第 16 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.B

提示: 将爸妈安排在两边,有 A_2^2 种排法;将三个小孩放在中间,有 A_3^3 种排法.则所有不同的排法种数为 $A_2^2A_3^3=2\times6=12$.故选 B.

2.B

提示: 依题意,将 4 名志愿者分配到 3 个不同的奥运场馆工作,要求每个奥运场馆至少安排 1 名志愿者,每名志愿者只去一个奥运场馆,则不同的安排方法有 $C_4^2A_3^3=36$ 种.故选 B.

3.C

提示: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{12}$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_{12}^rx^{12-2r}$,令 $12-2r=2$ 或 $12-2r=4$,

则 $r=5$ 或 $r=4$,故所求常数项为 $C_{12}^4+C_{12}^5=C_{13}^5$,故选 C.

4.D

提示: 先布置中心区域 A 共有 5 种方法,从 B 开始沿逆时针方向进行布置四周的区域,则 B 有 4 种布置方法,C 有 3 种布置方法,如果 D 与 B 选用同一种菊花,则 E 有 3 种布置方法;

如果 D 与 B 选用不同种类菊花,则 D 有 2 种布置方法,E 有 2 种布置方法.则全部的布置方法有 $5\times4\times3\times(1\times3+2\times2)=420$(种),故选 D.

5.B

提示: 展开式中含 x^2 项的系数为 $C_2^2+C_3^2+\cdots+C_8^2=C_3^3+C_3^2+\cdots+C_8^2=C_4^3+\cdots+C_8^2=C_9^3=84$,故选 B.

6.C

提示: 第一步,首选科目可从物理、历史两门科目中选择,共有 2 种选法;

第二步,先确定再选科目中甲、乙所选科目相同的一门,有 4 种选法,再确定不相同的科目,有 3×2 种,共有 $4\times3\times2=24$ 种.

由分步乘法计数原理知,共有 $2\times24=48$ 种不同的选法.故选 C.

7.B

提示: 若甲不参与任务,则需要先从剩下的 5 位小朋友中任意选出 1 位陪同,有 C_5^1 种选择,再从剩下的 4 位小朋友中选出 2 位搜寻远处,有 C_4^2 种选择,最后剩下的 2 位小朋友搜寻近处,因此搜寻方案共有 $C_5^1C_4^2=30$(种);

若甲参与任务,则其只能去近处,需要从剩下的 5 位小朋友中选出 2 位与甲搜寻近处,有 C_5^2 种选择,剩下的 3 位小朋友去搜寻远处,因此搜寻方案共有 $C_5^2=10$(种).

综上,搜寻方案共有 $30+10=40$(种).故选 B.

8.C

提示: 这 8 张连号的门票不妨设为 1,2,3,4,5,6,7,8.

先考虑 3 张连号的门票的选法共有 6 种情况:(1,2,3),(2,3,4),(3,4,5),(4,5,6),(5,6,7),(6,7,8).

再考虑 2 张连号的门票的选法:对于(1,2,3),(2,3,4),(3,4,5),分别有 4,3,3 种选法;利用对称性可得,对于(4,5,6),(5,6,7),(6,7,8)分别有 3,3,4 种选法.

最后考虑剩余的 3 张随机分到剩余的 3 个家庭的选法共有 A_3^3 种.

综上,这 8 张门票不同的分配方法的种数为 $(4+3+3)\times2\times A_3^3=120$ 种.故选 C.

二、多项选择题

9.AC

提示: 因为 $C_{11}^{2x-1}=C_{10}^{x-1}+C_{10}^x=C_{11}^x$,所以 $2x-1=x$ 或 $2x-1+x=11$,解得 $x=1$ 或 $x=4$.

故选 AC.

10.BC

提示: 展开式的第 3 项为 $T_3=C_n^2x^{n-2}\left(\frac{1}{x}\right)^2$,第 8 项为 $T_8=C_n^7x^{n-7}\left(\frac{1}{x}\right)^7$,则 $C_n^2=C_n^7$,则 $n=9$,所以展开式中二项式系数最大的项为第 5 项与第 6 项.故选 BC.

11.BCD

提示: 对于 A,因为每次发射运送 1 颗或 2 颗,分 6 次发射,则有 1 次只发射运送 1 颗,所以不同的方法种数为 6,故 A 错误;

对于 B,因为每次发射运送 1 颗或 2 颗,若分 7 次发射,则有 3 次只发射运送 1 颗,所以不同的方法种数为 $C_7^3=35$,故 B 正确;

对于 C,因为每次发射运送 1 颗或 2 颗,若前 2 次每次只发射 1 颗,共发射 8 次,则后 6 次共发射 9 颗卫星,且后 6 次中有 3 次只发射 1 颗,所以不同的方法种数为 $C_6^3=20$,故 C 正确;

对于 D,因为每次发射运送 1 颗或 2 颗,若前 5 次共发射 8 颗,则前 5 次中有 2 次只发射 1 颗,所以有 $C_5^2=10$ 种不同的方法,还有 3 颗卫星,可以分 2 次或 3 次发射有 3 种不同的方法,所以共有 $10\times3=30$ 种不同的方法,故 D 正确.故选 BCD.

12.AB

提示: 对于 A,取 4 个元素组成无重复数字的四位数,若取 0,有 $C_5^3C_3^1A_3^3=180$(个),若不取 0,有 $C_5^4A_4^4=120$(个),共有 $180+120=300$(个),故 A 正确;

对于 B,M 中有 3 个偶数,若末位为 0,有 $A_5^2=20$(个),若末位为 2 或 4,有 $C_2^1C_4^1C_4^1=32$ 个,共有 $20+32=52$(个),故 B 正确;

对于 C,集合 M 中任取 3 个元素能够组成 $A_6^3=120$(个)3 位密码,故 C 错误;

对于 D,三个数和为 3 的有(0,1,2)有 1 种,

3 个数的和为 6 的有 (0,1,5),(1,2,3),(0,2,4) 有 3 种,

3 个数的和为 9 的有 (0,4,5),(1,3,5),(2,3,4) 有 3 种,

3 个数的和为 12 的有(3,4,5)有 1 种,故共有 $1+3+3+1=8$ 种,故 D 错误.故选 AB.

三、填空题

13.80

提示: 二项式 $(2x+y)^5$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r\cdot2^{5-r}\cdot x^{5-r}\cdot y^r$,

令 $r=2$,则含 x^3y^2 项的系数为 $C_5^2\times2^3=80$.

