第8期

第2~3版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.A **提示**:由直线 l 的方程为 $2x-y+1=0$,得直线 l 的斜率为2,

所以直线 l 的一个方向向量为(1,2),故选A.

2.A **提示**:因为直线 $l_1:ax+(a-1)y+3=0$,$l_2:2x+ay-1=0$,$l_1\perp l_2$,所以 $2a+a(a-1)=0$,解得 $a=0$ 或 $a=-1$.故选A.

3.A **提示**:由两条直线 $l_1:3x-4y+6=0$ 与 $l_2:3x-By+C=0$ 平行,可得 $\frac{3}{3}=\frac{-B}{-4}\neq\frac{C}{6}$,解得 $B=4,C\neq6$,

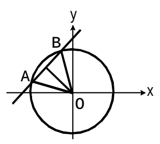
因为平行直线 $l_1:3x-4y+6=0$ 与 $l_2:3x-4y+C=0$ 间的距离为3,所以 $\frac{|C-6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$,所以 $|C-6|=15$,所以 $C=21$ 或 $C=-9$,所以 $B+C=25$ 或 -5.故选A.

4.A **提示**:因为圆心为(-2,1)的圆与y轴相切,所以半径 $r=2$,

所以该圆的标准方程为 $(x+2)^2+(y-1)^2=4$.故选A.

5.B **提示**:圆 $O:x^2+y^2=4$ 的圆心为(0,0),半径 $r=2$,若直线 $x-y+a=0$ 与圆 O 交于 A,B 两点,且△AOB 为等边三角形,则圆心 O 到AB的距离为 $\sqrt{3}$,又由圆心O到直线的距离公式可得,$\frac{|a|}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$,

解得 $a=\pm\sqrt{6}$.故选B.



(第5题图)

6.A **提示**:$|PM|=\sqrt{|OP|^2-4}$,求 $|PM|$ 的最小值,即求出 $|OP|$ 的最小值.$|OP|$ 的最小值为O到直线 $2x+y-10=0$ 的距离,则 $\frac{|-10|}{\sqrt{2^2+1^2}}=2\sqrt{5}$.所以 $|PM|_{min}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-4}=4$.故选A.

7.A **提示**:圆 O_1 的圆心为(-a,0),半径 $r_1=2$,圆 O_2 的圆心为(0,b),半径 $r_2=1$,

因为两圆恰有三条公切线,则两圆外切,所以 $|O_1O_2|=r_1+r_2=3$,即 $\sqrt{a^2+b^2}=3$,

所以 $a^2+b^2=|a|^2+|b|^2=9$,所以 $(|a|+|b|)^2\leqslant2(|a|^2+|b|^2)=18$,

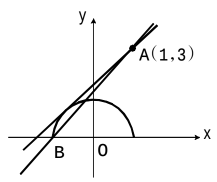
所以 $|a|+|b|\leqslant3\sqrt{2}$,当且仅当 $|a|=|b|=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 时,取等号.故选A.

8.B **提示**:直线 $l:y-3=k(x-1)$ 过定点A(1,3),

由 $C:y=\sqrt{1-x^2}$,得 $x^2+y^2=1$ $(y\geqslant0)$,如图所示,$k_{AB}=\frac{3-0}{1-(-1)}=\frac{3}{2}$,当直线 l 过A且与 $x^2+y^2=1$ 相切时,有 $\frac{|-k+3|}{\sqrt{k^2+1}}=1$,解得 $k=\frac{4}{3}$.

所以若直线 $l:y-3=k(x-1)$ 与曲线 $C:y=\sqrt{1-x^2}$ 恰有两个不同公共点,则实数k的取值范围是 $\left(\frac{4}{3},\frac{3}{2}\right]$.

故选B.



(第8题图)

二、多项选择题

9.BC **提示**:因为圆 $K:(x-k)^2+(y-k)^2=\frac{k^2}{2}$,其中 $k\neq0$,所以圆心K(k,k),即圆K的圆心在定直线 $y=x$ 上,故B正确;根据图形假设 $y=ax$ 与圆K相切,所以 $\frac{|ka-k|}{\sqrt{1+a^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$,解得 $a=2\pm\sqrt{3}$,故存在圆K与定直线相切,故C正确,A,D选项,均无法判断.故选BC.

10.BD **提示**:当直线 l 的斜率不存在时,直线 l 的方程为 $x=3$,此时点A到直线 l 的距离为5,点B到直线 l 的距离为1,不满足题意;

当直线 l 的斜率k存在时,设直线 l 的方程为 $y-4=k\cdot(x-3)$,即 $kx-y+4-3k=0$,

因为点A(-2,2),B(4,-2)到直线 l 的距离相等,所以 $\frac{|-2k-2+4-3k|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|4k+2+4-3k|}{\sqrt{k^2+1}}$,解得 $k=\frac{2}{3}$ 或 $k=2$,当 $k=\frac{2}{3}$ 时,直线 l 的方程为 $y-4=\frac{2}{3}(x-3)$,整理得 $2x-3y+6=0$;

当 $k=2$ 时,直线 l 的方程为 $y-4=2(x-3)$,整理得 $2x-y-2=0$.

综上,直线 l 的方程为 $2x-3y+6=0$ 或 $2x-y-2=0$.故选BD.

11.BC **提示**:由 $M:x^2+y^2-2x+4y+4=0$,得 $(x-1)^2+(y+2)^2=1$,所以圆M的圆心为(1,-2),半径为1,故A错误;由圆 $O:x^2+y^2=4$ 和圆 $M:x^2+y^2-2x+4y+4=0$,两式相减,可得 $x-2y-4=0$,即直线AB的方程为 $x-2y-4=0$,故B正确;坐标原点O到直线 $x-2y-4=0$ 的距离为 $\frac{|-4|}{\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$,圆O的半径为2,则线段AB的长为 $2\sqrt{4-\frac{16}{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$,故C正确;圆心M(1,-2),点M到(5,1)的距离为 $\sqrt{(1-5)^2+(-2-1)^2}=5$,所以 $(a-5)^2+(b-1)^2$ 的最大值为 $(5+1)^2=36$,故D错误.故选BC.

12.BC **提示**:由题意知,直线OA的方程为 $y=x$,设点B (x_0,y_0),则由切点弦结论得直线 $PQ:(x_0-4)(x-4)+y_0y=4$,且 $y_0=x_0$,

易得直线PQ过定点M(3,1),故圆心C到直线PQ的距离不是定值,$PC\perp CQ$ 不恒成立,故A错误;

因为直线PQ过定点M(3,1),$|CM|=\sqrt{2}$,故当 $PQ\perp CM$ 时,$|PQ|$ 最小,$|PQ|_{min}=2\sqrt{4-2}=2\sqrt{2}$,故最小半径为 $\sqrt{2}$,

所以线段PQ为直径的圆的面积的最小值为 2π,故B正确;四边形BPCQ的面积 $S=|BP|\cdot|PC|=2|BP|=2\sqrt{|BC|^2-4}$,因为 $|BC|_{min}$ 为点C到直线OA的距离 $\frac{|4-0|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$,故 $S_{min}=2\sqrt{8-4}=4$,故C正确;

当 $x_0=3$ 时,直线 $PQ:-x+3y=0$ 过原点O,两截距均为0,故D错误.故选BC.

三、填空题

13.(2,1) **提示**:因为点A(1,0)和点B关于直线 $x+y-2=0$ 对称,设点B的坐标为(a,b),

则 $\begin{cases}\frac{b-0}{a-1}\times(-1)=-1,\\ \frac{a+1}{2}+\frac{b+0}{2}-2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=1,\end{cases}$

故点B的坐标为(2,1).

