因为三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,侧棱与底面垂直,$BC=BB_1$,

所以四边形$BCC_1B_1$是正方形.所以$BC_1\perp B_1C$.

所以$MN\perp B_1C$.

连接$MA_1$,$MC$,由已知可得,在$\mathrm{Rt}\triangle MAA_1$中,$MA=1$,$AA_1=2$,则$MA_1=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$;

在$\mathrm{Rt}\triangle MBC$中,$MB=1$,$BC=2$,则$MC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,所以$MA_1=MC$.

又$N$为$A_1C$的中点,所以$MN\perp A_1C$.又$B_1C\cap A_1C=C$,

所以$MN\perp$平面$A_1B_1C$.

(2)**解**:由题意,$CC_1\perp$平面$A_1B_1C_1$,而$A_1B_1\subset$平面$A_1B_1C_1$,所以$CC_1\perp A_1B_1$.

因为$\angle ABC=90°$,所以$A_1B_1\perp C_1B_1$,

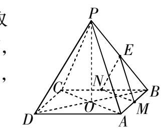
又$CC_1\cap C_1B_1=C_1$,所以$A_1B_1\perp$平面$C_1B_1BC$.

又$B_1C\subset$平面$C_1B_1BC$,所以$A_1B_1\perp B_1C$,所以$\angle CB_1C_1$是二面角$C_1-A_1B_1-C$的平面角.

在$\mathrm{Rt}\triangle CB_1C_1$中,因为$B_1C_1=CC_1$,所以$\angle CB_1C_1=45°$.

所以$\cos\angle CB_1C_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$,即二面角$C_1-A_1B_1-C$的余弦值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

22.**解**:(1)如图所示,分别取$AB$,$BC$的中点$M$,$N$,连接$MN$,$ME$,$NE$,则平面$MNE$∥平面$PAC$,理由如下:



(第22题图)

在$\triangle ABP$中,$M$,$E$分别为$AB$,$PB$的中点,所以$ME∥AP$,又$AP\subset$平面$PAC$,$ME\not\subset$平面$PAC$,所以$ME∥$平面$PAC$.同理,$NE∥$平面$PAC$,又$ME\cap NE=E$,所以平面$MNE∥$平面$PAC$.

(2)连接$AE$,$OE$,则$OE$为$\triangle PDB$的中位线,所以$OE∥PD$,所以$\angle OEA$为异面直线$PD$与$AE$所成的角(或其补角).因为四边形$ABCD$是正方形,所以$AO\perp BD$.因为$AO\perp PO$,$PO\cap BD=O$,$PO$,$BD\subset$平面$PBD$,所以$AO\perp$平面$PBD$,又$OE\subset$平面$PBD$,所以$AO\perp OE$.设正方形$ABCD$的边长为$a$,则$OA=OD=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.取$AD$的中点$H$,连接$PH$,$OH$,因为$PA=PD$,$OA=OD$,所以$PH\perp AD$,$OH\perp AD$,所以$\angle PHO$为侧面$PAD$与底面$ABCD$所成二面角的平面角,所以$\angle PHO=60°$.在$\mathrm{Rt}\triangle POH$中,$OH=\frac{1}{2}a$,则$PO=OH\cdot\tan60°=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,所以$OE=\frac{1}{2}PD=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{PO^2+DO^2}=\frac{\sqrt{5}}{4}a$.所以$\tan\angle OEA=\frac{OA}{OE}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$.故异面直线$PD$与$AE$所成角的正切值为$\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

(3)存在点$F$符合题意,且$AF=\frac{1}{4}AD$,理由如下:

取$OB$的中点$Q$,连接$QF$,$QE$,$EF$,则$QE$是$\triangle POB$的中位线,所以$QE∥PO$,所以$QE\perp$平面$ABCD$.

因为$BC\subset$平面$ABCD$,所以$QE\perp BC$.在$\triangle ABD$中,$QB=\frac{1}{4}DB$,$AF=\frac{1}{4}AD$,所以$QF∥AB$,所以$QF\perp BC$.

又$QF\cap QE=Q$,所以$BC\perp$平面$QEF$,

又$EF\subset$平面$QEF$,所以$BC\perp EF$.

连接$PF$,$FB$,由(2)知,在$\triangle PFB$中,

$PF=\sqrt{PH^2+FH^2}=\frac{\sqrt{17}}{4}a$,

$BF=\sqrt{AF^2+AB^2}=\frac{\sqrt{17}}{4}a$,

所以$PF=BF$.所以$EF\perp PB$.又$PB\cap BC=B$,所以$EF\perp$平面$PBC$.所以存在点$F$,使$EF\perp$平面$PBC$,且$AF=\frac{1}{4}AD$.

## 第12期

### 第3~4版同步周测参考答案

**一、单项选择题**

1.C

**提示**:普查是为了掌握调查对象的整体情况,了解一批玉米种子的发芽率适合用抽样调查,了解某城市居民的食品消费结构适合用抽样调查,调查一个县各村的粮食播种面积适合用普查,调查一条河的水质适合用抽样调查.故选C.

2.C

**提示**:由题意可得,这2500名城镇居民的寿命的全体是样本.故选C.

3.C

**提示**:由题意,一共90个班,每班选派3人,则样本量$n=3\times90=270$.故选C.

4.D

**提示**:要调查城区九年级8000名学生了解禁毒知识的情况,如果进行普查,费大量的人力、物力,得不偿失,采取抽样调查即可.考虑到抽样的全面性,应在城区8000名九年级学生中随机选取50名学生.故选D.

5.C

**提示**:由题意,可得样本量为$60+40=100$,则估计本校全体学生的平均收看时长为$120\times\frac{60}{100}+90\times\frac{40}{100}=108$(分钟).故选C.

6.C

**提示**:因为参加活动的老年人、中年人、青年人的人数比为10:13:12,所以应抽取的青年人的人数为$70\times\frac{12}{10+13+12}=24$.故选C.

7.C

**提示**:依题意,样本100名学生中看过《长津湖之水门桥》的人数为$80+50-60=70$,由此估计该校高三年级看过《长津湖之水门桥》的学生人数为$2300\times\frac{70}{100}=1610$.故选C.

8.B

**提示**:由题意,得$\frac{n}{235}\leqslant3\%$,解得$n\leqslant7.05$,又$n\in\mathbf{N}_+$,所以$n$不超过7粒.故选B.

**二、多项选择题**

9.ABC

**提示**:在统计学中,获取数据的基本路径有:做实验、查阅资料、设计调查问卷等.故选ABC.

10.AC

**提示**:对于A,调查对象是教师,选项却是班级,这个调查的样本不合理;对于B,样本合理;对于C,到老年公寓进行调查,调查不全面,不能了解全市老年人的健康状况,故样本不合理;对于D,样本合理.故选AC.

11.ABD

**提示**:由于各年级的年龄段不一样,因此应该采用分层随机抽样法,故A正确;高一、高二、高三年级人数分别为$20\times50=1000$,$30\times45=1350$,$13\times50=650$,所以样本中高一、高二、高三年级人数分别为$300\times\frac{1000}{1000+1350+650}=100$,$300\times\frac{1350}{1000+1350+650}=135$,$300\times\frac{650}{1000+1350+650}=65$,故B正确;因为分层随机抽样中每个个体被抽到的可能性相等,故C错误;D显然正确.

