第 20 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:依题意 3 次投篮中,恰好投中 1 次的概率为 $P=\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{5}{27}$.

故选 D.

2.C

提示:在一次闯关游戏中,小明闯过第一关的概率为 $\frac{2}{3}$,连续闯过前两关的概率为 $\frac{1}{3}$,

记事件 A 为"小明第一关闯关成功",事件 B 为"小明第二关闯关成功",

则 $P(A)=\frac{2}{3}$,$P(AB)=\frac{1}{3}$,所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}$.故选 C.

3.C

提示:因为 $\xi\sim N(80,\sigma^2)$,所以 $P(\xi<100)=0.5+P(80<\xi<100)=0.5+P(60<\xi<80)=0.8$,

因此,应从 100 分以下的试卷中抽取 $100\times0.8=80$ 份.故选 C.

4.A

提示:由分布列的性质可得,$\frac{1}{3}+m+n=1$,①

$EX=1\times\frac{1}{3}+2m+3n=2$,②

联立①②,解得 $m=n=\frac{1}{3}$,故 $DX=\frac{1}{3}\times(1-2)^2+\frac{1}{3}\times(2-2)^2+\frac{1}{3}\times(3-2)^2=\frac{2}{3}$.故选 A.

5.C

提示:因为是不放回地随机摸出 20 个球作为样本,所以由超几何分布的定义得 X 服从超几何分布,

所以 $EX=\frac{40\times20}{100}=8$.故选 C.

6.D

提示:记 Y 表示 2 台设备使用期间需更换的易损零件数,则 Y 的可能取值为 12,13,14,15,16,

$P(Y=12)=0.4^2=0.16$,$P(Y=13)=2\times0.4\times0.5=0.4$,

$P(Y=14)=0.5^2+2\times0.4\times0.1=0.33$,$P(Y=15)=2\times0.5\times0.1=0.1$,$P(Y=16)=0.1^2=0.01$,

若购买 2 台设备的同时购买易损零件 13 个,在使用期间,记这 2 台设备另需购买易损零件所需费用为 Z 元,则 Z 的可能取值为 0,280,560,840,

$P(Z=0)=P(Y\leqslant13)=0.16+0.4=0.56$,$P(Z=280)=P(Y=14)=0.33$,$P(Z=560)=P(Y=15)=0.1$,$P(Z=840)=P(Y=16)=0.01$,

所以 $EZ=280\times0.33+560\times0.1+840\times0.01=156.8$.故选D.

7.A

提示:令 A_i 表示第一次任取 3 个球使用时,取出 i 个新球,$i=\{0,1,2,3\}$,B 表示"第二次任取的 3 个球都是新球",则 $P(A_0)=\frac{C_3^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{220}$,$P(A_1)=\frac{C_3^2C_9^1}{C_{12}^3}=\frac{27}{220}$,$P(A_2)=\frac{C_3^1C_9^2}{C_{12}^3}=\frac{108}{220}$,$P(A_3)=\frac{C_9^3}{C_{12}^3}=\frac{84}{220}$,

由全概率公式,第二次取到的球都是新球的概率为 $P(B)=P(A_0)P(B|A_0)+P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=\frac{1}{220}\times\frac{C_9^3}{C_{12}^3}+\frac{27}{220}\times\frac{C_8^3}{C_{12}^3}+\frac{108}{220}\times\frac{C_7^3}{C_{12}^3}+\frac{84}{220}\times\frac{C_6^3}{C_{12}^3}=\frac{441}{3025}$.故选 A.

8.B

提示:由题意得,该产品能销售的概率为 $\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{10}\right)=\frac{3}{4}$,

易知X的所有可能取值为$-320,-200,-80,40,160$,

设ξ表示一箱产品中可以销售的件数,则$\xi\sim B\left(4,\frac{3}{4}\right)$,所以$P(\xi=k)=C_4^k\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^k\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{4-k}$,

所以$P(X=-80)=P(\xi=2)=C_4^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$,

$P(X=40)=P(\xi=3)=C_4^3\left(\frac{3}{4}\right)^3\times\frac{1}{4}=\frac{27}{64}$,

$P(X=160)=P(\xi=4)=C_4^4\left(\frac{3}{4}\right)^4\times\left(\frac{1}{4}\right)^0=\frac{81}{256}$,

故$P(X\geqslant-80)=P(X=-80)+P(X=40)+P(X=160)=\frac{27}{128}+\frac{27}{64}+\frac{81}{256}=\frac{243}{256}$,故选B.

二、多项选择题

9.ACD

提示:对于 A,$P(AB)=P(A)\cdot P(B|A)=\frac{1}{8}$,故 A 正确;

对于 B,$P(\bar{B}|A)=1-P(B|A)=\frac{3}{4}$,故 B 错误;

对于 C,$P(B|\bar{A})=1-P(\bar{B}|\bar{A})=\frac{1}{3}$,故 C 正确;

对于 D,$P(\bar{A})=1-P(A)=\frac{1}{2}$,则 $P(B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{24}$.

所以 D 正确.故选 ACD.

10.AD

提示:设10件产品中有x件次品,则$P(\xi=1)=\frac{C_x^1C_{10-x}^1}{C_{10}^2}=\frac{x(10-x)}{45}=\frac{16}{45}$,解得$x=2$或8.故选AD.

11.BD

提示:由题意可得,目标没有被击中的概率为 $C_3^0\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$,所以目标被击中的概率为$1-\frac{1}{64}=\frac{63}{64}$,故A错误;易知该射手每次射击命中失败的概率为$\frac{1}{4}$,$X$的取值范围为$\{1,2,3\}$,所以$P(X=1)=\frac{3}{4}$,$P(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$,$P(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$,

所以X的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

$EX=1\times\frac{3}{4}+2\times\frac{3}{16}+3\times\frac{1}{16}=\frac{21}{16}$,$DX=\left(1-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{3}{4}+\left(2-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{3}{16}+\left(3-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{1}{16}=\frac{87}{256}$,故B,D正确,C错误.故选BD.

12.BC

提示:因为 $X\sim N(100,10^2)$,所以 $\mu=100$,$\sigma=10$.