14.$(x+1)^2+(y-1)^2=4$ **提示**:由 $\begin{cases}x+y=2,\\ x-y=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=1,\\ y=1,\end{cases}$ 所以直线 $x+y=2$ 与直线 $x-y=0$ 的交点为M(1,1),故半径为 $|MC|=2$,故所求圆的标准方程是 $(x+1)^2+(y-1)^2=4$.

15.4 **提示**:由曲线 $C:4xy+3y^2=0$,得 $y=0$ 或 $4x+3y=0$,又 $(x-5)^2+y^2=r^2(r>0)$ 的圆心为(5,0)在x轴上,所以直线 $y=0$ 与圆有两个公共点,所以直线 $4x+3y=0$ 与圆只有一个公共点,所以 $\frac{|20|}{\sqrt{3^2+4^2}}=r$,所以 $r=4$.

16.$5\sqrt{2}-3$ **提示**:根据题意,圆 $C_1:x^2+(y-2)^2=1$ 的圆心 C_1 为(0,2),半径R=1,

圆 $C_2:(x-4)^2+y^2=4$,其圆心 C_2 为(4,0),半径r=2,

设圆N与圆 $C_1:x^2+(y-2)^2=1$ 关于直线 $x+y+1=0$ 对称,其圆心N的坐标为(a,b),

则有 $\begin{cases}\frac{b-2}{a-0}=1,\\ \frac{a}{2}+\frac{b+2}{2}+1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-3,\\ b=-1,\end{cases}$ 即N(-3,-1),

$|NC_2|=\sqrt{49+1}=5\sqrt{2}$,

当P是线段 NC_2 和直线 $x+y+1=0$ 的交点时,$|PA|+|PB|$ 取得最小值,则 $|PA|+|PB|$ 的最小值为 $|NC_2|-R-r=5\sqrt{2}-3$.

四、解答题

17.**解**:(1)因为所求直线平行于BC所在的直线,所以可设所求直线方程为 $x+3y+n=0$,

因为该直线过点A(1,2),所以 $1+6+n=0$,解得 $n=-7$,故所求直线方程为 $x+3y-7=0$.

(2)因为A(1,2),B(-1,0),所以 $k_{AB}=\frac{2-0}{1-(-1)}=1$,线段AB的中点坐标为(0,1),

所以线段AB的垂直平分线方程为 $y-1=-(x-0)$,即 $x+y-1=0$.

18.**解**:(1)设圆C的方程为 $x^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$,

将M,N坐标代入得 $\begin{cases}(2-b)^2=r^2,\\ 1+(3-b)^2=r^2,\end{cases}$ 解得 $b=3,r=1$,所以圆C的方程为 $x^2+(y-3)^2=1$.

(2)当切线的斜率不存在时,切线方程为 $x=-1$,满足题意;

当切线的斜率存在时,可设切线方程为 $y=k(x+1)$,即 $kx-y+k=0$,则 $\frac{|-3+k|}{\sqrt{1+k^2}}=1$,

解得 $k=\frac{4}{3}$,此时切线方程为 $4x-3y+4=0$.

综上,该切线的方程为 $4x-3y+4=0$ 或 $x=-1$.

19.**解**:(1)由圆 $O:x^2+y^2=4$,圆 $C:(x-3)^2+(y-1)^2=8$,两式作差,可得直线PQ的方程为 $3x+y-3=0$,

点O(0,0)到直线PQ的距离 $d=\frac{3}{\sqrt{10}}$,

则 $|PQ|=2\sqrt{4-\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2}=\frac{\sqrt{310}}{5}$.

(2)由题意知,点M(2,0),又C(3,1),所以 $|MC|=\sqrt{2}$,又 $|NC|=2\sqrt{2}$,

所以 $S_{\triangle MNC}=\frac{1}{2}|MC|\cdot|NC|\sin\angle MCN=2\sin\angle MCN$.

当∠MCN=90°时,$S_{\triangle MCN}$ 取得最大值,此时 $MC\perp NC$,又 $k_{CM}=\frac{1-0}{3-2}=1$,所以直线CN的方程为 $y-1=-(x-3)$,即 $y=-x+4$.

由 $\begin{cases}y=-x+4,\\ (x-3)^2+(y-1)^2=8,\end{cases}$ 解得N(1,3)或N(5,-1).

当N(1,3)时,$k_{MN}=-3$,此时MN的方程为 $3x+y-6=0$;

当N(5,-1)时,$k_{MN}=-\frac{1}{3}$,此时MN的方程为 $x+3y-2=0$.

综上,△MNC面积最大时的直线MN的方程为 $3x+y-6=0$ 或 $x+3y-2=0$.

20.**解**:(1)设圆C的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$,由题意可得 $\begin{cases}a-2b+3=0,\\ (2-a)^2+(0-b)^2=r^2,\\ (3-a)^2+(3-b)^2=r^2,\end{cases}$ 解得 $a=1,b=2,r=\sqrt{5}$,所以圆C的标准方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2=5$.

(2)设点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,联立 $\begin{cases}y=kx+m+2,\\ (x-1)^2+(y-2)^2=5,\end{cases}$

整理得 $(1+k^2)x^2+2(km-1)x+m^2-4=0$,

则 $x_1+x_2=-\frac{2(km-1)}{1+k^2}$,$x_1x_2=\frac{m^2-4}{1+k^2}$,

$y_1y_2=(kx_1+m+2)(kx_2+m+2)=k^2x_1x_2+k(m+2)(x_1+x_2)+(m+2)^2$,

因为以AB为直径的圆过原点,所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$,所以 $x_1x_2+y_1y_2=0$,

即 $(1+k^2)x_1x_2+k(m+2)(x_1+x_2)+(m+2)^2=0$,

即 $(1+k^2)\cdot\frac{m^2-4}{1+k^2}-k(m+2)\cdot\frac{2(km-1)}{1+k^2}+(m+2)^2=0$,

整理得,$(m+2)(m+k)=0$,因为直线 l 不过原点,所以 $m\neq-2$,所以 $m=-k$,

所以直线 l 的方程为 $y=kx-k+2=k(x-1)+2$,可得直线 l 恒过定点(1,2).

21.**解**:(1)由已知圆 C 的方程为 $(x-m)^2+(y+m)^2=4$,所以圆心为 $\begin{cases}x=m,\\ y=-m,\end{cases}$ 所以圆心所在直线的方程为 $x+y=0$.

(2)由已知 $r=2$,又弦长为 $2\sqrt{2}$,

所以圆心C到直线 l 的距离为

$d=\sqrt{r^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$,

所以 $d=\frac{|m+m+4|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,解得 $m=-1$ 或 $m=-3$.

(3)由∠APB 可取得最大值为90°可知点P($\sqrt{2}$,$\sqrt{2}$)为圆外一点,所以 $m\neq0$.

当 PA,PB 为圆的两条切线时,∠APB 取最大值,此时∠APB=90°,又 $CA\perp PA$,$CB\perp PB$,$CA=CB$,

所以四边形 $PACB$ 为正方形,则 $|CP|=2\sqrt{2}=\sqrt{(m-\sqrt{2})^2+(-m-\sqrt{2})^2}$,

解得 $m=\pm\sqrt{2}$.

22.(1)**证明**:直线 $l:(3m+1)x+(1-m)y-4=0$ 化为 $(3x-y)m+x+y-4=0$,

由 $\begin{cases}3x-y=0,\\ x+y-4=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\ y=3,\end{cases}$ 所以直线 l 过定点(1,3),将定点(1,3)代入圆C的方程左边,得 $1+9-24+12=-2<0$,所以定点M(1,3)在圆C内,所以直线 l 与圆C相交,即直线 l 与圆C总有两个不同的交点.

