## 第 4 期

### 第 2~3 版同步周测参考答案

**一、单项选择题**

1.A **提示**：由 $a^b-a^{-b}=-2$，得 $(a^b-a^{-b})^2=a^{2b}+a^{-2b}-2=4$，则 $a^{2b}+a^{-2b}=6$，因为 $(a^b+a^{-b})^2=a^{2b}+a^{-2b}+2=6+2=8$，所以 $a^b+a^{-b}=\pm2\sqrt{2}$，又 $0<a<1$，$b>0$，则 $a^b+a^{-b}>0$，所以 $a^b+a^{-b}=2\sqrt{2}$. 故选 A.

2.C **提示**：由题意，得 $\begin{cases}a>0,\\ a\neq1,\\ a^2-4a+4=1,\end{cases}$ 解得 $a=3$.故选 C.

3.C **提示**：设女高音的声强是 $I_1$，普通女性的声强是 $I_2$，由题意，得 $75=10\lg\left(\frac{I_1}{10^{-12}}\right)$，$45=10\lg\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right)$，两式作差，得 $3=\lg\frac{I_1}{I_2}$，所以 $\frac{I_1}{I_2}=10^3=1000$，即女高音声强是普通女性声强的 1000 倍.故选 C.

4.D **提示**：因为函数 $f(x)=(m^2-m-1)x^{m^2-2m-2}$ 是幂函数，所以 $m^2-m-1=1$，解得 $m=2$ 或 $m=-1$.当 $m=2$ 时，$f(x)=x^{-2}$，是偶函数，符合题意；当 $m=-1$ 时，$f(x)=x$，是奇函数，不符合题意，舍去.综上，$m=2$.故选 D.

5.D **提示**：$y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ 与 $y=\log_a x$ 的图象分别经过点 $(0,1)$ 和 $(1,0)$，因为 $a>1$，所以 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ 与 $y=\log_a x$ 分别为定义域内的减函数和增函数.故选 D.

6.C **提示**：因为 $\frac{1}{4}<\frac{8}{27}$，所以 $0<\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}<\frac{2}{3}$，所以 $0<a<\frac{2}{3}$，因为 $\log_{0.7}0.6>\log_{0.7}0.7=1$，所以 $b>1$，因为 $2=\log_3 9<\log_3 10<\log_3 27=3$，所以 $\frac{2}{3}<\frac{1}{3}\log_3 10<1$，即 $\frac{2}{3}<c<1$，所以 $a<c<b$.故选 C.

7.C **提示**：因为 $f(x)=2^x|2^x-a|$，当 $0\leqslant x\leqslant1$ 时，由 $f(x)\leqslant1$，得 $-2^{-x}\leqslant a-2^x\leqslant2^{-x}$，所以 $2^x-2^{-x}\leqslant a\leqslant2^x+2^{-x}$，当 $0\leqslant x\leqslant1$，则 $2^x+2^{-x}\geqslant2\sqrt{2^x\cdot2^{-x}}=2$，当且仅当 $x=0$ 时，取等号，又 $y=2^x-2^{-x}$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，所以 $y=2^x-2^{-x}\leqslant2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，所以 $\frac{3}{2}\leqslant a\leqslant2$，即实数 $a$ 的取值范围是 $\left[\frac{3}{2},2\right]$.故选 C.

8.A **提示**：$f(x)=\begin{cases}-\log_2(x-2),2<x\leqslant3,\\ \log_2(x-2),3<x\leqslant4,\\ (x-5)^2,x>4,\end{cases}$ $f(3)=f(5)=0$，$f(4)=1$，作出 $y=f(x)$ 图象（图略），因为 $f(x)=a$ 有四个实数根，所以 $0<a<1$，因为 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $\frac{1}{2}(x_3+x_4)=5$，$\begin{cases}-\log_2(x_1-2)=a,\\ \log_2(x_2-2)=a,\end{cases}$ 所以 $x_3+x_4=10$，$x_1=2+2^{-a}$，$x_2=2+2^a$，则 $\frac{(x_3+x_4)x_1}{5}+\frac{1}{x_2-1}=2x_1+\frac{1}{x_2-1}=2(2+2^{-a})+\frac{1}{1+2^a}=4+\frac{2}{2^a}+\frac{1}{1+2^a}$.令 $g(a)=\frac{2}{2^a}+\frac{1}{1+2^a}+4$，$0<a<1$，因为 $g(a)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，所以 $g(1)<g(a)<g(0)$，又 $g(1)=\frac{16}{3}$，$g(0)=\frac{13}{2}$，所以 $\frac{(x_3+x_4)x_1}{5}+\frac{1}{x_2-1}$ 的取值范围是 $\left(\frac{16}{3},\frac{13}{2}\right)$.故选 A.

**二、多项选择题**

9.BC **提示**：若 $0<m<n<1$，对于 A，由函数 $y=3^x$ 单调递增，得 $3^n>3^m$，故 A 错误；对于 B，由函数 $y=\log_3 x$ 单调递增，得 $\log_3 m<\log_3 n$，故 B 正确；对于 C，由函数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 单调递减，得 $\left(\frac{1}{3}\right)^m>\left(\frac{1}{3}\right)^n$，故 C 正确；对于 D，由函数 $y=\log_3 x$ 单调递增，得 $\log_3 m<\log_3 n<0$，即 $\frac{1}{\log_3 m}>\frac{1}{\log_3 n}$，即 $\log_m 3>\log_n 3$，故 D 错误.故选 BC.

10.BC **提示**：因为 $f(x)=a^x(a>0$，且 $a\neq1)$ 在 $[-2,2]$ 上是单调函数，所以由题意，得 $a^{-2}+a^2=\frac{10}{3}$，所以 $3a^4-10a^2+3=0$，解得 $a^2=3$ 或 $a^2=\frac{1}{3}$，则 $a=\sqrt{3}$ 或 $a=\frac{\sqrt{3}}{3}$.故选 BC.

11.BD **提示**：由题意，知 $3m^2-10m+4=1$，解得 $m=3$ 或 $m=\frac{1}{3}$，所以 $f(x)=x^3$ 或 $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$，由幂函数的性质，知 $f(x)$ 是奇函数且在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.故选 BD.

12.ABD **提示**：对于函数 $y=\log_a(x+4)-1$，令 $x+4=1$，得 $x=-3$，则 $y=-1$，所以该函数的图象恒过定点 $A(-3,-1)$，故 A 正确；由点 $A$ 在直线 $l:mx+ny+1=0$ 上，得 $-3m-n+1=0$，即 $3m+n=1$，其中 $mn>0$，所以 $m>0,n>0$，$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)(3m+n)=4+\frac{n}{m}+\frac{3m}{n}\geqslant4+2\sqrt{3}$，当且仅当 $\frac{n}{m}=\frac{3m}{n}$，即 $m=\frac{3-\sqrt{3}}{6}$，$n=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 时，等号成立，所以 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$ 的最小值为 $4+2\sqrt{3}$，故 B 正确；由于点 $(m,n)$ 满足 $3m+n=1$，其中 $mn>0$，故它的轨迹是直线 $3x+y-1=0$ 在第一象限内的部分，即一条线段，故 C 错误；因为点 $(3,1)$ 到直线 $l$ 的距离为 $\frac{|3m+n+1|}{\sqrt{m^2+n^2}}=\frac{2}{\sqrt{m^2+n^2}}$，所以当 $\sqrt{m^2+n^2}$ 最小时，点 $(3,1)$ 到直线 $l$ 的距离最大.又 $\sqrt{m^2+n^2}$ 表示点 $(m,n)$ 到原点的距离，所以 $\sqrt{m^2+n^2}$ 的最小值为原点到直线 $3m+n=1$ 的距离 $d$，即 $d=\frac{\sqrt{10}}{10}$，所以点 $(3,1)$ 到直线 $l$ 的距离最大值为 $\frac{2}{d}=2\sqrt{10}$，故 D 正确.故选 ABD.