对于 A,因为 $\sigma=10$,所以方差为 100,故 A 错误;

对于 B,因为 $\mu=100$,$P(X>2a)=P(X<a-4)$,所以 $\frac{2a+a-4}{2}=100$,解得 $a=68$,故 B 正确;

对于 C,因为 $P(X>120)=\frac{1}{2}[1-P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)]\approx\frac{1}{2}\times(1-0.9544)=0.0228$,$P(X<70)=\frac{1}{2}[1-P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)]\approx\frac{1}{2}\times(1-0.9974)=0.0013$,

所以随机测量一株水稻,其株高在 120cm 以上的概率比株高在 70cm 以下的概率大,故 C 正确;

对于 D,因为$\mu=100$,所以由正态曲线的性质可知,随机测量一株水稻,其株高在(80,90)比在(100,110)(单位:cm)的概率小,所以 D 错误.故选 BC.

三、填空题

13.0.15

提示:因为随机变量 X 服从正态分布 $N(2,\sigma^2)$,

所以 $P(X\geqslant5)=P(X\leqslant-1)=1-P(X>-1)=1-0.85=0.15$.

14.$\frac{5}{16}$

提示:某人参加考试,4道试题中,答对的试题数满足二项分布$X\sim B\left(4,\frac{1}{2}\right)$,所以$P(X\geqslant3)=P(X=3)+P(X=4)=C_4^3\left(\frac{1}{2}\right)^4+C_4^4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{5}{16}$.

15.$\frac{5}{9}$

提示:由题意可知,随机变量 ξ 的可能取值为 2,3,4,

则 $P(\xi=2)=\frac{A_2^2}{A_4^2}=\frac{1}{6}$,$P(\xi=3)=\frac{C_2^1C_2^1C_2^1}{A_4^3}=\frac{1}{3}$,$P(\xi=4)=\frac{C_2^1A_3^3}{A_4^4}=\frac{1}{2}$,

所以 $E\xi=2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{2}=\frac{10}{3}$,$D\xi=\left(2-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{1}{6}+\left(3-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(4-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{5}{9}$.

16.$\frac{11}{20}$

提示:设事件A_i为"第一次摸出i只好的"($i=0,1,2$),事件A为"第二次摸出的2只全是好的",则$P(A)=P(AA_2)+P(AA_1)+P(AA_0)$,因为$P(A_0)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$,$P(A|A_0)=1$,$P(A_1)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$,$P(A|A_1)=\frac{C_4^2}{C_5^2}=\frac{3}{5}$,$P(A_2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$,$P(A|A_2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$,所以第二次摸出的2只全是好的的概率为$P(A)=P(A_2)P(A|A_2)+P(A_1)P(A|A_1)+P(A_0)P(A|A_0)=\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}+\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{10}=\frac{11}{20}$.

四、解答题

17.**解**:设"第一次取出的球是黑球"为事件A,"第一次取出的球是红球"为事件B,"第二次取出的球是黑球"为事件C,则$P(A)=\frac{5}{4+5}=\frac{5}{9}$,$P(B)=\frac{4}{4+5}=\frac{4}{9}$,

$P(C|A)=\frac{5+3}{4+5+3}=\frac{2}{3}$,$P(C|B)=\frac{5}{4+5+3}=\frac{5}{12}$,

由全概率公式可得$P(C)=P(AC)+P(BC)$

$=P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)=\frac{5}{9}\times\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{9}$.

18.**解**:(1)该种零食每袋的质量 X(单位:g)服从正态分布 $N(65,4.84)$,

可得 $\mu=65$,$\sigma=2.2$,则 $\mu+3\sigma=71.6$,$73\in(\mu+3\sigma,+\infty)$,

所以 $P(X>71.6)=\frac{1-P(58.4\leqslant X\leqslant71.6)}{2}\approx\frac{1-0.9974}{2}=0.0013$,

因为 0.0013 远小于$\frac{1}{20}$,此事件为小概率事件,所以该质检员的决定有道理.

(2)①因为$\mu=65$,$\sigma=2.2$,所以$\mu-\sigma=62.8$,$\mu+2\sigma=69.4$,

由题意知,当零食质量 X 满足 $\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma$ 时为合格品,

所以这种零食的合格率为$\frac{0.6826+0.9544}{2}=0.8185\approx0.819$.

②由题意知,$Y\sim B(n,0.819)$,则 $EY=0.819n>58$,则 $n>\frac{58}{0.819}\approx70.82$.故 n 的最小值为 71.

19.**解**:(1)设"第1次抽到男生"为事件A,"第2次抽到男生"为事件B,则"第1次和第2次都抽到男生"为事件AB.

易知$P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$,$P(AB)=\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$,

所以在第1次抽到男生的条件下,第2次也抽到男生的概率为$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{3}{5}$.

(2)X的可能取值为0,1,2,X服从参数为N=6,M=2,n=3的超几何分布,依题意,得$P(X=0)=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5}$,$P(X=1)=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\frac{3}{5}$,$P(X=2)=\frac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}$.

所以X的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$EX=3\times\frac{2}{6}=1$.

20.**解**:(1)设事件 A 为"高一年级学生录用为志愿者",事件 B 为"高二年级学生录用为志愿者",

由题意知,$P(A)=C_4^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^4+\left[1-C_4^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}-\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]\times\frac{3}{4}=\frac{97}{108}$,

$P(B)=\frac{C_4^3C_2^1}{C_6^4}+\frac{C_4^4}{C_6^4}+\frac{C_4^2C_2^2}{C_6^4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{10}$.

(2)依题意可得,$\xi\sim B\left(3,\frac{9}{10}\right)$,则 ξ 的可能取值为 0,1,2,3,

所以 $P(\xi=0)=\left(1-\frac{9}{10}\right)^3=\frac{1}{1000}$,

$P(\xi=1)=C_3^1\cdot\left(1-\frac{9}{10}\right)^2\times\frac{9}{10}=\frac{27}{1000}$,

$P(\xi=2)=C_3^2\cdot\left(1-\frac{9}{10}\right)\times\left(\frac{9}{10}\right)^2=\frac{243}{1000}$,

$P(\xi=3)=\left(\frac{9}{10}\right)^3=\frac{729}{1000}$,

故 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{1000}$	$\frac{27}{1000}$	$\frac{243}{1000}$	$\frac{729}{1000}$

$E\xi=3\times\frac{9}{10}=\frac{27}{10}$.

21.**解**:(1)由题意得$X\sim B\left(3,\frac{1}{2}\right)$,则$P(X=0)=C_3^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$,$P(X=1)=C_3^1\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$,$P(X=2)=C_3^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$,$P(X=3)=C_3^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{8}$.

所以,随机变量X的分布列如下表所示:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

所以$DX=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$.

