

第 4 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C
提示:某人月收入x(元)不高于2000元可表示为“ $x\leqslant 2000$ ”,故A错误;小明的身高为xcm,小华的身高为ycm,则小明比小华矮可表示为“ $x<y$ ”,故B错误;变量x不小于a可表示为“ $x\geqslant a$ ”,故C正确;变量y不超过a可表示为“ $y\leqslant a$ ”,故D错误.故选C.

2.B
提示:由已知,得 $x-y=2a(a+2)-2-(a-1)(a+3)=2a^2+4a-2-(a^2+2a-3)=a^2+2a+1=(a+1)^2\geqslant 0$,所以 $x\geqslant y$.故选B.

3.C
提示:因为 $a<b<0$,所以 $|a|>|b|$, $a^2>b^2$,故A、D正确; $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}>0$,所以 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$,故B正确;取 $a=-2,b=-1$,则 $\frac{1}{a-b}=\frac{1}{b}=-1$,故C错误.故选C.

4.C
提示:因为 $a>1,b>1$,且 $a\neq b$,所以 $a+b>2\sqrt{ab}$, $a^2+b^2>2ab$, $a^2>a$, $b^2>b$,所以 $a^2+b^2>a+b$,所以最大的是 a^2+b^2 .故选C.

5.C
提示:对于A, $y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1\geqslant 1$,当且仅当 $x=1$ 时,等号成立,故A错误;对于B, $y=\sqrt{x^2+2}+\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}\geqslant 2\sqrt{\sqrt{x^2+2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}}=2$,当且仅当 $\sqrt{x^2+2}=\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$,即 $x^2=-1$ 时,等号成立,此时 x 无解,故B错误;对于C, $y=|x|+\frac{1}{|x|}\geqslant 2\sqrt{|x|\cdot\frac{1}{|x|}}=2$,当且仅当 $|x|=\frac{1}{|x|}$,即 $x=\pm 1$ 时,等号成立,故C正确;对于D,当 $x=-4$ 时, $y=-\frac{1}{4}$,故D错误.故选C.

6.B
提示:原不等式可化为 $(x-m)(x+n)<0$,由 $m+n>0$,可知 $m>-n$,所以原不等式的解集为 $|x|-n<x<m|$.故选B.

7.C
提示:由已知,得 $\begin{cases} k<0, \\ \Delta=4-4k^2=0, \\ m=-\frac{-2}{2k}, \end{cases}$
解得 $k=-1,m=-1$.故 $m+k=-2$.故选C.

8.C
提示:设原来手机的屏幕面积为 b ,整机面积为 a ,同时增加相同的数量为 $m(0<m<1)$,则原来的屏占比为 $\frac{b}{a}(a>b)$,升级后的屏占比为 $\frac{b+m}{a+m}$.由 $\frac{b+m}{a+m}-\frac{b}{a}=\frac{m(a-b)}{a(a+m)}>0$,知 $\frac{b+m}{a+m}>\frac{b}{a}$,即升级后的“屏占比”变大.故选C.

二、多项选择题

9.ACD
提示:因为 $1<a<2,3<b<5$,所以 $4<a+b<7,3<ab<10$,故A、C正确;因为 $1<a<2$,所以 $-2<-a<-1$,又 $3<b<5$,所以 $1<-b-a<4$,故B错误;因为 $1<a<2$,所以 $\frac{1}{2}<\frac{1}{a}<1$,又 $3<b<5$,所以 $\frac{3}{2}<\frac{b}{a}<5$,故D正确.故选ACD.

10.AD
提示:当 $a>0$ 时,抛物线 $y=ax^2+2x+1$ 开口向上,且与 x 轴相交所得两交点的横坐标分别为 $x_1,x_2(x_1<x_2)$,所以关于 x 的不等式 $y<0$ 的解集为 $|x|x_1<x<x_2|$,故A正确,B错误;若关于 x 的不等式 $y>0$ 的解集为 $|x|x_1<x<x_2|$,结合二次函数的图象可知 $a<0$,则由根与系数的关系得 $x_1+x_2=-\frac{2}{a}>0,x_1x_2=\frac{1}{a}<0$,又 $x_1<x_2$,所以 $x_1<0,x_2>0$,故C错误,D正确.故选AD.

11.BCD
提示:因为 $a>1$,所以 $a-1>0$,所以 $2a+\frac{2}{a-1}=2+2(a-1)+\frac{2}{a-1}\geqslant 2+2\sqrt{2(a-1)\cdot\frac{2}{a-1}}=6$,当且仅当 $2(a-1)=\frac{2}{a-1}$,即 $a=2$ 时,等号成立.故 $2a+\frac{2}{a-1}$ 的最小值为6,结合选项可知选BCD.

12.AB
提示:因为正实数 m,n 满足 $m+n=2$,所以 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{2}(m+n)\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{2}\left(2+\frac{n}{m}+\frac{m}{n}\right)\geqslant\frac{1}{2}\left(2+2\sqrt{\frac{n}{m}\cdot\frac{m}{n}}\right)=2$,当且仅当 $\frac{n}{m}=\frac{m}{n}$,即 $m=n=1$ 时,等号成立,故A正确; $mn\leqslant\left(\frac{m+n}{2}\right)^2=1$,当且仅当 $m=n=1$ 时,等号成立,故B正确; $(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2=m+n+2\sqrt{mn}=2+2\sqrt{mn}\leqslant 4$,当且仅当 $m=n=1$ 时,等号成立,所以 $\sqrt{m}+\sqrt{n}\leqslant 2$,故C错误; $m^2+n^2=(m+n)^2-2mn=4-2mn\geqslant 2$,当且仅当 $m=n=1$ 时,等号成立,故D错误.故选AB.