(2)**解**:将圆C的方程化为 $x^2+(y-4)^2=4$,则C(0,4),半径r=2.

选①,因为 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=0$,所以 $CA\perp CB$,所以 $AB=2\sqrt{2}$,即弦AB的长为 $2\sqrt{2}$,

所以圆心C到直线 $l:(3m+1)x+(1-m)y-4=0$ 的距离 $d=\sqrt{r^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$,

即 $\frac{|4(1-m)-4|}{\sqrt{(3m+1)^2+(1-m)^2}}=\sqrt{2}$,解得 $m=-1$,所以直线 l 的方程为 $-2x+2y-4=0$,即 $x-y+2=0$.

选②,当直线 l 所过定点M(1,3)为弦AB的中点时,$|\overrightarrow{AB}|$ 最小,

此时 $CM\perp AB$,$k_{CM}=\frac{3-4}{1-0}=-1$,所以直线 l 的斜率为 $k=1$,即 $-\frac{3m+1}{1-m}=1$,解得 $m=-1$,所以直线 l 的方程为 $x-y+2=0$.

选③,因为过A,B两点分别作圆C的切线,切线交于点P(2,2),所以 $CP\perp AB$,又 $k_{CP}=\frac{2-4}{2-0}=-1$,所以直线 l 的斜率为 $k=1$,即 $-\frac{3m+1}{1-m}=1$,解得 $m=-1$,所以直线 l 的方程为 $x-y+2=0$.

扫码免费下载习题讲解ppt

第5期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.A **提示**:由题意可知,直线过点(-2,0),(0,2),

则直线斜率 $k=\frac{2-0}{0-(-2)}=1$,故该直线的倾斜角为45°.故选A.

2.D **提示**:直线 $2x+6y-1=0$ 的斜率 $k=-\frac{1}{3}$,故直线的方向向量为 $\left(1,-\frac{1}{3}\right)$,即(3,-1),故选D.

3.D **提示**:根据题意,若 $A(2,3)$,$B(5,4)$,$C(8,a)$ 三点共线,

则 $k_{AB}=k_{AC}$,即 $\frac{a-3}{8-2}=\frac{4-3}{5-2}=\frac{1}{3}$,解得 $a=5$.故选D.

4.C **提示**:因为直线 $mx+4y-2=0$ 与 $2x-5y+n=0$ 互相垂直,所以 $\frac{m}{-4}\times\frac{2}{5}=-1$,所以 $m=10$,所以直线 l_1 的方程为 $5x+2y-1=0$,垂足 $(1,p)$ 代入,得 $5+2p-1=0$,所以 $p=-2$.把垂足(1,-2)代入 $2x-5y+n=0$,得 $n=-12$,所以 $m+n-p=10-12+2=0$,故选C.

5.C **提示**:当 $m=1$ 时,l_1 为 $3x-y-1=0$,l_2 为 $9x-3y+1=0$,$\frac{3}{9}=\frac{-1}{-3}\neq\frac{-1}{1}$,所以 $l_1/\!/l_2$,充分性成立;

当 $l_1/\!/l_2$ 时,$\frac{3}{3(m+2)}=\frac{-m}{-3}\neq\frac{-1}{1}$,解得 $m=-3$ 或 $m=1$,若 $m=-3$ 时,l_1 为 $3x+3y-1=0$,l_2 为 $-3x-3y+1=0$,两条直线重合,所以 $m=1$,必要性成立.故选C.

6.D **提示**:直线 l 过点 $P(1,1)$,且其方向向量 $\boldsymbol{v}$=(1,2),

故直线 l 的方程为 $y-1=2(x-1)$,得 $2x-y-1=0$.故选D.

7.C **提示**:因为点 $A(3,2)$,$B(-1,4)$,所以线段 AB 的中点 $M(1,3)$,则经过点 $C(2,5)$ 且经过线段 AB 的中点 $M(1,3)$ 的直线方程为 $\frac{y-3}{5-3}=\frac{x-1}{2-1}$,即 $2x-y+1=0$,故选C.

8.B **提示**:由题意可设直线 l 的方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1(a>0,b>0)$,则 $\frac{3}{a}+\frac{2}{b}=1$,

由基本不等式,得 $1=\frac{3}{a}+\frac{2}{b}\geqslant2\sqrt{\frac{6}{ab}}$,则 $ab\geqslant24$,当且仅当 $\frac{3}{a}=\frac{2}{b}=\frac{1}{2}$,即 $a=6,b=4$ 时取等号,

故 $S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}ab\geqslant12$,此时 l 的方程为 $\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1$,即 $2x+3y-12=0$.故选B.

二、多项选择题

9.AD **提示**:当截距不为0时,可设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{2a}=1(a\neq0)$,因为直线 l 过点(5,2),

所以 $\frac{5}{a}+\frac{2}{2a}=1$,解得 $a=6$,所以直线方程为 $\frac{x}{6}+\frac{y}{12}=1$,即 $2x+y-12=0$;

当截距为0时,可设直线方程为 $y=kx$,则 $2=5k$,所以 $k=\frac{2}{5}$,此时直线方程为 $y=\frac{2}{5}x$,即 $2x-5y=0$.故选AD.

10.CD **提示**:直线 l 的方程为 $(a-1)x+(a+1)y+2a-2=0$,整理得,$a(x+y+2)-(x-y+2)=0$,

由 $\begin{cases}x+y+2=0,\\ x-y+2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-2,\\ y=0,\end{cases}$ 故直线 l 经过定点 $C(-2,0)$,故 $k_{AC}=-2$,$k_{BC}=1$,

由于直线 l 与线段 AB 有公共点,故 $k\geqslant1$ 或 $k\leqslant-2$.

故选CD.

11.AC **提示**:因为直线 $(a-1)x-(a-2)y-1=0$ 可化为 $a(x-y)-(x-2y+1)=0$ 恒过定点(1,1),即直线一定经过第一象限,故A正确;倾斜角为 $\alpha=\frac{\pi}{2}$ 时,B显然不成立;

过两点 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)(x_1\neq x_2)$ 的直线斜率 $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$,故直线方程为 $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$,故C正确;当截距都为0时,直线方程也可能为 $x-y=0$,D显然不成立.

故选AC.

12.ABC **提示**:因为平面上三条直线 $l_1:x-2y+1=0$,$l_2:x-1=0$,$l_3:x+ky=0$ 不能构成三角形,

所以①当直线 $x+ky=0$ 经过直线 $x-2y+1=0$ 与直线 $x-1=0$ 的交点(1,1)时,$1+k=0$,解得 $k=-1$;

②当直线 $x+ky=0$ 与直线 $x-2y+1=0$ 平行时,

$\frac{1}{1}=\frac{k}{-2}\neq\frac{0}{1}$,解得 $k=-2$;

③当直线 $x+ky=0$ 与直线 $x-1=0$ 平行时,解得 $k=0$.故选ABC.

三、填空题

13.-1 **提示**:因为直线 $x+ay+2a=0$ 与直线 $ax+y+a+1=0$ 平行,所以 $\frac{1}{a}=\frac{a}{1}\neq\frac{2a}{a+1}$,解得 $a=-1$.

14.$2x-y-3=0$ **提示**:设所求直线方程为 $2x-y+m=0$,

因为直线 $2x-y+m=0$ 过点 $P(3,3)$,

所以 $2\times3-3+m=0$,解得 $m=-3$,故所求直线方程为 $2x-y-3=0$.

15.$y=\pm\frac{4}{3}x+4$ **提示**:因为直线 l 在 y 轴上的截距为4,倾斜角为 α,且 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$,所以 $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\pm\frac{3}{5}$,斜率 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\pm\frac{4}{3}$,所以直线 l 的斜截式方程为 $y=\pm\frac{4}{3}x+4$.

