

中考版答案页第 4 期

数学
北师大

第 13 期

上册综合能力提升(一)

一、选择题

1~6.BCCDBB

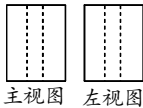
二、填空题

7 圆柱 8.答案不唯一,如 $\angle A=90^\circ$ 9.1 10. $y=\frac{3}{x}$ 11. $(\frac{3}{2}, 3)$ 12.2 或 11

三、

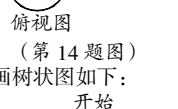
13.(1) $x_1=4+\sqrt{5}$, $x_2=4-\sqrt{5}$;(2) $x_1=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}$, $x_2=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}$.

14.解:如图所示:



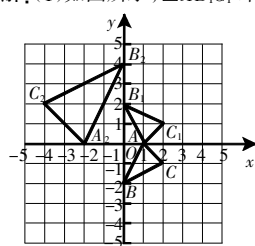
(第 14 题图)

15.解:画树状图如下:



(第 15 题图)

总共有 6 种等可能的结果,其中恰好经过通道 A 与通道 D 的结果有 1 种,所以,恰好经过通道 A 与通道 D 的概率为 $\frac{1}{6}$ 。

16.解:(1)如图所示, $\triangle AB_1C_1$ 即为所求;

(第 16 题图)

(2)如图所示, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求。(答案不唯一)

17.证明: \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore AC \perp BD, OA=OC, OB=OD$.
 $\therefore BE=DF$,
 $\therefore OE=OF$.
 \therefore 四边形 $AECF$ 是菱形.
 又 $\because OE=OA$,
 $\therefore OE=OF=OA=OC$, 即 $EF=AC$.
 \therefore 四边形 $AECF$ 是正方形.

四、

18.解:设 BN 的长为 x 米, 则 $BM=x+1.1+2.8-1.5=(x+2.4)$ 米.
 根据题意, 得 $\angle CND=\angle ANB$, $\angle CDN=\angle ABN=90^\circ$.
 $\therefore \triangle CND \sim \triangle ANB$. $\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DN}{BN}$.

同理, $\triangle EMF \sim \triangle AMB$. $\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{FM}{BM}$.

$\therefore EF=CD$, $\therefore \frac{DN}{BN} = \frac{FM}{BM}$, 即 $\frac{1.1}{x} = \frac{1.5}{x+2.4}$.

解得 $x=6.6$.

$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DN}{BN}$, $\therefore \frac{1.6}{AB} = \frac{1.1}{6.6}$. 解得 $AB=9.6$.

所以, 大树 AB 的高度为 9.6 米.19.解:(1)将 $x=1$ 代入 $y=x+2$, 得 $y=3$. \therefore 交点的坐标为 $(1, 3)$.将 $(1, 3)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$, 得 $k=1 \times 3=3$.

(2)将一次函数 $y=x+2$ 的图象向下平移 4 个单位长度得到 $y=x-2$.

联立, 得 $\begin{cases} y=x-2, \\ y=\frac{3}{x}. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-3 \end{cases}$.

 \therefore 点 A, B 的坐标分别为 $(-1, -3), (3, 1)$. $\therefore AB=\sqrt{(3+1)^2+(1+3)^2}=4\sqrt{2}$.

20.解:(1)设四、五月份这两个月销售量的月平均增长率为 x .

根据题意, 得 $192(1+x)^2=300$.解得 $x_1=25\%$, $x_2=-2.25$ (不合题意, 舍去).

所以, 四、五月份这两个月销售量的月平均增长率为 25% .

(2)设年糕每件降价 m 元时, 商场六月仍可获利为 6 080 元.

根据题意, 得 $(60-40-m)(300+20m)=6\ 080$.化简, 得 $m^2-5m+4=0$. 解得 $m=1$ 或 $m=4$.顾客获得最大实惠的前提下 $m=4$.

所以, 在顾客获得最大实惠的前提下, 当年糕每件降价 4 元时, 商场六月仍可获利为 6 080 元.