三、填空题

13.x²
提示:取 $x=\frac{1}{4}$,则 $\frac{1}{x}=4,\sqrt{x}=\frac{1}{2},x^2=\frac{1}{16}$,故最小的是 x^2 .

14. $\left\{x\left|-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}\right.\right\}$
提示:由已知,得2和3是方程 $x^2-ax-b=0$ 的两个实数根,所以 $\begin{cases} 2+3=a, \\ 2\times 3=-b, \end{cases}$ 解得 $a=5,b=-6$,所以不等式 $bx^2-ax-1>0$ 可化为 $-6x^2-5x-1>0$,即 $6x^2+5x+1<0$,解得 $-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}$,所以不等式 $bx^2-ax-1>0$ 的解集为 $\left\{x\left|-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}\right.\right\}$.

15. $2\sqrt{2}$
提示:根据题意,可知二次函数 $y=ax^2+2x+b$ 的图象开口向上,且与 x 轴只有一个交点,所以 $a>0,\Delta=4-4ab=0$,得 $ab=1$.又 $a>b$,即 $a-b>0$,所以 $\frac{a^2+b^2}{a-b}=\frac{(a-b)^2+2ab}{a-b}=(a-b)+\frac{2}{a-b}\geqslant 2\sqrt{(a-b)\cdot\frac{2}{a-b}}=2\sqrt{2}$,当且仅当 $a-b=\frac{2}{a-b}$,即 $a=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2},b=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ 时,等号成立.

故 $\frac{a^2+b^2}{a-b}$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$.

16.6
提示:设矩形空地的长为x m,则宽为 $\frac{32}{x}$ m,依题意,可得试验区的总面积 $S=(x-0.5\times 4)\left(\frac{32}{x}-0.5\times 2\right)=34-x-\frac{64}{x}\leqslant 34-2\sqrt{x\cdot\frac{64}{x}}=18$,当且仅当 $x=\frac{64}{x}$,即 $x=8$ 时,等号成立.所以每块试验区的面积的最大值为 $\frac{18}{3}=6\text{ m}^2$.

四、解答题


17.解:(2x²+y²)-(x²+xy)=x²-xy+y²= $\left(x-\frac{1}{2}y\right)^2+\frac{3}{4}y^2\geqslant 0$,当且仅当 $x=0,y=0$ 时,等号成立.
因为 x,y 是不全为零的实数,所以 $(2x^2+y^2)-(x^2+xy)>0$,即 $2x^2+y^2>x^2+xy$.

18.解:(1)不等式可化为 $\frac{1}{2}x^2+x-\frac{5}{2}<0$,即 $x^2+2x-5<0$.

因为方程 $x^2+2x-5=0$ 有两个实数根 $x_1=-1-\sqrt{6},x_2=-1+\sqrt{6}$,结合二次函数 $y=x^2+2x-5$ 的图象,可得原不等式的解集为 $|x|-1-\sqrt{6}<x<-1+\sqrt{6}|$.
(2)不等式可化为 $(2x-1)^2-(x+3)^2\leqslant 0$,即 $(3x+2)(x-4)\leqslant 0$,解得 $-\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant 4$,故原不等式的解集为 $\left|x\right|-\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant 4$.
(3)不等式可化为 $\frac{5x-2}{2x+1}-3>0$,即 $\frac{x+5}{2x+1}<0$,此不等式等价于 $(x+5)(2x+1)<0$,解得 $-5<x<-\frac{1}{2}$,故原不等式的解集为 $\left\{x\left|-5< x<-\frac{1}{2}\right.\right\}$.

19.解:(1)由已知,得-3和1是方程 $(1-a)x^2-4x+6=0$ 的实数根,
所以 $-3+1=\frac{4}{1-a}$,且 $-3\times 1=\frac{6}{1-a}$,解得 $a=3$.
(2)由(1)知不等式 $ax^2+mx+3\geqslant 0$,即 $3x^2+mx+3\geqslant 0$,因此不等式的解集为 \mathbf{R} ,所以 $\Delta=m^2-36\leqslant 0$,解得 $-6\leqslant m\leqslant 6$.
所以 m 的取值集合是 $|m|-6\leqslant m\leqslant 6|$.
20.解:(1)当 $a=-3$ 时, $q:x^2-2x-3\geqslant 0$,即 $x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 3$.
因为 $p:x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 3$,所以 p 是 q 的充要条件.
(2) $q:x^2+(a+1)x+a\geqslant 0\Leftrightarrow(x+a)(x+1)\geqslant 0$,当 $a=1$ 时, $q:x\leqslant -a$ 或 $x\geqslant -1$,则 p 是 q 的既不充分又不必要条件,不满足要求;
当 $a<1$ 时, $q:x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant -a$,因为 p 是 q 的必要不充分条件,所以 $-a>3$,得 $a<-3$;
当 $a>1$ 时, $q:x\leqslant -a$ 或 $x\geqslant -1$,则 p 是 q 的既不充分又不必要条件,不满足要求.
所以 a 的取值集合为 $|a|a<-3|$.
21.解:(1)因为 x,y 为正实数, $x+2y-xy=0$,所以 $xy=x+2y\geqslant 2\sqrt{2xy}$,解得 $xy\geqslant 8$,当且仅当 $x=2y$,即 $x=4,y=2$ 时,等号成立.所以 xy 的最小值为8.
(2)由 $x+2y-xy=0$,得 $x+2y=xy\Rightarrow\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$.
所以 $x(y+1)-4\sqrt{2}=xy+x-4\sqrt{2}=2(x+y)-4\sqrt{2}=2(x+y)\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)-4\sqrt{2}=2\left(\frac{2y}{y}+\frac{2y}{x}+\frac{x}{y}+\frac{1}{x}\right)-4\sqrt{2}\geqslant 2(2\sqrt{2}+3)-4\sqrt{2}=6$,当且仅当 $x=\sqrt{2}y$,即 $x=2+\sqrt{2},y=\sqrt{2}+1$ 时,等号成立.
所以 $m^2-m\geqslant 6$,即 $m^2-m-6\geqslant 0$,解得 $m\leqslant -2$,或 $m\geqslant 3$.
故 m 的取值集合为 $|m|m\leqslant -2$,或 $m\geqslant 3|$.
22.解:(1)错误原因是两次运用基本不等式等号不能同时成立,正确的解答过程如下:
因为 $x>0,y>0,x+y=1$,所以 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)\cdot(x+y)=3+\frac{y}{x}+\frac{2x}{y}\geqslant 3+2\sqrt{2}$,当且仅当 $\frac{y}{x}=\frac{2x}{y}$ 且 $x+y=1$,即 $x=\sqrt{2}-1,y=2-\sqrt{2}$ 时,等号成立.
所以 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}$ 的最小值为 $3+2\sqrt{2}$.
(2) $\frac{1}{2x}+\frac{2}{1-x}=\frac{1}{x}+\frac{2}{1-x}=\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{1-x}\right)(x+1-x)=\frac{5}{2}+\frac{\frac{1}{2}(1-x)}{x}+\frac{2x}{1-x}\geqslant\frac{5}{2}+2\sqrt{\frac{1-x}{2x}\cdot\frac{2x}{1-x}}=\frac{9}{2}$,当且仅当 $\frac{2x}{1-x}=\frac{1-x}{2x}$,即 $x=\frac{1}{3}$ 时,等号成立.
故当 $0<x<1$ 时, $\frac{1}{2x}+\frac{2}{1-x}$ 的最小值为 $\frac{9}{2}$.