**三、填空题**

13.1 **提示**：因为 $2^a=3^b=\log_2 64=6$，所以 $a=\log_2 6$，$b=\log_3 6$，所以 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{\log_2 6}+\frac{1}{\log_3 6}=\log_6 2+\log_6 3=\log_6 6=1$.

14.$(-1,0)\cup(0,3]$ **提示**：要使函数 $y=\frac{\sqrt{9-x^2}}{\log_2(x+1)}$ 有意义，则 $\begin{cases}9-x^2\geqslant0,\\ x+1>0,\\ x+1\neq1,\end{cases}$ 解得 $-1<x<0$ 或 $0<x\leqslant3$，所以该函数的定义域为 $(-1,0)\cup(0,3]$.

15.9 **提示**：在 $f(x)=a^{x-2}-2$ 中，令 $x-2=0$，则 $x=2$，$f(2)=-1$，所以函数 $f(x)=a^{x-2}-2$ 的图象恒经过定点 $(2,-1)$，因为函数 $f(x)=a^{x-2}-2$ 的图象恒经过定点 $(m,n)$，所以 $m=2$，$n=-1$，所以 $b+c=m+n=1$，又 $b>0$，$c>0$，所以 $\frac{1}{b}+\frac{4}{c}=\left(\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\right)(b+c)=\frac{c}{b}+\frac{4b}{c}+5\geqslant2\sqrt{\frac{c}{b}\cdot\frac{4b}{c}}+5=9$，当且仅当 $\frac{c}{b}=\frac{4b}{c}$，即 $b=\frac{1}{3}$，$c=\frac{2}{3}$ 时，取等号，所以 $\frac{1}{b}+\frac{4}{c}$ 的最小值为 9.

16.$\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ **提示**：因为函数 $f(x)=\log_a(2x-a)$ 在区间 $\left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right]$ 上恒有 $f(x)>0$，所以 $\begin{cases}a>1,\\ 2\times\frac{1}{3}-a>1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}0<a<1,\\ 0<2\times\frac{1}{3}-a<1,\\ 0<2\times\frac{2}{3}-a<1.\end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.所以实数 $a$ 的取值范围为 $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$.

**四、解答题**

17.**解**：(1)原式 $=1+\frac{1}{8}\times\left(\frac{3}{2}\right)^{2\times\left(-\frac{3}{2}\right)}-\left(\frac{1}{9}\right)^{2\times\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{8}\times\frac{8}{27}-\frac{1}{9}=\frac{25}{27}$.

(2)原式 $=\ln\frac{2e^2}{2}+\log_3 81-\log_2 4=2+4-2=4$.

18.**解**：(1)由函数 $f(x)=(2m^2+m-2)x^{2m+1}$ 是幂函数，所以 $2m^2+m-2=1$，解得 $m=1$ 或 $m=-\frac{3}{2}$；当 $m=1$ 时，$f(x)=x^3$，在定义域 $\mathbf{R}$ 上是增函数，满足题意；当 $m=-\frac{3}{2}$ 时，$f(x)=x^{-2}$，在定义域 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上不是增函数，不满足题意.

综上，函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=x^3$.

(2)因为 $f(x)=x^3$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上是增函数，所以不等式 $f(2-a)<f(a^2-4)$ 等价于 $2-a<a^2-4$，即 $a^2+a-6>0$，解得 $a<-3$ 或 $a>2$，所以实数 $a$ 的取值范围为 $(-\infty,-3)\cup(2,+\infty)$.

19.**解**：(1)由题意，得 $\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^{1-a}-b=0,\\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-a}-b=1,\end{cases}$

解得 $a=1$，$b=1$.

(2)由(1)知 $f(x)=2^{1-x}-1$，因为 $g(x)=4^{-x}-4$，且 $f(x)=g(x)$，所以 $2^{1-x}-1=4^{-x}-4$，即 $4^{-x}-2^{1-x}-3=0$.设 $2^{-x}=t$，则 $t>0$，所以 $t^2-2t-3=0$，解得 $t=3$（舍负），所以 $2^{-x}=3$，解得 $x=-\log_2 3$，所以满足条件的 $x$ 的值为 $-\log_2 3$.

20.**解**：(1)由题意可知，$a^2-2a-2=1$，解得 $a=3$，或 $a=-1$，又 $a>0$，所以 $a=3$.所以 $f(x)=\log_3 x$，$g(x)=\log_3(x+1)+\log_3(3-x)$，所以 $\begin{cases}x+1>0,\\ 3-x>0,\end{cases}$ 解得 $-1<x<3$，即 $g(x)$ 的定义域为 $(-1,3)$，因为 $g(x)=\log_3(x+1)+\log_3(3-x)=\log_3(-x^2+2x+3)$，$x\in(-1,3)$.令 $u=-x^2+2x+3(-1<x<3)$，则该函数的对称轴为直线 $x=1$，所以 $u$ 在 $(-1,1)$ 上单调递增，在 $(1,3)$ 上单调递减.又 $y=\log_3 u$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 $g(x)$ 的单调递增区间为 $(-1,1)$，单调递减区间为 $(1,3)$.

(2)因为不等式 $g(x)-m+3\leqslant0$ 的解集非空，所以 $m-3\geqslant[g(x)]_{\min}$，$x\in\left[\frac{1}{3},2\right]$.由(1)知，当 $x\in\left[\frac{1}{3},2\right]$ 时，函数 $g(x)$ 的单调递增区间为 $\left[\frac{1}{3},1\right]$，单调递减区间为 $[1,2]$，又 $g\left(\frac{1}{3}\right)=\log_3\frac{32}{9}$，$g(2)=1$，所以 $[g(x)]_{\min}=1$，所以 $m-3\geqslant1$，解得 $m\geqslant4$，所以实数 $m$ 的取值范围为 $[4,+\infty)$.

21.**解**：(1)由题意，得 $f(0)=1-\frac{4}{2+a}=0$，

解得 $a=2$.

(2)由(1)知 $f(x)=1-\frac{4}{2\cdot2^x+2}=1-\frac{2}{2^x+1}$，所以 $g(x)=(2^x+1)\cdot f(x)+k=2^x+1-2+k=2^x-1+k$，因为函数 $g(x)$ 有零点，所以函数 $y=2^x$ 的图象和直线 $y=1-k$ 有交点，所以 $1-k>0$，解得 $k<1$，所以实数 $k$ 的取值范围为 $(-\infty,1)$.

(3)因为当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)>m\cdot2^x-2$ 恒成立，即 $m<\frac{3}{2^x}-\frac{2}{2^x(2^x+1)}$ 恒成立.令 $t=2^x$，则 $t\in(1,2)$，所以 $m<\frac{3}{t}-\frac{2}{t(t+1)}=\frac{1}{t}+\frac{2}{t+1}$.令 $g(t)=\frac{1}{t}+\frac{2}{t+1}$，所以 $g(t)$ 在 $(1,2)$ 上单调递减，所以 $g(t)>g(2)=\frac{7}{6}$，所以 $m\leqslant\frac{7}{6}$，所以实数 $m$ 的取值范围为 $\left(-\infty,\frac{7}{6}\right]$.