(2)当$m=6$时,$4m=24$,设该型6架无人机获得6分的架数为x,则获得2分的架数为$(6-x)$,

由题意可得$6x+2(6-x)=4x+12\geqslant24$,解得$x\geqslant3$,$x\in\mathbf{N}$,则$x$的取值有3,4,5,6,

记"某架无人机获得6分"为事件A,则$P(A)=C_3^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+C_3^1\cdot\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$,

记"6架无人机参与试飞试验,该型无人机通过安全认证"为事件B,

则$P(B)=C_6^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+C_6^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_6^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\times\frac{1}{2}+C_6^6\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{21}{32}$.

22.**解**:(1)因为$s=\frac{10}{40}=0.25$,所以$t=1-0.1-0.25-0.3-0.2=0.15$,因此$m=0.15\times40=6$,设从$A_5$组的学生中选取的人数为$x$,则有$\frac{20}{40}=\frac{x}{6}$,得$x=3$,所以从$A_5$组的学生中选取的人数为 3.

(2)由题意可知,$X=0,1,2,3$,$P(X=0)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\frac{9}{20}$,$P(X=2)=\frac{C_3^2C_3^1}{C_6^3}=\frac{9}{20}$,$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$,

所以 X 的分布列如下

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$

$EX=0\times\frac{1}{20}+1\times\frac{9}{20}+2\times\frac{9}{20}+3\times\frac{1}{20}=\frac{3}{2}$.

(3)去掉一组的数据可以使得剩余数据的方差小于原数据的方差,说明剩余数据比原来的数据分布更集中,所以去掉A_3组.

第 17 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.A

提示:由题意知,$P(A)=\frac{P(AB)}{P(B|A)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{5}$.故选 A.

2.D

提示:根据条件概率可得 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{5}$.故选 D.

3.A

提示:记事件 A 为"第一次失败",事件 B 为"第二次成功",则 $P(A)=\frac{9}{10}$,$P(B|A)=\frac{1}{9}$,

所以 $P(AB)=P(A)P(B|A)=\frac{1}{10}$.故选 A.

4.A

提示:记"数学不及格"为事件 A,"语文不及格"为事件 B,则 $P(A)=0.15$,$P(AB)=0.03$,所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.03}{0.15}=0.2$,

所以一学生数学不及格时,他语文也不及格的概率为0.2.故选 A.

5.C

提示:设 A_1 表示"乙球员担当前锋",A_2 表示"乙球员担当中锋",A_3 表示"乙球员担当后卫",A_4 表示"乙球员担当守门员",B 表示"当乙球员参加比赛时,球队输球".

则 $P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)+P(A_4)P(B|A_4)$

$=0.2\times0.4+0.5\times0.2+0.2\times0.6+0.1\times0.2=0.32$,

所以当乙球员参加比赛时,该球队某场比赛不输球的概率为 $1-0.32=0.68$.故选 C.

6.D

提示:因为甲合格的概率为 $\frac{4}{5}$,乙合格的概率为 $\frac{2}{3}$,所以甲、乙至少有一人合格的概率 $P=1-\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{14}{15}$,故选 D.

7.B

提示:设 A 表示"考生答对",B 表示"考生知道正确答案",

由全概率公式得,$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\bar{B})P(A|\bar{B})=\frac{1}{3}\times1+\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.又 $P(AB)=P(B)\cdot P(A|B)=\frac{1}{3}\times1=\frac{1}{3}$,

所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$.故选 B.

8.A

提示:设 A 表示"第一次取出的是黄花",B 表示"第二次取出的是黄花",则 $B=AB+\bar{A}B$,

由全概率公式知,$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})$,

由题意知,$P(A)=\frac{b}{a+b}$,$P(B|A)=\frac{b+c}{a+b+c}$,$P(\bar{A})=\frac{a}{a+b}$,$P(B|\bar{A})=\frac{b}{a+b+c}$,

所以 $P(B)=\frac{b(b+c)}{(a+b)(a+b+c)}+\frac{ab}{(a+b)(a+b+c)}=\frac{b}{a+b}$.

故选 A.

二、多项选择题

9.ABC

提示:由题意知,事件 $M\subseteq N$,$P(M)=0.4$,$P(N)=0.8$,对于 C,$P(MN)=P(M)=0.4$,故 C 正确;对于 A,$P(N|M)=\frac{P(MN)}{P(M)}=1$,故 A 正确;

对于 B,$P(M|N)=\frac{P(MN)}{P(N)}=0.5$,故 B 正确;对于 D,易知 $P(M\bar{N})=0$,故 D 错误.故选 ABC.

10.BC

提示:由题意可得,$P(A)=\frac{4}{15}$,$P(B)=\frac{2}{15}$,$P(AB)=\frac{1}{10}$,则 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{4}{15}}=\frac{3}{8}$,$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{15}}=\frac{3}{4}$.故选 BC.

11.ABC

提示:甲箱中的吉祥物数量占两箱总数的 $\frac{3}{5}$,乙箱中的吉祥物数量占两箱总数的 $\frac{2}{5}$.事件 A_1 和 A_2 显然互为对立事件,故 A 正确;$P(B_2|A_2)=\frac{n(A_2B_2)}{n(A_2)}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$,故 B 正确;

$P(A_1|B_1)=\frac{n(B_1A_1)}{n(B_1)}=\frac{36}{36+20}=\frac{9}{14}$,故 C 正确;

因为 $P(A_2)P(B_1)=\frac{2}{5}\times\frac{56}{75}=\frac{112}{375}$,

$P(A_2B_1)=\frac{20}{75}=\frac{4}{15}$,所以 $P(A_2)P(B_1)\neq P(A_2B_1)$,故 D 错误.故选 ABC.

12.AD

提示:由题意知 A_1,A_2,A_3 两两互斥,故 D 正确;

$P(A_1)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$,$P(A_2)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$,$P(A_3)=\frac{3}{10}$,

$P(B|A_1)=\frac{P(BA_1)}{P(A_1)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{5}{11}}{\frac{1}{2}}=\frac{5}{11}$,故 A 正确;

$P(B|A_2)=\frac{4}{11}$,$P(B|A_3)=\frac{4}{11}$,$P(B)=P(A_1B)+P(A_2B)+P(A_3B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{11}+\frac{1}{5}\times\frac{4}{11}+\frac{3}{10}\times\frac{4}{11}=\frac{9}{22}\neq P(B|A_1)$,所以 B 与 A_1 不是相互独立事件,故 B,C 不正确.故选 AD.