数学人教A



扫码免费下载
习题讲解 ppt

第 1 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B
提示:在数轴上与原点距离不大于3的点的集合是 $|x|-3\leqslant x\leqslant 3|$,故选B.

2.B
提示:由 $(3x-1)(x-4)=0$,解得 $x=\frac{1}{3}$,或 $x=4$,又 $x\in\mathbf{Z}$,所以 $x=4$,故集合为 $|4|$.故选B.

3.C
提示:根据元素与集合的关系,可知 $\sqrt{3}\notin\mathbf{N}$, $\frac{1}{4}\notin\mathbf{Z},\frac{1}{2}\in\mathbf{Q}$;根据集合间的关系,可知 $\varnothing\subseteq|0|$.故选C.

4.C
提示:由 $\begin{cases} 2x+y=4, \\ x+2y=5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=2, \end{cases}$ 所以 $A\cap B=|(1,2)|$.故选C.

5.B
提示:由图可知,集合A包含Ⅱ、Ⅲ两部分,集合 $\complement_{\mathbf{U}}B$ 包含Ⅰ、Ⅱ两部分,所以 $A\cap(\complement_{\mathbf{U}}B)$ 表示的区域为Ⅱ.故选B.

6.C
提示:对于A, $(1,2022)$ 是元素,不能与集合相等,故A错误;对于B, $\{(x,y)|x=2022,y=1\}=\{(2022,1)\}$,含有1个元素,而集合 $\{2022,1\}$ 含有2个元素,两者不相等,故B错误;同理可知D错误;对于C,由 $x^2-2023x+2022=0$,解得 $x=2022$,或 $x=1$,所以 $|x|x^2-2023x+2022=0|=\{2022,1\}$,故C正确.故选C.

7.A
提示:对于集合B,设 $n\in\mathbf{Z}$,当 $k=3n$ 时, $x=\frac{6n+1}{3}$;当 $k=3n+1$ 时, $x=\frac{6n+3}{3}$;当 $k=3n+2$ 时, $x=\frac{6n+5}{3}$,所以 $B=\left\{x\left|x=\frac{6n+1}{3}\text{或}\frac{6n+3}{3}\text{或}\frac{6n+5}{3},n\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.
因为 $A=\left\{x\left|x=2k+\frac{1}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\frac{6k+1}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,所以 $A\subsetneq B$.故选A.

8.C
提示:由于集合A、B、C均为非空集合,对于选项A,设集合 $A=\{1,2\},B=\{1\},C=\{1,3\}$,则 $A\cap B=B\cap C$,但 $A\neq C$,故选项A错误;对于选项B,设集合 $A=\{1\},B=\{2,3\},C=\{1,2\}$,则 $A\cup B=B\cup C$,但 $A\neq C$,故选项B错误;对于选项C,若 $A\cap B=B\cup C$,因为 $C\subseteq B\cup C$,所以 $C\subseteq A\cap B$,所以 $C\subseteq B$,故选项C正确;对于选项D,设集合 $A=\{1\},B=\{1,2,3\},C=\{1,2,3,4\}$,则 $A\cup B=B\cap C$,但 $B\subsetneq C$,故选项D错误.故选C.

二、多项选择题

9.ACD
提示:结合集合元素的确定性可知,A中元素

高一必修(第一册)答案页第 1 期

可以构成集合;B中的元素不明确,不能构成集合;C中的元素为 ± 1 ,可以构成集合;D中周长为10cm的三角形对象明确,可以构成集合.故选ACD.

10.ACD
提示:因为 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\varnothing$,所以 $B\subseteq A$,所以 $A\cap B=B,A\cup B=A$.故选ACD.