22.**解**：(1) $y=f(x)\cdot g(x)=2\log_4(8x^2)\cdot\log_2 x=\log_2 x(3+2\log_2 x)$，$x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$，令 $t=\log_2 x$，则 $t\in[-1,1]$，$y=(3+2t)t=2t^2+3t=2\left(t+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{8}$ 在 $\left[-1,-\frac{3}{4}\right]$ 上单调递减，在 $\left[-\frac{3}{4},1\right]$ 上单调递增，当 $t=-\frac{3}{4}$ 时，$y_{\min}=-\frac{9}{8}$；当 $t=1$ 时，$y_{\max}=5$.

所以所求函数的值域为 $\left[-\frac{9}{8},5\right]$.

(2)由 $f(x^2)\cdot f(\sqrt{x})\leqslant k[g(x)]^2$，得 $(3+4\log_2 x)(3+\log_2 x)\leqslant k(\log_2 x)^2$，因为 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域均为 $\left[-\frac{1}{2},2\right]$，所以 $\begin{cases}\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant2,\\ \frac{1}{2}\leqslant\sqrt{x}\leqslant2,\\ \frac{1}{2}\leqslant x^2\leqslant2,\end{cases}$ 解得 $\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant x\leqslant\sqrt{2}$，

令 $t=\log_2 x$，则 $t\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$，所以 $(3+4t)(3+t)\leqslant kt^2$ 在 $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ 上有解，当 $t=0$ 时，原不等式转化为 $9\leqslant0$，不成立；当 $t\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$，且 $t\neq0$ 时，原不等式转化为 $k\geqslant\frac{9}{t^2}+\frac{15}{t}+4$，令 $h(t)=\frac{9}{t^2}+\frac{15}{t}+4$，$t\in\left[-\frac{1}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{2}\right]$.所以 $k\geqslant[h(t)]_{\min}$，易知 $h(t)$ 在 $\left[-\frac{1}{2},0\right)$ 上单调递增，在 $\left(0,\frac{1}{2}\right]$ 上单调递减，又 $h\left(-\frac{1}{2}\right)=10$，$h\left(\frac{1}{2}\right)=70$，所以 $[h(t)]_{\min}=h\left(-\frac{1}{2}\right)=10$，所以 $k\geqslant10$.所以实数 $k$ 的取值范围是 $[10,+\infty)$.





扫码免费下载习题讲解 ppt

## 第 1 期

### 第 2~3 版同步周测参考答案

**一、单项选择题**

1.C

**提示**：因为集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x<4\}=\{1,2,3\}$ 含有 3 个元素，所以集合 $A$ 的真子集为 $\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，共 7 个.故选 C.

2.A

**提示**：因为 $z=\frac{5}{4+3i}+i^{2021}=\frac{5(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)}+i=\frac{4}{5}+\frac{2}{5}i$，所以复数 $z$ 的虚部为 $\frac{2}{5}$，故选 A.

3.D

**提示**：因为命题 $p$ 是全称命题，所以命题 $p$ 的否定是特称命题，即 $\exists x_0>0$，$(x_0+1)e^{x_0}\leqslant1$.故选 D.

4.A

**提示**：由 $iz=3+4i$，得 $z=\frac{3+4i}{i}=\frac{(3+4i)(-i)}{-i^2}=4-3i$，所以 $z$ 的共轭复数为 $\bar{z}=4+3i$，其在复平面内对应的点的坐标为 $(4,3)$，位于第一象限.故选 A.

5.C

**提示**：①当 $a=-1$ 时，$a^2=1$，所以 $b=b^2$，所以 $b=0$ 或 $b=1$，由集合元素的互异性可知，$b\neq1$，所以 $b=0$，此时 $A=B=\{1,-1,0\}$，符合题意.②当 $b=-1$ 时，$b^2=1$，所以 $a^2=a$，所以 $a=0$ 或 $a=1$，由集合元素的互异性可知，$a\neq1$，所以 $a=0$，此时 $A=B=\{1,-1,0\}$，符合题意.综上，$a+b=-1$.故选 C.

6.D

**提示**：对于 A，$p:\exists x_0\in\mathbf{R}$，$2x_0^2+3x_0+1>0$，则 $\neg p:\forall x\in\mathbf{R}$，$2x^2+3x+1\leqslant0$，故 A 错误；对于 B，由 $f(0)=0$ 推不出函数 $f(x)$ 是奇函数，如 $f(x)=x^2$ 满足 $f(0)=0$，但是 $f(x)=x^2$ 为偶函数，由函数 $f(x)$ 是奇函数也推不出 $f(0)=0$，如 $f(x)=\frac{1}{x}$ 为奇函数，但是 $f(x)$ 在 0 处无意义，所以“$f(0)=0$”是“函数 $f(x)$ 是奇函数”的既不充分也不必要条件，故 B 错误；对于 C，当 $x=2$ 或 $x=4$ 时，$2^x=x^2$，故 C 错误；对于 D，由 $A>B$，根据三角形中大角对大边，可得 $a>b$，由正弦定理，可得 $\sin A>\sin B$，故 D 正确.故选 D.

7.B

**提示**：集合 $A=\{x|x^2-x-2<0\}=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|x>1\}$，由 Venn 图可知阴影部分表示的集合为 $A\cap(\complement_U B)=\{x|-1<x<2\}\cap\{x|x\leqslant1\}=\{x|-1<x\leqslant1\}$.故选 B.

8.C

**提示**：因为 $z=2i^3+\frac{5+i}{1-i}=-2i+\frac{(5+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=2+i$，所以 $|z|=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$.故选 C.

9.B

**提示**：由已知可得集合 $A=\{x|x>4$ 或 $x<-1\}$，则 $\complement_U A=\{x|-1\leqslant x\leqslant4\}$，由 $4-x^2>0$，解得 $-2<x<2$，所以集合 $B=\{x|-2<x<2\}$，所以 $(\complement_U A)\cap B=[-1,2)$.故选 B.

10.C

**提示**：集合 $A=\left\{x\left||x-\frac{1}{4}|<\frac{1}{4}\right.\right\}=\left\{x\left|0<x<\frac{1}{2}\right.\right\}$，$B\left\{x\left|a<x<\frac{1}{2}\right.\right\}$，因为 $B\subseteq A$，所以分两种情况：①当 $B=\varnothing$ 时，则 $a\geqslant\frac{1}{2}$；②当 $B\neq\varnothing$，即 $a<\frac{1}{2}$ 时，则 $0\leqslant a<\frac{1}{2}$.

综上，实数 $a$ 的取值范围是 $[0,+\infty)$，故选 C.

11.D

**提示**：由 $x^2-3x+2\leqslant0$，解得 $1\leqslant x\leqslant2$，所以 $M=[1,2]$，因为 $x-a\geqslant0$，所以 $x\geqslant a$，所以 $N=[a,+\infty)$，因为 $M\cap N=M$，所以 $M\subseteq N$，所以 $a\leqslant1$，即实数 $a$ 的取值范围为 $(-\infty,1]$.故选 D.

12.A

**提示**：因为命题“$\forall x\in[-1,3]$，$x^2-2x-a\leqslant0$”为真命题，所以 $\forall x\in[-1,3]$，$x^2-2x\leqslant a$ 恒成立，因为当 $x\in[-1,2]$ 时，$x^2-2x=(x-1)^2-1\leqslant3$，所以 $a\geqslant3$，结合选项知 $\{a|a\geqslant4\}\subsetneqq\{a|a\geqslant3\}$，A 符合题意.故选 A.