三、填空题

13.$\frac{13}{30}$

提示:由 $P(A)=\frac{3}{5}$,得 $P(\bar{A})=\frac{2}{5}$,故 $P(B)=P(B|A)\cdot P(A)+P(B|\bar{A})P(\bar{A})=P(B|A)P(A)+[1-P(\bar{B}|\bar{A})]P(\bar{A})=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{5}=\frac{13}{30}$.

14.$\frac{1}{6}$

提示:设事件 A 为"家兔的寿命超过 6 岁",事件 B 为"家兔的寿命超过 8 岁".

依题意有,$P(A)=0.72$,$P(B)=P(AB)=0.12$.

则所求的概率为 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.12}{0.72}=\frac{1}{6}$.

15.$\frac{3}{7}$

提示:3 个小孩可能发生的事件有:男男男,男男女,男女女,男女男,女女女,女女男,女男女,女男男,共 8 种,

设事件 M 为"3 个小孩中,至少有 1 个男孩",事件 N 为"3 个孩子中,第三个孩子是女孩",

则 $P(M)=\frac{7}{8}$,$P(MN)=\frac{3}{8}$,

所以某个家庭有 3 个小孩,且其中至少有 1 个男孩的条件下,第三个孩子是女孩的概率为

$P(N|M)=\frac{P(MN)}{P(M)}=\frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}}=\frac{3}{7}$.

16.0.4825

提示:设从这批种子中任选一颗是一、二、三、四等种子的事件是 A_1,A_2,A_3,A_4,则 $\Omega=A_1\cup A_2\cup A_3\cup A_4$,且 A_1,A_2,A_3,A_4 两两互斥,设事件 B 为"从这批种子中任选一颗,所生长出葫芦秧结出 50 颗以上果实",

则 $P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)+P(A_4)P(B|A_4)$

$=95.5\%\times0.5+2\%\times0.15+1.5\%\times0.1+1\%\times0.05=0.4825$.

四、解答题

17.**解**:(1)设"所选 3 人中恰有 1 名女医生"为事件 M,$P(M)=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\frac{3}{5}$.

故所选 3 人中恰有 1 名女医生的概率为 $\frac{3}{5}$.

(2)由题意知,$P(B)=P(A)=\frac{C_5^2}{C_6^3}=\frac{1}{2}$,$P(AB)=\frac{C_4^1}{C_6^3}=\frac{1}{5}$,则 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{5}$.

18.**解**:(1)由表中数据可知,投诉的原因是凹痕的概率为 $\frac{35}{100}=0.35$,所以投诉的原因不是凹痕的概率为 0.65.

(2)设事件 A 为"一个投诉原因是产品外观",事件 B 为"投诉发生在保质期内",

由表可知 $P(B)=0.63$,由外观导致并发生在保质期内的投诉(事件 AB)的概率是 0.32,因此 $P(AB)=0.32$,故所求的概率为 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0.32}{0.63}\approx0.51$.

(3)设 A 表示事件"一个投诉原因是产品外观",C 表示事件"投诉发生在保质期后",

由表可知,$P(C)=0.37$,由外观导致并发生在保质期后的投诉(事件 AC)的概率是 0.03,因此 $P(AC)=0.03$,故所求的概率为 $P(A|C)=\frac{P(AC)}{P(C)}=\frac{0.03}{0.37}\approx0.081$.

(4)因为 $P(A|B)\approx0.51$,由表知 $P(A)=0.32+0.03=0.35$,显然 $P(A|B)\neq P(A)$,所以 A 和 B 不是独立事件.

19.**解**:(1)根据题意,从甲箱中任取 2 个"青团",有 $C_7^2=21$ 种取法,

若两个"青团"馅不同,有 $C_4^1C_3^1=12$ 种取法,则从甲箱中任取 2 个"青团",这 2 个"青团"馅不同的概率 $P=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$.

(2)根据题意,设事件 A 为"从乙箱中任取 1个'青团',取出的'青团'是肉松馅",事件 B 为"先从甲箱中任取 2 个'青团'放入乙箱中,然后再从乙箱中任取 1 个'青团',取出的这个'青团'是肉松馅,"

事件 B_1 为"从甲箱中任取 2 个'青团'都是蛋黄馅",

事件 B_2 为"从甲箱中任取 2 个'青团'为 1 个蛋黄馅,1 个肉松馅",

事件 B_3 为"从甲箱中任取 2 个'青团'都是肉松馅",

则事件 B_1,B_2,B_3 彼此互斥,$P(B_1)=\frac{C_4^2}{C_7^2}=\frac{2}{7}$,$P(A|B_1)=\frac{2}{7}$,$P(B_2)=\frac{C_4^1\cdot C_3^1}{C_7^2}=\frac{4}{7}$,$P(A|B_2)=\frac{3}{7}$,$P(B_3)=\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{1}{7}$,$P(A|B_3)=\frac{4}{7}$,所以 $P(B)=P(B_1)\times P(A|B_1)+P(B_2)\times P(A|B_2)+P(B_3)\times P(A|B_3)=\frac{2}{7}\times\frac{2}{7}+\frac{4}{7}\times\frac{3}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{20}{49}$.

故取出的这个"青团"是肉松馅的概率为 $\frac{20}{49}$.

20.**解**:上述解法没有考虑到已经抽出并展示抽出的这张的一面为红色或黑色,即题目属于条件概率,我们以抽出的这张展示的一面是红色为例,正确的解法是:设"抽出的这张展示的一面是红色"为事件 A,"抽出的卡片两面全是红色"为事件 B,"如果展示的一面是红色,且这张卡片是两面全是红色的那张"为事件 AB,因为 $P(A)=\frac{1}{2}$,$P(AB)=\frac{1}{3}$,由条件概率可得,$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{2}{3}$.

21.**解**:记事件 A 为"该考生报考甲大学",事件 B 为"该考生报考乙大学",事件 D 为"考生通过测试",

则 $P(A)=0.6$,$P(B)=0.4$,$P(D|A)=0.2$,$P(D|B)=0.7$.

(1)该考生通过测试的概率为 $P(D)=P(DA)+P(DB)=P(D|A)P(A)+P(D|B)P(B)=0.6\times0.2+0.4\times0.7=0.4$.

(2)该考生通过了测试,则他报考的是甲大学的概率为 $P(A|D)=\frac{P(AD)}{P(D)}=\frac{0.6\times0.2}{0.4}=0.3$.

22.**解**:设事件 A 为"枪已校正",事件 B 为"射击中靶",

则 $P(A)=\frac{3}{5}$,$P(\bar{A})=\frac{2}{5}$,$P(B|A)=0.9$,$P(\bar{B}|A)=0.1$,$P(B|\bar{A})=0.4$,$P(\bar{B}|\bar{A})=0.6$.