11.BC
提示:因为集合 $A=\{2,a^2+1,a^2-4a\},5\in A$,若 $a^2+1=5$,解得 $a=\pm 2$,当 $a=2$ 时, $A=\{2,5,-4\},B=\{0,0\}$,与集合元素的互异性矛盾,故 $a\neq 2$;当 $a=-2$ 时, $A=\{2,5,12\},B=\{0,4\}$,故 $a=-2$ 成立;
若 $a^2-4a=5$,解得 $a=5$,或 $a=-1$,当 $a=5$ 时, $A=\{2,26,5\},B=\{18,0\}$,故 $a=5$ 成立;当 $a=-1$ 时, $A=\{2,2,5\}$,与集合元素的互异性矛盾,故 $a\neq -1$.故选BC.

12.BC
提示:由题意,若集合A有1个元素,则集合B有3个元素,故 $3\notin B$,则 $3\in A$,故 $A=\{3\},B=\{1,2,4\}$,成立;若集合A有2个元素,则集合B有2个元素,故 $2\notin B,2\notin A$,不成立;若集合A有3个元素,则集合B有1个元素,故 $3\notin A$,则 $3\in B$,故 $A=\{1,2,4\},B=\{3\}$,成立.故选BC.

三、填空题

13. $\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 2,且0\leqslant y\leqslant 1\}$
提示:阴影部分用描述法表示为 $\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 2,且0\leqslant y\leqslant 1\}$.

14. \mathbf{R}
提示:有理数与无理数组成实数,故 $A\cup B=\mathbf{R}$.

15.7
提示:由已知,得集合 $A=\{1,2\},B=\{1,2,3,4,5\}$.因为 $A\subsetneq C$,所以 $1\in C,2\in C$,又因为 $C\subseteq B$,所以集合 $C=\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,5\},\{1,2,3,4\},\{1,2,3,5\},\{1,2,4,5\},\{1,2,3,4,5\}$,共7个.


16.① $|x|-2<x<5|$;② $|c|c\leqslant -2|$
提示:①因为 $A=\{x|x\leqslant -2$,或 $x\geqslant 5\}$,所以 $\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|-2<x<5|$.
②若对于任意 $x\in\mathbf{R}$,都有 $x\in A$ 或 $x\in B$,则 $A\cup B=\mathbf{R}$.因为 $A=\{x|x\leqslant -2$,或 $x\geqslant 5\},B=\{x|x>c,c\in\mathbf{R}\}$,所以 $c\leqslant -2$.
所以实数 c 的取值集合是 $|c|c\leqslant -2|$.

四、解答题

17.解:(1)用描述法表示为 $\{x|x(x^2-2x-3)=0\}$;由 $x(x^2-2x-3)=0$,解得 $x=-1$,或 $x=0$,或 $x=3$,所以用列举法表示为 $\{-1,0,3\}$.
(2)用描述法表示为 $|x\in\mathbf{Z}|2<x<7|$;用列举法表示为 $\{3,4,5,6\}$.

18.解:(1)因为 $A\cap B=\{1\}$,所以 $1\in A,1\in B$,所以 $\begin{cases} 1+2+a=0, \\ 1+b-5=0, \end{cases}$ 解得 $a=-3,b=4$.

2022-2023 学年

学习周报

①

(2)由(1),得 $A=\{x|x^2+2x-3=0\}=\{-3,1\},B=\{x|x^2+4x-5=0\}=\{-5,1\}$,所以 $A\cup B=\{-5,-3,1\}$.
又 $C=\{2,-3,-5\}$,所以 $(A\cup B)\cap C=\{-5,-3\}$.

19.解:(1)因为方程 $x^2-x=0$ 的实数根为0,1,所以 $A=\{0,1\}$.所以A的所有子集为 $\varnothing,|0|,|1|,|0,1|$.
(2)因为不等式组 $\begin{cases} x+1\geqslant 0, \\ 3x-6\leqslant 0 \end{cases}$ 的解为 $-1\leqslant x\leqslant 2$,所以 $B=\{x\in\mathbf{Z}|-1\leqslant x\leqslant 2\}=\{-1,0,1,2\}$.又因为 $A=\{0,1\}$,所以 $\complement_B A=\{-1,2\}$.因为 $C=\complement_{\mathbf{R}}A$,所以-1和2是方程 $x^2+px+q=0$ 的两实根,由根与系数的关系,得 $\begin{cases} -1+2=-p, \\ -1\times 2=q, \end{cases}$ 解得 $p=-1,q=-2$.

20.解:(1)当A为空集时, $2a+1\leqslant a-1$,解得 $a\leqslant -2$.所以实数a的取值集合为 $|a|a\leqslant -2|$.
(2)若B是A的真子集,则 $\begin{cases} a-1\leqslant 0, \\ 2a+1\geqslant 1, \end{cases}$ (等号不能同时成立),解得 $0\leqslant a\leqslant 1$.所以实数a的取值集合为 $|a|0\leqslant a\leqslant 1|$.

21.解:(1)因为全集 $U=\{ \text{不大于20的素数} \}=\{2,3,5,7,11,13,17,19\},A\cap(\complement_{\mathbf{U}}B)=\{3,5\},(\complement_{\mathbf{U}}A)\cap B=\{7,11\},(\complement_{\mathbf{U}}A)\cap(\complement_{\mathbf{U}}B)=\{2,17\}$,画出Venn图如图1所示,可知 $A=\{3,5,13,19\},B=\{7,11,13,19\}$.

