(x-3)(x+1). 令f'(x)>0, 解得x<-1或x>3; 令f'(x)<0, 解得-1<x<3. 所以f(x)在(-2, -1)上单调递增, (-1, 0)上单调递减, 所以f(x)min=f(-1)=6. 又f(-2)=-1, f(0)=1, 所以f(x)min=f(-2)=-1. 故f(x)在区间[-2, 0]上的最大值为6, 最小值为-1.

20.(1)证明: 显然an≠0, 将an+1=a_n/2a_n+1两边同时取倒数得1/a_n+1=2a_n+1/a_n=1/a_n+2, 即1/a_n+1-1/a_n=2, 所以数列{1/a_n}是公差为2的等差数列, 所以1/a_n=a_1+(n-1)×2=2n, 所以a_n=1/2n. (2)解: ①. 由已知得bn=1/2n, 2n+2=4n/(n+1)=4(1/n-1/(n+1)), 那么数列|bn|的前n项和Tn=1/4(1-1/2+1/2-1/3+...+1/n-1/(n+1))=1/4(1-1/(n+1))=n/(4n+4).

②. 由已知得bn=(-1)^n·2n, 那么数列|bn|的前n项和Tn=-2+4-6+8-...+(-1)^n·2n, 当n为偶数时, Tn=2×n/2=n; 当n为奇数时, Tn=-2+(-2)×(n-1)/2=-n-1.

故Tn={n, n=2k, -n-1, n=2k-1 (k∈N)}. 选③. 由已知得bn=2n+(1/3)^n=2n+(1/9)^n, 那么数列|bn|的前n项和Tn=(2+4+...+2n)+(1/9)^1+(1/9)^2+...+(1/9)^n =((2+2n)n/2+1/9(1-(1/9)^n))/(1-1/9)=n^2+n+1/8(1-1/9^n).

21.解: (1)设数列|an|的公比为q, 由题设得2an=an+an+1, 即2an=a1q^n+a1q^(n+1). 所以q^2=q+1, 解得q=1(舍去)或q=-2. 故

3. 5.B 提示: 因为-2, a, b, c, -8是等比数列, 所以b^2=(-2)×(-8)=16. 又因为-2, b, -8均为该数列中的奇数项, 所以b<0, 所以b=-4. 故选B.

6.B 提示: 设数列的首项为a, 公比为q, 共n项, 则前三项分别为a, aq, aq^2; 后三项分别为aq^(n-3), aq^(n-2), aq^(n-1). 由题意得aq^2=2, aq^(n-3)=4, 两式相乘得aq^(n-1)=8, 即aq^(n-1)=2.

又因为a1·a2·a3·...·an=64, 所以a^nq^(n(n-1)/2)=64, 即(a1q^(n-1))^n=64^2, 解得n=12. 故选B.

7.B 提示: 根据等差数列的性质和前n项和公式, 有a_n/b_n = (9a1+4a2)/9(b1+b8) = S9/7a9 = (3×9+2)/9 = 29/10. 故选B.

8.B 提示: 因为该厂的日产量为x, 所以其次品数为px=3x^2/(4x+32), 正品数为(1-p)x=x^2+32x/(4x+32). 由题意得, 盈利T(x)=200x(x^2+32x)/(4x+32)-100x(3x^2/(4x+32)). 化简得, T(x)=(x^3+1600x)/(x+8). 所以T'(x)=(x^3+1600)'(x+8)-(x^3+1600)x/(x+8)^2 = (3x^2+16x-64)×8/(x+8)^2 = 25x(x+32)/(x+8)^2. 当0<x<16时, T'(x)>0; 当x>16时, T'(x)<0. 所以x=16时, T(x)有最大值. 故选B.

二、多项选择题 9.AB 提示: 由f'(x)图象可得, 当x<-2时, f'(x)<0; 当-2<x<1/2时, f'(x)>0; 当1/2<x<2时, f'(x)<0; 当x>2时, f'(x)>0. 所以f(x)在(-∞, -2)和(1/2, 2)上单调递减, 在(-2, 1/2)和(2, +∞)上单调递增, 所以函数f(x)在x=-2和x=2处取得极小值, 在x=1/2处取得极大值. 故选AB.

10.BD 提示: f'(x)=2x-1/x=2x^2-1/x, 由f'(x)<0, 得x>0, 2x^2-1<0, 解得0<x<sqrt(2)/2, 所以f(x)的单调递减区间为(0, sqrt(2)/2).

由f'(x)>0, 得x>0, 2x^2-1>0, 解得x>sqrt(2)/2, 所以f(x)的单调递增区间为(sqrt(2)/2, +∞). 故选BD.

11.AB 提示: 因为an+1=2an+1, 所以an+1+1=2(an+1+1), 又a1+1=1+1=2, 所以数列|an+1+1|是首项为2, 公比为2的等比数列, 所以an+1+1=2×2^(n-1)=2^n, 所以an=2^n-1. 故B正确, C错误; 又an=2^n-1=2, 故A正确; Sn=2(1-2^(n+1))/(1-2)=2^n-2, 故D错误. 故选AB.