五、

21.解:(1) $\frac{1}{4}$.

(2)方案一列表如下:

第一道	第二道	第一道	第二道
		√	×
√	(√, √)	(√, ×)	
×	(×, √)	(×, ×)	
×	(×, √)	(×, ×)	
×	(×, √)	(×, ×)	

总共有 8 种等可能的结果, 其中通关的只有 1 种结果, 所以, 通关的概率为 $\frac{1}{8}$.

方案二列表如下:

第一道	第二道	第一道	第二道
		√	×
√	(√, √)	(√, ×)	(√, ×)
×	(×, √)	(×, ×)	(×, ×)
×	(×, √)	(×, ×)	(×, ×)

总共有 9 种等可能的结果, 其中通关的只有 1 种结果, 所以, 通关的概率为 $\frac{1}{9}$.

$\therefore \frac{1}{8} > \frac{1}{9}$,

 \therefore 方案一更有利.17.解:(1)如图, 过点 B 作 $BD \perp AM$ 于点 D .

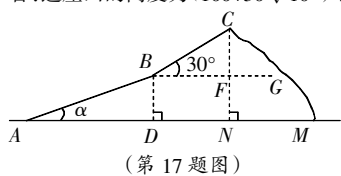
$\therefore \tan \alpha = \frac{1}{3}$, $AB=300$,

 \therefore 设 $BD=x$, 则 $AD=3x$.由勾股定理, 得 $x^2+(3x)^2=300^2$.解得 $x=30\sqrt{10}$.答: 点 B 到直线 AM 的距离为 $30\sqrt{10}$ 米.

(2)如图, 过点 C 作 $CN \perp AM$ 于点 N , 交 BG 于点 F .

 $\therefore BC=200$, $\angle CBF=30^\circ$,

$\therefore CF=\frac{1}{2}BC=100$.

 $\therefore CN=100+30\sqrt{10}$ (米).答: 这座山的高度为 $(100+30\sqrt{10})$ 米.

(第 17 题图)

四、

18.解:(1) \therefore 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\tan A = \frac{CD}{AD}$,

$\therefore AD = \frac{CD}{\tan A} = \frac{21}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 21\sqrt{3}$ (米).

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\tan \angle CBD = \frac{CD}{BD}$,

$\therefore BD = \frac{CD}{\tan \angle CBD} = \frac{21}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 7\sqrt{3}$ (米).

$\therefore AB = AD - BD = 21\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = 14\sqrt{3} \approx$

24.2 (米).

 $\therefore AB$ 的长为 24.2 米.

(2)超速.

理由: \because 该校车从 A 到 B 用时 2 秒, \therefore 速度为 $24.2 \div 2 = 12.1$ (米/秒). $\therefore 12.1 \times 3\ 600 = 43\ 560$ (米/时), \therefore 该车速度为 43.56 千米/时. $\therefore 43.56 > 40$, \therefore 此校车在 AB 路段超速.第 16 期
3~4 版

一、选择题

1~6.ADBBBB

二、填空题

7.3 8.60° 9.1 10.6 $\sqrt{2}$ 11.8712.6 或 $\frac{42}{5}$

三、

13. 解:(1) 原式 $= \sqrt{3} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1 - 2 \times$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} - \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{3} = \frac{1}{2}$.

(2) 原式 $= 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 6 \times$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 + 2 - 3 = 0$.

14. 解: 过点 P 作 y 轴的垂线, 垂足为点 M , 图略.

则 $\sin \alpha = \frac{PM}{OP} = \frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{3}{5}$.

15. 解: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D .

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AC=8$ 千米, $\angle CAD=30^\circ$, $\angle CDA=90^\circ$,

 $\therefore CD=AC \cdot \sin \angle CAD=4$ (千米), $AD=AC \cdot$ $\cos \angle CAD=4\sqrt{3}$ (千米) ≈ 6.8 (千米).