**二、多项选择题**

13.ABD

**提示**：因为 $A=\{1,4,x\}$，$B=\{1,x^2\}$，且 $A\cup B=\{1,4,x\}$，所以 $x^2=4$ 或 $x^2=x$，解得 $x=2$ 或 $x=-2$ 或 $x=0$ 或 $x=1$，经检验，$x=2$ 或 $x=-2$ 或 $x=0$ 时，符合题意，$x=1$ 时不满足集合元素的互异性.故选 ABD.

14.ABD

**提示**：对于 A，复数 $z_1=2-2i$ 在复平面内对应的点为 $P_1(2,-2)$，位于第四象限，故 A 正确；对于 B，因为 $z_1=2-2i$，所以 $\bar{z_1}=2+2i$，故 B 正确；对于 C，设 $z_2=x+yi$，因为 $|z_2|=1$，所以 $x^2+y^2=1$，表示以原点为圆心，半径为 1 的圆，所以 $|z_2-z_1|=\sqrt{(x-2)^2+(y+2)^2}$，表示圆上的点与点 $P_1(2,-2)$ 之间的距离，所以 $|z_2-z_1|_{\max}=\sqrt{(0-2)^2+(0+2)^2}+1=2\sqrt{2}+1$，故 C 错误；对于 D，$\left|\frac{4}{z_1}\right|=\left|\frac{4}{2-2i}\right|=\left|\frac{2}{1-i}\right|=\frac{2}{|1-i|}=\sqrt{2}$，故 D 正确.故选 ABD.

15.BD

**提示**：对于 A，当 $a\neq0$，$b=0$ 时，$ab=0$，当 $ab\neq0$ 时，$a\neq0$ 且 $b\neq0$，故“$a\neq0$”是“$ab\neq0$”的必要不充分条件，故 A 错误；对于 B，若 $m<0$，则 $\Delta=4-4m>0$，方程 $x^2-2x+m=0$ 一定有两个不同的根，设两根为 $x_1,x_2$，则 $x_1x_2=m<0$，故方程 $x^2-2x+m=0$ 有一正根一负根，所以充分性成立；若关于 $x$ 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有一正根一负根，则 $\Delta=4-4m>0$，且两根之积 $m<0$，解得 $m<0$，所以必要性成立，故 B 正确；对于 C，由 $\frac{2x-5}{1-x}\geqslant1$，得 $1<x\leqslant2$，由 $\left|x-\frac{3}{2}\right|\leqslant\frac{1}{2}$，得 $1\leqslant x\leqslant2$，故“$\frac{2x-5}{1-x}\geqslant1$”是“$\left|x-\frac{3}{2}\right|\leqslant\frac{1}{2}$”的充分不必要条件，故 C 错误；对于 D，若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过点 $(1,0)$，则 $a+b+c=0$，若 $a+b+c=0$，即 $a\cdot1^2+b\cdot1+c=0$，所以二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过点 $(1,0)$，故 D 正确.故选 BD.

16.ABD

**提示**：对于 A，因为 $A\oplus B=B$，则 $B=\{x|x\in A\cup B$，且 $x\notin A\cap B\}$，所以 $A\subseteq B$，且 $B$ 中的元素不能出现在 $A\cap B$ 中，因此 $A=\varnothing$，故 A 正确；对于 B，因为 $A\oplus B=\varnothing$，所以 $\varnothing=\{x|x\in A\cup B$，且 $x\notin A\cap B\}$，即 $A\cup B=A\cap B$，所以 $A=B$，故 B 正确；对于 C，因为 $A\oplus B\subseteq A$，所以 $\{x|x\in A\cup B$，且 $x\notin A\cap B\}\subseteq A$，则 $B\subseteq A$，故 C 错误；对于 D，由题意可知，$(\complement_{\mathbf{R}}A)\oplus B=(A\cap B)\cup(\complement_{\mathbf{R}}(A\cup B))$，$\complement_{\mathbf{R}}(A\oplus B)=(A\cap B)\cup(\complement_{\mathbf{R}}(A\cup B))$，故 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\oplus B=\complement_{\mathbf{R}}(A\oplus B)$，故 D 正确.故选 ABD.

17.AC

**提示**：因为复数 $z_1=\frac{6}{a+2}+(a^2-2)i$，$z_2=1-ai(a\in\mathbf{R})$，所以 $z_1+\bar{z_2}=\frac{6}{a+2}+(a^2-2)i+1+ai=\frac{a+8}{a+2}+(a^2+a-2)i$，因为 $z_1+\bar{z_2}$ 为实数，所以 $\begin{cases}a^2+a-2=0,\\ a+2\neq0,\end{cases}$ 解得 $a=1$，故 A 正确；$z_1=2-i$，$z_2=1-i$，$z_1\bar{z_1}=(2-i)(2+i)=5$，故 B 错误；$z_2^6=(1-i)^6=[(1-i)^2]^3=(-2i)^3=8i$ 为纯虚数，故 C 正确；$\frac{z_1}{z_2}=\frac{2-i}{1-i}=\frac{(2-i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$，其在复平面内对应的点为 $\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$，位于第一象限，故 D 错误.故选 AC.

18.BD

**提示**：对于 A，$\varphi=-\frac{\pi}{3}$ 时，$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，当 $x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ 时，$2x-\frac{\pi}{3}\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$，此时 $f(x)$ 为增函数，故 A 错误；对于 B，若 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称，则 $2\times\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $\varphi=\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，因为 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，此时 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，当 $x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ 时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6}\right)$，此时 $f(x)$ 为减函数，故 B 正确；对于 C，若 $f(x)$ 为奇函数，则 $\varphi=0$，此时 $f(x)=\sin2x$，当 $x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ 时，$2x\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$，此时 $f(x)$ 不是减函数，故 C 错误；对于 D，若 $f(x)$ 图象关于点 $\left(\frac{5\pi}{6},0\right)$ 对称，则 $2\times\frac{5\pi}{6}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $\varphi=-\frac{5\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，因为 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，此时 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，当 $x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ 时，$2x+\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{2\pi}{3},\pi\right)$，此时 $f(x)$ 为减函数，故 D 正确.故选 BD.

**三、填空题**

19.$(-\infty,0)$

**提示**：因为 $A=\left\{x\left|\left(\frac{1}{3}\right)^x>1\right.\right\}=\{x|x<0\}$，$B=\{x|y=\sqrt{2-2^x}\}=\{x|2-2^x\geqslant0\}=\{x|x\leqslant1\}$，所以 $A\cap B=(-\infty,0)$.

20.$(3,4)$

**提示**：因为复数 $z=m^2(1+i)-m(4+i)-6i=(m^2-4m)+(m^2-m-6)i$ 在复平面内所对应的点在第二象限，所以 $\begin{cases}m^2-4m<0,\\ m^2-m-6>0,\end{cases}$ 解得 $3<m<4$，所以实数 $m$ 的取值范围是 $(3,4)$.

21.$\left(-\frac{1}{2},1\right)\cup(3,+\infty)$

**提示**：由已知可得集合 $A=\{x|-1<x<4\}$，因为 $B\subseteq A$，当 $B=\varnothing$ 时，$2a>a+3$，解得 $a>3$ 满足题意；当 $B\neq\varnothing$ 时，只需 $\begin{cases}2a\leqslant a+3,\\ 2a>-1,\\ a+3<4,\end{cases}$ 解得 $-\frac{1}{2}<a<1$.