(1)由全概率公式,可得该射手任取一支枪射击,中靶的概率为

$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})=\frac{3}{5}\times0.9+\frac{2}{5}\times0.4=0.7$.

(2)由题意可得,射手任取一支枪射击,结果未中靶,则该枪未校正的概率为

$$P(\bar{A}|\bar{B})=\frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})+P(A)P(\bar{B}|A)}=\frac{\frac{2}{5}\times0.6}{\frac{2}{5}\times0.6+\frac{3}{5}\times0.1}=0.8.$$

⑤

第 18 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示:对于 A,所取球的个数为 2 个,是定值,故不是随机变量,故 A 错误;对于 B,从中任取 2 个其中含红球的个数是随机变量,故 B 正确;对于 C,所取白球与红球的总数为 2 个,是定值,故不是随机变量,故 C 错误;对于 D,袋中球的总数为 7 个,是定值,故不是随机变量,故 D 错误.故选 B.

2.C

提示:由分布列的性质可得 $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+m=1$,解得 $m=\frac{1}{3}$.故选 C.

3.C

提示:由题意得 $0.5+0.1+b=1$,解得 $b=0.4$,所以 $E\xi=4\times0.5+a\times0.1+9\times0.4=6.3$,解得 $a=7$.

故选 C.

4.A

提示:由题意知,$P(1<X\leqslant5)=P(X=2)+P(X=4)+P(X=5)=\frac{2+4+5}{24}=\frac{11}{24}$.故选 A.

5.C

提示:由题意得,$\begin{cases}a+b+0.2=1,\\EX=a+2b+3\times0.1=1.6,\\0\leqslant a\leqslant1,\\0\leqslant b\leqslant1,\end{cases}$解得 $a=0.3$,$b=0.5$,所以 $a-b=-0.2$.故选 C.

6.D

提示:由表中数据可得,

$EX=0\times\frac{1}{3}+a\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{3}=\frac{a+1}{3}$,

当 a 在(0,1)内增大时,EX 增大,故 A,B 错误;

$DX=\left(\frac{a+1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(a-\frac{a+1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(1-\frac{a+1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}\cdot\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{6}$,

当 a 在(0,1)内增大时,DX 先减小后增大.

故选 D.

7.A

提示:由题意,得 $P(X=0)=\frac{7}{10}$,$P(X=1)=\frac{3}{10}$,

故 X 的分布列为

X	0	1
P	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$

所以 $EX=\frac{3}{10}$,所以 $DX=\frac{7}{10}\times\left(0-\frac{3}{10}\right)^2+\frac{3}{10}\times\left(1-\frac{3}{10}\right)^2=\frac{21}{100}$.故选 A.

8.A

提示:由题意知,X 的所有可能取值为 1,2,3,则 $P(X=1)=\frac{4}{4^3}=\frac{1}{16}$,$P(X=2)=\frac{C_4^2C_3^2A_2^2}{4^3}=\frac{9}{16}$,$P(X=3)=\frac{A_4^3}{4^3}=\frac{6}{16}$,

则随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{6}{16}$

所以 $EX=1\times\frac{1}{16}+2\times\frac{9}{16}+3\times\frac{6}{16}=\frac{37}{16}$.故选 A.

二、多项选择题

9.BC

提示:根据离散型随机变量的定义,即可以按照一定次序一一列出,可能取值为有限个或无限个,选项 B,C 中的变量为连续型随机变量,而选项 A,D 中的变量都是离散型随机变量,故选 BC.

10.AC

提示:由题意可知,$a+\frac{1}{4}+b+\frac{1}{4}=1$,所以 $a+b=\frac{1}{2}$,

对于 A,$P(X\leqslant3)=1-P(X=4)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$,故 A 正确;

对于 B,$EX=a+\frac{1}{2}+3b+1$,因为 $a+b=\frac{1}{2}$,所以 $a=\frac{1}{2}-b$,所以 $EX=\frac{1}{2}-b+\frac{1}{2}+3b+1=2+2b$,

因为 $\begin{cases}0<a<1,\\0<b<1,\\a+b=\frac{1}{2},\end{cases}$ 所以 $0<b<\frac{1}{2}$,

所以 $EX=2+2b\in(2,3)$,故 B 错误;

对于 C,$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(2a+2b)=2+\frac{2b}{a}+\frac{2a}{b}+2\geqslant4+2\sqrt{\frac{2b}{a}\times\frac{2a}{b}}=8$(当且仅当 $a=b=\frac{1}{4}$ 时,等号成立),故 C 正确;

对于 D,令 $a=\frac{1}{3}$,$b=\frac{1}{6}$,则 $2^a+4^b=2\cdot2^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{4}{3}}<2\sqrt{2}$,故 D 错误.故选 AC.

11.AC

提示:随机变量 X 可取 0,1,2,3,

$P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$,$P(X=2)=\frac{C_3^2C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{7}{40}$,$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$,

则 $P(X\geqslant1)=1-P(X=0)=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$,$EX=0\times\frac{7}{24}+1\times\frac{21}{40}+2\times\frac{7}{40}+3\times\frac{1}{120}=\frac{9}{10}$,

故 A 正确,B 错误,C 正确.因为事件 A 为"取出的 3 件产品中一等品件数等于一等品件数",为必然事件,事件 B 为"取出的 3 件产品中一等品件数等于三等品件数",包含于事件 A,所以事件 A 和事件 B 不是相互独立事件,故 D 错误.故选 AC.

12.AB

提示:由题意,随机变量 X 的所有的可能取值为 1,2,3,

可得 $P(X=1)=p$,$P(X=2)=(1-p)p$,$P(X=3)=(1-p)^2$,则 $EX=p+2(1-p)p+3(1-p)^2=p^2-3p+3$,

因为 $EX>1.75$,即 $p^2-3p+3>1.75$,解得 $p>\frac{5}{2}$ 或 $p<\frac{1}{2}$,又 $0<p\leqslant1$,所以 $0<p<\frac{1}{2}$,即 $p\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

结合选项,可得选项 A,B 符合题意.故选 AB.

三、填空题

13.2

提示:因为随机变量 X 的分布列为 $P(X=k)=0.2$,$k=1,2,3,4,5$,

所以 $EX=1\times0.2+2\times0.2+3\times0.2+4\times0.2+5\times0.2=3$,

$DX=(1-3)^2\times0.2+(2-3)^2\times0.2+(3-3)^2\times0.2+(4-3)^2\times0.2+(5-3)^2\times0.2=2$.