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $CD=4$ 千米, $\angle BDC=90^\circ$, $\angle CBD=45^\circ$.

 $\therefore \angle BCD=45^\circ$. $\therefore BD=CD=4$ 千米. $\therefore AB=AD+BD=6.8+4 \approx 11$ (千米).所以, A, B 两点间的距离约为 11 千米.16. 解:(1) 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 图略.

$\therefore \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore \angle C=45^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $CE=AC \cos C=1$. $\therefore AE=CE=1$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\tan B = \frac{1}{3}$, 即 $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{3}$,

 $\therefore BE=3AE=3$. $\therefore BC=BE+CE=4$.(2) $\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = 2$. $\therefore DE=CD-CE=1$.

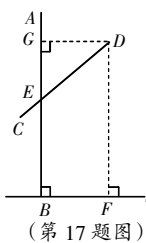
 $\therefore AE \perp BC$, $DE=AE$, $\therefore \angle ADC=45^\circ$.

$\therefore \sin \angle ADC = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

17. 解: 如图, 过点 D 作 $DG \perp AE$ 于点 G , 得矩形 $GBFD$.

 $\therefore DF=GB$.在 $\text{Rt}\triangle GDE$ 中, $DE=80\text{cm}$, $\angle GED=48^\circ$, $\therefore GE=DE \times \cos 48^\circ \approx 80 \times 0.67 = 53.6$ (cm). $\therefore GB=GE+BE=53.6+110=163.6 \approx 164$ (cm). $\therefore DF=GB \approx 164$ (cm).

所以, 活动杆端点 D 离地面的高度 DF 约为 164 cm.



(第 17 题图)

四、

18. 解: 设 $AD=x$ m. $\therefore AD \perp CD$, $\angle ACD=45^\circ$, $\therefore CD=AD=x$. $\therefore AD \perp BD$, $\angle ABD=30^\circ$, $\therefore BD=\sqrt{3}AD=\sqrt{3}x$.

$\therefore BC=BD-CD=20$, $\therefore \sqrt{3}x-x=20$.

解得 $x=10\sqrt{3}+10$.

答: 气球 A 离地面的高度 AD 为 $(10\sqrt{3}+10)$ m.

19. 解: 设无人机距地面 x m, 直线 AB 与“南天一柱”所在直线相交于点 D , 由题意得 $\angle CAD=37^\circ$, $\angle CBD=45^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{x}{AD} \approx 0.75$,

$\therefore AD = \frac{4}{3}x$.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$\therefore \tan \angle CBD = \frac{CD}{BD} = \frac{x}{BD} = 1$, $\therefore BD=x$.

$\therefore AD-BD=AB$, $\therefore \frac{4}{3}x-x=9 \times 6$. 解得 $x=162$.

 $\therefore 162 > 150$, \therefore 这架航拍无人机继续向正东飞行安全.20. 解: $\because \angle AOB=150^\circ$, $\therefore \angle AOC=180^\circ-\angle AOB=30^\circ$.在 $\text{Rt}\triangle ACO$ 中, $AC=10$, $\therefore AO=2AC=20$.根据题意, 得 $A'O=AO=20$. $\therefore \angle A'OB=108^\circ$, $\therefore \angle A'OD=180^\circ-\angle A'OB=72^\circ$.在 $\text{Rt}\triangle A'DO$ 中, $A'D=A'O \cdot \sin 72^\circ \approx 20 \times$ 0.95 ≈ 19 (cm).

答: 此时顶部边缘 A' 处离桌面的高度 $A'D$ 的长约为 19 cm.

五、

21. 解:(1) $\therefore AD$ 是边 BC 上的高, $\therefore AD \perp BC$.

$\therefore \tan \angle BAD + \tan \angle CAD = \frac{BD}{AD} + \frac{CD}{AD} = \frac{BC}{AD} =$

$\frac{5}{3}$.