综上，实数 $a$ 的取值范围为 $\left(-\frac{1}{2},1\right)\cup(3,+\infty)$.

22.②

**提示**：若 $m\subset\alpha$，$n/\!/\alpha$，则 $m$ 与 $n$ 平行或异面，故①错误；若 $\alpha/\!/\beta$，$\beta/\!/\gamma$，则 $\alpha/\!/\gamma$，又 $m\perp\alpha$，所以 $m\perp\gamma$，故②正确；若 $\alpha\cap\beta=n$，$m/\!/n$，$m/\!/\alpha$，则 $m/\!/\beta$，或 $m\subset\beta$，故③错误；若 $m/\!/\alpha$，$n/\!/\beta$，$m/\!/n$，则 $\alpha$ 与 $\beta$ 平行或相交，故④错误.

**四、解答题**

23.**解**：(1)集合 $A=\left\{x\left|\frac{1}{3}\leqslant\log_8 x\leqslant1\right.\right\}=\{x|2\leqslant x\leqslant8\}$，$B=\{x|2<2^x<128\}=\{x|1<x<7\}$.

(2)因为 $A\cap B=\{x|2\leqslant x<7\}$，全集 $U=\mathbf{R}$，

所以 $\complement_U(A\cap B)=\{x|x<2$ 或 $x\geqslant7\}$.

(3)因为集合 $C=\{x|x<a\}$，$A=\{x|2\leqslant x\leqslant8\}$，且 $A\cap C\neq\varnothing$，所以 $a>2$，即实数 $a$ 的取值范围是 $(2,+\infty)$.

24.**解**：(1)因为命题 $p:\exists x_0\in[-1,1]$，$x_0^2-x_0-m\geqslant0$ 是假命题，所以命题 $\neg p:\forall x\in[-1,1]$，$x^2-x-m<0$ 是真命题，所以 $m>x^2-x$ 在 $[-1,1]$ 上恒成立，当 $x\in[-1,1]$ 时，设 $f(x)=x^2-x$，则 $f(x)_{\max}=f(-1)=2$，所以 $m>2$，即实数 $m$ 的取值集合 $B=\{m|m>2\}$.

(2)由题意可知，$A\subsetneqq B$，不等式 $(x-3a)(x-a-2)<0$ 对应方程 $(x-3a)(x-a-2)=0$ 的根为 $x=3a$ 或 $x=a+2$.

①当 $3a>a+2$，即 $a>1$ 时，$A=\{x|2+a<x<3a\}$，因为 $A\subsetneqq B$，所以 $2+a\geqslant2$，解得 $a\geqslant0$，所以 $a>1$；②当 $3a=a+2$，即 $a=1$ 时，则 $A=\varnothing$，符合题意；③当 $3a<a+2$，即 $a<1$ 时，$A=\{x|3a<x<2+a\}$，所以 $3a\geqslant2$，得 $a\geqslant\frac{2}{3}$，所以 $\frac{2}{3}\leqslant a<1$.

综上，实数 $a$ 的取值范围是 $\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$.

25.**解**：(1)因为集合 $A$ 为函数 $y=\lg\frac{x-9}{2-x}$ 的定义域，所以 $A=\left\{x\left|\frac{x-9}{2-x}>0\right.\right\}=\{x|2<x<9\}$，因为集合 $B$ 是不等式 $x^2-(a+2)x+8\geqslant0$ 的解集，所以 $a=4$ 时，$B=\{x|x^2-6x+8\geqslant0\}=\{x|x\leqslant2$ 或 $x\geqslant4\}$，所以 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|2<x<4\}$，所以 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=(2,4)$.

(2)因为 $A\cup B=B$，所以 $A\subseteq B$，所以对任意 $x\in(2,9)$，$x^2-(a+2)x+8\geqslant0$ 恒成立，所以对任意 $x\in(2,9)$，$a+2\leqslant x+\frac{8}{x}$，因为 $x+\frac{8}{x}\geqslant2\sqrt{x\cdot\frac{8}{x}}=4\sqrt{2}$，当且仅当 $x=\frac{8}{x}$，即 $x=2\sqrt{2}$ 时，取等号，所以 $a+2\leqslant4\sqrt{2}$，即 $a\leqslant4\sqrt{2}-2$，所以实数 $a$ 的取值范围是 $(-\infty,4\sqrt{2}-2]$.

26.**解**：集合 $M=\{x|x^2-12x+20<0\}=\{x|2<x<10\}$.

(1)当 $m=2$ 时，$N=\{x||x-1|<2\}=\{x|-1<x<3\}$，所以 $M\cap N=\{x|2<x<3\}$.

(2)若选①，即“$x\in M$”是“$x\in N$”的充分条件，则 $M\subseteq N$，显然此时集合 $N\neq\varnothing$，因为 $N=\{x||x-1|<m,m\in\mathbf{R}\}=\{x|1-m<x<1+m,m\in\mathbf{R}\}$，所以 $\begin{cases}1-m<1+m,\\ 1-m\leqslant2,\\ 1+m\geqslant10,\end{cases}$ 解得 $m\geqslant9$，所以 $m$ 的取值范围是 $[9,+\infty)$.

若选②，即“$x\in M$”是“$x\in N$”的必要条件，则 $N\subseteq M$.$N=\{x||x-1|<m,m\in\mathbf{R}\}=\{x|1-m<x<1+m,m\in\mathbf{R}\}$.当 $N=\varnothing$ 时，则 $1-m\geqslant1+m$，得 $m\leqslant0$，此时满足条件；当 $N\neq\varnothing$ 时，则 $\begin{cases}1-m<1+m,\\ 1-m\geqslant2,\\ 1+m\leqslant10,\end{cases}$ 该不等式组无解.

综上，$m$ 的取值范围是 $(-\infty,0]$.

## 第 2 期

### 第 2~3 版同步周测参考答案

**一、单项选择题**

1.D

**提示**:对于 A,令 $a=2,b=1$,满足 $a>b$,但 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$,故 A 错误;对于 B,令 $a=2,b=-2$,满足 $a>b$,但 $|a|=|b|$,故 B 错误;对于 C,令 $a=2,b=-2$,满足 $a>b$,但 $a^2=b^2$,故 C 错误;对于 D,因为 $f(x)=2^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,且 $a>b$,所以 $2^a>2^b$,故 D 正确.故选 D.

2.A

**提示**:由题意,可知$-3$ 和 2 是方程 $ax^2-5x+b=0$ 的两根,且 $a<0$,所以$-3+2=\frac{5}{a}$,$(-3)\times2=\frac{b}{a}$,解得 $a=-5$,$b=30$,所以不等式 $bx^2-5x+a<0$,即 $30x^2-5x-5<0$,则$(3x+1)(2x-1)<0$,解得$-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$.故选 A.

3.C

**提示**:因为关于 $x$ 的不等式$(a-2)x^2+2(a-2)x-4\geqslant0$ 的解集为$\varnothing$,即 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立.当 $a-2=0$,即 $a=2$ 时,则$-4<0$,显然满足条件.当 $a-2\neq0$ 时,则应满足$\begin{cases}a-2<0,\\ \Delta=4(a-2)^2+16(a-2)<0,\end{cases}$解得$-2<a<2$.

综上,实数 $a$ 的取值范围是$(-2,2]$.故选 C.