14.20

提示: 先将亮的 7 盏路灯排成一排,两端不能熄灭,则有 6 个符合条件的空位,

在 6 个空位中,任取 3 个插入熄灭的 3 盏灯,有 $C_6^3=20$ 种.

15.0;-13

提示: 因为 $(1-x)^5(1-2x)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_9x^9$,

所以令 $x=1$,则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_9=(1-1)^5(1-2\times1)^4=0$.

因为 $(1-x)^5$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(-x)^r$,$(1-2x)^4$ 展开式的通项为 $T_{k+1}=C_4^k(-2x)^k$,

所以 $a_1=C_5^1(-1)^1\times C_4^0+C_5^0\times C_4^1(-2)^1=-13$.

16.37

提示: 按所选的 6 人中所含既会划左桨又会划右桨的人数分类,①6 人中有 0 人既会划左桨又会划右桨,则只有 $C_3^3\cdot C_3^3=1$ 种方法;②6 人中有 1 人既会划左桨又会划右桨,则有 $C_2^1\cdot2C_3^2\cdot C_3^3=12$ 种方法;③6 人中有 2 人既会划左桨又会划右桨,则有 $2C_3^1\cdot C_3^3+A_2^2\cdot C_3^2\cdot C_3^2=24$ 种方法.故共有 $1+12+24=37$ 种方法.

四、解答题

17.**解:**(1)根据题意,从 O 型血的人中选 1 人有 1 种不同的选法,从 A 型血的人中选 1 人有 16 种不同的选法,从 B 型血的人中选 1 人有 15 种不同的选法,从 AB 型血的人中选 1 人有 12 种不同的选法.

若任选 1 人去献血,则有 $1+16+15+12=44$ 种不同的选法.

(2)根据题意,从 O 型血的人中选 1 人有 1 种不同的选法,从 A 型血的人中选 1 人有 16 种不同的选法,从 B 型血的人中选 1 人有 15 种不同的选法,从 AB 型血的人中选 1 人有 12 种不同的选法.

要从四种血型的人中各选 1 人,有 $1\times16\times15\times12=2880$(种)不同的选法.

18.**解:** 选条件①,因为第 4 项与第 8 项的二项式系数相等,所以 $C_n^3=C_n^7$,故 $n=10$.

选条件②,由只有第 6 项的二项式系数最大,得 $n=10$.

选条件③,所有项的二项式系数的和为 1024,即 $2^n=1024$,解得 $n=10$.

(1)二项式 $\left(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{2\sqrt[3]{x}}\right)^{10}$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_{10}^r\cdot(\sqrt[3]{x})^{10-r}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^r\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^r=C_{10}^r\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^r\cdot x^{\frac{10-2r}{3}}$.

当 $\frac{10-2r}{3}=2$ 时,解得 $r=2$,故展开式中 x^2 的系数为 $C_{10}^2\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{45}{4}$.

(2)根据二项展开式,要使 x 为整数次幂,则 $\frac{10-2r}{3}\in Z$,且 $0\leqslant r\leqslant10$,$r\in Z$,得 $r=2$,$r=5$,$r=8$ 时,满足题意,所以含 x 的整数次幂的项分别是第 3 项,第 6 项,第 9 项.

19.**解:**(1)$A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$,从 $A\cup B$ 中取出 2 个不同的元素组成两位数,

分两步:第一步,确定十位,有 4 种不同的取法;第二步,确定个位,有 4 种不同的取法.

所以可以组成 $4\times4=16$ 个不同的两位数.

(2)分两类:第一类,选 0,先排 0,有 C_4^1 种排法,再排 3 个 8,有 C_4^3 种排法,最后从集合 B 中选除 0 以外的 3 个中的 1 个有 C_3^1 种排法,所以这样的五位数的个数为 $C_4^1C_4^3C_3^1=48$;

第二类,不选 0,先从 B 中选 2 个元素,有 C_3^2 种选法,再排 3 个 8 有 C_5^3 种排法,最后 B 中两元素有 C_2^1 种排法,所以这样的五位数的个数为 $C_3^2C_5^3C_2^1=60$.

所以共有 $48+60=108$ 个不同的五位数.

20.**解:**(1)因为 $f(x)=(2x+3)^n$ 展开式的二项式系数和为 512,则 $2^n=512$,解得 $n=9$,

因为 $(2x+3)^9=[1+2(x+1)]^9$,所以 $a_2=C_9^7\cdot2^2=144$.

(2)令 $x=-1$,得 $a_0=1$.令 $x=0$,又 $n=9$,得 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_9=3^9$,所以 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9=3^9-1=19\ 682$.

(3)因为 $f(20)-20=43^9-20=(42+1)^9-20=C_9^0 42^9+C_9^1 42^8+\cdots+C_9^8 42+1-20=C_9^0 42^9+C_9^1 42^8+\cdots+C_9^7 42^2+8\times42+23$,

又 $C_9^0 42^9+C_9^1 42^8+\cdots+C_9^7 42^2+8\times42$ 能被 6 整除,23 被 6 除后余数为 5,所以 $f(20)-20$ 被 6 除所得的余数为 5.

21.**解:**(1)选出的 4 人中有 1 位外科专家,1 位心理治疗专家,则选法有 $C_5^1C_2^1C_3^2=30$ 种.

(2)选出的 4 人中至少含有 2 位外科专家,且外科专家 B_1 和护理专家 A_1 不能同时被选,可以分两种情况讨论:

①选择 B_1,当有 2 位外科专家时,共有 $C_4^1C_4^2=24$ 种情况;当有 3 位外科专家时,共有 $C_4^2C_4^1=24$ 种情况;当有 4 位外科专家时,共有 $C_4^3=4$ 种情况;

②不选择 B_1,当有 2 位外科专家时,共有 $C_4^2C_5^2=60$ 种情况;当有 3 位外科专家时,共有 $C_4^3C_5^1=20$ 种情况;当有 4 位外科专家时,共有 $C_4^4=1$ 种情况.

综上,满足题意的情况共有 $24+24+4+60+20+1=133$(种).

22.**解:**(1)每个人都有去不去两种可能,则有 $2^7=128$ 种,但必须有人去,去掉都不去这 1 种情况,

则共有 $128-1=127$ 种安排方法.