 $\therefore BC=5$, $\therefore AD=3$.(2) $\therefore AD \perp BC$, $AD=3$, $AC=\sqrt{10}$,

$\therefore \sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $CD =$

$\sqrt{AC^2-AD^2} = \sqrt{(\sqrt{10})^2-3^2} = 1$.

 $\therefore BD=BC-CD=4$. $\therefore AB = \sqrt{AD^2+BD^2} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.

$\therefore \cos B = \frac{BD}{AB} = \frac{4}{5}$,

$\therefore \cos B \cdot \sin C = \frac{4}{5} \times \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{6\sqrt{10}}{25}$.

22. 解: 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F , 图略.

根据题意, 得 $\angle CDF=37^\circ$, $CD=200$.

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $\sin \angle CDF = \frac{CF}{CD} = \sin 37^\circ \approx$

0.60, $\cos \angle CDF = \frac{DF}{CD} = \cos 37^\circ \approx 0.80$,

$\therefore CF \approx 200 \times 0.60 = 120$, $DF \approx 200 \times 0.80 =$

160.

 $\therefore AB \perp BC$, $DF \perp BC$, $DE \perp AB$, $\therefore \angle B = \angle DFB = \angle DEB = 90^\circ$. \therefore 四边形 $BFDE$ 是矩形. $\therefore BF=DE$, $BE=DF=160$. $\therefore AE=AB-BE=300-160=140$.

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\tan \angle DAE = \frac{DE}{AE} = \tan 65^\circ \approx$

2.14,

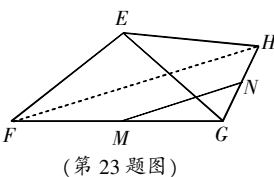
 $\therefore DE=AE \cdot \tan 65^\circ \approx 140 \times 2.14 = 299.60$. $\therefore BF=DE=299.60$. $\therefore BC=BF+CF=299.60+120 \approx 420$ (米).

答: 革命纪念碑与党史纪念馆之间的距离约为 420 米.

六、

23. 解: 性质探究: $\sqrt{3}:1$

理解运用:

(1) $\sqrt{3}$ (2)如图, 连接 FH .

(第 23 题图)

 $\therefore EF=EG=EH$, $\therefore \angle EFG = \angle EGF$, $\angle EHG = \angle EGH$.

$\therefore \angle EFG + \angle EHG = \angle EGF + \angle EGH = \angle FGH = 120^\circ$.

 $\therefore \angle FEH + \angle EFG + \angle EHG + \angle FGH = 360^\circ$, $\therefore \angle FEH = 360^\circ - 120^\circ - 120^\circ = 120^\circ$. $\therefore EF=EH$, $\therefore \triangle EFH$ 是顶角为 120° 的等腰三角形. $\therefore FH = \sqrt{3}EF = 20\sqrt{3}$. \therefore 点 M, N 分别是 FG, GH 的中点,

\there

④ 令 $y=0$, 解得 $x=\frac{17}{5}$.

$$\therefore C\left(\frac{17}{5}, 0\right).$$

$$\therefore S_{\triangle PKC} = S_{\triangle KPP'} - S_{\triangle CPP'} = \frac{1}{2} \cdot (x_C - x_K) \cdot PP'$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{17}{5} - 1 \right) \times 1$$

$$= \frac{6}{5}.$$

\therefore 当 $PC+KC$ 的值最小时, $\triangle PKC$ 的面积为 $\frac{6}{5}$.

上册综合能力提升(二)

一、选择题

1~6. CDBBBB

二、填空题

7. 中心 8.3 9.22 10.2 11.2 $\sqrt{5}$

12.1 或 $\sqrt{5}+1$

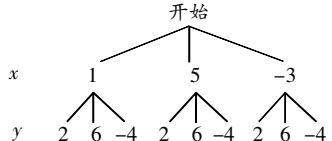
三、

$$13. (1) x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{2};$$

$$(2) x_1 = x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

14. 略.