4.D

**提示**:由 $\frac{2x+1}{x+1}\geqslant1$,即 $\frac{x}{x+1}\geqslant0$,等价于$\begin{cases}x(x+1)\geqslant0,\\ x+1\neq0,\end{cases}$解得 $x\geqslant0$ 或 $x<-1$.故选 D.

5.D

**提示**:由 $x>\frac{1}{3}$,得 $3x-1>0$,所以 $y=3x+\frac{4}{3x-1}=3x-1+\frac{4}{3x-1}+1\geqslant2\sqrt{(3x-1)\cdot\frac{4}{3x-1}}+1=5$,当且仅当 $3x-1=\frac{4}{3x-1}$,即 $x=1$ 时,等号成立,所以函数 $y=3x+\frac{4}{3x-1}$ 的最小值为 5.故选 D.

6.A

**提示**:由题意,得 $m,n$ 是方程 $x^2-2x+a=0$ 的两根,所以 $m+n=2,mn=a>0$,所以 $m>0,n>0$,所以 $\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{1}{2}(m+n)\left(\frac{1}{m}+\frac{4}{n}\right)=\frac{1}{2}\left(1+4+\frac{n}{m}+\frac{4m}{n}\right)\geqslant\frac{1}{2}\left(5+2\sqrt{\frac{n}{m}\cdot\frac{4m}{n}}\right)=\frac{9}{2}$,当且仅当 $\frac{n}{m}=\frac{4m}{n}$,即 $m=\frac{2}{3}$,$n=\frac{4}{3}$ 时,取等号,所以 $\frac{1}{m}+\frac{4}{n}$ 的最小值为 $\frac{9}{2}$.故选 A.

7.D

**提示**:设 $f(x)=x^2+mx+1$,因为方程 $x^2+mx+1=0$ 的两个不相等的实根都在区间$(0,2)$内,所以$\begin{cases}\Delta=m^2-4>0,\\ 0<-\frac{m}{2}<2,\\ f(0)=1>0,\\ f(2)=4+2m+1>0,\end{cases}$

解得$-\frac{5}{2}<m<-2$,所以实数 $m$ 的取值范围是$\left(-\frac{5}{2},-2\right)$.故选 D.

8.C

**提示**:对于 A,因为 $y=x^2+2x+4=(x+1)^2+3$,所以该函数的最小值为 3,故 A 错误;对于 B,因为 $x^2\geqslant0$,则 $x^2+2\geqslant2$,所以 $y=x^2+4+\frac{1}{x^2+2}=x^2+2+\frac{1}{x^2+2}+2\geqslant2+\frac{1}{2}+2=\frac{9}{2}$,所以该函数的最小值为 $\frac{9}{2}$,故 B 错误;对于 C,因为 $y=2^x+2^{2-x}=2^x+\frac{4}{2^x}\geqslant2\sqrt{2^x\cdot\frac{4}{2^x}}=4$,当且仅当 $2^x=\frac{4}{2^x}$,即 $x=1$ 时,取等号,故 C 正确;对于 D,当 $x=\frac{1}{e}$ 时,则 $y=-5<4$,故 D 错误.故选 C.

9.A

**提示**:因为 $x>0,y>0,x+y=1$,所以$(x+1)+y=2$,所以 $\frac{4}{x+1}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{x+1}+\frac{1}{y}\right)\cdot[(x+1)+y]=\frac{1}{2}\left(4+\frac{4y}{x+1}+\frac{x+1}{y}+1\right)\geqslant\frac{1}{2}\times(5+2\sqrt{4})=\frac{9}{2}$,当且仅当 $\frac{4y}{x+1}=\frac{x+1}{y}$,即 $x=\frac{1}{3}$,$y=\frac{2}{3}$ 时,等号成立,此时 $\frac{4}{x+1}+\frac{1}{y}$ 取得最小值 $\frac{9}{2}$,因为不等式 $\frac{4}{x+1}+\frac{1}{y}<m^2+\frac{3}{2}m$ 有解,所以 $m^2+\frac{3}{2}m>\frac{9}{2}$ 成立,即 $2m^2+3m-9>0$,解得 $m<-3$ 或 $m>\frac{3}{2}$,即实数 $m$ 的取值范围是$(-\infty,-3)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$.故选 A.

10.D

**提示**:因为 $m-3n+4=0$,即 $m-3n=-4$,$2^m>0$,$8^n=2^{3n}>0$,所以 $2^m+\frac{1}{8^n}\geqslant2\sqrt{\frac{2^m}{8^n}}=2\sqrt{2^{m-3n}}=2\sqrt{2^{-4}}=\frac{1}{2}$,当且仅当 $2^m=\frac{1}{8^n}$,即 $m=-2$,$n=\frac{2}{3}$ 时,取等号.故选 D.

11.D

**提示**:易知 $f(x)=2^{|x|}+x^2$ 为 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,当 $x>0$ 时,$f(x)=2^x+x^2$ 单调递增且 $f(1)=3$,由 $f(2\cos x)<3$,得 $|2\cos x|<1$,所以$-\frac{1}{2}<\cos x<\frac{1}{2}$,因为 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$,所以$-\frac{\pi}{2}\leqslant x<-\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{\pi}{3}<x\leqslant\frac{\pi}{2}$.故选 D.

12.A

**提示**:圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$,即圆$(x+1)^2+(y-2)^2=4$,表示以$(-1,2)$为圆心、2 为半径的圆.由题意,可得直线 $2mx-ny=-2$ 经过圆心,所以$-2m-2n+2=0$,即 $m+n=1$,又 $m>0,n>0$,所以 $\frac{4}{m}+\frac{1}{n}=\left(\frac{4}{m}+\frac{1}{n}\right)(m+n)=5+\frac{4n}{m}+\frac{m}{n}\geqslant5+2\sqrt{\frac{4n}{m}\cdot\frac{m}{n}}=9$,当且仅当 $\frac{4n}{m}=\frac{m}{n}$,即 $n=\frac{1}{3}$,$m=\frac{2}{3}$ 时,取等号.故选 A.

**二、多项选择题**

13.BD

**提示**:对于 A,当 $c=0$ 时,则 $ac^2=bc^2$,故 A 错误;对于 B,因为 $c<d<0$,所以$-c>-d>0$,因为 $a>b>0$,所以$-ac>-bd$,所以 $ac<bd$,故 B 正确;对于 C,当 $a>0,b<0$ 时,满足 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$,但 $a>b$,故 C 错误;对于 D,因为 $a>b>c>0$,所以 $bc<ac$,所以 $ab+bc<ab+ac$,所以 $b(a+c)<a(b+c)$,所以 $\frac{a+c}{b+c}<\frac{a}{b}$,故 D 正确.故选 BD.

14.BC

**提示**:设 $f(x)=x^2+5x+m$,则 $f(x)$的对称轴是 $x=-\frac{5}{2}$,因为不等式 $x^2+5x+m<0$ 的解集中有且仅有 2 个整数,所以不等式解集中的两个整数是$-3$ 和$-2$,所以$\begin{cases}f(-3)<0,\\ f(-4)\geqslant0,\end{cases}$即$\begin{cases}9-15+m<0,\\ 16-20+m\geqslant0,\end{cases}$解得 $4\leqslant m<6$,结合选项,BC 正确.故选 BC.