14.390

提示:$EX=0\times0.15+1\times0.1+2\times0.25+3\times0.2+4\times0.15+5\times0.1+6\times0.05=2.6$,

所以在一次比赛中,该队射击环节的加罚距离平均为 2.6×150=390(米).

15.$\frac{19}{20}$

提示:易判断 $f_2(x)=x^2$,$f_5(x)=\cos x$,$f_6(x)=2$ 为偶函数,所以写有偶函数的卡片有 3 张,ξ 的取值范围是{1,2,3,4}.所以 $P(\xi\leqslant3)=1-P(\xi=4)=1-\frac{C_3^1C_2^1C_1^1C_3^1}{C_6^1C_5^1C_4^1C_3^1}=\frac{19}{20}$.

16.9.8

提示:由题意可知 Y 的所有可能取值为0,2,6,10,

$P(Y=0)=P(X<300)=0.3$,$P(Y=2)=P(300\leqslant X<700)=P(X<700)-P(X<300)=0.7-0.3=0.4$,$P(Y=6)=P(700\leqslant X<900)=P(X<900)-P(X<700)=0.9-0.7=0.2$,

$P(Y=10)=P(X\geqslant900)=1-P(X<900)=1-0.9=0.1$,

所以随机变量 Y 的分布列如下表所示:

Y	0	2	6	10
P	0.3	0.4	0.2	0.1

所以 $EY=0\times0.3+2\times0.4+6\times0.2+10\times0.1=3$,

$DY=(0-3)^2\times0.3+(2-3)^2\times0.4+(6-3)^2\times0.2+(10-3)^2\times0.1=9.8$.所以工期延误天数 Y 的方差为 9.8.

四、解答题

17.**解**:(1)

ξ	0	1	2	3
结果	取得 3 个黑球	取得 1 个白球,2 个黑球	取得 2 个白球,1 个黑球	取得 3 个白球

(2)由题意可得 $\eta=5\xi+6$,而 ξ 可能的取值为0,1,2,3,

所以 η 对应的各值是 5×0+6,5×1+6,5×2+6,5×3+6.

故 η 的可能取值为 6,11,16,21,显然 η 为离散型随机变量.

18.**解**:(1)由 $x^2-x-6\leqslant0$,得 $-2\leqslant x\leqslant3$,即 $S=\{x|-2\leqslant x\leqslant3\}$.因为 $m,n\in\mathbf{Z}$,$m,n\in S$ 且 $m+n=0$,

所以事件 A 包含的样本点为 (-2,2),(2,-2),(-1,1),(1,-1),(0,0).

(2)由于 m 的所有不同取值为-2,-1,0,1,2,3,所以 $\xi=m^2$ 的所有不同取值为 0,1,4,9,且有 $P(\xi=0)=\frac{1}{6}$,$P(\xi=1)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,$P(\xi=4)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,$P(\xi=9)=\frac{1}{6}$,

故 ξ 的分布列为

ξ	0	1	4	9
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

$E\xi=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{3}+9\times\frac{1}{6}=\frac{19}{6}$.

19.**解**:(1)某数学兴趣小组有 5 名同学,其中 3 名男生,2 名女生,

从中选 2 人去参加一项活动,有 $C_5^2=10$(种)选法,

设"选出的 2 人中,恰有 1 名男生,1 名女生"为事件 A,则 $P(A)=\frac{C_3^1C_2^1}{10}=\frac{3}{5}$.

(2)根据题意,X 可能的取值为 0,1,2,

$P(X=0)=\frac{C_2^2}{10}=\frac{1}{10}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_2^1}{10}=\frac{3}{5}$,$P(X=2)=\frac{C_3^2}{10}=\frac{3}{10}$.

故 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

20.**解**:(1)由$(0.004+0.012+0.024+0.040+0.012+m)\times10=1$,解得 $m=0.008$,

所以 $\bar{x}=95\times0.004\times10+105\times0.012\times10+115\times0.024\times10+125\times0.040\times10+135\times0.012\times10+145\times0.008\times10=121.8$,所以这 50 名学生数学成绩的平均数的估计值为 121.8.

(2)成绩在[130,140)的学生人数为 0.012×10×50=6,成绩在[140,150]的学生人数为 0.008×10×50=4,

由题意知,ξ 可能的取值为 0,1,2,3,

$P(\xi=0)=\frac{C_4^0C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$,$P(\xi=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$,$P(\xi=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$,$P(\xi=3)=\frac{C_4^3C_6^0}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$,

所以 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

所以数学期望 $E\xi=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=\frac{6}{5}$.

21.**解**:(1)由题意知,每一个参与抽奖的顾客中奖的概率为 $P=1-\frac{C_5^3}{C_8^3}=1-\frac{10}{56}=\frac{23}{28}$.

(2)X 的可能取值为 0,1,2,

$P(X=0)=\frac{C_5^3}{C_8^3}+\frac{C_3^1C_5^2}{C_8^3}=\frac{40}{56}=\frac{5}{7}$,$P(X=1)=\frac{C_3^2C_5^1}{C_8^3}=\frac{15}{56}$,$P(X=2)=\frac{C_3^3}{C_8^3}=\frac{1}{56}$,

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{7}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$

所以 $EX=0\times\frac{5}{7}+1\times\frac{15}{56}+2\times\frac{1}{56}=\frac{17}{56}$,

故该商场第二天应投入的冰墩墩总数约为 $1680\times\frac{1}{3}\times\frac{17}{56}=170$.

22.**解**:(1)设盒子中有红色小球 n($n\in\mathbf{N}_+$,且 $1\leqslant n\leqslant8$)个,则有白色小球$(8-n)$个,

由从盒子中任取 2 个球,取到 1 个红球和 1 个白球的概率为 $\frac{4}{7}$,得 $\frac{C_n^1C_{8-n}^1}{C_8^2}=\frac{4}{7}$,解得 $n=4$,

故盒子中有红色小球 4 个,白色小球 4 个.

(2)随机变量 X 的可能取值为 1,2,3,4,5,

有 $P(X=1)=\frac{A_4^1}{A_8^1}=\frac{1}{2}$,$P(X=2)=\frac{A_4^1A_4^1}{A_8^2}=\frac{2}{7}$,$P(X=3)=\frac{A_4^2A_4^1}{A_8^3}=\frac{1}{7}$,$P(X=4)=\frac{A_4^3A_4^1}{A_8^4}=\frac{2}{35}$,$P(X=5)=\frac{A_4^4A_4^1}{A_8^5}=\frac{1}{70}$,

故随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{70}$

$EX=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{2}{7}+3\times\frac{1}{7}+4\times\frac{2}{35}+5\times\frac{1}{70}=\frac{9}{5}$.