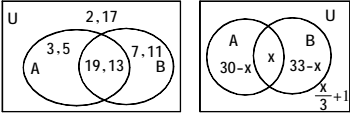


图 1图 2

(第 21 题图)

(2)由已知,得赞成观点A的人数为 $50\times\frac{3}{5}=30$,赞成观点B的人数为 $30+3=33$.
记全集 $U=\{50\text{名学生}\}$,集合 $A=\{ \text{赞成观点A的学生} \}$,集合 $B=\{ \text{赞成观点B的学生} \}$.
设对观点A、B都赞成的学生人数为x,则对观点A、B都不赞成的学生人数为 $\frac{x}{3}+1$,如图2所示,可得 $(30-x)+(33-x)+x+\frac{x}{3}+1=50$,解得 $x=21$.故对观点A、B都赞成的学生有21人.

22.解:(1)因为 $A\cup(\complement_{\mathbf{U}}B)=U$,所以 $B\subseteq A$.
若 $B=\varnothing$,则 $m+1>2m-1$,解得 $m<2$;
若 $B\neq\varnothing$,则 $\begin{cases} 2m-1\geqslant m+1, \\ m+1\geqslant -2, \end{cases}$ 解得 $2\leqslant m\leqslant 3$.
综上,实数m的取值集合为 $|m|m\leqslant 3|$.
(2)当 $A\cap B=\varnothing$ 时,若 $B=\varnothing$,则 $m+1>2m-1$,解得 $m<2$;
若 $B\neq\varnothing$,则 $\begin{cases} 2m-1\geqslant m+1, \\ 2m-1<-2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2m-1\geqslant m+1, \\ m+1>5, \end{cases}$ 解得 $m>4$.
综上,当 $A\cap B=\varnothing$ 时,有 $m<2$,或 $m>4$.所以当 $A\cap B\neq\varnothing$ 时,实数m的取值集合为 $|m|2\leqslant m\leqslant 4|$.

第 4 页

第 1 页

一、单项选择题

1.B

提示:若 $A=\{1\}$, $B=\{2\}$,则 $A\cap B=\varnothing$,但 $A\neq\varnothing$, $B\neq\varnothing$,充分性不成立; $A=\varnothing$ 或 $B=\varnothing\Rightarrow A\cap B=\varnothing$,必要性成立,故“ $A\cap B=\varnothing$ ”是“ $A=\varnothing$ 或 $B=\varnothing$ ”的必要不充分条件.故选B.

2.C

提示: $a=-b\Leftrightarrow a+b=0$,故A选项是充要条件;由 $a^2=b^2\Leftrightarrow a=\pm b\Leftrightarrow a+b=0$ 或 $a-b=0$,故B选项是必要不充分条件;由 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=0\Rightarrow a+b=0$,但由 $a+b=0\nRightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=0$ (如 $a=b=0$),故C选项是充分不必要条件;

由 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}=0\Rightarrow b-a=0$,故D选项是既不充分又不必要条件.故选C.

3.C

提示:存在实数 $-2<0$,故A错误;反比例函数的图象是中心对称图形,故B错误;根据三角形内角和定理可知三角形内角和为 180° ,且命题中省略全称量词“所有”,为全称量词命题,故C正确;“有小于1的自然数”中含有量词“有”,即“存在”,是存在量词命题,故D错误.故选C.

4.B

提示:由全称量词命题的否定为存在量词命题,可知命题 p 的否定为:有的圆的内接四边形不是矩形.故选B.

5.B

提示:因为 α 是 β 的必要不充分条件,所以 $\alpha\not\subseteq\beta$,但 $\beta\Rightarrow\alpha$,又集合 $M=\{x|x\text{满足}\alpha\}$,集合 $N=\{x|x\text{满足}\beta\}$,所以 $N\nsubseteq M$.故选B.

6.C

提示:当 a,b 同号或至少有一个为0时满足等式 $|a+b|=|a|+|b|$;当 a,b 异号时不满足等式 $|a+b|=|a|+|b|$,所以等式 $|a+b|=|a|+|b|$ 成立的充要条件是 $ab\geq 0$.故选C.

7.B

提示:设 p :攻破楼兰, q :返还家乡,由“不破楼兰终不还”,知如果 p 不成立,则 q 不成立,即 $\neg p\Rightarrow\neg q$,则 $q\Rightarrow p$,故 p 是 q 的必要条件.故选B.

8.D

提示:由题意,得原命题的否定是真命题,即 $\forall x\in\{x|-2<x<3\}$, $2x-m\neq 0$,即 $m\neq 2x$,因为 $-4<2x<6$,所以 $m\leq -4$,或 $m\geq 6$.故选D.

二、多项选择题

9.BD

提示:A中含有全称量词“任意”,是全称量词命题;B中含有存在量词“有的”,是存在量词命题;C中含有全称量词“都”,是全称量词命题;D

中含有存在量词“存在”,是存在量词命题.故选BD.

10.BC

提示:对于A, $\neg p:\forall x\in\mathbf{R},x^2+1\leq 2x$,故A错误;对于B, $\neg p:\exists x,y\in\mathbf{R},x^2+y^2<0$,故B正确;对于C,当 $x_0=-1$ 时, $\frac{1}{x_0}<x_0+1$ 成立,故C正确;对于D,当 $x=0$ 时, $x^2>0$ 不成立,故D错误.故选BC.

11.AC

提示:对于A, $p\Rightarrow q,q\nRightarrow p$,故 p 是 q 的充分不必要条件,A正确;对于B, $|x|\neq 2\Leftrightarrow x\neq\pm 2\Leftrightarrow x^2\neq 4$,故 p 是 q 的充要条件,B错误;对于C, $p\Rightarrow q,q\nRightarrow p$,故 p 是 q 的充分不必要条件,C正确;对于D,取 $x=0$, $y=-1$,可知 $p\nRightarrow q$,取 $x=-1$, $y=0$,可知 $q\nRightarrow p$,故 p 是 q 的既不充分也不必要条件,D错误.故选AC.