故选ABD.

12.ABD

**提示**:由题意,总体中中年人占的比例为$\frac{360}{120+360+n}$,则样本中,中年人占的比例也是$\frac{360}{120+360+n}$,故样本中的中年人人数为$m\times\frac{360}{120+360+n}=6$,化简可得$m=8+\frac{n}{60}$.将各选项依次代入,可知A,B,D均满足上述等式,C不满足,故选ABD.

**三、填空题**

13.100次上学的时间

**提示**:调查对象的全体称为总体,故这个统计问题中涉及的总体是100次上学的时间.

14.118分

**提示**:由题意,可知样本中本次数学大练习的平均分是$\frac{3}{4}\times124+\frac{1}{4}\times100=118$(分),由此估计该校全体高二学生本次数学大练习的平均分是118分.

15.192 280kg

**提示**:依题意,样本量为$40+25+35=100$,则$\bar{x}=\frac{40}{100}\times2.5+\frac{25}{100}\times2.2+\frac{35}{100}\times2.8=2.53$(kg),所以估计鱼塘中鱼的总重量为$2.53\times80\ 000\times95\%=192\ 280$(kg).

16.25%

**提示**:由图可得,该地区35岁以下具有本科学历的有50人,且本科学历占62.5%,所以35岁以下的人数为$\frac{50}{62.5\%}=80$.所以35岁以下具有研究生学历的人数为$80-50=30$.所以估计该地区35岁以下具有研究生学历的教师百分比为$\frac{30}{120}=25\%$.

**四、解答题**

17.**解**:(1)适宜用抽样调查,因为工作量太大.

(2)适宜用普查,因为抽查结果可能会与普查结果相差较大.

(3)适宜用普查,因为漏掉一批问题猪肉就会造成恶劣后果,所以必须普查.

18.**解**:(1)将60名志愿者进行编号:1,2,…,60;

(2)将编号依次分别写在形状、大小相同的纸条上,揉成团,制成号签;

(3)将号签放入同一个不透明的箱子里搅拌均匀;

(4)每次随机地从箱子里抽取一个号签,然后将箱中余下的号签搅拌均匀,再进行下一次抽取,如此下去,直到抽取10个号签;

(5)将10个号签对应编号的志愿者找出来组成志愿小组.

19.**解**:因为全校参与跳绳的人数占总人数的$\frac{2}{5}$,所以跑步的人数占总人数的$\frac{3}{5}$,所以跑步的人数为$2000\times\frac{3}{5}=1200$.所以$b=1200\times\frac{3}{2+3+5}=360$.所以高二年级中参与跑步的同学应抽取的人数为$200\times\frac{360}{2000}=36$.

20.**解**:(1)案例一数量少,采用简单随机抽样较为合适;案例二员工收入差距明显,采用分层随机抽样较为合适.

(2)对于案例二,抽样过程如下:

①分层,将总体分为高级职称、中级职称、初级职称及其余人员四层;

②确定抽样比例$k=\frac{40}{800}=\frac{1}{20}$;

③按抽样比例确定各层样本数分别为$160\times\frac{1}{20}=8$,$320\times\frac{1}{20}=16$,$200\times\frac{1}{20}=10$,$120\times\frac{1}{20}=6$;

④按简单随机抽样方式在各层确定相应的样本;

⑤汇总构成一个容量为40的样本.

21.**解**:(1)各年龄段的身体状况差异比较明显,所以要抽取40人调查身体状况,应按年龄进行分层随机抽样,从老年人中抽取$200\times\frac{40}{2000}=4$人,从中年人中抽取$600\times\frac{40}{2000}=12$人,从青年人中抽取$1200\times\frac{40}{2000}=24$人.

(2)要开一个讨论单位发展与薪金调整方面的座谈会,应按部门进行分层随机抽样,从管理部门抽取$160\times\frac{25}{2000}=2$人,从技术开发部门抽取$320\times\frac{25}{2000}=4$人,从营销部门抽取$480\times\frac{25}{2000}=6$人,从生产部门抽取$1040\times\frac{25}{2000}=13$人.

(3)要调查对北京冬奥会中国代表团获奖情况的了解,应按年龄进行分层随机抽样,从老年人中抽取$200\times\frac{20}{2000}=2$人,从中年人中抽取$600\times\frac{20}{2000}=6$人,从青年人中抽取$1200\times\frac{20}{2000}=12$人.

22.**解**:(1)以全年级学生的学号为编号,用计算机在450名学生的学号中随机抽取45个学号,这45个学号对应的学生就是要抽取的对象.

(2)将总体450名同学分成男、女两部分,把所有男生进行编号,再进行简单随机抽样选取23人,再把所有女生进行编号,再进行简单随机抽样选取22人.

(3)将每班男女进行分层随机抽样,如果第$i$个班人数为$M_i$,则$\frac{5}{M_i}$为抽取的比例数,按照此比例对男生和女生进行抽取.





## 第9期

### 第3~4版同步周测参考答案

扫码免费下载习题讲解ppt

**一、单项选择题**

1.B

**提示**:平面的常用表示法有希腊字母,代表平面的平行四边形的四个顶点或者相对的两个顶点的大写英文字母,由此可知①②⑥正确,③⑤不正确;显然平面$ABC$与平面$ABCD$是同一平面,所以④正确.故选B.

2.A

**提示**:由于连接对"脚"的两条线段,看它们是否相交,就知道它们是否合格,所以工人师傅运用的数学原理是"两条相交直线确定一个平面".故选A.

3.A

**提示**:在空间中,直线$AB$与$CD$没有公共点,等价于直线$AB$和$CD$平行或异面,所以"直线$AB$与$CD$没有公共点"是"直线$AB$与$CD$异面"的必要不充分条件.故选A.

4.D

**提示**:因为$\alpha∥\beta$,所以$\alpha$与$\beta$没有公共点,而$a\subset\alpha$,$b\subset\beta$,所以直线$a$,$b$不可能相交.故选D.

5.A

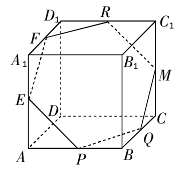
**提示**:设平面$PAB\cap$平面$PCD=m$,因为$AB∥CD$,所以$AB∥$平面$PCD$,由线面平行的性质定理,知$m∥AB$,又$PE∥AB$,所以$PE$与$m$重合,即点$E$位于平面$PAB$与平面$PCD$的交线上.故选A.

6.C

**提示**:因为$BC∥AD∥EF$,所以$BC$,$EF$可确定唯一的平面$BCEF$.因为$P\in EF\subset$平面$BCEF$,$B\in BC\subset$平面$BCEF$,所以$PB\subset$平面$BCEF$.又$F\in EF\subset$平面$BCEF$,$Q\notin$平面$BCEF$,所以$FQ$与平面$BCEF$相交,又$F\notin PB$,所以直线$FQ$与$PB$是异面直线.故选C.