16.(1,-1);$\frac{3\pi}{4}$ **提示**:直线 $x+(m^2+1)y+m^2=0(m\in\mathbf{R})$,整理得 $m^2(y+1)+x+y=0$,

由 $\begin{cases}y+1=0,\\ x+y=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\ y=-1.\end{cases}$ 故该直线经过定点(1,-1).由 $k=-\frac{1}{m^2+1}$,所以 $k_{min}=-1$,所以倾斜角的最小值为 $\frac{3\pi}{4}$.

四、解答题

17.**解**:(1)根据题意,直线 l 经过 $A(2,1)$,$B(1,m^2)$ 两点,则其斜率 $k=\frac{1-m^2}{2-1}=1-m^2$,则有 $\tan\alpha=1-m^2$.

(2)由(1)的结论,$\tan\alpha=1-m^2\leqslant1$,即 $\tan\alpha\leqslant1$,

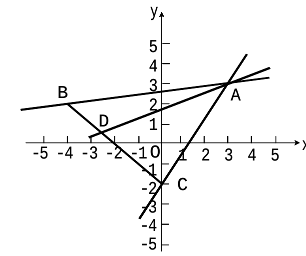
而 $0\leqslant\alpha<\pi$,由正切函数的图象,可得 α 的取值范围为 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

18.**解**:(1)直线 AB 的斜率为 $\frac{3-2}{3-(-4)}=\frac{1}{7}$,直线 BC 的斜率为 $\frac{2-(-2)}{-4-0}=-1$,

所以直线 BC 的一个方向向量为(1,-1).

(2)如图,当点 D 由点 B 运动到点 C 时,直线 AD 的斜率由 k_{AB} 增大到 k_{AC},

由(1)可知 $k_{AB}=\frac{1}{7}$,$k_{AC}=\frac{3-(-2)}{3-0}=\frac{5}{3}$,所以直线 AD 的斜率的取值范围为 $\left[\frac{1}{7},\frac{5}{3}\right]$.



(第18题图)

19.**解**:(1)设与直线 $x-2y-2=0$ 垂直的直线方程为 $2x+y+m=0$,

把(1,0)代入 $2x+y+m=0$,可得 $2+m=0$,解得 $m=-2$.所以所求直线方程为 $2x+y-2=0$.

(2)设直线 l 的方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$,

由题意,得 $\begin{cases}a+b=1,\\ -\frac{b}{a}=\frac{3}{4},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=4,\\ b=-3,\end{cases}$

所以直线 l 的方程为 $\frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1$,即 $3x-4y-12=0$.

20.**解**:(1)直线 $l_1:3x+2y+6=0$ 的斜率为 $-\frac{3}{2}$,直线 $l_2:2x-3m^2y+18=0$ 的斜率为 $\frac{2}{3m^2}$,

因为 l_1 与 l_2 的倾斜角互补,所以 $-\frac{3}{2}+\frac{2}{3m^2}=0$,解得 $m=\pm\frac{2}{3}$.

(2)由题意,若 $3x+2y+6=0$ 和 $2x-3m^2y+18=0$ 垂直,则 $3\times2+2\times(-3m^2)=0$,解得 $m=\pm1$,

经验证,当 $m=1$ 时,$l_2/\!/l_3$,不能围成三角形,故 $m=-1$;

同理,若 $3x+2y+6=0$ 和 $2mx-3y+12=0$ 垂直,则 $6m-6=0$,解得 $m=1$,应舍去;

若 $2x-3m^2y+18=0$ 和 $2mx-3y+12=0$ 垂直,则 $4m+9m^2=0$,解得 $m=0$ 或 $m=-\frac{4}{9}$,经验证,均符合题意.

综上,m 的值为 $0,-1,-\frac{4}{9}$.

21.**解**:(1)因为 $A(-5,0)$,$B(1,-3)$,$C(0,2)$,边 AC,BC 的中点分别是 E,F,

所以 $E\left(-\frac{5}{2},1\right)$,$F\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$,所以 $k_{EF}=\frac{1+\frac{1}{2}}{-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$,所以边 AB 的中位线 EF 所在的直线方程为

$y-1=-\frac{1}{2}\left(x+\frac{5}{2}\right)$,化简得,$2x+4y+1=0$.

(2)设边 AB 的高所在的直线为 l,其斜率为k,因为 $k\cdot k_{AB}=-1$,$k_{AB}=\frac{0-(-3)}{-5-1}=-\frac{1}{2}$,所以 $k=2$,

又因为 l 过 C 点,所以 l 的方程为 $y=2x+2$,故边 AB 的高所在的直线方程为 $y=2x+2$.

22.**解**:(1)由题意可设 $A(a,0)$,$B(0,b)$,$a>0,b>0$,所以直线 AB 的方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$,

因为直线 l 经过点(3,4),△AOB 面积为24,所以 $\begin{cases}\frac{3}{a}+\frac{4}{b}=1,\\ \frac{1}{2}ab=24,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=6,\\ b=8.\end{cases}$

故直线 l 的方程为 $\frac{x}{6}+\frac{y}{8}=1$,故直线 l 的斜率 $k=-\frac{4}{3}$.

(2)因为 $S_{\triangle APQ}=\frac{1}{3}S_{OQPB}$,

所以 $\frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle AOB}}=\frac{1}{4}$,所以 $\frac{|PQ|}{|OB|}=\frac{1}{2}$,所以点 P 为 AB 的中点,因为 $|OB|=8$,所以 $|PQ|=4$.

第 6 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示: 依题意,$\begin{cases}2x+3y+8=0,\\x-y-1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-1,\\y=-2,\end{cases}$ 所以直线 $2x+3y+8=0$ 和 $x-y-1=0$ 的交点坐标为 $(-1,-2)$.因为直线 $x+ky=0$,$2x+3y+8=0$ 和 $x-y-1=0$ 交于一点,所以 $-1-2k=0$,所以 $k=-\frac{1}{2}$.故选 B.

2.A

提示: 直线 $l:(k+1)x+2ky+3k-1=0$,化简为 $k(x+2y+3)+x-1=0$,

所以 $\begin{cases}x+2y+3=0,\\x-1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\y=-2,\end{cases}$ 所以直线 l 经过定点 $A(1,-2)$,所以 A 的纵坐标为 -2.故选 A.

3.C

提示: 由中点坐标公式,可得 BC 边的中点 $D\left(\frac{7-4}{2},\frac{5+7}{2}\right)$,即 $D\left(\frac{3}{2},6\right)$.

由两点间的距离公式,得 $|AD|=\sqrt{\left(4-\frac{3}{2}\right)^2+(1-6)^2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$.故选 C.

4.B

提示: 因为直线 $2ax+y-4=0$ 恒过定点 $A(0,4)$,故当 PA 与该直线垂直时,点 P 到直线的距离达到最大值,此时过 P,A 的直线的斜率为 $\frac{4-2}{0-1}=-2$,所以直线 $2ax+y-4=0$ 的斜率为 $\frac{1}{2}$,故 $a=-\frac{1}{4}$.故选 B.

5.C

提示: 当所求直线的斜率不存在时,直线方程为 $x=1$,不满足题意;当所求直线的斜率存在时,设所求直线方程为 $y-2=k(x-1)$,即 $kx-y+2-k=0$,因为 $A(3,2)$,$B(4,-5)$ 两点到直线的距离相等,所以 $\frac{|3k-2+2-k|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|4k+5+2-k|}{\sqrt{k^2+1}}$,

整理得 $5k^2+42k+49=0$,解得 $k=-7$ 或 $k=-\frac{7}{5}$.