12.BC

提示:由已知,得 $p\Rightarrow r\Rightarrow q,r\Leftrightarrow s\Rightarrow p$,可知 $q\nRightarrow r$,故 r 不是 q 的必要条件,A错误; $s\Rightarrow p\Rightarrow r\Rightarrow q$,故 s 是 q 的充分条件,B正确; $s\Rightarrow p,p\Rightarrow r\Leftrightarrow s$,故 s 是 p 的充要条件,C正确; $p\Rightarrow r\Rightarrow q$,但 $q\nRightarrow p$,故 p 是 q 的充分不必要条件,D错误.故选BC.

三、填空题

13. $\exists x\in\mathbf{R},x^2+2x+3=0$

提示:原命题含有量词“有一个”,是存在量词命题,故用符号“ \exists ”将原命题表示为: $\exists x\in\mathbf{R},x^2+2x+3=0$.

14. (2,4) (答案不唯一)

提示:由 $a^2-ab+b=0$,得 $a^2=ab-b$,即 $b(a-1)=a^2$,显然 $a=1$ 时上式不成立,所以 $a\neq 1$,所以 $b=\frac{a^2}{a-1}$.取 $a=2$,得 $b=4$ 满足要求,故能够说明原命题是真命题的一组有序数对 (a,b) 为(2,4) (答案不唯一).

15. 3或4

提示:一元二次方程 $x^2-4x+n=0$ 有实数根的充要条件是 $\Delta=16-4n\geq 0$,解得 $n\leq 4$.因为 $n\in\mathbf{N}_+$,所以 $n=1,2,3,4$.经过验证 $n=3,4$ 时满足根是整数根.故所求充要条件是 $n=3$ 或4.

16. $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$

提示:由 $x^2+x-6=0$,解得 $x=-3$,或 $x=2$,故 $p:x=-3$,或 $x=2$.因为 p 是 q 的必要不充分条件,所以关于 x 的方程 $ax+1=0$ 的解集是集合 $\{2,-3\}$ 的非空真子集,所以 $2a+1=0$,或 $-3a+1=0$,解得 $a=-\frac{1}{2}$,或 $a=\frac{1}{3}$.

四、解答题

17. 证明:因为 $n\in\mathbf{Z}$,若 n 是偶数,则 $n+1$ 是奇数,故 $(n+1)^2$ 是奇数,充分性成立;

若 $(n+1)^2$ 是奇数,则 $n+1$ 是奇数,故 n 是偶数,必要性成立.

故“ n 是偶数”是“ $(n+1)^2$ 是奇数”的充要条件.

18. 解:(1) $\neg p:\exists m\in\mathbf{R}$,使得一元二次方程 $x^2+mx-1=0$ 没有实数根.

若方程没有实数根,则 $\Delta=m^2+4<0$,此不等式无解,所以 $\neg p$ 为假命题.

(2) $\neg p$:所有三角形的三条边不都相等.

因为等边三角形的三条边相等,所以 p 是真命题,则 $\neg p$ 是假命题.

(3) $\neg p$:存在一个菱形,它的对角线互相不垂直.

因为 p 是真命题,所以 $\neg p$ 是假命题.

(4) $\neg p:\forall x\in\mathbf{N},x^2-2x+1>0$.

因为当 $x=1$ 时, $x^2-2x+1=0$,所以 $\neg p$ 为假命题.

19. 解:(1)由“ $x\in\mathbf{A}$ ”是“ $x\in\mathbf{B}$ ”的充分条件,可得 $\mathbf{A}\subseteq\mathbf{B}$,则 $\begin{cases} 2-a\leq 1, \\ 1+2a\geq 5, \end{cases}$ 解得 $a\geq 2$.

故实数 a 的取值集合为 $\{a|a\geq 2\}$.

(2)由“ $x\in\mathbf{A}$ ”是“ $x\in\mathbf{B}$ ”的必要条件,可得 $\mathbf{B}\subseteq\mathbf{A}$,当 $\mathbf{B}=\varnothing$ 时, $2-a>1+2a$,解得 $a<\frac{1}{3}$;当 $\mathbf{B}\neq\varnothing$,即

$a\geq \frac{1}{3}$ 时,则 $\begin{cases} 2-a\geq 1, \\ 1+2a\leq 5, \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3}\leq a\leq 1$.

综上,实数 a 的取值集合为 $\{a|a\leq 1\}$.

20. 解:(1)由题意,得关于 x 的方程 $x^2-4x+m=0$ 无实数根,所以 $\Delta=16-4m<0$,解得 $m>4$.

故 $\mathbf{B}=\{m|m>4\}$.

(2)因为“ $x\in\mathbf{A}$ ”是“ $x\in\mathbf{B}$ ”的充分不必要条件,所以 $\mathbf{A}\subsetneq\mathbf{B}$,

又 $\mathbf{A}=\{x|3a<x<a+4\}$ 为非空集合,

得 $3a<a+4$ 且 $3a\geq 4$,解得 $\frac{4}{3}\leq a<2$.

所以实数 a 的取值集合为 $\left\{a\left|\frac{4}{3}\leq a<2\right.\right\}$.

21. 解:选 \forall :因为“ $\forall x\in\mathbf{A}$,则 $x\in\mathbf{B}$ ”是真命题,所以 $\mathbf{A}\subseteq\mathbf{B}$,则有 $\begin{cases} m+1\leq 5, \\ 2m-1\geq 6, \end{cases}$ 解得 $\frac{7}{2}\leq m\leq 4$.

故 m 的取值集合为 $\left\{m\left|\frac{7}{2}\leq m\leq 4\right.\right\}$.