7.D

**提示**:如图所示,设过$P$,$Q$,$R$三点的平面为平面$\alpha$,分别取$A_1A$,$A_1D_1$,$CC_1$的中点$E$,$F$,$M$,连接$EF$,$EP$,$RF$,$RM$,$QP$,$QM$,由正方体性质知$RF∥PQ$,则$F\in$平面$\alpha$;$RP∥MQ$,则$M\in\alpha$;$EF∥RP$,则$E\in$平面$\alpha$,即$P$,$Q$,$M$,$R$,$F$,$E$六点共面,所以六边形$RFEPQM$为容器中水的上表面的形状.故选D.



(第7题图)

8.D

**提示**:线段$MN$上不存在点在线段$A_1S$,$B_1D$上,即直线$MN$与线段$A_1S$,$B_1D$不相交,因此求与$D_1$可视的点,即求两点连线与线段$A_1S$,$B_1D$不相交.对于A选项,连接$A_1P$,$PS$,$SD_1$,$D_1P$,可得$A_1D_1∥AD∥PS$,所以$A_1$,$D_1$,$S$,$P$四点共面,又$D_1P$与$A_1S$不平行,所以$D_1P$与$A_1S$相交,故A错误;对于B,C选项,连接$D_1B$,$D_1R$,因为$DD_1∥BB_1$,所以$D_1$,$B_1$,$B$,$D$四点共面,又$D_1B$,$D_1R$与$B_1D$不平行,所以$D_1B$,$D_1R$都与$B_1D$相交,故B,C错误;对于D选项,连接$D_1Q$,因为$D_1\in$平面$A_1D_1SP$,$Q\notin$平面$A_1D_1SP$,且$A_1S\subset$平面$A_1D_1SP$,点$D_1\notin A_1S$,所以$D_1Q$与$A_1S$为异面直线,同理,因为$D_1\in$平面$D_1B_1BD$,$Q\notin$平面$D_1B_1BD$,且$B_1D\subset$平面$D_1B_1BD$,点$D_1\notin B_1D$,所以$D_1Q$与$B_1D$为异面直线,故$D_1Q$与$A_1S$,$B_1D$都不相交,故D正确.故选D.

**二、多项选择题**

9.ABC

**提示**:对于A,$a$与$b$平行、相交或异面,故A错误;对于B,$a$与$c$平行、相交或异面,故B错误;对于C,$a$与$b$平行、相交或异面,故C错误;由异面直线的定义可知D正确.故选ABC.

10.BCD

**提示**:对于A,$l\not\subset\alpha$,$A\in l\Rightarrow A\notin\alpha$或$A\in\alpha$,故A错误;对于B,由基本事实2,得$AB\subset\alpha$,$AB\subset\beta$,由基本事实3,得$\alpha\cap\beta=AB$,故B正确;对于C,由基本事实2可知C正确;对于D,$A\in\alpha$,$A\in l$,说明$A$为$l$与$\alpha$的公共点,又$l\not\subset\alpha$,所以$l\cap\alpha=A$,故D正确.故选BCD.

11.ABC

**提示**:由$MQ$,$NP$分别是$\triangle ABD$,$\triangle CBD$的中位线,易知$MQ∥BD∥NP$,且$MQ=\frac{1}{2}BD=NP$,所以$M$,$N$,$P$,$Q$四点共面,四边形$MNPQ$为平行四边形,故A正确,D错误;由$ME$,$EQ$分别是$\triangle ABC$,$\triangle ACD$的中位线,得$ME∥BC$,$EQ∥CD$,根据等角定理,知$\angle QME=\angle CBD$,$\angle MEQ=\angle BCD$,所以$\triangle BCD\backsim\triangle MEQ$,故B,C正确.故选ABC.

12.AD

**提示**:对于A,由$A_1B∥D_1C$,$A_1B\not\subset$平面$ACD_1$,可得$A_1B∥$平面$ACD_1$;对于B,由$B_1B∥D_1D$,且$D_1D\cap$平面$ACD_1=D_1$,可得$B_1B$与平面$ACD_1$不平行;对于C,由$A_1D$与$AD_1$相交,可知平面$A_1DC_1$与平面$ACD_1$不平行;对于D,由于$A_1B∥D_1C$,$C_1B∥D_1A$,可得平面$A_1BC_1∥$平面$ACD_1$.

故选AD.

**三、填空题**

13.40°或140°

**提示**:由等角定理可知,$\angle A$与$\angle B$相等或互补,所以$\angle B=40°$或$140°$.

14.2或34

**提示**:由已知,可得$AC∥BD$.若点$P$在$\alpha$,$\beta$的外部,如图1所示,可得$\frac{AP}{BP}=\frac{CP}{PD}$,即$\frac{8}{9}=\frac{16}{PD}$,解得$PD=18$,所以$CD=PD-PC=2$;若点$P$在$\alpha$,$\beta$之间,如图2所示,则$\frac{AP}{BP}=\frac{CP}{PD}$,即$\frac{8}{9}=\frac{16}{PD}$,解得$PD=18$,所以$CD=CP+PD=18+16=34$.故$CD=2$或34.

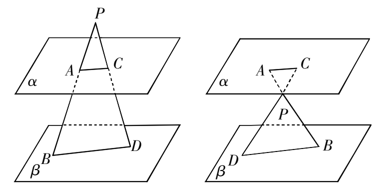


图1 图2

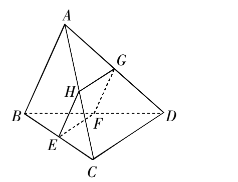
(第14题图)

15.3

**提示**:当三条直线共面时,只确定1个平面;当三条直线不共面时,以三棱锥的三条侧棱为例,可知确定3个平面,故它们最多能确定3个平面.

16.4

**提示**:如图所示,设过线段$BC$的中点$E$且与$AB$,$CD$都平行的截面为$\alpha$,且$\alpha$分别交$BD$,$AD$,$AC$于点$F$,$G$,$H$,因为$AB∥\alpha$,平面$ABC\cap$平面$\alpha=EH$,$AB\subset$平面$ABC$,所以$AB∥EH$,又$E$为$BC$的中点,所以$EH$为$\triangle ABC$的中位线,所以$EH=\frac{1}{2}AB=1$.同理,$EF=FG=GH=1$,所以四边形$EFGH$的周长为4.



(第16题图)

**四、解答题**

17.**证明**:(1)由题意,知点$M$在$PQ$的延长线上,所以$M\in PQ$.

因为$P\in$平面$PQR$,$Q\in$平面$PQR$,所以$PQ\subset$平面$PQR$.所以$M\in$平面$PQR$.

同理,$N\in RQ$,$RQ\subset$平面$PQR$,所以$N\in$平面$PQR$.

由基本事实2,得直线$MN\subset$平面$PQR$.

(2)因为$M\in CB$,$CB\subset$平面$BCD$,所以$M\in$平面$BCD$.因为$N\in DB$,$DB\subset$平面$BCD$,所以$N\in$平面$BCD$,所以$MN\subset$平面$BCD$.由(1)得$MN\subset$平面$PQR$,所以平面$PQR\cap$平面$BCD=MN$.又$K\in RP\subset$平面$PQR$,$K\in DC\subset$平面$BCD$,所以$K\in$平面$PQR\cap$平面$BCD$,由基本事实3,可知点$K$在直线$MN$上.

18.(1)**证明**:因为$BC∥$平面$PAD$,$BC\subset$平面$ABCD$,平面$ABCD\cap$平面$PAD=AD$,所以$BC∥AD$.