(2)该问题共分为四类:第一类,7 人中恰有 5 人分配到其中一项活动中,另外两项活动各分配 1 人,共有 $C_7^5A_3^3=126$ 种;

第二类,7 人中恰有 4 人分配到其中一项活动中,另外两项活动分别分配 2 人与 1 人,

共有 $C_7^4C_3^2A_3^3=630$ 种;

第三类,7 人中恰有 3 人分配到其中一项活动中,另外两项活动分别分配 3 人与 1 人,

共有 $\frac{C_7^3C_4^3A_3^3}{A_2^2}=420$ 种;

第四类,7 人中恰有 3 人分配到其中一项活动中,另外两项活动各分配 2 人,

共有 $\frac{C_7^3C_4^2A_3^3}{A_2^2}=630$ 种.

所以每项活动至少安排 1 人的方法总数为 $126+630+420+630=1806$ 种.

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 13 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示: 根据题意,某学校从高一或高二的班级中选一个班级担任学校升旗任务,如果从高一的班级中选取,有 8 种情况,如果从高二的班级中选取,有 6 种情况,由分类加法计数原理知,共有 $8+6=14$ 种安排方法.故选 C.

2.C

提示: 第二个括号 (b_1+b_2) 内含有 2 个字母,第三个括号 $(c_1+c_2+c_3)$ 含有 3 个字母,第四个括号 $(d_1+d_2+d_3+d_4)$ 含有 4 个字母,则展开后共有 $1\times2\times3\times4=24$ 项.故选 C.

3.B

提示: 第一步选择接种点位,有 3 种选择;第二步选择疫苗,有 2 种选择,

由分步乘法计数原理可知,共有 $3\times2=6$ 种安排方法.故选B.

4.C

提示: 由正六边形的性质可得,当以 AD 为斜边时,可构成直角三角形△ADB,△ADC,△ADE,△ADF 四种,同理可得当以 BE,CF 为斜边时,分别也为四种,即所求直角三角形的个数为 12.故选 C.

5.B

提示: 第三、四象限内点的纵坐标为负值,横坐标无限制.

分两种情况讨论:①取 M 中的数作横坐标,取 N 中的数作纵坐标,有 $3\times2=6$ 种情况;

②取 N 中的数作横坐标,取 M 中的数作纵坐标,有 $4\times1=4$ 种情况.

综上,共有 $6+4=10$ 种情况.故选 B.

6.D

提示: 从东面上山,不同的走法共有 $2\times(3+3+4)=20$(种);

从西面上山,不同的走法共有 $3\times(2+3+4)=27$(种);

从南面上山,不同的走法共有 $3\times(2+3+4)=27$(种);

从北面上山,不同的走法共有 $4\times(2+3+3)=32$(种).所以不同的走法最多时应从北面上山.故选 D.

7.D

提示: 根据每行中紫色小方格的位置,可分三步,第一步,在第一行中,有且只有 1 个紫色小方格,有 3 种情况;第二步,在第二行的 3 个方格中,要求每列有且只有 1 个紫色小方格,则第二行有 2 种情况;第三步,在第三行,只有 1 种情况,则一共可以传递的不同信息种数是 $3\times2\times1=6$,故选 D.

8.D

提示: 根据题意,按甲的选择不同分成 2 种情况讨论,

若甲选择牛,此时乙的选择有 2 种,丙的选择有 10 种,此时有 $2\times10=20$ 种不同的选法;

若甲选择马或猴,此时甲的选法有 2 种,乙的选择有 3 种,丙的选择有 10 种,此时有 $2\times3\times10=60$ 种不同的选法.

由分类加法计数原理知,一共有 $20+60=80$ 种不同的选法.故选 D.

二、多项选择题

9.AB

提示: 对于 A,从中任选 1 个球,共有 $5+6+4=15$ 种不同的选法,故 A 正确;

对于 B,每种颜色选出 1 个球,可分步从每种颜色分别选择,共有 $5\times6\times4=120$ 种不同的选法,故 B 正确;

对于 C,若要选出不同颜色的 2 个球,首先按颜色分三类:“黄,黑”“黄,蓝”“黑,蓝”,再进行各类分步选择,共有 $5\times6+5\times4+6\times4=74$ 种不同的选法,故 C 错误;

对于 D,若要不放回地选出任意的 2 个球,直接分步计算,共有 $15\times14=210$ 种不同的选法,故 D 错误.

故选 AB.

10.AB

提示: 从两类符号中任取 2 个符号排列的情况可分为三类:第一类,由两个“——”组成,二进制数为 $11_{(2)}$,转化为十进制数为 $1\times2^1+1\times2^0=3$;第二类,由两个“— —”组成,二进制数为 $00_{(2)}$,转化为十进制数为 $0\times2^1+0\times2^0=0$;第三类,由一个“——”和一个“— —”组成,二进制数为 $10_{(2)}$ 或 $01_{(2)}$,转化为十进制数为 $1\times2^1+0\times2^0=2$ 或 $0\times2^1+1\times2^0=1$.所以从两类符号中任取 2 个符号排列,可以组成的不同的十进制数为 0,1,2,3.故选AB.

11.BC

提示: 对于 A,选 1 人做正组长,1 人做副组长需要分两步,

先选正组长有 10 种选法,再选副组长有 9 种选法,则共有 $10\times9=90$ 种不同的选法,故 A 错误;

对于 B,从中选 2 人参加数学竞赛,其中男、女生各 1 人,则共有 $7\times3=21$ 种不同的选法,故 B 正确;

对于 C,选 1 人参加数学竞赛,既可以选男生,也可以选女生,则共有 $7+3=10$ 种不同的选法,故 C 正确;

对于 D,每人报名都有 2 种选择,共有 10 人,则共有 $2^{10}=1024$ 种不同的报名方法,故 D 错误.故选 BC.

12.AC

提示: 对于 A 和 B,第 1 个同学有 3 种报法,第 2 个同学有 3 种报法,后面的 2 个同学也各有 3 种报法,由分步乘法计数原理知,共有 3^4 种结果,故 A 正确,B 错误;对于 C 和 D,每个社团限报一个人,则第 1 个社团有 4 种选择,第 2 个社团有 3 种选择,第 3 个社团有 2 种选择,由分步乘法计数原理知,共有 $4\times3\times2=24$ 种结果,故 C 正确,D 错误.故选 AC.

三、填空题

13.7

提示: 由题意知,当集合 C 中有且只有一个元素时,分两种情况讨论:①当集合 C 中的元素属于集合 A 时,有 3 种情况;

②当集合 C 中的元素属于集合 B 时,有 4 种情况.

因为集合 A 与集合 B 无公共元素,所以满足题意的集合 C 的情况共有 $3+4=7$ 种.