所以所求直线方程为 $-7x-y+2+7=0$ 或 $-\frac{7}{5}x-y+2+\frac{7}{5}=0$,即 $7x+y-9=0$ 或 $7x+5y-17=0$.

故选 C.

6.B

提示: 因为直线 $l_1:(3+2\lambda)x+(4+\lambda)y+(-2+2\lambda)=0(\lambda\in R)$,$l_2:x+y-2=0$,$l_1/\!/l_2$,

所以 $\frac{3+2\lambda}{1}=\frac{4+\lambda}{1}\neq\frac{-2+2\lambda}{-2}$,所以 $\lambda=1$,所以直线 $l_1:x+y=0$,则 l_1 与 l_2 间的距离为 $\frac{|-2-0|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,故选 B.

7.A

提示: 设 BC 的中点为 D,由 $AB=AC$,可知 $\triangle ABC$ 为等腰三角形,则 $\triangle ABC$ 的欧拉线方程即为直线 AD 的方程,由 $B(5,0)$,$C(0,1)$,可知 $D\left(\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$,直线 BC 的斜率 $k_{BC}=-\frac{1}{5}$,因为直线 $BC\perp AD$,所以直线 AD 的斜率 $k_{AD}=5$,所以直线 AD 的方程为 $y-\frac{1}{2}=5\left(x-\frac{5}{2}\right)$,即 $5x-y-12=0$,所以 $\triangle ABC$ 的欧拉线方程为 $5x-y-12=0$.故选 A.

8.D

提示: 设 $B(4,4)$ 关于直线 $x-y+1=0$ 的对称点为 $C(a,b)$,

则 $\begin{cases}\frac{a+4}{2}-\frac{b+4}{2}+1=0,\\\frac{b-4}{a-4}=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=3,\\b=5,\end{cases}$ 故 $C(3,5)$,所以"将军饮马"的最短路径为 $|AC|=\sqrt{(1-3)^2+(1-5)^2}=2\sqrt{5}$.故选D.

二、多项选择题

9.BC

提示: 联立 $\begin{cases}kx-y+2-3k=0,\\x+2y+2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{6k-6}{2k+1},\\y=\frac{2-5k}{2k+1},\end{cases}$ 因为两直线的交点在第三象限,所以 $\begin{cases}x=\frac{6k-6}{2k+1}<0,\\y=\frac{2-5k}{2k+1}<0,\end{cases}$ 解得 $\frac{2}{5}<k<1$,所以实数 k 的值可能为 $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{6}{7}$.故选 BC.

10.AC

提示: 设点 P 坐标为 $(a,5-3a)$,

由题意知,$\frac{|a-(5-3a)-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,解得 $a=1$ 或 $a=2$,

所以点 P 坐标为 $(1,2)$ 或 $(2,-1)$.故选 AC.

11.AC

提示: 由直线 $2x+y-4=0$,$x-y+1=0$ 与 $ax-y+2=0$ 共有两个交点,所以这三条直线必有两条直线平行,

又直线 $2x+y-4=0$,$x-y+1=0$ 不平行,所以当直线 $2x+y-4=0$ 与 $ax-y+2=0$ 平行时,$a=-2$;

当直线 $x-y+1=0$ 与 $ax-y+2=0$ 平行时,$a=1$.

综上,实数 a 的值为 1 或 -2.故选 AC.

12.ABC

提示: 对于 A,若距离坐标为 $(0,0)$,即 P 到两条直线的距离都为 0,P 为两直线的交点,即距离坐标为 $(0,0)$ 的点只有 1 个,A 正确;对于 B,若距离坐标为 $(0,1)$,即 P 到直线 l_1 的距离为 0,到直线 l_2 的距离为 1,P 在直线 l_1 上,到直线 l_2 的距离为 1,符合条件的点有 2 个,B 正确;对于 C,若距离坐标为 $(1,2)$,即 P 到直线 l_1 的距离为 1,到直线 l_2 的距离为 2,有 4 个符合条件的点,即 4 个交点,为与直线 l_1 相距为 1 的两条平行线和与直线 l_2 相距为 2 的两条平行线的交点,C 正确;对于 D,若距离坐标为 (x,x),即 P 到两条直线的距离相等,则距离坐标为 (x,x) 的点在 2 条相互垂直的直线上,D 错误.故选 ABC.

三、填空题

13.$\sqrt{10}$

提示: 由 $\begin{cases}3x-y=0,\\x+y-4=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\y=3,\end{cases}$ 故点 $A(1,3)$,

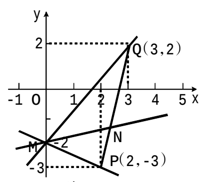
则 $|AB|=\sqrt{(1-2)^2+(3-0)^2}=\sqrt{10}$.

14.$\sqrt{5}$;$2x+y-1=0$

提示: 已知点 $A(1,-1)$,直线 $l:x-2y+2=0$,则点 A 到直线 l 的距离是 $d=\frac{|1+2+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$;垂直于直线 l 的直线斜率为 -2,故过点 A 且垂直于直线 l 的直线方程为 $y+1=-2(x-1)$,即 $2x+y-1=0$.

15.$\left[-\frac{4}{3},\frac{1}{2}\right]$

提示: 根据题意,画出图象,则 $M(0,-2)$ 为直线 $ax+y+2=0$ 的定点.因为 $k_{MQ}=\frac{-2-2}{0-3}=\frac{4}{3}$,$k_{MP}=\frac{-2-(-3)}{0-2}=-\frac{1}{2}$,要使直线 $ax+y+2=0$ 与线段 PQ 相交,设 N 为线段 PQ 上任意一点,则满足 $-\frac{1}{2}\leqslant k_{MN}\leqslant\frac{4}{3}$,所以 $-\frac{1}{2}\leqslant -a\leqslant\frac{4}{3}$,所以 $-\frac{4}{3}\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$.



(第 15 题图)

16.$3\sqrt{2}$

提示: $l_1:x+my-2=0$ 可变形为 $(x-2)+my=0$,令 $y=0$,则 $x=2$,故动直线 $l_1:x+my-2=0$ 过定点 $A(2,0)$;$l_2:mx-y-2m+3=0$ 可变形为 $m(x-2)-(y-3)=0$,令 $x=2$,则 $y=3$,故动直线 $l_2:mx-y-2m+3=0$ 过定点 $B(2,3)$,又 $1\cdot m+m\cdot(-1)=0$,所以直线 l_1 与直线 l_2 垂直,则有 $PA\perp PB$,且 $|PA|^2+|PB|^2=|AB|^2=9$,所以 $\left(\frac{|PA|+|PB|}{2}\right)^2\leqslant\frac{|PA|^2+|PB|^2}{2}=\frac{9}{2}$,即 $|PA|+|PB|\leqslant 3\sqrt{2}$,当且仅当 $|PA|=|PB|$ 时取等号,

所以 $|PA|+|PB|$ 的最大值为 $3\sqrt{2}$.

四、解答题

17.**解:** (1)垂直.直线 l_1 的斜率 $k_1=-\frac{1}{2}$,直线 l_2 的斜率 $k_2=2$,因为 $k_1k_2=-\frac{1}{2}\times2=-1$,所以 $l_1\perp l_2$.

(2)由方程组 $\begin{cases}x+2y+1=0,\\-2x+y+2=0,\end{cases}$ 解得点 A 的坐标为 $\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$,

又直线 l_3 的斜率为 -3,所以所求直线方程为 $y-\left(-\frac{4}{5}\right)=-3\left(x-\frac{3}{5}\right)$,化为一般式得 $3x+y-1=0$.