15. 解: 画树状图如下:



总共有 9 种等可能的结果, 点 (x, y) 落在平面直角坐标系第一象限内的结果有 4 种, 所以点 (x, y) 落在平面直角坐标系第一象限内的概率为 $\frac{4}{9}$.

16. 解: (1) \therefore 点 A 是一次函数 $y=2x-4$ 的图象与 x 轴的交点,

\therefore 当 $y=0$ 时, $2x-4=0$, 解得 $x=2$.

\therefore 点 A 的坐标为 $(2, 0)$.

(2) 将点 $A(2, 0)$ 向上平移 2 个单位长度后得到点 $B(2, 2)$.

设过点 B 的反比例函数表达式为 $y=\frac{k}{x}$.

把点 B 的坐标代入表达式, 得 $2=\frac{k}{2}$.

解得 $k=4$.

\therefore 该反比例函数的表达式为 $y=\frac{4}{x}$.

17. 证明: (1) \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB \parallel CD$, 即 $BE \parallel DF$.

$\therefore BE=DF$.

\therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形.

$\therefore DE \perp AB$, 即 $\angle DEB=90^\circ$,

\therefore 四边形 $BFDE$ 是矩形.

(2) 由 (1) 知四边形 $BFDE$ 是矩形,

$\therefore \angle BFC=90^\circ$.

$$\therefore CF=3, BF=4, \therefore BC=\sqrt{3^2+4^2}=5.$$

$$\therefore AD=BC=5.$$

$$\therefore DF=5, \therefore AD=DF, \therefore \angle DAF=\angle DFA.$$

$$\therefore AB \parallel CD, \therefore \angle DFA=\angle FAB.$$

$$\therefore \angle DAF=\angle FAB, \text{即 } AF \text{ 平分 } \angle DAB.$$

四、

18. 解: (1) 相似. 理由如下:

$\therefore BC \perp AE, DE \perp AE$,

$\therefore \angle BCA=\angle DEA=90^\circ$.

又 $\therefore \angle BAC=\angle DAE$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$.

(2) $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$,

$$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}, \text{即 } \frac{AC}{AC+CE} = \frac{BC}{DE}.$$

$$\therefore \frac{4}{4+32} = \frac{1.8}{DE}.$$

解得 $DE=16.2$.

\therefore 古塔的高度为 16.2m.

19. 解: (1) 由 $(x-m)^2+6x=4m-3$, 得 $x^2+(6-2m)x+m^2-4m+3=0$.

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=(6-2m)^2-4 \times 1 \times (m^2-4m+3)=-8m+24.$$

\therefore 方程有实数根, $\therefore -8m+24 \geq 0$, 解得 $m \leq 3$.

$\therefore m$ 的取值范围是 $m \leq 3$.

(2) \therefore 方程的两实根分别为 x_1 与 x_2 , 由根

与系数的关系, 得 $x_1+x_2=2m-6, x_1x_2=m^2-4m+3$.

$$\therefore 2x_1x_2-x_1^2-x_2^2=4x_1x_2-(x_1+x_2)^2=4(m^2-4m+3)-(2m-6)^2=8m-24.$$

$\therefore 8>0, \therefore 8m-24$ 随 m 的增大而增大.

\therefore 当 $m=3$ 时, $2x_1x_2-x_1^2-x_2^2$ 的值最大, 最大值为 0.

20. 解: (1) 设这两次技术改造日产量的平均增长率为 x .

根据题意, 得 $2\,000(1+x)^2=2\,420$.

解得 $x_1=0.1=10\%, x_2=-2.1$ (不合题意, 舍去).

答: 这两次技术改造日产量的平均增长率为 10%.

$$(2) \pi \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 4 \times 8 + 8 \times 8$$

$$=16\pi + 32\pi + 64$$

$$=48\pi + 64 (\text{cm}^2).$$

答: 此类盲盒的表面积是 $(48\pi + 64) \text{cm}^2$.

五、

21. 解: (1) 把点 $A(1, a)$ 代入 $y=-x+3$, 得 $a=2$.