14.24

提示: 首先将 630 分解质因数 $630=2\times3^2\times5\times7$;然后注意到每一因数可出现的次幂数,如 2 可有 $2^0,2^1$ 两种情况,3 有 $3^0,3^1,3^2$ 三种情况,5 有 $5^0,5^1$ 两种情况,7 有 $7^0,7^1$ 两种情况,

按分步乘法计数原理知,整数 630 的正约数(包括 1 和 630)共有 $2\times3\times2\times2=24$ 个.

15.36

提示: 由题意可知,分三步完成,

第一步,从 2 种主食中任选 1 种有 2 种选法;

第二步,从 3 种素菜中任选 1 种有 3 种选法;

第三步,从 6 种荤菜中任选 1 种有 6 种选法.

根据分步乘法计数原理知,共有 $2\times3\times6=36$ 种不同的选取方法.

16.72

提示: 下面分两种情况,即 C,A 同色与 C,A 不同色来讨论.

(1)P 的着色方法有 4 种,A 的着色方法有 3 种,B 的着色方法有 2 种,

C,A 同色时,C 的着色方法为 1 种,D 的着色方法有 2 种;

(2)P 的着色方法有 4 种,A 的着色方法有 3 种,B 的着色方法有 2 种,

C 与 A 不同色时,C 的着色方法有 1 种,D 的着色方法有 1 种.

综上,两类共有 $4\times3\times2\times1\times2+4\times3\times2\times1\times1=48+24=72$(种).

四、解答题

17.**解:** 要从甲地到丙地共有两类不同的方案,

第一类,从甲地经乙地到丙地,共需两步完成,

第一步,从甲地到乙地,有 3 条公路可走;

第二步,从乙地到丙地,有 2 条公路可走.

根据分步乘法计数原理知,从甲地经乙地到丙地有 $3\times2=6$(种)不同的走法.

第二类,从甲地不经乙地到丙地,有 2 条水路可走,即有 2 种不同的走法.

由分类加法计数原理知,从甲地到丙地共有 $6+2=8$(种)不同的走法.

18.**解:**(1)百位上的数字有 9 种选法,十位上的数字有除百位上的数字以外的 9 种选法,个位上的数字应从剩余 8 个数字中选取,由分步乘法计算原理知,共有 $9\times9\times8=648$ 个无重复数字的三位数.

(2)满足条件的一位自然数有 10 个,两位自然数有 $9\times9=81$ 个,三位自然数有 $4\times9\times8=288$ 个,由分类加法计数原理知,共有 $10+81+288=379$ 个小于 500 且无重复数字的自然数.

19.**解:**(1)根据题意,共分为 3 步,

第 1 步,从高一学生中选出 1 人当组长,有 5 种选法;第 2 步,从高二学生中选出 1 人当组长,有 8 种选法;第 3 步,从高三学生中选出 1 人当组长,有 7 种选法.

由分步乘法计数原理知,共有 $5\times8\times7=280$ 种选法.

(2)根据题意,可分为 3 类,

第 1 类,选出的是高一、高二学生,有 $5\times8=40$ 种选法;第 2 类,选出的是高一、高三学生,有 $5\times7=35$ 种选法;第 3 类,选出的是高二、高三学生,有 $8\times7=56$ 种选法.

由分类加法计数原理知,共有 $40+35+56=131$ 种选法.

20.**解:**(1)因为 P 表示平面上第二象限的点,故可分两步,

第一步,确定 a,a 必须小于 0,则有 3 种不同的情况.

第二步,确定 b,b 必须大于 0,则有 2 种不同的情况.

由分步乘法计数原理知,P 可表示平面上第二象限的点共有 $3\times2=6$(个).

(2)因为 P 表示不在直线 $y=x$ 上的点,故可分两步,

第一步,确定 a,有 6 种不同的情况;

第二步,确定 b,有 5 种不同的情况.

由分步乘法计数原理知,P 可表示不在直线 $y=x$ 上的点共有 $6\times5=30$(个).

21.**解:** 若选择①②③,则三人出游的不同方法的种数为 $4\times5\times5=100$.

若选择①②④,则需分两类:第一类,若甲选择 4 月 27 日出游,则三人出游的不同方法的种数 $N_1=5\times6=30$;第二类,若甲不选择 4 月 27 日出游,则三人出游的不同方法的种数 $N_2=3\times4\times6=72$.故这三人出游的不同方法的种数 $N=N_1+N_2=102$.

若选择①③④,则三人出游的不同方法的种数 $N=4\times5\times5=100$.

若选择②③④,则三人出游的不同方法的种数 $N=5\times5\times5=125$.

22.**解:**(1)分三步,先种植 a_1 部分,有 3 种不同的种植方法;再种植 a_2 部分,有 2 种不同的种植方法;

最后种植 a_3 部分,有 1 种不同的种植方法.

所以由分步乘法计数原理知,不同的种植方法有 $3\times2\times1=6$(种).

(2)当 a_1,a_3 不同色时,a_1 部分有 3 种种植方法;a_3 部分有 2 种种植方法;a_4 和 a_2 部分都只有 1 种种植方法,由分步乘法计数原理知,有 $3\times2\times1\times1=6$(种)种植方法;

当 a_1,a_3 同色时,a_1 部分有 3 种种植方法;a_2 部分有 2 种种植方法;a_3 部分有 1 种种植方法;a_4 部分有 2 种种植方法,由分步乘法计数原理知,有 $3\times2\times1\times2=12$(种)种植方法.

综上,由分类加法计数原理知,共有 $6+12=18$(种)种植方法.

第 14 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示：$A_n^2+C_n^2=n(n-1)+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{3n(n-1)}{2}=30$，整理得 $n^2-n-20=0$，解得 $n=-4$（舍去），或 $n=5$.故选 C.

2.A

提示：因为 $C_n^m+C_n^{m-1}=C_{n+1}^m$，所以 $C_2^2+C_3^2+C_4^2+C_5^2=C_3^3+C_3^2+C_4^2+C_5^2=C_4^3+C_4^2+C_5^2=C_5^3+C_5^2=C_6^3$.故选 A.

3.B

提示：根据题意，将 5 本书全排列，有 $A_5^5=120$ 种排法，其中 a 放在 b 的左边和 a 放在 b 的右边的排法是一样的，则 a 放在 b 的左边的排法有 $\frac{1}{2}\times120=60$ 种.故选 B.