18.**解:** (1)将直线 l 的方程 $kx-y+1-2k=0$,整理得 $y=kx+1-2k$,

因为直线 l 不经过第二象限,所以 $\begin{cases}k>0,\\1-2k\leqslant0,\end{cases}$ 解得 $k\geqslant\frac{1}{2}$,所以 k 的取值范围为 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$.

(2)因为点 $A(0,1)$,$B(1,5)$ 到直线 l 的距离相等,

所以 $\frac{|-1+1-2k|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{|k-5+1-2k|}{\sqrt{1+k^2}}$,解得 $k=4$ 或 $k=-\frac{4}{3}$.

故直线 l 的方程为 $4x-y-7=0$ 或 $4x+3y-11=0$.

19.**解:** (1)$m=6$ 时,$l_1:x-2y-1=0$,$l_2:x-2y-6=0$,所以 $l_1/\!/l_2$,所以 l_1,l_2 之间的距离 $d=\frac{5}{\sqrt{1+2^2}}=\sqrt{5}$.

(2)直线 $l_2:(3-m)x+my+m^2-3m=0$,当 $x=0$ 时,$y=3-m$;当 $y=0$ 时,$x=m$.所以 $\begin{cases}m>0,\\3-m>0,\end{cases}$ 解得 $0<m<3$,直线 l_2 与两坐标轴的正半轴围成的 $\triangle AOB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}m(3-m)=-\frac{1}{2}\cdot\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{8}$,所以 $m=\frac{3}{2}$ 时,$\triangle AOB$ 的面积 S 取得最大值 $\frac{9}{8}$.

20.(1)**证明:** 直线 $l_1:ax+y+a+1=0$ 转化为 $a(x+1)+y+1=0$,当 $x+1=0$ 时,不论 a 为何值,$y+1=0$,

可得定点 $(-1,-1)$,即证直线 l_1 过定点,且该定点的坐标为 $(-1,-1)$.

(2)**解:** 当 $a=0$ 时,直线 l_2 的方程为 $2x-y+3=0$.当直线 l 与直线 l_2 垂直时,设直线 l 的方程为 $x+2y+m=0$.

若选①,则 $m=0$,这时直线 l 的方程为 $x+2y=0$.

若选②,则原点到直线 l 的距离为 $d=\frac{|m|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|m|}{\sqrt{5}}=1$,解得 $m=\pm\sqrt{5}$,

此时直线 l 有两条,不满足要求,故不可选②.

若选③,直线 l_1 的方程为 $y=-1$,代入直线 l 的方程 $x-2+m=0$,

可得 $x=2-m$,由题意知,$2=2-m$,解得 $m=0$,这时直线 l 的方程为 $x+2y=0$.

21.**解:** (1)①直线 l 的斜率不存在时,直线 l 的方程为 $x=-2$,符合条件.

②直线 l 的斜率存在时,设直线 l 的方程为 $y-4=k(x+2)$,由原点到直线 l 的距离为 2,得 $\frac{|2k+4|}{\sqrt{k^2+1}}=2$,解得 $k=-\frac{3}{4}$,

故直线 l 的方程为 $y-4=-\frac{3}{4}(x+2)$,即 $3x+4y-10=0$.

综上,所求直线 l 的方程为 $x=-2$ 或 $3x+4y-10=0$.

(2)设直线 l 夹在直线 l_1,l_2 之间的线段为 AB(A 在 l_1 上,B 在 l_2 上),

且 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,

因为 AB 被点 P 平分,所以 $x_1+x_2=-4$,$y_1+y_2=8$,即 $x_2=-4-x_1$,$y_2=8-y_1$.

因为 A 在 l_1 上,B 在 l_2 上,即 $\begin{cases}2x_1-y_1-2=0,\\x_2+y_2-7=0,\end{cases}$

所以 $\begin{cases}2x_1-y_1-2=0,\\x_1+y_1+3=0,\end{cases}$

解得 $x_1=-\frac{1}{3}$,$y_1=-\frac{8}{3}$,即 A 的坐标是 $\left(-\frac{1}{3},-\frac{8}{3}\right)$,

又直线 l 过点 $P(-2,4)$,

故直线 l 的方程是 $y-4=\frac{4+\frac{8}{3}}{-2+\frac{1}{3}}\cdot(x+2)$,即 $4x+y+4=0$.

22.(1)**证明:** 设直线 l_1 与直线 l_3 的交点为 A.由 $\begin{cases}mx-y+m=0,\\(m+1)x-y+(m+1)=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-1,\\y=0.\end{cases}$

所以点 A 的坐标为 $(-1,0)$,所以不论 m 取何值,$\triangle ABC$ 中总有一个顶点为定点 $A(-1,0)$.

(2)**解:** 由 $\begin{cases}x+my-m(m+1)=0,\\(m+1)x-y+(m+1)=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=0,\\y=m+1,\end{cases}$ 即 l_2 与 l_3 的交点为 $B(0,m+1)$.由 $\begin{cases}mx-y+m=0,\\x+my-m(m+1)=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{m}{m^2+1},\\y=\frac{m^3+m^2+m}{m^2+1},\end{cases}$ 即 l_1 与 l_2 的交点为 $C\left(\frac{m}{m^2+1},\frac{m^3+m^2+m}{m^2+1}\right)$.

设边 AB 上的高为 h,则 $\triangle ABC$ 的面积

$$S=\frac{1}{2}|AB|\cdot h=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+(m+1)^2}\cdot\frac{\left|\frac{m(m+1)}{m^2+1}-\frac{m^3+m^2+m}{m^2+1}+m+1\right|}{\sqrt{1+(m+1)^2}}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{|m^2+m+1|}{m^2+1}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{m^2+m+1}{m^2+1}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{m}{m^2+1}\right).$$

当 $m=0$ 时,$S=\frac{1}{2}$;当 $m\neq0$ 时,$S=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{m+\frac{1}{m}}\right)$,

因为函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 的值域为 $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$,所以 $-\frac{1}{2}\leqslant\frac{1}{m+\frac{1}{m}}<0$ 或 $0<\frac{1}{m+\frac{1}{m}}\leqslant\frac{1}{2}$,所以 $\frac{1}{4}\leqslant S<\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}<S\leqslant\frac{3}{4}$.

综上可知,当 $m=1$ 时,$\triangle ABC$ 的面积取得最大值为 $\frac{3}{4}$;当 $m=-1$ 时,$\triangle ABC$ 的面积取得最小值为 $\frac{1}{4}$.

第 7 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B **提示:** 由题意知,要求的圆的标准方程为 $(x+1)^2+(y-2)^2=9$.故选 B.

2.B **提示:** 因为圆的内接正方形的一条对角线上的两个顶点的坐标分别是 $(5,6)$,$(3,-4)$,所以该圆的圆心为 $(4,1)$,半径 $r=\frac{1}{2}\times\sqrt{4+100}=\sqrt{26}$,则圆的方程为 $(x-4)^2+(y-1)^2=26$,即 $x^2+y^2-8x-2y-9=0$,故选B.

3.B **提示:** 设圆心为 M,点 A 的坐标为 $(5,12)$,

因为该圆经过点 $(5,12)$ 且半径为 2,所以圆心的轨迹是以 $A(5,12)$ 为圆心,半径为 2 的圆,

设 O 为原点,由 $|OA|=\sqrt{25+144}=13$,则圆心 M 到原点的距离的最小值为 13-2=11.故选 B.

4.D **提示:** 圆 $C:x^2+y^2-4x+2=0$ 可化为 $(x-2)^2+y^2=2$,所以圆心 $C(2,0)$,半径为 $\sqrt{2}$,

所以圆心 C 到直线 $y=mx$ 的距离 $d=\frac{|2m|}{\sqrt{m^2+1}}$,因为 $|AB|=2$,所以 $1^2+\left(\frac{|2m|}{\sqrt{m^2+1}}\right)^2=2$,解得 $m=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.故选 D.