15.ABC

**提示**:对于 A,因为正数 $a,b$ 满足 $2a+b=1$,所以 $2a+b=1\geqslant2\sqrt{2ab}$,所以 $ab\leqslant\frac{1}{8}$,当且仅当 $2a=b$,即 $a=\frac{1}{4}$,$b=\frac{1}{2}$ 时,取等号,故 A 正确;对于 B,因为 $4a^2+b^2=(2a+b)^2-4ab\geqslant1-4\times\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$,当且仅当 $a=\frac{1}{4}$,$b=\frac{1}{2}$ 时,取等号,故 B 正确;对于 C,因为 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)(2a+b)=\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}+4\geqslant2\sqrt{4}+4=8$,当且仅当 $\frac{b}{a}=\frac{4a}{b}$,即 $a=\frac{1}{4}$,$b=\frac{1}{2}$ 时,取等号,故 C 正确;对于 D,因为正数 $a,b$ 满足 $2a+b=1$,所以 $0<a<\frac{1}{2}$,所以 $a+\frac{1}{a}>\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$,故 D 错误.故选 ABC.

16.AB

**提示**:对于 A,不等式$(2x-1)(1-x)<0$ 可化为$(2x-1)(x-1)>0$,解得 $x<\frac{1}{2}$ 或 $x>1$,所以该不等式的解集为$\left\{x\,\middle|\,x<\frac{1}{2}\text{或 }x>1\right\}$,故 A 正确;对于 B,当 $ac^2>bc^2$ 时,$c^2>0$,所以 $a>b$,故 B 正确;对于 C,因为 $x^2\geqslant0$,所以 $x^2+4\geqslant4$,所以 $\sqrt{x^2+4}\geqslant2$,所以 $y=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}\geqslant2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$,即该函数的最小值为 $\frac{5}{2}$,故 C 错误;对于 D,当 $k=0$ 时,不等式 $kx^2-kx+1>0$,即 $1>0$,恒成立;当 $k\neq0$ 时,应满足$\begin{cases}k>0,\\ \Delta=k^2-4k<0,\end{cases}$解得 $0<k<4$,所以 $k$ 的取值范围是$[0,4)$,故 D 错误.故选 AB.

17.BC

**提示**:当 $a>0$ 时,由 $x^2-4ax+3a^2<0$,解得 $x\in(a,3a)$;当 $a<0$ 时,由 $x^2-4ax+3a^2<0$,解得 $x\in(3a,a)$.由$\begin{cases}x^2-x-6\leqslant0,\\ x^2+2x-8>0,\end{cases}$解得 $x\in(2,3]$,因为 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件,所以当 $a>0$ 时,$(2,3]\subsetneqq(a,3a)$,则 $3a>3$ 且 $a\leqslant2$,解得 $1<a\leqslant2$;当 $a<0$ 时,$(2,3]\subsetneqq(3a,a)$不成立,舍去.综上,$a$ 的取值范围是$(1,2]$,结合选项,BC 正确.故选 BC.

18.ABC

**提示**:因为 $x>0,y>0$,且 $x+y+xy-3=0$,所以 $x+y=3-xy\geqslant2\sqrt{xy}$,当且仅当 $x=y=1$ 时,取等号,解得 $0<\sqrt{xy}\leqslant1$,则 $0<xy\leqslant1$,所以 $xy$ 的取值范围为$(0,1]$,A 错误;又 $xy=3-(x+y)\leqslant\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$,当且仅当 $x=y=1$ 时,取等号,解得 $x+y\geqslant2$,又 $x+y=3-xy<3$,所以 $x+y$ 的取值范围是$[2,3)$,故 B 错误;由 $x+y+xy-3=0$,得 $x=\frac{3-y}{y+1}>0$,所以 $0<y<3$,$1<y+1<4$,所以 $x+4y=\frac{3-y}{y+1}+4y=4(y+1)+\frac{4}{y+1}-5>3$,此时无法取得等号,故 C 错误;$x+2y=\frac{3-y}{y+1}+2y=2(y+1)+\frac{4}{y+1}-3\geqslant2\sqrt{2(y+1)\cdot\frac{4}{y+1}}-3=4\sqrt{2}-3$,当且仅当 $2(y+1)=\frac{4}{y+1}$,即 $y=\sqrt{2}-1$ 时,取等号,此时 $x+2y$ 取得最小值 $4\sqrt{2}-3$,故 D 正确.故选 ABC.

**三、填空题**

19.$\{x|x\leqslant0\}$

**提示**:不等式 $f(x)\leqslant1$ 等价于$\begin{cases}x\leqslant1,\\ 2^x\leqslant1\end{cases}$或$\begin{cases}x>1,\\ x^2\leqslant1,\end{cases}$解得 $x\leqslant0$,即原不等式的解集为$\{x|x\leqslant0\}$.

20.3

**提示**:由题意,得 $m$ 和 $\frac{4}{m}$ 是方程 $ax^2+2bx+8=0$ 的两个实数根,由根与系数的关系,知$\begin{cases}m+\frac{4}{m}=-\frac{2b}{a},\\ m\cdot\frac{4}{m}=\frac{8}{a},\end{cases}$解得 $a=2$,$b=-\left(m+\frac{4}{m}\right)=-m+\frac{4}{-m}\geqslant2\sqrt{-m\cdot\frac{4}{-m}}=4$,当且仅当$-m=\frac{4}{-m}$,即 $m=-2$ 时,取等号,所以 $\frac{b}{a}+\frac{4}{b}=\frac{b}{2}+\frac{4}{b}=\frac{1}{2}\left(b+\frac{8}{b}\right)$.设 $f(b)=\frac{1}{2}\left(b+\frac{8}{b}\right)(b\geqslant4)$,因为函数 $f(b)=\frac{1}{2}\left(b+\frac{8}{b}\right)$在$(2\sqrt{2},+\infty)$上单调递增,所以当 $b\geqslant4$ 时 $f(b)$单调递增,所以 $f(b)_{\min}=f(4)=3$,所以 $\frac{b}{a}+\frac{4}{b}$ 的最小值为 3.

21.$[6,+\infty)$

**提示**:设 $x+y=m$,$\frac{3}{x}+\frac{3}{y}=n$,则 $m>0,n>0$,由题意,得 $m-n=4$,所以 $mn=(x+y)\left(\frac{3}{x}+\frac{3}{y}\right)=6+\frac{3x}{y}+\frac{3y}{x}\geqslant6+2\sqrt{\frac{3x}{y}\cdot\frac{3y}{x}}=12$,当且仅当 $\frac{3x}{y}=\frac{3y}{x}$,即 $x=y$ 时,等号成立,所以 $m(m-4)\geqslant12$,解得 $m\geqslant6$ 或 $m\leqslant-2$(舍去),即 $x+y$ 的取值范围为$[6,+\infty)$.

22.$\frac{2}{3}$

**提示**:由题意,得 $z=4x^2-xy+y^2$,所以 $\frac{z}{xy}=\frac{4x}{y}+\frac{y}{x}-1\geqslant2\sqrt{\frac{4x}{y}\cdot\frac{y}{x}}-1=3$,当且仅当 $\frac{4x}{y}=\frac{y}{x}$,即 $y=2x$ 时,取等号,此时 $z=6x^2$,所以 $\frac{1}{x}\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{z}\right)=\frac{1}{2x^2}-\frac{1}{6x^3}$.令 $t=\frac{1}{x}$,则 $t>0$,设 $f(t)=\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{6}t^3(t>0)$,则 $f'(t)=\frac{t(2-t)}{2}$,当 $0<t<2$ 时,$f'(t)>0$,$f(t)$单调递增,当 $t>2$ 时,$f'(t)<0$,$f(t)$单调递减,所以 $f(t)\leqslant f(2)=\frac{2}{3}$,所以 $\frac{1}{x}\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{z}\right)$的最大值为 $\frac{2}{3}$.