4.C

提示：甲、乙、丙、丁四个人安排两个项目，总共有 $2^4=16$ 种安排方法，其中四个人安排在同一个项目的有 2 种情况，所以甲、乙、丙、丁四个人安排两个项目，每个项目至少安排 1 人，安排的方案种数为 16-2=14.故选 C.

5.B

提示：把丙和丁捆绑在一起，4 个人任意排列，有 $A_2^2\cdot A_4^4=48$ 种情况，甲站在两端的情况有 $C_2^1A_3^3A_2^2=24$ 种情况，所以甲不站在两端，丙和丁相邻的不同排列方式有 48-24=24 种.故选 B.

6.D

提示：由题意知，可以先涂 A，有 C_5^1种涂法，再涂 B，因为 B 与 A 相邻，所以有 $C_4^1=4$ 种涂法，同理 C 有 $C_3^1=3$ 种涂法，D 有 $C_4^1=4$ 种涂法，E 有 $C_4^1=4$ 种涂法，由分步乘法计数原理可知，不同的涂色方法种数为 $5\times4\times3\times4\times4=960$.故选 D.

7.B

提示：依题意分三步完成，

第一步，先将 3,5 排列，共有 A_2^2种排法；

第二步，再将 4,6 插空排列，共有 $2A_2^2=4$ 种排法；

第三步，将 1,2 放到 3,5,4,6 形成的空中，共有 $C_5^1=5$ 种排法.

由分步乘法计数原理得，共有 $2\times4\times5=40$ 种.故选 B.

8.C

提示：分以下两种情况讨论，

①若甲只收集一种算法，则甲有 3 种选择，将其余 4 种算法分为 3 组，再分配给乙、丙、丁三人，

此时，不同的收集方案种数为 $3C_4^2A_3^3=108$；

②若甲收集两种算法，则甲可在运筹算、成数算和把头算 3 种算法中选择 2 种，其余 3 种算法分配给乙、丙、丁三人，此时，不同的收集方案种数为 $C_3^2A_3^3=18$.

综上，不同的收集方案种数为 108+18=126.故选C.

二、多项选择题

9.ABC

提示：对于 A，$A_n^{n-1}=n(n-1)(n-2)\times\cdots\times3\times2=n(n-1)(n-2)\times\cdots\times3\times2\times1=n!$，故 A 正确；对于 B，由组合数的性质可得 $C_8^2+C_8^3=C_9^3$，故 B 正确；对于 C，由组合数的性质可得 $C_7^2=C_7^5$，故 C 正确；对于 D，$A_n^{m-1}=\frac{n!}{(n-m+1)!}$，故 D 错误.故选 ABC.

10.BCD

提示：对于 A，若瑜伽被安排在周一和周六，则共有 $A_4^4=24$ 种不同的安排方法，故 A 错误；

对于 B，若周二和周五至少有一天安排练习瑜伽，则分两种情况：①瑜伽安排在周二和周五，有 $A_4^4=24$ 种不同的安排方法；②瑜伽安排在周二或周五中的一天，有 $2\cdot A_4^1\cdot A_4^4=192$ 种不同的安排方法，故共有 24+192=216 种不同的安排方法，故 B 正确；对于 C，若周一不练习瑜伽，周三爬山，则共有 $C_3^1A_4^2=36$ 种不同的安排方法，故 C 正确；对于 D，若瑜伽不被安排在相邻的两天，则先排其他四项运动，共有 A_4^4种不同的安排方法，再从 5 个空位里插入 2 个安排练习瑜伽，故共有 $A_4^4C_5^2=240$ 种不同的安排方法，故 D 正确.

故选 BCD.

11.ACD

提示：对于 A，3 个孩子，4 把椅子，让孩子都坐下，有 $A_4^3=24$ 种方法，故 A 正确；

对于 B，3 个孩子，4 间屋子，让孩子都进屋，有 $4^3=64$ 种方法，故 B 错误；

对于 C，3 朵花，4 个孩子，把花分给孩子，每人至多一朵，不区分花，有 $C_4^1=4$ 种方法，故 C 正确；

对于 D，3 朵花，4 个孩子，把花分给孩子，不区分花，有 $C_4^3+C_4^2A_2^2+C_4^1=20$ 种方法，故 D 正确.故选 ACD.

12.BC

提示：对于 A，任意选科，选法总数为 $C_2^1C_4^2$种，故 A 错误；

对于 B，化学必选，选法总数为 $C_2^1C_3^1$种，故 B 正确；

对于 C，物理必选，化学、生物至少选一门，选法总数为 $C_2^1C_2^1+C_2^2$种，故 C 正确；

对于 D，政治和地理至少选一门，选法总数为 $C_2^1\cdot(C_2^2+C_2^1C_2^1)=10$ 种，故 D 错误.故选 BC.

三、填空题

13.12

提示：将 4 个门编号为 1,2,3,4，从 1 号门进入后，有 3 种出门的方式，共 3 种走法.同理，从 2,3,4 号门进入，同样各有 3 种走法，共有不同走法 $3\times4=12$ 种.

14.12

提示：依题意可知，选法有 $C_4^2C_2^1=12$ 种.

15.14

提示：将 4 名志愿者分为(3,1)或(2,2)两组，有 $C_4^3+\frac{C_4^2C_2^2}{A_2^2}=7$ 种分法，再分配到两个项目中，故有 $7A_2^2=14$ 种.

16.600

提示：①当有北京线的 3 条不同路线时，则报名的可能情况为 $C_5^2\cdot C_4^2C_2^1A_2^2=240$ 种；

②当没有北京线的 3 条不同路线时，则报名的可能情况为 $C_5^3\cdot C_4^2A_3^3=360$ 种.

综上，他们报名的可能情况有 240+360=600 种.

四、解答题

17.解：(1)因为 $C_9^x=C_9^{2x-3}$，所以 $x=2x-3$ 或 $x+2x-3=9$，且 $2x-3\leqslant9$，解得 $x=3$ 或 $x=4$.

(2)因为 $A_9^x>6A_9^{x-1}$，$x-1\geqslant0$，$x\in\mathbf{N}$，

所以 $\frac{9!}{(9-x)!}>\frac{6\times9!}{(9-x+1)!}$，

其中 $1\leqslant x\leqslant9$，$x\in\mathbf{N}$，即 $10-x>6$，$x<4$，故 $x=1$ 或 2 或 3.所以原不等式的解集为{1,2,3}.

18.解：(1)因为 2 名教练站在一起有 A_2^2种站法，将此两名教练视为一个整体与其余 6 人全排，有 A_7^7种排法，所以所求不同站法数为 $A_2^2A_7^7=10\ 080$(种).