(2)**解**:直线$EF$与直线$GH$相交.理由如下:

连接$FH$,$EG$,因为$E$,$G$分别是$PA$,$PD$的中点,所以$EG$是$\triangle PAD$的中位线,所以$EG∥AD$,且$EG=\frac{1}{2}AD$.

因为$F$,$H$分别是$PB$,$PC$的中点,所以$FH$是$\triangle PBC$的中位线,所以$FH∥BC$,且$FH=\frac{1}{2}BC$.

由(1)知$AD∥BC$,又$AD\neq BC$,所以$EG∥FH$,$EG\neq FH$.所以四边形$EFHG$是梯形.所以直线$EF$与直线$GH$相交.

19.**证明**:(1)因为$GH$是$\triangle A_1B_1C_1$的中位线,

所以$GH∥B_1C_1$.又$BC∥B_1C_1$,所以$GH∥BC$.

所以$B$,$C$,$H$,$G$四点共面.

(2)因为$E$,$G$分别是$AB$,$A_1B_1$的中点,

所以$A_1G∥EB$,且$A_1G=EB$,

所以四边形$A_1EBG$为平行四边形,所以$A_1E∥GB$.

又$A_1E\not\subset$平面$BCHG$,$GB\subset$平面$BCHG$,

所以$A_1E∥$平面$BCHG$.

20.**证明**:(1)因为$MN$是$\triangle PDC$的中位线,所以$MN∥PD$.

在平行四边形$ABCD$中,因为$N$,$Q$分别为$CD$,$AB$的中点,所以$DN∥AQ$且$DN=AQ$,

所以四边形$AQND$为平行四边形,所以$NQ∥AD$.

又$MN$,$NQ\not\subset$平面$PAD$,$PD$,$AD\subset$平面$PAD$,所以$MN∥$平面$PAD$,$NQ∥$平面$PAD$.

又$MN\cap NQ=N$,所以平面$MNQ∥$平面$PAD$.

(2)因为$BC∥AD$,$BC\not\subset$平面$PAD$,$AD\subset$平面$PAD$,

所以$BC∥$平面$PAD$.

又$BC\subset$平面$PBC$,平面$PBC\cap$平面$PAD=l$,所以$BC∥l$.

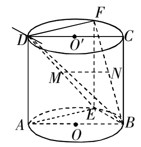
21.(1)**解**:在平面$CDF$内过点$D$作$BE$的平行线,即为交线$l$(如图所示),且$l∥$平面$BEF$.理由如下:

连接$CF$.因为$EF$,$BC$是圆柱$OO'$的母线,所以$EF∥BC$,$EF=BC$,

所以四边形$EFCB$是平行四边形,所以$BE∥CF$.

又$BE\not\subset$平面$CDF$,$CF\subset$平面$CDF$,所以$BE∥$平面$CDF$.又平面$CDF\cap$平面$BDE=l$,所以$l∥BE$.所以过$D$作直线$l∥BE$,则直线$l$就是所求作的交线.

因为$l∥BE$,$l\not\subset$平面$BEF$,$BE\subset$平面$BEF$,所以$l∥$平面$BEF$.



(第21题图)

(2)**证明**:取$EF$的中点$G$,连接$MG$,$NG$.

因为$M$,$G$分别是$DE$,$EF$的中点,所以$MG∥DF$,又$MG\not\subset$平面$DFC$,$DF\subset$平面$DFC$,所以$MG∥$平面$DFC$,则$MG∥$平面$ABE$.同理可证$GN∥$平面$ABE$.

又$MG\cap GN=G$,所以平面$MGN∥$平面$ABE$.又$MN\subset$平面$MGN$,所以$MN∥$平面$ABE$.

22.**解**:(1)取$PC$上靠近点$C$的四等分点为点$G$,则$EF∥$平面$ABG$.理由如下:

由$\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$,$\frac{PG}{PC}=\frac{3}{4}$,可得$\frac{PF}{PG}=\frac{2}{3}$,

因为$\frac{PE}{PB}=\frac{2}{3}$,所以$\frac{PF}{PG}=\frac{PE}{PB}$,所以$EF∥BG$.

又$EF\not\subset$平面$ABG$,$BG\subset$平面$ABG$,

所以$EF∥$平面$ABG$.

(2)因为$\frac{PE}{PB}=\frac{2}{3}$,$\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$,所以$FE$与$CB$不平行,延长$FE$与$CB$交于$M$,连接$MA$并延长,与$CD$的延长线交于$N$,连接$FN$,则$FN$与$PD$的交点即为点$H$.

由(1)可得,$FG=GC=\frac{1}{4}PC$,则$G$为$CF$的中点,

由$EF∥BG$,可得$B$为$MC$的中点.

所以$AD=BC=\frac{1}{2}MC$.又$AD∥BC$,所以$D$为$CN$的中点.

在等腰$\triangle PCD$中,$F$为$PC$的中点,取$CD$的中点$K$,连接$FK$,

则$PD=2KF$,$\frac{DH}{KF}=\frac{ND}{NK}=\frac{2}{3}\Rightarrow DH=\frac{2}{3}KF$,所以$PH=PD-DH=\frac{4}{3}KF$.所以$\frac{PH}{PD}=\frac{2}{3}$.

③

## 第10期

## 第3~4版同步周测参考答案

### 一、单项选择题

1.A

**提示**:根据线面垂直的性质定理,可知选A.

2.C

**提示**:$AB$与$CD_1$所成的角为45°,$BB_1$与$CD_1$所成的角为45°,$AD$与$CD_1$异面且垂直,$CD$与$CD_1$相交,故选C.

3.B

**提示**:3点时和9点时相邻两钟面上的时针相互垂直,所以每天0点至12点(包含0点,不含12点),相邻两钟面上的时针相互垂直的次数为2.故选B.

4.A

**提示**:因为$PA\perp$平面$ABC$,$BC\subset$平面$ABC$,所以$PA\perp BC$.又$BC\perp AC$,$PA\cap AC=A$,所以$BC\perp$平面$PAC$.又$PC\subset$平面$PAC$,所以$BC\perp PC$,即$\triangle PBC$是直角三角形.

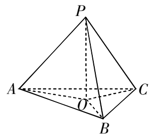
故选A.

5.D

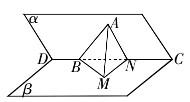
**提示**:当平面$\alpha$外一点与平面$\alpha$内一点的连线与平面$\alpha$垂直时,有无数个平面与平面$\alpha$垂直;当连线与平面$\alpha$不垂直时,只有1个平面与平面$\alpha$垂直.故选D.

6.D

**提示**:由题知,$PO\perp$平面$ABC$,所以$PO\perp BC$,又$PA\perp BC$,$PO\cap PA=P$,所以$BC\perp$平面$POA$,则$BC\perp OA$,同理,得$OB\perp AC$,所以$O$是$\triangle ABC$的垂心.故选D.