(3)小明获胜的概率为 $P(X=1)+P(X=3)+P(X=5)=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{70}=\frac{23}{35}$,

小兰获胜的概率为 $1-\frac{23}{35}=\frac{12}{35}$,由 $\frac{23}{35}>\frac{12}{35}$,所以小明更容易获胜,这个游戏规则不公平.

第 19 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示:随机变量 $X\sim B(n,p)$,且 $EX=4$,$DX=2$,

则 $\begin{cases}np=4,\\np(1-p)=2,\end{cases}$ 解得 $n=8$,$p=\frac{1}{2}$,

故 $P(X=1)=C_8^1\cdot\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)^7=\frac{1}{2^5}$.故选 C.

2.C

提示:由正态分布性质可得 $P(2<X<8)=1-2P(X\leqslant2)=1-2\times0.2=0.6$.故选 C.

3.B

提示:因为将一枚硬币连续抛掷 6 次,出现 k 次正面的概率与出现 $k+2$ 次正面的概率相等,

所以 $C_6^k\left(1-\frac{1}{2}\right)^{6-k}\times\left(\frac{1}{2}\right)^k=C_6^{k+2}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-k}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{k+2}$,

整理得 $C_6^k=C_6^{k+2}$,解得 $k=2$.故选 B.

4.A

提示:由题意知,$(1-p)^4=\frac{81}{256}$,解得 $p=\frac{1}{4}$,所以该地在该季节接下来的连续三天中,恰有一天出现雾凇的概率为 $P=C_3^1\times\frac{1}{4}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{64}$.故选 A.

5.C

提示:记同时取出的2个球中红球的个数为X,则X服从参数为$N=5$,$M=3$,$n=2$的超几何分布,所以 $EX=\frac{2\times3}{5}=\frac{6}{5}$.故选C.

6.C

提示:因为每人的核酸检测结果呈阳性的概率为 p,则每人的核酸检测结果不是阳性的概率为 $1-p$,所以这 10 人核酸检测结果都不是阳性的概率为$(1-p)^{10}$,

于是 10 人一组的混合核酸检测结果呈阳性的概率为 $1-(1-p)^{10}$.故选 C.

7.B

提示:用 X 表示这 3 个村庄中深度贫困村数,则 X 服从参数为 $N=7$,$M=3$,$n=3$ 的超几何分布,

所以 $P(X=k)=\frac{C_3^kC_4^{3-k}}{C_7^3}$,计算 $P(X=0)=\frac{C_4^3C_3^0}{C_7^3}=\frac{4}{35}$,

$P(X=1)=\frac{C_4^2C_3^1}{C_7^3}=\frac{18}{35}$,$P(X=2)=\frac{C_4^1C_3^2}{C_7^3}=\frac{12}{35}$,$P(X=3)=\frac{C_4^0C_3^3}{C_7^3}=\frac{1}{35}$,所以 $P(X=1)+P(X=2)=\frac{6}{7}$,

即有 1 个或 2 个深度贫困村的概率为 $\frac{6}{7}$.故选 B.

8.C

提示:由题意知,$H\sim N(176,5^2)$,$\mu=176$,$\sigma=5$,

该校超高的男生概率为 $P(H\geqslant191)=P(H\geqslant176+3\times5)=\frac{1}{2}\times[1-P(\mu-3\sigma\leqslant H\leqslant\mu+3\sigma)]\approx0.0013$,

则该校超高的男生约有 2400×0.0013≈3(名).

故选 C.

二、多项选择题

9.ABD

提示:依据超几何分布模型定义可知,试验必须是不放回地抽取n次,A、B、D中随机变量X服从超几何分布.而C中显然不能看作一个不放回抽样问题,故随机变量X不服从超几何分布.故选ABD.

10.AB

提示:由正态分布曲线关于$x=\mu$对称,

得$\mu_1<\mu_2=\mu_3$.

由σ越小,曲线越"瘦高",得$\sigma_1=\sigma_2<\sigma_3$.故选AB.

11.BC

提示:由题意知,X的取值范围为{0,1,2},故A错误;了解冰壶的人数在30以上的学校有4所,则$P(X=0)=\frac{C_4^0\cdot C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$,$P(X=1)=\frac{C_4^1\cdot C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$,$P(X=2)=\frac{C_4^2\cdot C_6^0}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$,

所以$EX=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{15}=\frac{4}{5}$,所以B,C正确,D错误.故选BC.

12.ACD

提示:四位同学每人随机选择一个餐厅就餐的方法共有6^4种.

对于A,四人去了四个不同餐厅就餐的概率为$\frac{A_6^4}{6^4}=\frac{5}{18}$,所以A正确;

对于B,四人去了同一餐厅就餐的概率为$\frac{6}{6^4}=\frac{1}{216}$,所以B错误;

对于C,四人中恰有两人去了第一餐厅就餐的概率为$\frac{C_4^2\times5^2}{6^4}=\frac{25}{216}$,所以C正确;

对于D,每位同学选择去第一餐厅就餐的概率均为$\frac{1}{6}$,所以去第一餐厅就餐的人数$X\sim B\left(4,\frac{1}{6}\right)$,

所以$EX=4\times\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$,所以D正确.故选ACD.

三、填空题

13.$\frac{7}{15}$

提示:由题意知,随机变量 X 服从参数为 $N=10$,$M=2$,$n=3$ 的超几何分布,

则 $P(X=1)=\frac{C_2^1\cdot C_8^2}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}$.

14.2.1

提示:由题意知,$X\sim B(10,0.7)$,则$DX=10\times0.7\times(1-0.7)=2.1$.

15.$\frac{582}{3125}$

提示:比赛结束时恰好打了 6 局,甲获胜的概率为 $P_1=C_5^4\times\left(\frac{3}{5}\right)^4\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{486}{3125}$,

恰好打了 6 局,乙获胜的概率为 $P_2=C_5^1\times\frac{3}{5}\times\left(\frac{2}{5}\right)^4\times\frac{2}{5}=\frac{96}{3125}$,

所以比赛结束时恰好打了 6 局的概率为 $P=P_1+P_2=\frac{582}{3125}$.