(2) 因为先将 2 名教练和 3 名女运动员排成一排有 A_5^5种站法，再从教练和女运动员站位的 6 个间隔（含两端）处插入 3 名男运动员，有 A_6^3种，

所以 3 名男运动员互不相邻的站法数为 $A_5^5A_6^3=14\ 400$(种).

19.解：(1)依题意，首先从 1,3,5 中选 1 个排在个位，有 C_3^1种排法，再将其余 4 个数字全排列，有 A_4^4种排法，故共有 $C_3^1A_4^4=72$ 个数.

(2)依题意，首先将 1,3,5 三个数全排列，有 A_3^3种排法，再将 2 和 4 插入 1,3,5 所形成的 4 个空中，有 A_4^2种排法，故共有 $A_3^3A_4^2=72$ 个数.

20.解：(1)分给甲、乙、丙 3 人，其中一个人 1 本，一个人 2 本，一个人 3 本，先将 6 本不同的书分成 1 本，2 本，3 本共 3 组，有 $C_6^1C_5^2C_3^3$种，再将 3 组分配给甲、乙、丙 3 人有 A_3^3种，故共有 $C_6^1C_5^2C_3^3A_3^3=360$(种).

(2)分成三组，一组 4 本，另外两组各 1 本，只需从 6 本中选 4 本一组，其余 2 本为两组，共 $C_6^4=15$(种).

(3)甲得 1 本，乙得 1 本，丙得 4 本，分步处理，先从 6 本中选 4 本给丙，其余 2 本分给甲、乙各 1 本，有 $C_6^4A_2^2=30$(种).

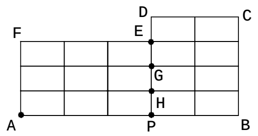
21.解：(1)从 10 双鞋子中选取 4 双，有 C_{10}^4种不同的选法，每双鞋子各取一只，分别有 2 种取法，根据分步乘法计数原理知，满足题意的情况有 $C_{10}^4\cdot2^4=3360$(种).

(2)从 10 双鞋子中选取 2 双有 $C_{10}^2=45$ 种取法，即满足题意的情况有 45 种不同取法.

(3)先选取一双有 C_{10}^1种选法，再从 9 双鞋子中选取 2 双鞋有 C_9^2种选法，每双鞋只取一只各有 2 种取法，根据分步乘法计数原理知，满足题意的情况有 $C_{10}^1\cdot C_9^2\cdot2^2=1440$(种).

22.解：(1)由题意知，点 A 沿着图中的线段到达点 E 的最近路线需要移动 6 次：向右移动 3 次，向上移动 3 次，故点 A 到达点 E 的最近路线的条数为 $C_6^3\cdot C_3^3=20$.

(2)设点 G,H,P 的位置如图所示：



（第 22 题图）

则点 A 沿着图中的线段到达点 C 的最近路线可分为 4 种情况：

①沿着 $A\to E\to C$，共有 $C_6^3\cdot C_3^3\cdot C_3^2=60$ 条最近路线；

②沿着 $A\to G\to C$，共有 $C_5^3\cdot C_2^2\cdot C_4^2\cdot C_2^2=60$ 条最近路线；

③沿着 $A\to H\to C$，共有 $C_4^3\cdot C_5^2\cdot C_3^3=40$ 条最近路线；

④沿着 $A\to P\to C$，共有 $C_6^2\cdot C_4^4=15$ 条最近路线.

故由点 A 沿着图中的线段到达点 C 的最近路线有 60+60+40+15=175 条.

(3)由题意，要组成矩形则应从竖线中选出两条、横线中选出两条，可分为两种情况：

①矩形的边不在 CD 上，共有 $C_4^2\cdot C_6^2=90$ 个矩形；

②矩形的一条边在 CD 上，共有 $C_4^1\cdot C_3^2=12$ 个矩形.

综上，图中共有 90+12=102 个矩形.

第 15 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示：展开式中含 x 的项为 $C_7^3x^4\left(-\frac{1}{x}\right)^3=-35x$，所以含 x 项的系数为−35，故选 D.

2.D

提示：展开式的第 4 项的二项式系数为 $C_6^3=20$，故选D.

3.B

提示：由题意知，令 $x=1$，则 $1=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$；令 $x=-1$，则 $3^4=a_4-a_3+a_2-a_1+a_0$，两式相加，得 $2(a_0+a_2+a_4)=3^4+1$，所以 $a_0+a_2+a_4=41$.故选 B.

4.D

提示：多项式 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+ax^2+1\right)^5$ 表示的是 5 个 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+ax^2+1\right)$ 因式的乘积，所以从 5 个因式中选 4 个 $\frac{1}{\sqrt{x}}$，选 1 个 ax^2 或者选 5 个 1，即可得到展开式的常数项，即 $C_5^4\times a+C_5^5=5$，解得 $a=\frac{4}{5}$，故选 D.

5.D

提示：因为 $a=C_{19}^0+C_{19}^17+C_{19}^27^2+\cdots+C_{19}^{19}7^{19}$，由二项式定理得 $a=(1+7)^{19}=8^{19}=(9-1)^{19}=C_{19}^0\cdot9^{19}+C_{19}^1\cdot9^{18}\cdot(-1)+C_{19}^2\cdot9^{17}\cdot(-1)^2+\cdots+C_{19}^{18}\cdot9\cdot(-1)^{18}+C_{19}^{19}\cdot(-1)^{19}=9^{19}+\cdots+C_{19}^{18}\cdot9\cdot(-1)^{18}-1$，

因为展开式的前 19 项的每一项的因式中都含有 9，最后一项为−1，所以 a 除以 9 的余数为 8，故选 D.

6.D

提示：二项式 $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{30}$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_{30}^r\cdot(\sqrt{x})^{30-r}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^r=C_{30}^r\cdot x^{15-\frac{5}{6}r}$，

因为 $0\leqslant r\leqslant30$，且 $r\in\mathbf{N}$，所以当 $r=0,6,12,18,24,30$ 时，$15-\frac{5}{6}r\in\mathbf{Z}$.

所以二项式 $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{30}$ 的展开式中，其中是有理项的项数共有 6 项，无理项有 25 项.故选 D.