(第6题图)



(第7题图)

7.A

**提示**:如图所示,过点$A$作$AN\perp CD$于$N$,作$AM\perp\beta$于$M$,连接$MN,BM$,则$\angle ABM$就是$AB$与平面$\beta$所成的角.由$CD\subset\beta$,得$AM\perp CD$,又$AM\cap AN=A$,$AM,AN\subset$平面$AMN$,所以$CD\perp$平面$AMN$,而$MN\subset$平面$AMN$,所以$CD\perp MN$,所以$\angle ANM$就是二面角$\alpha-CD-\beta$的平面角,所以$\angle ANM=45°$.因为$AM\perp\beta$,所以$AM\perp MN$,$AM\perp BM$.设$AN=a$,又$\angle ABC=45°$,则在Rt$\triangle ANB$中,$BN=a$,$AB=\sqrt{2}a$,在Rt$\triangle AMN$中,$AM=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,所以在Rt$\triangle AMB$中,$\sin\angle ABM=\frac{AM}{AB}=\frac{1}{2}$,所以$\angle ABM=30°$.故选A.

8.D

**提示**:由题意得,$B_1D_1/\!/BD$,$BD\subset$平面$BDM$,$B_1D_1\not\subset$平面$BDM$,则$B_1D_1/\!/$平面$BDM$,又$B_1D_1\subset$平面$B_1D_1M$,平面$BDM\cap$平面$B_1D_1M=l$,所以$B_1D_1/\!/l$.因为$B_1D_1/\!/BD$,$B_1D_1\not\subset$平面$BDN$,$BD\subset$平面$BDN$,所以$B_1D_1/\!/$平面$BDN$,所以$l/\!/$平面$BDN$,故A错误,同理可得,$l/\!/$平面$B_1D_1N$,故B错误;由于$B_1D_1$与$C_1D_1$相交不垂直,故$B_1D_1$与平面$CDD_1C_1$不垂直,因此$l$与平面$CDD_1C_1$不垂直,故C错误;因为$B_1D_1\perp A_1C_1$,$B_1D_1\perp AA_1$,$A_1C_1\cap AA_1=A_1$,$AA_1\subset$平面$ACC_1A_1$,$A_1C_1\subset$平面$ACC_1A_1$,所以$B_1D_1\perp$平面$ACC_1A_1$,又$B_1D_1/\!/l$,所以$l\perp$平面$ACC_1A_1$,故D正确.故选D.

### 二、多项选择题

9.BCD

**提示**:因为$l\perp\alpha$,$a\subset\alpha$,由线面垂直的定义,得$l\perp a$,所以$a$与$l$相交垂直或异面垂直.故选BCD.

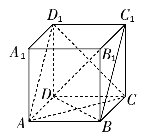
10.ACD

**提示**:对于A,$m/\!/\beta$,设过$m$的平面与$\beta$交于直线$l$,则$m/\!/l$,因为$m\perp\alpha$,所以$l\perp\alpha$,又$l\subset\beta$,所以$\alpha\perp\beta$,故A符合要求;对于B,$\alpha$与$\beta$可能垂直,也可能相交但不垂直或平行,故B不符合要求;对于C,因为$m/\!/n$,$n\perp\beta$,所以$m\perp\beta$,又$m\subset\alpha$,所以$\alpha\perp\beta$,故C符合要求;对于D,因为$m\perp n$,$m\perp\alpha$,所以$n/\!/\alpha$,或$n\subset\alpha$,又$n\perp\beta$,所以$\alpha\perp\beta$,故D符合要求.

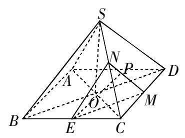
故选ACD.

11.BC

**提示**:连接$AD_1,AC,C_1A$,如图所示,在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,可得$AD_1/\!/BC_1$,则$\angle AD_1C$即为异面直线$D_1C$和$BC_1$所成的角,因为$AD_1=AC=CD_1$,所以$\triangle AD_1C$为等边三角形,则$\angle AD_1C=\frac{\pi}{3}$,故A错误,B正确;设点$A$到平面$BC_1D$的距离为$h$,因为$V_{A-BC_1D}=V_{C_1-ABD}$,所以$\frac{1}{3}S_{\triangle BC_1D}h=\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot C_1C$,易知$S_{\triangle BC_1D}=2\sqrt{3}$,$S_{\triangle ABD}=2$,$C_1C=2$,所以$h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,故C正确,D错误.故选BC.



(第11题图)



(第12题图)

12.AC

**提示**:连接$AC,BD$交于点$O$,连接$SO,EN,EM$,如图所示.因为$AC\perp BD$,$AC\perp SO$,$BD\cap SO=O$,所以$AC\perp$平面$SBD$.因为$E,M,N$分别是$BC,CD,SC$的中点,所以$EN/\!/SB$,$MN/\!/SD$,又$EN\cap MN=N$,$SB\cap SD=S$,所以平面$EMN/\!/$平面$SBD$,所以$AC\perp$平面$EMN$,又$EP\subset$平面$EMN$,所以$AC\perp EP$,$EP/\!/$平面$SBD$,故A,C正确;$EP$与$PD$相交,故B错误;易证$BD\perp$平面$SAC$,当点$P$在点$M$处时,$EP/\!/BD$,则$EP\perp$平面$SAC$,但不恒成立,故D错误.故选AC.

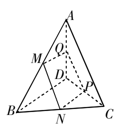
### 三、填空题

13.$A\subsetneqq B\subsetneqq C$

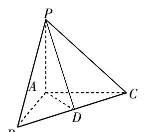
**提示**:$A=\left\{\alpha\middle|0<\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right\}$,$B=\left\{\alpha\middle|0\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right\}$,$C=\{\alpha|0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$,所以$A\subsetneqq B\subsetneqq C$.

14.矩形

**提示**:如图所示,因为$M,N,P,Q$分别是空间四边形$ABCD$四条边的中点,所以$MN/\!/AC$,且$MN=\frac{1}{2}AC$,$PQ/\!/AC$,且$PQ=\frac{1}{2}AC$,所以$MN/\!/PQ$,且$MN=PQ$.所以四边形$MNPQ$是平行四边形.又$BD/\!/MQ$,$AC\perp BD$,所以$MN\perp MQ$,所以平行四边形$MNPQ$是矩形.



(第14题图)



(第15题图)

15.$4\sqrt{5}$

**提示**:如图所示,取$BC$边的中点$D$,连接$AD,PD$,由$AB=AC$,得$AD\perp BC$.因为$PA\perp$平面$ABC$,所以$PA\perp BC$.又$AD\cap PA=A$,所以$BC\perp$平面$PAD$,所以$BC\perp PD$,则$PD$的长即为$P$到$BC$的距离.在$\triangle ABC$中,可得$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{6}{2}\right)^2}=4$,则在Rt$\triangle PAD$中,可得$PD=\sqrt{PA^2+AD^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$.

16.$(0,1]$

**提示**:在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$C_1C\perp$平面$ABCD$,$ED\subset$平面$ABCD$,所以$C_1C\perp ED$,又$EC_1\perp ED$,$C_1C\cap EC_1=C_1$,所以$ED\perp$平面$ECC_1$,可得$ED\perp EC$.所以点$E$在以$CD$为直径的圆上,所以$0<t\leqslant1$.故$t$的取值范围是$(0,1]$.

### 四、解答题

17.**证明**:(1)因为$PA\perp AB$,$PA\perp BC$,$AB\cap BC=B$,所以$PA\perp$平面$ABC$.又$BD\subset$平面$ABC$,所以$PA\perp BD$.