$\therefore A(1, 2)$.

把 $A(1, 2)$ 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中,

$$\therefore k=1 \times 2=2.$$

\therefore 反比例函数的表达式为 $y=\frac{2}{x}$.

(2) 当 $y=0$ 时, $-x+3=0$, 解得 $x=3$.

$\therefore C(3, 0)$.

设 $P(x, 0), \therefore PC=|3-x|$.

$$\therefore S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} \times |3-x| \times 2=5.$$

\therefore 解得 $x=-2$ 或 $x=8$.

\therefore 点 P 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(8, 0)$.

$$(3) \text{解方程组 } \begin{cases} y=\frac{2}{x}, \\ y=-x+3. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=1, \\ y=2, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$$

$\therefore B(2, 1)$.

\therefore 当 $x>0$ 时, 一次函数的值大于反比例函数的值的 x 的取值范围为 $1<x<2$.

22. 解: (1) 证明: 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=BC, \angle ABP=\angle CBP=45^\circ$,

又 $\therefore BP=BP, \therefore \triangle ABP \cong \triangle CBP (\text{SAS})$.

$\therefore PA=PC$.

$\therefore PA=PE, \therefore PC=PE$.

(2) 由 (1) 知, $\triangle ABP \cong \triangle CBP$.

$\therefore \angle BAP=\angle BCP, \therefore \angle DAP=\angle DCP$.

$\therefore PA=PE, \therefore \angle DAP=\angle E, \therefore \angle DCP=\angle E$.

$\therefore \angle CFP=\angle EFD, \therefore \angle CPE=\angle EDF=90^\circ$.

(3) $AP=CE$.

理由: \therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore BA=BC, \angle PBA=\angle PBC$.

又 $\therefore BP=BP, \therefore \triangle ABP \cong \triangle CBP (\text{SAS})$.

$\therefore PA=PC, \angle BAP=\angle BCP$.

$\therefore PA=PE, \therefore PC=PE$.

$\therefore \angle BAD=\angle BCD, \therefore \angle DAP=\angle DCP$.

$\therefore PA=PE, \therefore \angle DAP=\angle DEP$.

$\therefore \angle DCP=\angle DEP$.

$\therefore \angle CFP=\angle EFD$,

$\therefore \angle CPF=\angle EDF=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$.

$\therefore \triangle EPC$ 是等边三角形.

$\therefore PC=CE, \therefore AP=CE$.

六、

23. 解: (1) 点 D 是 $\triangle ABC$ 的“理想点”.

理由如下:

$\therefore D$ 是 AB 中点, $AB=2$,

$\therefore AD=BD=1, AD \cdot AB=2$.

$\therefore AC=\sqrt{2}, \therefore AC^2=2$.

$\therefore AC^2=AD \cdot AB$, 即 $\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AC}$.

$\therefore \angle A=\angle A, \therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC$.

$\therefore \angle ACD=\angle B$.

\therefore 点 D 是 $\triangle ABC$ 的“理想点”.

(2) ① 点 D 在 AB 上时, 如图①:

$\therefore D$ 是 $\triangle ABC$ 的“理想点”,

$\therefore \angle ACD=\angle B$ 或 $\angle BCD=\angle A$.

当 $\angle ACD=\angle B$ 时,

$\therefore \angle ACD+\angle BCD=90^\circ$,

$\therefore \angle BCD+\angle B=90^\circ$.

$\therefore \angle CDB=90^\circ$, 即 CD 是 AB 边上的高.

当 $\angle BCD=\angle A$ 时, 同理可证 $\angle CDB=90^\circ$,

即 CD 是 AB 边上的高.

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ, AB=5, AC=4$,

$$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=3.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BC, \therefore CD = \frac{12}{5}.$$

$$\textcircled{2} \therefore AC=4, BC=3,$$

$\therefore AC>BC$, 即 $\angle B>\angle A$.