选 \exists :因为“ $\exists x\in\mathbf{A}$,则 $x\in\mathbf{B}$ ”是真命题,所以 $\mathbf{A}\cap\mathbf{B}\neq\varnothing$.当 $\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=\varnothing$ 时,若 $\mathbf{B}=\varnothing$,则 $m+1>2m-1$,解得 $m<2$;若 $\mathbf{B}\neq\varnothing$,

则有 $\begin{cases} m+1\leq 2m-1, \\ m+1>6, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m+1\leq 2m-1, \\ 2m-1<5, \end{cases}$ 解得 $m>5$,或 $2\leq m<3$,故 $m<3$,或 $m>5$.

所以当 $\mathbf{A}\cap\mathbf{B}\neq\varnothing$ 时, m 的取值集合为 $\{m|3\leq m\leq 5\}$.

22. 解:(1)由已知,得命题 p 的否定为: $\exists x\in\{x|1\leq x\leq 2\}$, $x>a^2+1$.

因为命题 p 的否定为真命题,所以 $a^2+1<2$,得 $-1<a<1$.所以实数 a 的取值集合为 $\{a|-1<a<1\}$.

(2)因为 p 为真命题,所以 p 的否定为假命题,结合(1)可知, p 为真命题时, $a\leq -1$ 或 $a\geq 1$.

因为 q 的否定为真命题,所以“ $\forall x\in\{x|1\leq x\leq 2\}$,一次函数 $y=x+a$ 的图象与 x 轴重合或在 x 轴上方”为真命题,

所以 $1+a\geq 0$,即 $a\geq -1$.

综上,实数 a 的取值集合为 $\{a|a=-1$,或 $a\geq 1\}$.

数学
人教 A

第 3 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:由集合中元素的无序性,知 $\{1,2\}$ 和 $\{2,1\}$ 是同一个集合,故A错误; $\{(0,2)\}$ 中只有一个元素,故B错误;

$\left\{x\in\mathbf{Q}\left|\frac{6}{x}\in\mathbf{N}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\frac{6}{n},n\in\mathbf{N}_+\right.\right\}$,

是无限集,故C错误;因为方程 $x^2+x+2=0$ 没有实数根,所以 $\{x\in\mathbf{Q}|x^2+x+2=0\}=\varnothing$,故D正确.故选D.

2.B

提示:因为 $\mathbf{A}=\{x|x^2=2x\}=\{0,2\}$, $\mathbf{B}=\{x\in\mathbf{Z}|0<x<3\}=\{1,2\}$,所以 $\mathbf{A}\cup\mathbf{B}=\{0,1,2\}$.故选B.

3.D

提示:集合 $\mathbf{A}=\{a,b,c\}$ 的所有非空真子集有 $\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}$,由题意得 $3(a+b+c)=12$,故 $a+b+c=4$.故选D.

4.C

提示:命题 p 是全称量词命题,其否定为: $\exists x\in\mathbf{R},x^2<0$.故选C.

5.C

提示:因为 $a>b>c$,所以 $a+c>b$, $a+b>c$.若 $b+c>a$,则 a,b,c 为某三角形三边长,充分性成立;

若 a,b,c 为某三角形三边长,则 $b+c>a$,必要性成立.所以“ $b+c>a$ ”是“ a,b,c 为某三角形三边长”的充要条件.故选C.

6.C

提示: p 的充分不必要条件,即 $\{x|0<x<1\}$ 的真子集,结合选项可知选C.

7.B

提示:因为 $\neg p$ 是假命题,所以 p 是真命题,即 $ax^2+2x+1=0$ 有实数根.

当 $a=0$ 时,方程为 $2x+1=0$,解得 $x=-\frac{1}{2}$,有实数根,符合题意;

当 $a\neq 0$ 时,需 $\Delta=4-4a\geq 0$,解得 $a\leq 1$ 且 $a\neq 0$.综上, $a\leq 1$.故选B.

8.B

提示:由定义知,当 a,b 都为正偶数或都为正奇数时, $a\ast b=a+b=8$,故 $(a,b)=(1,7),(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2),(7,1)$;当 a,b 中一个为正偶数,另一个为正奇数时, $a\ast b=ab=8$,故 (a,b) 是(1,8),(8,1),共9个元素.故选B.

二、多项选择题

9.AB

提示:集合 $P=\{x|y=x^2,x\in\mathbf{R}\}=\mathbf{R}$, $T=\{y|y=x^2,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geq 0\}$,故 $0\in P$,A正确; $-1\notin T$,B正确; $P\cap T=\{y|y\geq 0\}$,C错误;D显然错误.故选AB.

10.BCD

提示:对于A,若 $x>y$,取 $x=0$, $y=-1$,则 $x^2>y^2$ 不成立,所以 p 不是 q 的必要条件,故A错误;对于B, $x>10\Rightarrow x>5$,所以 p 是 q 的必要条件,故B正确;对于

高一必修(第一册)答案页第 1 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

11.ABC

提示:对于A,当 $x_0=0$ 时, $x_0^2=0<1$,故A是假命题;对于B,当 $x_0^2=3$ 时,得 $x_0=\pm\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$,故B是假命题;对于C,当 $x_0=0$ 时, $x_0^2-2x_0-3=-3<0$,故C是假命题;对于D,当 $x_0=0$ 时, $|x_0|=0$,故D是真命题.故选ABC.

12.BD

提示:观察图中集合 M,N 的关系,得到 $M\cap(\complement_{\mathbf{R}}N)\neq\varnothing$,故A错误; $M\cup(\complement_{\mathbf{R}}N)=\mathbf{R}$,故B正确; $(\complement_{\mathbf{R}}M)\cup(\complement_{\mathbf{R}}N)=\complement_{\mathbf{R}}N$,故C错误; $(\complement_{\mathbf{R}}M)\cap(\complement_{\mathbf{R}}N)=\complement_{\mathbf{R}}M$,故D正确.故选BD.