(2)因为$AB=BC$,$D$是$AC$的中点,所以$BD\perp AC$.

由(1)知$PA\perp BD$,又$AC\cap PA=A$,所以$BD\perp$平面$PAC$.

18.(1)**证明**:连接$BD$,因为$E,F$分别为$AB,AD$的中点,所以$EF/\!/BD$.

因为$PC\perp$平面$ABCD$,$BD\subset$平面$ABCD$,所以$PC\perp BD$.因为四边形$ABCD$为正方形,所以$AC\perp BD$.

又$AC,PC\subset$平面$PMC$,$AC\cap PC=C$,所以$BD\perp$平面$PMC$,所以$EF\perp$平面$PMC$.

(2)**解**:由(1)可得$EF\perp$平面$PMC$,又$PM\subset$平面$PMC$,所以$EF\perp PM$,同理可证$EF\perp QM$,所以$\angle PMQ$为二面角$Q-EF-P$的平面角.在正方形$ABCD$中,$AB=4$,可得$AC=4\sqrt{2}$,则$AM=\sqrt{2}$,$CM=3\sqrt{2}$,又$QA=\sqrt{2}$,$PC=3\sqrt{2}$,所以$AM=QA$,$CM=PC$,所以$\angle QMA=\angle PMC=45°$,所以$\angle PMQ=90°$,即二面角$Q-EF-P$的大小为90°.

19.(1)**证明**:因为$SB=SC$,$O$为$BC$的中点,所以$SO\perp BC$.

又平面$SBC\perp$平面$ABC$,平面$SBC\cap$平面$ABC=BC$,$SO\subset$平面$SBC$,所以$SO\perp$平面$ABC$.

(2)**解**:取$SA,AC$的中点$M,N$,连接$MN,OM,ON,OA$,则$ON/\!/AB$,且$ON=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$MN/\!/SC$,且$MN=\frac{1}{2}SC=\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以$\angle ONM$即为异面直线$AB$和$SC$所成的角.由(1)知$SO\perp$平面$ABC$,又$OA\subset$平面$ABC$,所以$SO\perp OA$.在Rt$\triangle SOC$中,$SC=\sqrt{2}$,$OC=\frac{1}{2}BC=1$,所以$SO=1$,同理可得$OA=1$,所以$SA=\sqrt{2}$,$OM=\frac{1}{2}SA=\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以$OM=ON=MN$,即$\triangle OMN$为等边三角形,所以$\angle ONM=\frac{\pi}{3}$.故异面直线$AB$和$SC$所成角的大小为$\frac{\pi}{3}$.

20.**证明**:(1)因为四边形$ABCD$是矩形,所以$AB/\!/CD$.又$CD\subset$平面$CDEF$,$AB\not\subset$平面$CDEF$,所以$AB/\!/$平面$CDEF$.

(2)选条件①,因为$PD\perp$平面$ABCD$,$CD\subset$平面$ABCD$,所以$PD\perp CD$.又$AD\perp CD$,$PD\cap AD=D$,故$CD\perp$平面$PAD$.又$PA\subset$平面$PAD$,所以$CD\perp PA$.因为$PD=AD$,点$E$为侧棱$PA$的中点,所以$DE\perp PA$.

又$CD\cap DE=D$,所以$PA\perp$平面$CDEF$.又$CF\subset$平面$CDEF$,所以$PA\perp CF$.

选条件②,因为$PD\perp$平面$ABCD$,$CD\subset$平面$ABCD$,所以$PD\perp CD$.又$AD\perp CD$,$PD\cap AD=D$,故$CD\perp$平面$PAD$.又$PA\subset$平面$PAD$,所以$CD\perp PA$.因为$DE\perp$平面$PAB$,$PA\subset$平面$PAB$,所以$DE\perp PA$.

又$CD\cap DE=D$,所以$PA\perp$平面$CDEF$.又$CF\subset$平面$CDEF$,所以$PA\perp CF$.

21.(1)**证明**:因为$AD=CD$,$\angle ADB=\angle BDC$,$BD=BD$,所以$\triangle ADB\cong\triangle CDB$,所以$AB=BC$,又$E$为$AC$的中点,所以$AC\perp BE$,$AC\perp DE$.又$BE\cap DE=E$,所以$AC\perp$平面$BED$.因为$AC\subset$平面$ACD$,所以平面$BED\perp$平面$ACD$.

(2)**解**:由(1)可知$AB=BC$,又$AB=2$,$\angle ACB=60°$,所以$\triangle ABC$是边长为2的等边三角形,所以$BE=\sqrt{3}$,$AC=2$,因为$AD\perp CD$,所以$AD=CD=\sqrt{2}$,可得$DE=1$.又$BD=2$,所以$DE^2+BE^2=BD^2$,所以$DE\perp BE$.

由(1)知$DE\perp AC$,又$AC\cap BE=E$,所以$DE\perp$平面$ABC$.

由(1)知$\triangle ADB\cong\triangle CDB$,所以$AF=CF$,连接$EF$,则$EF\perp AC$,所以$S_{\triangle AFC}=\frac{1}{2}AC\cdot EF=EF$.

当$EF\perp BD$时,$EF$最短,则$\triangle AFC$的面积最小,此时,过点$F$作$FG\perp BE$于$G$,则$FG/\!/DE$,$FG\perp$平面$ABC$.在Rt$\triangle DEB$中,可得$\angle DBE=30°$,所以$\angle DEF=30°$,所以$DF=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}$,所以$BF=\frac{3}{2}$,所以$FG=\frac{1}{2}BF=\frac{3}{4}$.所以三棱锥$F-ABC$的体积$V=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot FG=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin60°\right)\times\frac{3}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

22.(1)**证明**:连接$B_1D_1$.在直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$BB_1\perp$平面$ABCD$,$AC\subset$平面$ABCD$,所以$BB_1\perp AC$.

又$DB\perp AC$,$DB\cap BB_1=B$,$DB\subset$平面$BB_1D_1D$,$BB_1\subset$平面$BB_1D_1D$,所以$AC\perp$平面$BB_1D_1D$.

因为$MD\subset$平面$BB_1D_1D$,所以$MD\perp AC$.

(2)**解**:分别取$DC,DC_1$的中点$N,O$,连接$ON,OM,BN$,则$ON/\!/C_1C$,且$ON=\frac{1}{2}C_1C$.因为$N$是$DC$的中点,$DB=BC$,所以$BN\perp DC$.因为在直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$DD_1\perp$平面$ABCD$,$DD_1\subset$平面$CC_1D_1D$,所以平面$ABCD\perp$平面$CC_1D_1D$,又平面$ABCD\cap$平面$CC_1D_1D=CD$,$BN\subset$平面$ABCD$,所以$BN\perp$平面$CC_1D_1D$.

当点$M$为$BB_1$的中点时,可得$MB/\!/C_1C$,且$MB=\frac{1}{2}C_1C$,所以$MB/\!/ON$,$MB=ON$.

所以四边形$BMON$是平行四边形,故$BN/\!/OM$.所以$OM\perp$平面$CC_1D_1D$.