7.A

提示：在 $\left(\frac{1}{2}-x\right)^n$ 的展开式中，令 $x=-1$，可得出各项系数绝对值的和为 $\left(\frac{3}{2}\right)^n=\frac{729}{64}$，故 $n=6$，

故展开式中二项式系数最大的项为 $C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot(-x)^3=-\frac{5}{2}x^3$.故选 A.

8.D

提示：因为对任意实数 x，有 $x^9=[-1+(x+1)]^9=a_0+a_1\cdot(x+1)+a_2(x+1)^2+a_3(x+1)^3+\cdots+a_9(x+1)^9$，所以令 $x=-1$，可得 $a_0=-1$，故 A 错误；$a_2=C_9^2\cdot(-1)^7=-36$，故 B 错误；

再令 $x=0$，可得 $-1+a_1+a_2+\cdots+a_9=0$，所以 $a_1+a_2+\cdots+a_9=1$，故 C 错误；

再令 $x=-2$，可得 $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_9=(-2)^9=-512$，故 D 正确，故选 D.

二、多项选择题

9.ABC

提示：当 n 为偶数时，若 $n=10$，第 6 项的二项式系数最大，故 B 正确；若 $n=12$，第 7 项的二项式系数最大，故 D 错误；

当 n 为奇数时，若 $n=9$，第 5 项或第 6 项的二项式系数最大，满足题意，故 A 正确；若 $n=11$，第 6 项或第7 项的二项式系数最大，满足题意，故 C 正确.故选 ABC.

10.BD

提示：因为 $1+M=C_{30}^1+C_{30}^2+C_{30}^3+\cdots+C_{30}^{30}+C_{30}^0=2^{30}$，所以 $M=2^{30}-1=32^6-1=(30+2)^6-1=C_6^030^6+C_6^130^5\times2+\cdots+C_6^530\times2^5+C_6^6\cdot2^6-1=(C_6^030^5+C_6^130^4\times2+\cdots+C_6^52^5)\times30+63$，因为 $M+a$ 能被 5 整除，所以 $63+a$ 能被 5 整除，故选BD.

11.ABD

提示：$\left(ax^2+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ $(a>0)$ 展开式的各项系数和为 1024，令 $x=1$，得 $(a+1)^{10}=1024$，解得 $a=1$ 或 $a=-3$（舍去），所以 $\left(x^2+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ 展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_{10}^r(x^2)^{10-r}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=C_{10}^rx^{20-\frac{5}{2}r}$ $(r=0,1,\cdots,10)$，

奇数项和偶数项的二项式系数和相等，均为 $2^9=512$，故 A 正确；

由展开式中第 6 项的系数和二项式系数相等，可得第 6 项的系数最大，故 B 正确；

由展开式的通项，可令 $20-\frac{5}{2}r=6$，解得 $r=\frac{28}{5}$，不为整数，故 C 错误；

由展开式的通项，可令 $r=2$，可得第 3 项的系数为 $C_{10}^2=45$，故 D 正确.故选 ABD.

12.AC

提示：由 $\left(\frac{a}{x}+x^2\right)\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中各项系数之和为 2，即当 $x=1$ 时，$(a+1)(2-1)^5=2$，解得 $a=1$，故 A 正确；又 $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^r2^{5-r}C_5^rx^{5-2r}(r=0,1,2,3,4,5)$，对于 B，展开式中含 x^7 项的系数是 $(-1)^0\cdot2^{5-0}C_5^0=32$，故 B 错误；

对于 C，展开式中 x^{-1} 项的系数是 $(-1)^42^{5-4}C_5^4=10$，即展开式中含 x^{-1} 项，故 C 正确；

对于 D，展开式中常数项为 $(-1)^22^{5-2}C_5^2=80$，故 D 错误.故选 AC.

三、填空题

13.66

提示：展开式的通项为 $T_{k+1}=C_{12}^k(x^3)^{12-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k=C_{12}^k\cdot x^{36-4k}$，由 $36-4k=-4$，

解得 $k=10$，即 $T_{11}=C_{12}^{10}x^{-4}=66\times\frac{1}{x^4}$，即含 $\frac{1}{x^4}$ 项的系数为66.

14.160

提示：二项式 $\left(x+\frac{2}{x}\right)^n$ 的通项为 $T_{r+1}=C_n^rx^{n-r}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^r=C_n^r2^r\cdot x^{n-2r}$，

因为第四项是常数项，即 $r=3$ 时为常数项，所以 $n-6=0$，所以 $n=6$，所以该常数项为 $C_6^3\cdot2^3=160$.

15.−28

提示：$(x+y)^8$ 的通项为 $T_{r+1}=C_8^rx^{8-r}y^r$，

当 $r=6$ 时，$T_7=C_8^6x^2y^6$；当 $r=5$ 时，$T_6=C_8^5x^3y^5$，

所以 $\left(1-\frac{y}{x}\right)(x+y)^8$ 的展开式中 x^2y^6 的系数为 $C_8^6-C_8^5=-28$.

16.8，−2

提示：因为 $(x-1)^4=x^4-4x^3+6x^2-4x+1$，所以 $a_2=-4+12=8$.

令 $x=0$，则 $a_0=2$；令 $x=1$，则 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=0$，所以 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=-2$.

四、解答题

17.解：(1)在 $(2x-3)^{21}$ 的展开式中，令 $x=1$，可得展开式中各项系数之和为 −1.

(2)在 $(2x-3)^{21}$ 的展开式中，令 $x=-1$，再取绝对值，可得展开式中各项系数的绝对值之和为 5^{21}.

(3)二项展开式的通项为 $T_{k+1}=C_{21}^k(2x)^{21-k}(-3)^k=C_{21}^k2^{21-k}(-3)^kx^{21-k}$，系数的绝对值为 $C_{21}^k2^{21-k}3^k$，

设第 $k+1$ 项的系数绝对值最大，

则 $\begin{cases}C_{21}^k2^{21-k}3^k\geqslant C_{21}^{k+1}2^{20-k}3^{k+1},\\C_{21}^k2^{21-k}3^k\geqslant C_{21}^{k-1}2^{22-k}3^{k-1}.\end{cases}$

解得 $\frac{61}{5}\leqslant k\leqslant\frac{66}{5}$，所以 $k=13$，

即系数绝对值最大为 $C_{21}^{13}2^83^{13}$，

因为 13 为奇数，所以 $C_{21}^{13}2^8(-3)^{13}=-C_{21}^{13}2^83^{13}$，

即第 14 项的系数最小，所以系数最小的项为 $-C_{21}^{13}2^83^{13}x^8$.