三、填空题

13. 存在一个素数不是奇数

提示:全称量词命题“所有的素数都是奇数”的否定是:存在一个素数不是奇数.

14. $a<0$

提示:一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 有一个正根和一个负根 $\Leftrightarrow\begin{cases} a\neq 0, \\ \frac{1}{a}<0 \end{cases}\Leftrightarrow a<0$,故“一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 有一个正根和一个负根”的充要条件是 $a<0$.

15.4

提示:由已知,得 $\mathbf{A}=\{1,4\},\{-1,1,4\},\{1,2,4\},\{-1,1,2,4\}$,共4种可能.

16. (1) $\mathbf{B}=\{1,2,3\}$ (答案不唯一);

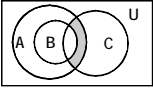
(2) $\mathbf{B}=\{1\}$ (答案不唯一)

提示:(1)由于“ $x\in\mathbf{A}$ ”是“ $x\in\mathbf{B}$ ”的充分不必要条件,故 $\mathbf{A}\subsetneq\mathbf{B}$,所以 $\mathbf{B}=\{1,2,3\}$ 符合题意;

(2)由于“ $x\in\mathbf{A}$ ”是“ $x\in\mathbf{B}$ ”的必要不充分条件,故 $\mathbf{B}\subsetneq\mathbf{A}$,由此可知 $\mathbf{B}=\{1\}$ 符合题意.

四、解答题

17. 解:由集合交集的定义知阴影部分位于 B 的外侧,同时在集合 A 和 C 的内部,如图所示.



(第 17 题图)

18. 证明:(1)先证充分性:

当 $m=1$ 时, $\mathbf{A}=\{2,3,7\}$, $\mathbf{B}=\{0,7,3,1\}$,所以 $\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=\{3,7\}$.

再证必要性:

当 $\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=\{3,7\}$ 时,由 $7\in\mathbf{A}$,得 $m^2+4m+2=7$,解得 $m=-5$,或 $m=1$.

当 $m=-5$ 时, $\mathbf{B}=\{0,7,3,7\}$ 不满足集合元素的互异性,舍去;当 $m=1$ 时, $\mathbf{B}=\{0,7,3,1\}$,符合题意,所以 $m=1$.

综上所述, $\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=\{3,7\}$ 的充要条件为 $m=1$.

19. 解:(1)因为 $\mathbf{A}=\{x|-4\leq x\leq -2\}$, $\mathbf{B}=\{x|x+$

$3\geq 0\}=\{x|x\geq -3\}$,所以 $\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=\{x|-3\leq x\leq -2\}$.

(2)由(1)知 $\mathbf{B}=\{x|x\geq -3\}$,所以 $\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{B}=\{x|x<-3\}$.又 $\mathbf{A}=\{x|-4\leq x\leq -2\}$,所以 $\mathbf{A}\cup(\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{B})=\{x|x\leq -2\}$.

(3)因为 $\mathbf{A}-\mathbf{B}=\{x|x\in\mathbf{A}$,且 $x\notin\mathbf{B}\}$,所以 $\mathbf{A}-\mathbf{B}=\{x|-4\leq x<-3\}$.

20. 解:(1)若 $m=-1$,则 $\mathbf{B}=\{x|-2<x<2\}$,因为 $\mathbf{A}=\{x|1<x\leq 3\}$,所以 $\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=\{x|1<x<2\}$.

(2)若选①:因为 $\mathbf{A}\cap(\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{B})=\varnothing$,所以 $\mathbf{A}\subseteq\mathbf{B}$,

则 $\begin{cases} 2m\leq 1, \\ 1-m>3, \end{cases}$ 解得 $m<-2$,

所以实数 m 的取值集合是 $\{m|m<-2\}$.

若选②:因为“ $x\in\mathbf{A}$ ”是“ $x\in\mathbf{B}$ ”的充分条件,所以 $\mathbf{A}\subseteq\mathbf{B}$,

则 $\begin{cases} 2m\leq 1, \\ 1-m>3, \end{cases}$ 解得 $m<-2$,

所以实数 m 的取值集合是 $\{m|m<-2\}$.

若选③:因为 $\forall x_1\in\mathbf{A}$, $\exists x_2\in\mathbf{B}$,使得 $x_1=x_2$,所以 $\mathbf{A}\subseteq\mathbf{B}$,

则 $\begin{cases} 2m\leq 1, \\ 1-m>3, \end{cases}$ 解得 $m<-2$,

所以实数 m 的取值集合是 $\{m|m<-2\}$.

21. 解:(1)由题设知 $\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{A}=\{x|x<2-a$,或 $x>2+a\}$, $\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{B}=\{x|x<1$,或 $x>6\}$,

又 $(\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{A})\cup(\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{B})=\{x|x<1$,或 $x>5\}$,

所以 $\begin{cases} 2+a=5, \\ 2-a\leq 1, \end{cases}$ 可得 $a=3$.

(2)因为“ $x\in\mathbf{A}$ ”是“ $x\in\mathbf{B}$ ”的充分不必要条件,所以 $\mathbf{A}\subsetneq\mathbf{B}$.

若 $\mathbf{A}=\varnothing$,则 $2+a<2-a$,解得 $a<0$;

若 $\mathbf{A}\neq\varnothing$,则 $\begin{cases} 2-a\leq 2+a, \\ 2-a\geq 1, \\ 2+a<6, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2-a\leq 2+a, \\ 2-a>1, \\ 2+a\leq 6, \end{cases}$

解得 $0\leq a\leq 1$.