5.D **提示:** 因为所求直线与直线 $x+2y+1=0$ 垂直,所以所求直线斜率 $k=2$,

可设所求直线方程为 $y=2x+b$,因为直线 $y=2x+b$ 与圆 $x^2+y^2=5$ 相切,所以圆心到直线 $y=2x+b$ 的距离 $d=\frac{|2\times0-0+b|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$,解得 $b=\pm5$,故所求直线方程为 $2x-y+5=0$ 或 $2x-y-5=0$.故选 D.

6.B **提示:** 因为直线 $l:y=kx$ 与圆 $C:(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 有公共点,所以圆心到直线 l 的距离 $d=\frac{|2k-2|}{\sqrt{1+k^2}}\leqslant2$,可得 $k\geqslant0$,则"直线 l 与圆 C 有公共点"是"$k>0$"的必要不充分条件.故选 B.

7.C **提示:** 圆 $O_1:x^2-2ax+y^2+a^2-1=0$ 与圆 $O_2:x^2+y^2=4$ 有且仅有两条公共切线,所以两个圆相交.圆 O_1 的圆心 $(a,0)$,半径为 1,圆 O_2 的圆心 $(0,0)$,半径为 2,又 $a>0$,所以 $1<a<3$.故选 C.

8.C **提示:** 由圆 $C_1:(x+2)^2+(y-1)^2=1$,圆 $C_2:(x-3)^2+(y-4)^2=9$,知圆 C_1 的圆心为 $(-2,1)$,半径为 1,圆 C_2 的圆心为 $(3,4)$,半径为 3.圆 C_1 关于 x 轴的对称圆为圆 $C_3:(x+2)^2+(y+1)^2=1$.连接 C_3C_2,交 x 轴于 P,则 P 为满足使 $|PM|+|PN|$ 最小的点,此时 M 点为 PC_1 与圆 C_1 的交点,N 为 PC_2 与圆 C_2 的交点.

最小值为 $|C_3C_2|-(3+1)$,而 $|C_3C_2|=\sqrt{(3+2)^2+(4+1)^2}=5\sqrt{2}$,所以 $|PM|+|PN|$ 的最小值为 $5\sqrt{2}-4$.故选 C.

二、多项选择题

9.ACD **提示:** 方程 $x^2+y^2+mx+my+2=0$,

配方得 $\left(x+\frac{m}{2}\right)^2+\left(y+\frac{m}{2}\right)^2=\frac{m^2}{2}-2$,

因为方程表示一个圆,所以 $\frac{m^2}{2}-2>0$,解得 $m>2$ 或 $m<-2$,故选 ACD.

10.ABC **提示:** 圆 $x^2+y^2=4$ 的圆心坐标为 $(0,0)$,半径为 2,圆 $x^2+y^2-4x-2my+m^2=0$,即 $(x-2)^2+(y-m)^2=4$,圆心坐标为 $(2,m)$,半径为 2.两圆的圆心距为 $\sqrt{4+m^2}$,半径和为 4,半径差为 0.

因为 $2\leqslant\sqrt{4+m^2}$,所以圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $x^2+y^2-4x-2my+m^2=0$ 的位置关系可能是相交,外切,外离.故选 ABC.

11.BCD **提示:** 由圆 $C:x^2+y^2+4x-6y-3=0$,得圆 C 的标准方程为 $(x+2)^2+(y-3)^2=16$,

圆心 $C(-2,3)$ 到直线 $l:3x-4y-7=0$ 的距离 $d=\frac{|-6-12-7|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=5>4$,所以直线 l 与圆 C 相离,故 A 错误;圆心 C 到直线 $l:3x-4y-7=0$ 的距离 $d=5$,所以 $|PQ|$ 的最小值为 5-4=1,若点 P 到直线 l 的距离为 2,则点 P 有 2 个,故 B 正确,C 正确;因为点 Q 到圆心 C 的最小值为圆心到直线的距离 $d=5$,由勾股定理得切线长的最小值为 $\sqrt{25-16}=3$,故 D 正确.故选 BCD.

12.BCD **提示:** 两圆方程相减可得直线 AB 的方程为 $a^2+b^2-2ax-2by=0$,即 $2ax+2by-a^2-b^2=0$,

因为圆 C_1 的圆心为 $C_1(0,0)$,半径为 1,且公共弦 AB 的长为 1,则 $C_1(0,0)$ 到直线 $2ax+2by-a^2-b^2=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,所以 $\frac{a^2+b^2}{\sqrt{4a^2+4b^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,解得 $a^2+b^2=3$,所以直线 AB 的方程为 $2ax+2by-3=0$,故 A 错误,B 正确;由圆的性质可知直线 C_1C_2 垂直平分线段 AB,所以 $C_1(0,0)$ 到直线 $2ax+2by-a^2-b^2=0$ 的距离,即为 AB 中点与点 C_1 的距离,设 AB 中点坐标为 (x,y),因此 $\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,即为 $x^2+y^2=\frac{3}{4}$,故 C 正确;

因为 $AB=C_1A=C_1B=1$,所以 $\angle BC_1A=\frac{\pi}{3}$,即圆 C_1 中 $\overset{\frown}{AB}$ 所对的圆心角为 $\frac{\pi}{3}$,所以所求的公共面积为 $2(S_{扇形AC_1B}-S_{\triangle AC_1B})=2\left(\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{3}\times1-\frac{1}{2}\times1^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$,故 D 正确.

故选 BCD.

三、填空题

13.$\sqrt{10}$ **提示:** 由圆的方程,得圆心 C 的坐标为 $\left(-\frac{D}{2},-1\right)$,代入直线 $x-2y+1=0$ 中,

得 $\left(-\frac{D}{2}\right)-2\times(-1)+1=0$,解得 $D=6$,

所以半径 $r=\frac{1}{2}\times\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{10}$.

14.$(x+3)^2+(y-2)^2=5$ **提示:** 圆 $C:x^2+y^2-2x+4y=0$,即 $(x-1)^2+(y+2)^2=5$ 表示圆心在 $(1,-2)$,半径为 $\sqrt{5}$ 的圆.

设点 $C(1,-2)$ 关于直线 $x-y+1=0$ 对称的点为 $C'(x,y)$,则 $\begin{cases}\frac{y+2}{x-1}=-1,\\\frac{x+1}{2}-\frac{y-2}{2}+1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-3,\\y=2,\end{cases}$ 即 $C'(-3,2)$,故所求圆的标准方程是 $(x+3)^2+(y-2)^2=5$.

15.$2\sqrt{7}$ **提示:** 由圆 $C_1:x^2+y^2-2x-6y-1=0$ 和圆 $C_2:x^2+y^2-10x-12y+45=0$,

两式相减得,公共弦所在直线的方程为 $4x+3y-23=0$,因为圆心 $C_1(1,3)$,半径为 $r_1=\sqrt{11}$,

所以圆心 C_1 到公共弦的距离为 $d=\frac{|4+9-23|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$,所以公共弦长为 $2\sqrt{r_1^2-d^2}=2\sqrt{11-4}=2\sqrt{7}$.