又$OM\subset$平面$DMC_1$,所以平面$DMC_1\perp$平面$CC_1D_1D$.所以当点$M$为棱$BB_1$的中点时,平面$DMC_1\perp$平面$CC_1D_1D$.





## 第11期

## 第2~3版章节测试参考答案

### 一、单项选择题

1.C

**提示**:三棱锥有4个面,四棱柱有6个面,三棱台有5个面,四棱台有6个面,故选C.

2.A

**提示**:由棱锥的定义可知,三棱锥的侧面和底面均是三角形.故选A.

3.B

**提示**:选项A,上、下底面都是正方形,且侧棱垂直于底面的棱柱叫做正四棱柱,所以正方体是正四棱柱,故A正确;选项B,底面是正多边形的直棱柱是正棱柱,底面是正多边形但侧棱不垂直于底面的棱柱不是正棱柱,故B错误;选项C,若有两个相邻的侧面是矩形,则侧棱与底面两条相交直线垂直,所以侧棱垂直于底面,故C正确;选项D,底面是平行四边形的四棱柱叫做平行六面体,而棱柱的各个侧面都是平行四边形,故D正确.故选B.

4.B

**提示**:根据题意,可得这个虫子的活动范围为以房间一角为球心,12cm为半径的球的$\frac{1}{8}$,因此,飞虫活动范围的体积$V=\frac{1}{8}\times\frac{4\pi}{3}\times12^3=288\pi(cm^3)$.故选B.

5.C

**提示**:由题意,可知在$\triangle ABC$中,$AB=1$,$AC=\sqrt{3}$,$AC\perp AB$,所以$\triangle ABC$绕$AC$所在直线旋转一周后所形成的几何体为圆锥,其中圆锥的底面半径$r=1$,高为$\sqrt{3}$,所以母线长$l=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$,则侧面积$S=\pi rl=\pi\times1\times2=2\pi$.故选C.

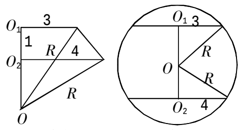
6.A

**提示**:因为$E,F$分别为$AB,BC$的中点,所以$EF/\!/AC$,又在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$AC\perp BD$,$AC\perp DD_1$,$BD\cap DD_1=D$,所以$AC\perp$平面$BDD_1$,则$EF\perp$平面$BDD_1$,又$EF\subset$平面$B_1EF$,所以平面$B_1EF\perp$平面$BDD_1$,故A正确;由选项A可知,平面$B_1EF\perp$平面$BDD_1$,而平面$BDD_1\cap$平面$A_1BD=BD$,在该正方体中,当$D_1$运动至$A_1$时,平面$B_1EF$不可能与平面$A_1BD$垂直,故B错误;在平面$ABB_1A_1$内易知$AA_1$与$B_1E$必相交,故平面$B_1EF$与平面$A_1AC$相交,故C错误;易知平面$AB_1C/\!/$平面$A_1C_1D$,而平面$AB_1C$与平面$B_1EF$有公共点$B_1$,故平面$B_1EF$与平面$A_1C_1D$相交,故D错误.故选A.

7.A

**提示**:设正三棱台上、下底面所在圆面的半径分别为$r_1,r_2$,由正弦定理,得$2r_1=\frac{3\sqrt{3}}{\sin60°}$,$2r_2=\frac{4\sqrt{3}}{\sin60°}$,所以$r_1=3$,$r_2=4$.设球心到上、下底面的距离分别为$d_1,d_2$,球的半径为$R$,则$d_1=\sqrt{R^2-9}$,$d_2=\sqrt{R^2-16}$.

当球心在台体外时,如图(1),可得$d_1-d_2=1$,代入解得$R^2=25$,所以球的表面积为$4\pi R^2=4\pi\times25=100\pi$;当球心在台体内时,如图(2),可得$d_1+d_2=1$,代入可知此方程无解.故选A.



(1) (2)

(第7题图)

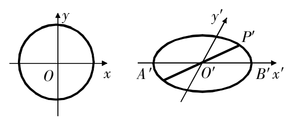
8.A

**提示**:因为三棱台$ABC-A_1B_1C_1$的体积为$V$,四面体$A-BB_1C_1$的体积为$V-V_{棱锥C_1-ABC}-V_{棱锥A-A_1B_1C_1}=\frac{2}{7}V$,所以$V_{棱锥C_1-ABC}+V_{棱锥A-A_1B_1C_1}=\frac{5}{7}V$,设三棱台的高为$h$,则有$\begin{cases}V=\frac{1}{3}(S_上+S_下+\sqrt{S_上\cdot S_下})h,\\ \frac{5}{7}V=\frac{1}{3}S_上\cdot h+\frac{1}{3}S_下\cdot h,\end{cases}$两式相除并化简,可得$\frac{5}{2}=\frac{S_上+S_下}{\sqrt{S_上S_下}}=\frac{\sqrt{S_上}}{\sqrt{S_下}}+\frac{\sqrt{S_下}}{\sqrt{S_上}}$.根据棱台的定义,可知$\triangle ABC\backsim\triangle A_1B_1C_1$,设$\frac{A_1B_1}{AB}=k$,则$\frac{S_上}{S_下}=k^2(0<k<1)$,即$\frac{5}{2}=k+\frac{1}{k}$,解得$k=\frac{1}{2}$.故选A.

### 二、多项选择题

9.BD

**提示**:由斜二测画法可知,与$x$轴平行或重合的直径长度不变,故A,C错误;由下图可知D正确;由椭圆的对称性可知,必有两条直径相等,故B正确.故选BD.



(第9题图)

10.AC

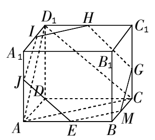
**提示**:根据题意,平衡杆所在直线与水平地面的位置关系是平行或相交,其中,若直线与平面平行,则该直线与平面内的直线平行或异面;若直线与平面相交,则该直线与平面内的直线相交或异面,且异面时,平面内一定存在直线与原直线垂直,故A正确,B错误,C正确,D错误.故选AC.

11.ABC

**提示**:不共线的三点$A,B,C_1$确定一个平面,且$D_1$不在这个平面内,所以$AB$与$C_1D_1$是异面直线,故A正确;因为$AB/\!/DE$,$DE/\!/D_1E_1$,所以$AB/\!/D_1E_1$,故B正确;由棱台的定义可知C正确;因为棱台的上、下两个面平行,所以D错误.故选ABC.

12.ACD

**提示**:如图所示,分别取棱$BC,CC_1,C_1D_1,D_1A_1,A_1A$的中点$M,G,H,I,J$,易证$E$与$M,G,H,I,J$共面,记为平面$\alpha$.由$EM/\!/AC$,$AC\subset$平面$ACD_1$,$EM\not\subset$平面$ACD_1$,得$EM/\!/$平面$ACD_1$,同理$EJ/\!/$平面$ACD_1$,又$EM\cap EJ=E$,$EM,EJ\subset$平面$\alpha$,所以平面$\alpha/\!/$平面$ACD_1$,所以$F\in$平面$\alpha$.由各选项,可知选ACD.