18.解：(1)因为 $2n$ 为正偶数，所以展开式的中间项为第 $n+1$ 项，

所以 $n+1=5$，解得 $n=4$.

(2)由(1)知 $(\sqrt{3}a-\sqrt{2}b)^{2n}=(\sqrt{3}a-\sqrt{2}b)^8$，

其通项为 $T_{r+1}=C_8^r(\sqrt{3}a)^{8-r}(-\sqrt{2}b)^r$

$=C_8^r3^{\frac{8-r}{2}}2^{\frac{r}{2}}a^{8-r}(-b)^r(r=0,1,2,\cdots,8)$，

若系数为有理数，则 $\frac{8-r}{2}$，$\frac{r}{2}$ 均为整数，所以 $r=0,2,4,6,8$，

所以展开式中系数为有理数的项数为 5.

19.解：选择①，$C_n^0+C_n^1+C_n^2=46$，即 $1+n+\frac{n(n-1)}{2}=46$，

即 $n^2+n-90=0$，解得 $n=9$ 或 $n=-10$（舍去）.

选择②，$\frac{1}{2}\cdot2^n=256$，即 $2^{n-1}=256$，解得 $n=9$.

选择③，$T_{r+1}=(-1)^rC_n^rx^{\frac{3r-2n}{2}}$，令 $\frac{3r-2n}{2}=0$，则 $n=\frac{3}{2}r$.

因为展开式中第 7 项为常数项，即 $r=6$，所以 $n=9$.

(1)展开式中系数最大的项为第 5 项，

$T_5=C_9^4\left(\frac{1}{x}\right)^5(-\sqrt{x})^4=126x^{-3}$.

(2)展开式的通项为 $T_{r+1}=C_9^r\left(\frac{1}{x}\right)^{9-r}(-\sqrt{x})^r=(-1)^rC_9^rx^{\frac{3r-18}{2}}$，

令 $\frac{3r-18}{2}=0$，解得 $r=6$，所以展开式中常数项为第 7 项，常数项为 $T_7=C_9^6(-1)^6=84$.

20.(1)证明：因为 $3^{2n+3}+40n-27=3\times(8+1)^{n+1}+40n-27$

$=3\times(C_{n+1}^0\cdot8^{n+1}+\cdots+C_{n+1}^n\cdot8+C_{n+1}^{n+1})+40n-27$

$=3\times(C_{n+1}^0\cdot8^{n+1}+\cdots+C_{n+1}^{n-1}\cdot8^2)+24(n+1)+3+40n-27$

$=3\times8^2\times(C_{n+1}^0\cdot8^{n-1}+\cdots+C_{n+1}^{n-1})+64n$，所以原式能被 64 整除.

(2)解：因为 $(1+x)^{29}=C_{29}^0+C_{29}^1\cdot x+C_{29}^2\cdot x^2+C_{29}^3\cdot x^3+\cdots+C_{29}^{29}\cdot x^{29}$，

令 $x=1$，得 $C_{29}^1+C_{29}^2+C_{29}^3+\cdots+C_{29}^{29}=2^{29}-1$

$=4\times(2^3)^9-1=4\times(9-1)^9-1$

$=4\times(C_9^0\times9^9-C_9^1\times9^8+\cdots+C_9^8\times9^1-C_9^9\times9^0)-1$

$=4\times(C_9^0\times9^9-C_9^1\times9^8+\cdots-C_9^7\times9^2+C_9^8\times9)-4-1$

$=9\times[4\times(C_9^0\times9^8-C_9^1\times9^7+\cdots-C_9^7\times9+C_9^8)-1]+4$.

故原式除以 9 的余数是 4.

21.解：(1) $(x-1)^{10}=[-2+(x+1)]^{10}=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_{10}(x+1)^{10}$，

展开式通项为 $T_{r+1}=C_{10}^r(-2)^{10-r}(x+1)^r$，$r=0,1,\cdots,10$，

令 $r=7$，得 $a_7=C_{10}^7(-2)^3=-960$.

(2)由(1)，令 $x=0$，得 $a_0+a_1+\cdots+a_{10}=1$； ①

令 $x=-2$，得 $a_0-a_1+\cdots+a_{10}=3^{10}$， ②

由①−②，得 $2(a_1+a_3+\cdots+a_9)=1-3^{10}$，所以 $a_1+a_3+\cdots+a_9=\frac{1-3^{10}}{2}$.

(3)由(2)中①+②，得 $a_0+a_2+\cdots+a_{10}=\frac{1+3^{10}}{2}$，

所以 $|a_0|+|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=(a_0+a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{10})-(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_9)=\frac{1+3^{10}}{2}-\frac{1-3^{10}}{2}=3^{10}$.

22.解：(1)因为 $(x+y)^n$ 的展开式中第三项的二项式系数最大，所以 $\begin{cases}C_n^2\geqslant C_n^1,\\C_n^2\geqslant C_n^3,\end{cases}$ 解得 $3\leqslant n\leqslant5$，所以 $n=3$ 或 $n=4$ 或 $n=5$.

(2)因为 $f(x,y)=\left(x-\frac{y^2}{x}+2y\right)(x+y)^n$，所以当 $n=5$ 时，$f(x,y)=\left(x-\frac{y^2}{x}+2y\right)(x+y)^5$，

① $f(x,y)$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为 $1\times C_5^3-C_5^1+2C_5^2=25$.

②因为 $f(1,y)=a_0+a_1(1-y)+a_2(1-y)^2+a_3(1-y)^3+\cdots+a_{n+2}\cdot(1-y)^{n+2}$，

又因为 $n=5$，$n+2=7$，所以 $f(x,y)$ 中含有 y^7 的项为 $-\frac{y^2}{x}\cdot C_5^5\cdot y^5=-\frac{y^7}{x}$，所以 $f(1,y)$ 中含有 y^7 的系数为 −1，所以 $-a_7=-1$，所以 $a_7=1$，

令 $y=0$，得 $f(1,0)=a_0+a_1(1-0)+a_2(1-0)^2+a_3(1-0)^3+\cdots+a_{n+2}(1-0)^{n+2}=a_0+a_1+\cdots+a_{n+1}+a_{n+2}$，

又 $f(1,0)=(1-0+2\times0)\times(1+0)^n=1$，所以 $a_0+a_1+\cdots+a_{n+1}+a_{n+2}=1$.所以 $a_0+a_1+\cdots+a_{n+1}-a_{n+2}=a_0+a_1+\cdots a_{n+1}+a_{n+2}-2a_{n+2}=1-2=-1$.