\therefore “理想点” D 不可能在 BC 边上.

③ 点 D 在 AC 边上时, 如图②:

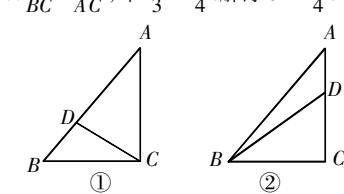
$\therefore D$ 是 $\triangle ABC$ 的“理想点”,

$\therefore \angle DBC=\angle A$.

又 $\therefore \angle C=\angle C$,

$\therefore \triangle BDC \sim \triangle ABC$.

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}, \text{即 } \frac{CD}{3} = \frac{3}{4}, \text{解得 } CD = \frac{9}{4}.$$



(第 23 题图)

综上所述, 点 D 是 $\triangle ABC$ 的“理想点”, CD

的长为 $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{9}{4}$.

第 14 期

2 版

1.1 锐角三角函数

第 1 课时

1.B

2. 解: $\therefore \angle ACB=90^\circ, CD$ 是 AB 边上的中线, $\therefore AD=CD, \therefore \angle A=\angle ACD$.

$$\therefore \tan \angle ACD = \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

第 2 课时

1.C

2. 解: (1) $\therefore a=1, c=2, \therefore b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3}$.

$$\therefore \sin B = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos B = \frac{a}{c} = \frac{1}{2},$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \sqrt{3}.$$

$$(2) \therefore a=5, b=12, \therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=13.$$

$$\therefore \sin B = \frac{b}{c} = \frac{12}{13}, \cos B = \frac{a}{c} = \frac{5}{13},$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{12}{5}.$$

1.2 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函数值

1.D 2.D

3. 解: (1) 原式 $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$.

(2) 原式 $= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

数学 北师大

1.3 三角函数的计算

1. (1) $\sin 47^\circ \approx 0.731\,4$.

(2) $\cos 25^\circ 18' \approx 0.904\,1$.

(3) $\tan 44^\circ 59' 59'' \approx 1.000\,0$.

2. $37^\circ 5' 32''$

3. (1) $72^\circ 24'$; (2) $30^\circ 36'$; (3) $10^\circ 42'$.

4. 11.9 5.C

3 版

一、选择题

1~6. BDDABC

二、填空题

7. $\frac{12}{13}$ 8. 30° 9. $>$ 10. 2

11. $\frac{5}{12}$ 12. $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

三、

13. 解: (1) 原式 $= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0.$$

(2) 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} +$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \sqrt{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \sqrt{2}.$$

14. 解: 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, \tan B = \frac{AC}{BC}$,

$$\therefore \tan B = \frac{\sqrt{3}}{2}, BC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{AC}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

解得 $AC=3$.

由勾股定理, 得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} =$

$$\sqrt{3^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{21}.$$

15. 解: 在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中, 因为 $CD=3, BD=5$.

$$\therefore BC = \sqrt{BD^2 - CD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

又 $\therefore AC=AD+CD=8$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}.$$

$$\text{则 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

16. 解: (1) $\therefore DE \parallel BC, DE=3, BC=9$,

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}.$$

$$(2) \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}, BD=10, \therefore \frac{AD}{AD+10} = \frac{1}{3}.$$

$\therefore AD=5, \therefore AB=15$.

$$\text{在 } \text{Rt} \triangle ABC \text{ 中, } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

17. 解: (1) 根据题意, 得 $\frac{AC}{1} = \frac{18}{0.9}$.

解得 $AC=2$.

答: 滑梯的高 AC 为 2m.

(2) 符合. 理由如下:

$\therefore AC=2\text{m}, BC=4\text{m},$

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ.$$

\therefore 随着角的增大, 正切值也增大,

$\therefore \angle ABC < 30^\circ$.

\therefore 这架滑梯的倾斜角符合安全要求.

四、

18. 解: ①1; ②1; ③1; ④1.

(1) 证明: 如图.

中考版答案页第 4 期