(第12题图)

### 三、填空题

13.1

**提示**:由基本事实3可知不重合的两个平面最多有1条公共直线.

14.2或6

**提示**:当两个平面在点$S$的同侧时,如图1所示,由面面平行的性质定理可得$AC/\!/BD$,所以$\frac{SA}{AB}=\frac{SC}{CD}$,由$SA=2$,$AB=SB-SA=2$,$CD=6$,解得$SC=6$;当点$S$在两个面的中间时,如图2所示,由$AC/\!/BD$,可得$\frac{SA}{SB}=\frac{SC}{SD}=\frac{1}{2}$,所以$SC=\frac{1}{3}CD=2$.综上,$SC=2$或6.

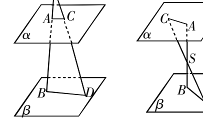
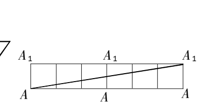


图1 图2

(第14题图)



(第15题图)

15.$\sqrt{37}$

**提示**:将直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$沿着侧棱$AA_1$展开两次得到如图所示的矩形,连接对角线,可得爬行的最短路程为$\sqrt{(6\times1)^2+1^2}=\sqrt{37}$.

16.外,垂

**提示**:因为平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的六个面都是菱形,所以$A_1A=A_1B_1=A_1D_1$.记点$A_1$在侧面$AB_1D_1$上的射影为点$O$,连接$AO,A_1O,B_1O,D_1O$,则$\triangle A_1OA\cong\triangle A_1OB_1\cong\triangle A_1OD_1$,所以$OA=OB_1=OD_1$,所以$O$一定是$\triangle AB_1D_1$的外心.

记点$A_1$在平面$BC_1D$上的射影为点$O_1$,连接$A_1C_1$,$A_1O_1,C_1O_1$,则$C_1O_1$是$A_1C_1$在平面$BC_1D$上的射影,因为四边形$A_1B_1C_1D_1$是菱形,所以$BD/\!/B_1D_1$,$A_1C_1\perp B_1D_1$,所以$A_1C_1\perp BD$,由三垂线定理的逆定理,得$C_1O_1\perp BD$,同理可得$BO_1\perp DC_1$,$DO_1\perp BC_1$,所以$O_1$一定是$\triangle BC_1D$的垂心.

### 四、解答题

17.**证明**:(1)连接$EF,GH$,因为$E,F$分别为$BB_1,CC_1$的中点,所以$B_1E/\!/C_1F$,且$B_1E=C_1F$.

所以四边形$EFC_1B_1$是平行四边形.所以$EF/\!/B_1C_1$.

因为$G,H$分别为$A_1B_1,A_1C_1$的中点,所以$GH/\!/B_1C_1$.

所以$EF/\!/GH$.故$E,F,G,H$四点共面.

(2)由(1)可得,$EF/\!/GH$,且$EF=B_1C_1=2GH$,则四边形$EFHG$是梯形,所以$EG$和$FH$必定相交,设交点为$P$,则$P\in EG$,而$EG\subset$平面$BAA_1B_1$,所以$P\in$平面$BAA_1B_1$.同理,$P\in$平面$CAA_1C_1$,所以$P\in$平面$BAA_1B_1\cap$平面$CAA_1C_1$,又平面$BAA_1B_1\cap$平面$CAA_1C_1=AA_1$,所以$P\in AA_1$.故$EG,FH,AA_1$三线共点.

18.**解**:(1)连接$AC$,因为$PA\perp$平面$ABCD$,所以$\angle PCA$为$PC$与平面$ABCD$所成角,则$\angle PCA=\frac{\pi}{3}$.

由底面$ABCD$是边长为2的正方形,得$AC=2\sqrt{2}$,

故$PA=AC\tan\frac{\pi}{3}=2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{6}$.

故四棱锥$P-ABCD$的体积$V=\frac{1}{3}\cdot PA\cdot S_{正方形ABCD}=\frac{1}{3}\times2\sqrt{6}\times2^2=\frac{8\sqrt{6}}{3}$.

(2)连接$BD$,与$AC$交于点$O$,连接$MO$,因为$OM$为$\triangle PAC$的中位线,所以$MO/\!/PC$,则$\angle BMO$或其补角就是异面直线$BM$与$PC$所成角.

由$BO=\frac{1}{2}BD=\sqrt{2}$,$MO=\frac{1}{2}PC=2\sqrt{2}$,$BM=\sqrt{4+6}=\sqrt{10}$,得$\cos\angle BMO=\frac{BM^2+MO^2-BO^2}{2BM\cdot MO}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故异面直线$BM$与$PC$所成角的余弦值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

19.**证明**:(1)因为$MN/\!/$平面$PAB$,$MN\subset$平面$ABC$,平面$ABC\cap$平面$PAB=AB$,所以$MN/\!/AB$.

又$MN\subset$平面$PMN$,$AB\not\subset$平面$PMN$,

所以$AB/\!/$平面$PMN$.

(2)由(1),得$MN/\!/AB$,又$M$是$BC$的中点,则$N$是$AC$的中点,所以$AB=2MN=2\sqrt{3}$.

又$BC=4$,$AC=2$,所以$AB^2+AC^2=BC^2$,得$AB\perp AC$,

因为$MN/\!/AB$,所以$AC\perp MN$.

因为$PA=PC$,且$N$是$AC$的中点,所以$AC\perp PN$.

又$MN\cap PN=N$,所以$AC\perp$平面$PMN$.因为$PM\subset$平面$PMN$,所以$AC\perp PM$.

20.**解**:(1)由题设,知圆柱$OO'$的母线长为5,底面半径为$\frac{5}{2}$,则该圆柱的表面积为$2\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2+2\pi\times\frac{5}{2}\times5=\frac{75}{2}\pi$.

(2)因为$AB$是圆柱$OO'$的一条母线,所以$AB\perp$平面$BCD$,又$CD\subset$平面$BCD$,所以$AB\perp CD$.

因为$BC$是底面圆的直径,所以$BD\perp CD$.又$AB\cap BD=B$,所以$CD\perp$平面$ABD$.又$AD\subset$平面$ABD$,所以$AD\perp CD$.

设点$B$到平面$ACD$的距离为$d$,由$V_{A-BCD}=V_{B-ACD}$,

得$\frac{1}{3}S_{\triangle BDC}\cdot AB=\frac{1}{3}S_{\triangle ACD}\cdot d$. ①

在Rt$\triangle BDC$中,$BC=5$,$CD=3$,则$BD=\sqrt{5^2-3^2}=4$,

所以$S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}\times3\times4=6$. ②

在Rt$\triangle ABD$中,$AB=5$,$BD=4$,则$AD=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$,

所以$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times\sqrt{41}\times3=\frac{3\sqrt{41}}{2}$. ③

将②③代入①,解得$d=\frac{20\sqrt{41}}{41}$.

(3)$\triangle ACD$的三边在旋转过程中所围成的几何体的体积$V$是高为5,底面半径为5的圆锥与高为5,底面半径为4的圆锥的体积之差,所以$V=\frac{1}{3}\pi\times5^2\times5-\frac{1}{3}\pi\times4^2\times5=15\pi$.

21.(1)**证明**:连接$BC_1,AC_1$,由棱柱的定义,可知四边形$AA_1C_1C$是平行四边形,所以$AC_1$必过$A_1C$的中点$N$,且$N$是$AC_1$的中点.又$M$是$AB$的中点,所以$MN/\!/BC_1$.