16.$-\frac{\sqrt{15}}{9}$ **提示:** 设 $P(x_0,y_0)$,因为 Q 为 AP 的中点,所以 $x_Q=\frac{x_0+4}{2}$,$y_Q=\frac{y_0}{2}$,即 Q 点坐标为 $\left(\frac{x_0+4}{2},\frac{y_0}{2}\right)(y_0>0)$,因为 P,Q 在圆 C 上,代入可得 $\begin{cases}x_0^2+y_0^2=4,\\\left(\frac{x_0+4}{2}\right)^2+\left(\frac{y_0}{2}\right)^2=4,\end{cases}$

解得 $x_0=-\frac{1}{2}$,$y_0=\frac{\sqrt{15}}{2}$,

所以直线 AP 的斜率 $k=\frac{y_0}{x_0-4}=-\frac{\sqrt{15}}{9}$.

四、解答题

17.**解:** (1)因为圆 C 的圆心 C 在直线 $y=3x+2$ 上,所以可设 $C(a,3a+2)$,

因为圆 C 过 $A(0,0)$,$B(2,2)$ 两点,所以 $|CA|=|CB|$,所以 $(a-0)^2+(3a+2)^2=(a-2)^2+(3a+2-2)^2$,解得 $a=0$,圆心 $C(0,2)$,故半径 $|CA|=2$,

所以圆 C 的标准方程为 $x^2+(y-2)^2=4$.

(2)由题意,切线的斜率存在,设为 k,则切线方程为 $y-0=k(x-3)$,即 $kx-y-3k=0$.

由圆心到直线的距离等于半径,得 $2=\frac{|0-2-3k|}{\sqrt{k^2+1}}$,解得 $k=0$ 或 $k=-\frac{12}{5}$,

故切线 l 的方程为 $y=0$ 或 $12x+5y-36=0$.

18.**解:** (1)设点 $C(0,m)$,由题意知,$k_{AB}\cdot k_{BC}=-1$,且 $k_{AB}=\frac{8-5}{3-8}=-\frac{3}{5}$,所以 $k_{BC}=\frac{m-8}{0-3}=\frac{5}{3}$,

解得 $m=3$,所以顶点 C 的坐标为 $(0,3)$.

(2)因为 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AC 的中点为外接圆的圆心,边 AC 为直径,所以圆心的坐标为 $M(4,4)$,半径为 $r=\sqrt{(4-0)^2+(4-3)^2}=\sqrt{17}$,所以 $Rt\triangle ABC$ 外接圆的方程为 $(x-4)^2+(y-4)^2=17$.

19.**解:** (1)由题意,结合中点坐标公式,可得 $M(4,0)$,$N(0,-4)$,

圆 C 的半径 $r=\frac{1}{2}|MN|=2\sqrt{2}$.

所以圆 C 的方程为 $(x-2)^2+(y+2)^2=8$.

(2)由题设,直线 l 的斜率存在,设直线 l 的方程为 $y-2=k(x-2)$,即 $kx-y-2k+2=0$,

由题意可知,$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,因为圆 C 的半径 $r=2\sqrt{2}$,所以圆心 C 到直线 l 的距离为 2,

故 $\frac{|2k+2-2k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=2$,解得 $k=\pm\sqrt{3}$,所以直线 l 的方程为 $\sqrt{3}x-y-2\sqrt{3}+2=0$ 或 $\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}-2=0$.

20.**解:** (1)圆 C 的方程 $x^2+y^2-2x-2y-23=0$,化成标准方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=25$,

则圆 C 的圆心坐标为 $(1,1)$,半径 $r=5$.

(2)因为 $(2-1)^2+(-1-1)^2=5<25$,所以点 $A(2,-1)$ 在圆 C 内.

选条件①,因为直线 l 被圆 C 所截得的弦长最长,所以直线 l 过圆心 $C(1,1)$,所以 $k_{AC}=\frac{1+1}{1-2}=-2$,所以直线 l 的方程为 $y-1=-2(x-1)$,即 $2x+y-3=0$.

选条件②,因为直线 l 被圆 C 所截得的弦长最短,所以 $l\perp AC$,

故 $k_l\cdot k_{AC}=-1$,又 $k_{AC}=-2$,所以 $k_l=\frac{1}{2}$,所以直线 l 的方程为 $y+1=\frac{1}{2}(x-2)$,即 $x-2y-4=0$.

选条件③,由题意知,直线 l 的斜率存在.设直线 l 的方程为 $y+1=k(x-2)$,化成一般式为 $kx-y-2k-1=0$,

则圆心 C 到直线 l 的距离 $d=\frac{|k-1-2k-1|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|-k-2|}{\sqrt{k^2+1}}$,因为直线 l 被圆 C 所截得的弦长为 8,所以 $4^2+\left(\frac{|-k-2|}{\sqrt{k^2+1}}\right)^2=25$,化简得 $8k^2-4k+5=0$,方程无解.所以不存在经过点 $A(2,-1)$,且被圆 C 所截得的弦长为 8 的直线 l.

21.**解:** (1)由题意,设圆 C 的标准方程为 $(x-a)^2+y^2=9(a\geqslant0)$,因为圆 C 与直线 $y=x+3\sqrt{2}$ 相切,

所以 $\frac{|a-0+3\sqrt{2}|}{\sqrt{1+1}}=3$,解得 $a=0$,

故圆 C 的方程为 $x^2+y^2=9$.

(2)由题意知,直线 AB 的方程为 $3x+3y=9$,即 $x+y=3$,圆心 C 到直线 AB 的距离为 $d=\frac{|0+0-3|}{\sqrt{1+1}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,故弦长 $|AB|=2\sqrt{9-d^2}=2\sqrt{9-\frac{9}{2}}=3\sqrt{2}$.

(3)设 $P(x_0,y_0)$,则 $2x_0+y_0=9$,又直线 AB 方程为 $x_0x+y_0y=9$,

故直线 AB 过定点 $Q(2,1)$,设圆心 C 到直线 AB 的距离为 d,由 $|AB|=2\sqrt{9-d^2}$,

知当 d 最大时,$|AB|$ 最短,而 $d\leqslant|CQ|$,故直线 AB 与 CQ 垂直时,d 最大,此时 $d=|CQ|=\sqrt{5}$,所以 $|AB|=4$,所以线段 AB 长度的最小值为 4.

22.**解:** (1)由已知,有 $\frac{\sqrt{(x+1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-2)^2+y^2}}=\frac{1}{2}$,

化简可得 $(x+2)^2+y^2=4$,

所以动点 M 的轨迹方程为 $(x+2)^2+y^2=4$,轨迹 C 是以 $(-2,0)$ 为圆心,2 为半径的圆.

(2)设过点 B 的圆 C 的切线为 $y=k\cdot(x-2)$,则圆心到切线的距离 $d=\frac{|-4k|}{\sqrt{k^2+1}}=2$,所以 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$,

数形结合可知斜率的最小值为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(3)假设存在满足条件的圆,联立方程 $\begin{cases}y=x+m,\\(x+2)^2+y^2=4,\end{cases}$ 得 $2x^2+2(m+2)x+m^2=0$.所以 $\Delta=4(m+2)^2-8m^2>0$,

解得 $2-2\sqrt{2}<m<2+2\sqrt{2}$.

设 $P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,

则 $x_1+x_2=-m-2$,$x_1x_2=\frac{m^2}{2}$.

由题意知 $PA\perp QA$,因为 $\overrightarrow{PA}=(-1-x_1,-y_1)$,$\overrightarrow{QA}=(-1-x_2,-y_2)$,

所以 $(x_1+1)(x_2+1)+y_1y_2=(x_1+1)(x_2+1)+(x_1+m)(x_2+m)=0$,

即 $2x_1x_2+(m+1)(x_1+x_2)+m^2+1=0$,代入得 $m^2-3m-1=0$,

解得 $m=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$ 且满足 $2-2\sqrt{2}<m<2+2\sqrt{2}$,

所以存在以线段 PQ 为直径的圆经过 A,此时 $m=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$.