12.BCD 提示: 函数f(x)的定义域为(0, +∞), 设F(x)=f(x)-lnx, 则F'(x)=f'(x)-1/x. 因为f'(x)<1/x, 所以F'(x)<0, 所以函数F(x)是(0, +∞)上的减函数. 因为f(1)=1, 所以F(1)=f(1)-ln1=1. 对于A, F(1)>F(e)=f(e)-1, 得f(e)<2, 所以A错误; 对于B, F(1/e)=f(1/e)+1=F(1), 所以f(1/e)>0, 故B正确; 对于C, 当x∈(1, e)时, F(x)<F(1), 则f(x)-lnx<1, 所以f(x)<lnx+1, 因为x∈(1, e), 所以lnx∈(0, 1), 所以lnx+1∈(1, 2), 所以f(x)<2, 故C正确; 对于D, ∀x∈(1/e, 1), lnx∈(-1, 0), 可知lnx<1/x, 所以F(x)>F(1/x), f(x)-lnx>f(1/x)-ln(1/x), 所以f(x)-f(1/x)+2>2lnx+2>0. 故D正确. 故选BCD.

三、填空题 13.240 提示: 由图表可知, 第一行中的第一个数与最后一个数是1, 第二行中的第一个数与最后一个数是2, 第三行中的第一个数与最后一个数是3, 其他的数是它“肩”上两数之积. 所以第6行第一个数是6, 第二个数是它“肩”上两数5与48之积, 即5×48=240. 14.6

+∞)上, f'(x)>0, f(x)单调递增, 因为x<0, f(x)<0, f(0)=-a<0, f(a)=ae^a-a=a(e^a-1)>0, 所以f(x)恰有一个零点. g(x)=xlnx-a的定义域为(0, +∞), g'(x)=lnx+1, 所以在(0, 1/e)上, g'(x)<0, g(x)单调递减, 在(1/e, +∞)上, g'(x)>0, g(x)单调递增. 因为0<x<1时, g(x)<0, g(1)=-a<0, 令b>max|a|, a|, g(b)=blnb-a>0, 所以函数g(x)恰有一个零点. (2)由(1)得函数f(x)的零点x1>0, g(x)的零点x2>1, 则有x1e^x1-a=0, x2lnx2-a=0, 所以x1e^x1=x2lnx2, 所以x1e^x1=(lnx2)e^lnx2, 所以f(x1)=f(lnx2), 因为f(x)在(0, +∞)上单调递增, 由(1)得x1>0, x2>1, lnx2>0, 所以x1=lnx2, 所以e^x1=x2, 因为x1e^x1-a=0, 所以x1x2-a=0, 所以x1x2=a. 得证. 21.(1)解: 若选①, 2a1+2^2a2+2^3a3+...+2^na_n=4^n-4/3, 则2a1+2^2a2+2^3a3+...+2^(n-1)a_(n-1)=4^n-4/3 (n≥2). 两式相减, 得2^n a_n=4^n, 所以a_n=2^n (n≥2). 又a1=2, 也满足上式, 所以a_n=2^n. 若选②, S_n=2a_n-2, 则S_(n-1)=2a_(n-1)-2 (n≥2), 两式相减, 得a_n=2a_(n-1), 所以a_n=2a_(n-1) (n≥2), 又a1=2, 所以数列|an|是以2为首项, 2为公比的等比数列, 所以an=2^n. 若选③, S_(n+1)-2S_n=2, 所以S_n-2S_(n-1)=2 (n≥2), 两式相减, 得a_(n+1)-2a_n=0, 所以a_(n+1)=2a_n (n≥2), 又S2-2S1=a2-a1=2, a1=2, 所以a2=4, 所以a_n=2a_(n-1) (n∈N), 又a1=2, 所以数列|an|是以2为首项, 2为公比的等比数列, 所以an=2^n. (2)证明: 由(1)可得bn=n(n+1), 所以2n+1/b_n^2 = n^2/(n+1)^2 = 1/n^2 - 1/(n+1)^2, 所以Tn=(1/1^2 - 1/2^2) + (1/2^2 - 1/3^2) + ... + [1/n^2 - 1/(n+1)^2] = 1 - 1/(n+1)^2 < 1. 又易知f(n)=1-1/(n+1)^2 (n∈N)单调递增, 所以f(n)≥f(1)=3/4, 所以3/4≤Tn<1. 22.解: (1)f(x)定义域为(0, +∞), f'(x)=x-a/x = (x^2-a)/x, 令f'(x)>0, 得x>sqrt(a), 令f'(x)<0, 得0<x<sqrt(a), 所以f(x)在(0, sqrt(a))上单调递减, 在(sqrt(a), +∞)上单调递增. (2)①若sqrt(a)≤1, 即0<a≤1, 在(1, e)上, f'(x)>0, f(x)单调递增, 所以f(x)在[1, e]上的最小值为f(1)=1/2; ②若1<sqrt(a)<e, 即1<a<e^2, 在(1, sqrt(a))上, f'(x)<0, f(x)单调递减, 在(sqrt(a), e)上, f'(x)>0, f(x)单调递增, 所以在[1, e]上, f(x)min=f(sqrt(a))=1/2(a-1-lna); ③若sqrt(a)≥e, 即a≥e^2, 在(1, e)上, f'(x)<0, f(x)单调递减, 所以在[1, e]上, f(x)min=f(e)=1/2e^2-a. 综上所述, 当0<a≤1时, f(x)min=1/2, 当1<a<e^2时, f(x)min=1/2(a-1-lna), 当a≥e^2时, f(x)min=1/2e^2-a. (3)由(2)可知, 当0<a≤1或a≥e^2时, f(x)在(1, e)上单调递增或递减, 不可能存在两零点; 当1<a<e^2时, 要使f(x)在区间(1, e)上恰有两个零点, 则 1/2(a-1-lna)<0, f(1)=1/2>0, 解得e<a<1/2e^2, 所以a的取值范围为(e, 1/2e^2).