16.26

提示:由题意,$X\sim N(8,1)$,则$\mu=8$,$\sigma=1$,所以$P(5\leqslant X\leqslant6)=P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu-2\sigma)=\frac{1}{2}[P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)-P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)]\approx\frac{1}{2}\times(0.9974-0.9544)=0.0215$,

1200×0.0215=25.8≈26,

则每天的睡眠时间为5~6小时的学生人数约为26.

四、解答题

17.**解**:(1)根据题意,用 A_1,A_2 分别表示甲在两轮比赛中答对 1 道题和 2 道题,用 B_1,B_2 分别表示乙在两轮比赛中答对 1 道题和 2 道题,

则 $P(A_1)=C_2^1\cdot\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{8}$,$P(A_2)=C_2^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$,

$P(B_1)=C_2^1\cdot\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}$,$P(B_2)=C_2^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$.

(2)根据题意,该队伍在两轮比赛中答对 3 道题,即"甲答对 2 道,乙答对 1 道"或"甲答对 1 道,乙答对 2 道",则 $P(A_2B_1)=P(A_2)P(B_1)=\frac{9}{16}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{4}$.

$P(A_1B_2)=P(A_1)P(B_2)=\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{6}$,

故该队伍在两轮比赛中答对 3 道题的概率 $P=P(A_2B_1)+P(A_1B_2)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$.

18.**解**:(1)由题意得$\mu=\frac{1}{8}\times(7+8+10+15+17+19+21+23)=15$,$\sigma^2=\frac{1}{8}\times[(-8)^2+(-7)^2+(-5)^2+0^2+2^2+4^2+6^2+8^2]=32.25$,所以$\sigma\approx5.68$.

所以估计甲每场比赛中得分的均值μ为15,标准差σ为5.68.

(2)设甲每场比赛中的得分为随机变量X,由(1)得甲在每场比赛中得分不低于26分的概率$P(X\geqslant26)\approx\frac{1}{2}[1-P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)]\approx\frac{1}{2}(1-0.954)=0.023$,

设在82场比赛中,甲得分不低于26分的场数为Y,则$Y\sim B(82,0.023)$,Y的均值$EY=82\times0.023\approx2$.

由此估计甲在82场比赛中得分在不低于26分的平均场数为2.

19.**解**:(1)由题意知,比赛三局且甲获胜的概率为 $P_1=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$,

比赛四局且甲获胜的概率为 $P_2=C_3^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$,

比赛五局且甲获胜的概率为 $P_3=C_4^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$,

所以甲获胜的概率为 $P=P_1+P_2+P_3=\frac{8}{27}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81}=\frac{64}{81}$.

(2)由题意知,随机变量 X 的可能取值为 3,4,5,则

$P(X=3)=\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{3}$,

$P(X=4)=C_3^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+C_3^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{27}+\frac{2}{27}=\frac{10}{27}$,

$P(X=5)=C_4^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$,

所以随机变量 X 的分布列为

X	3	4	5
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{8}{27}$

则随机变量 X 的数学期望为 $EX=3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{10}{27}+5\times\frac{8}{27}=\frac{107}{27}$.

20.**解**:(1)由频率分布直方图的性质可得,$(0.01+0.02+0.03\times3+a+0.08)\times4=1$,解得 $a=0.05$.

(2)$\mu\approx(10\times0.02+14\times0.03+18\times0.03+22\times0.08+26\times0.05+30\times0.03+34\times0.01)\times4=21.84$,

$P(12.36\leqslant X\leqslant25)=P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)\approx\frac{0.9974+0.6826}{2}=0.84$,

所以估计 1 万个用户中,月使用次数 X 位于区间[12.36,25]内的人数为 8400.

(3)由题意知,$Y\sim B(10,0.2)$,$P(Y=k)=C_{10}^k\cdot0.2^k\times0.8^{10-k}$,其中 $k=0,1,2,\cdots,10$,且 $\frac{P(Y=k)}{P(Y=k-1)}=\frac{11-k}{4k}$,$\frac{P(Y=k)}{P(Y=k+1)}=\frac{4k+4}{10-k}$,

当 $P(Y=k)>P(Y=k-1)$时,$11-k>4k$,则 $k<2.2$;

当 $P(Y=k)>P(Y=k+1)$时,$4k+4>10-k$,则 $k>1.2$.

所以当 $k=2$ 时,$P(Y=k)$最大.

21.**解**:(1)记"小明至少正确完成其中 3 道题"为事件 A,则 $P(A)=C_4^3\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3\times\frac{1}{4}+C_4^4\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{189}{256}$.

(2)由题意知,X 的可能取值为 2,3,4.

$P(X=2)=\frac{C_2^2C_6^2}{C_8^4}=\frac{3}{14}$,$P(X=3)=\frac{C_2^1C_6^3}{C_8^4}=\frac{4}{7}$,$P(X=4)=\frac{C_2^0C_6^4}{C_8^4}=\frac{3}{14}$,

则 X 的分布列为

X	2	3	4
P	$\frac{3}{14}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{14}$

数学期望 $EX=2\times\frac{3}{14}+3\times\frac{4}{7}+4\times\frac{3}{14}=3$.

(3)由(1)知,小明进入决赛的概率为 $P(A)=\frac{189}{256}$.

记"小宇至少正确完成其中 3 道题"为事件 B,则 $P(B)=\frac{4}{7}+\frac{3}{14}=\frac{11}{14}$.

因为 $P(B)>P(A)$,故小宇进决赛的可能性更大,所以应选择小宇去参加市级比赛.

22.**解**:(1)设从500个水果中随机抽取一个,抽到二等级别水果的事件为A,则$P(A)=\frac{250}{500}=\frac{1}{2}$.

随机抽取6个,设抽到二等级别水果的个数为X,则$X\sim B\left(6,\frac{1}{2}\right)$,

所以恰好抽到3个二等级别水果的概率为

$P(X=3)=C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$.

(2)用分层随机抽样的方法从500个水果中抽取10个,则其中优级水果有$10\times\frac{150}{500}=3$个,非优级水果有$10-3=7$个.

现从这10个水果中抽取3个,则优级水果的数量Y服从超几何分布,所有可能的取值为0,1,2,3.

则$P(Y=0)=\frac{C_3^0C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$,$P(Y=1)=\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$,$P(Y=2)=\frac{C_3^2C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{7}{40}$,$P(Y=3)=\frac{C_3^3C_7^0}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$.

所以Y的分布列如下:

Y	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

所以$EY=3\times\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$.