**四、解答题**

23.**解**:(1)因为不等式 $f(x)<0$ 的解集为$(1,2)$,所以 1 和 2 是方程 $ax^2+(b-1)x+2=0$ 的两个根,所以 $1+2=-\frac{b-1}{a}$,$1\times2=\frac{2}{a}$,解得 $a=1,b=-2$.

(2)由 $f(-1)=5$,得 $a-(b-1)+2=5$,所以 $b=a-2$,所以 $f(x)=ax^2+(a-3)x+2$,当 $a=0$ 时,$f(x)=-3x+2$,一定存在 $x$ 使得 $f(x)<1$;当 $a<0$ 时,$f(x)$是一个开口向下的抛物线,一定存在 $x$ 使得 $f(x)<1$;当 $a>0$ 时,$f(x)$是一个开口向上的抛物线,要存在 $x$ 使得 $f(x)<1$,则 $f(x)_{\min}=\frac{4a\times2-(a-3)^2}{4a}<1$,整理得 $a^2-10a+9>0$,解得 $a>9$ 或 $a<1$.综上,实数 $a$ 的取值范围是$(-\infty,1)\cup(9,+\infty)$.

24.**解**:(1)由 $f(1)f(2)>0$,即$(a-5)(a-4)>0$,解得 $a>5$ 或 $a<4$,所以实数 $a$ 的取值范围为$(-\infty,4)\cup(5,+\infty)$.

(2)若选①,因为 $\forall x\in(0,+\infty)$,$f(x)=-x^2+ax-4<0$ 恒成立,所以 $\forall x\in(0,+\infty)$,$a<\frac{x^2+4}{x}=x+\frac{4}{x}$ 恒成立,即 $a<\left(x+\frac{4}{x}\right)_{\min}$.当 $x\in(0,+\infty)$时,$x+\frac{4}{x}\geqslant2\sqrt{x\cdot\frac{4}{x}}=4$,当且仅当 $x=\frac{4}{x}$,即 $x=2$ 时,等号成立,所以 $a<4$,即实数 $a$ 的取值范围为$(-\infty,4)$.

若选②,因为 $\exists x\in(0,+\infty)$,使得 $f(x)=-x^2+ax-4>0$,所以 $\exists x\in(0,+\infty)$,使得 $a>\frac{x^2+4}{x}=x+\frac{4}{x}$,即 $a>\left(x+\frac{4}{x}\right)_{\min}$,当 $x\in(0,+\infty)$时,$x+\frac{4}{x}\geqslant2\sqrt{x\cdot\frac{4}{x}}=4$,当且仅当 $x=\frac{4}{x}$,即 $x=2$ 时,等号成立,所以 $a>4$,即实数 $a$ 的取值范围为$(4,+\infty)$.

25.**解**:(1)因为矩形 $ABCD$ 的周长为 40cm,$AB=x$cm,所以 $AD=(20-x)$cm,设 $DP=a$cm,则 $PC=(x-a)$cm,因为$\triangle ADP\cong\triangle CEP$,所以 $AP=PC=(x-a)$cm.在 Rt$\triangle ADP$ 中,$AD^2+DP^2=AP^2$,即$(20-x)^2+a^2=(x-a)^2$,得 $a=20-\frac{200}{x}$,因为 $DP>\frac{1}{3}AB$,所以 $20-\frac{200}{x}>\frac{1}{3}x$,即 $x^2-60x+600<0$,解得 $30-10\sqrt{3}<x<30+10\sqrt{3}$,由 $AB>AD$,得$\begin{cases}x>20-x,\\ 20-x>0,\end{cases}$解得 $10<x<20$,所以 $30-10\sqrt{3}<x<20$,即 $x$ 的取值范围是$(30-10\sqrt{3},20)$.

(2)由(1)得 $S=\frac{1}{2}AD\cdot DP=\frac{1}{2}(20-x)\left(20-\frac{200}{x}\right)=300-10\left(x+\frac{200}{x}\right)$,$10<x<20$.因为 $x>0$,所以 $x+\frac{200}{x}\geqslant20\sqrt{2}$,当且仅当 $x=\frac{200}{x}$,即 $x=10\sqrt{2}$ 时,等号成立,所以 $S\leqslant300-200\sqrt{2}$,即 $S$ 的最大值为 $300-200\sqrt{2}$,此时 $x$ 的值为 $10\sqrt{2}$.

26.**解**:(1)甲的解法错误,乙的解法正确.同学甲的解法中,取等号时,$m=2,n=1$,此时 $mn=2\neq1$,不符合题目要求,故甲的解法错误.同学乙的的解法中,当且仅当 $m=2n$,即 $m=\sqrt{2}$,$n=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时,等号成立,符合题目要求,故乙的解法正确.

(2)因为 $a>0,b>0$,所以 $a+1>0,b+2>0$,又$(a+1)\cdot(b+2)=6$,所以 $B=a+b+\frac{6}{a+1}+\frac{12}{b+2}=a+b+\frac{(a+1)(b+2)}{a+1}+\frac{2(a+1)(b+2)}{b+2}=a+b+b+2+2(a+1)=3(a+1)+2(b+2)-3\geqslant2\sqrt{6(a+1)(b+2)}-3=9$,当且仅当 $3(a+1)=2(b+2)$,即 $a=b=1$ 时,等号成立,所以 $B$ 的最小值为 9.





## 第 3 期

### 第 2~3 版同步周测参考答案

**一、单项选择题**

1.C　**提示**:要使函数 $f(x)$有意义,则$\begin{cases}x>0,\\ 2-x>0,\end{cases}$解得 $0<x<2$,所以函数 $f(x)$的定义域为$(0,2)$.故选 C.

2.D　**提示**:对于 A,$y=\sqrt[3]{x^3}=x$,定义域为 $\mathbf{R}$,$y=\sqrt{x^2}=|x|$,定义域为 $\mathbf{R}$,两个函数的定义域相同,对应关系不相同,不是同一函数;对于 B,$y=\ln x^2=2\ln|x|$的定义域为$\{x|x\neq0\}$,$y=2\ln x$ 的定义域为$(0,+\infty)$,两个函数的定义域不相同,不是同一函数;对于 C,$y=\frac{x^2-1}{x-1}=x+1$ 的定义域为$\{x|x\neq1\}$,$y=x+1$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,两个函数的定义域不相同,不是同一函数;对于 D,$y=\frac{x^2+1}{x}=x+\frac{1}{x}(x\neq0)$,$y=x+\frac{1}{x}(x\neq0)$,两个函数的定义域和对应关系都相同,是同一函数.故选 D.

3.D　**提示**:因为 $f(x)=3-x$ 在$(0,+\infty)$上为减函数,故 A 错误;因为 $f(x)=x^2-3x$ 的单调递增区间为$\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$,单调递减区间为$\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$,所以 $f(x)$在$(0,+\infty)$上不单调,故 B 错误;根据函数 $f(x)=-|x|$的图象可知,$f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数,故 C 错误;根据函数 $f(x)=-\frac{3}{x+1}$ 的图象可知,$f(x)$单调递增区间是$(-\infty,-1)$和$(-1,+\infty)$,故 D 正确.故选 D.

4.B　**提示**:设 $t=2^x$,当 $x\in[-1,1]$时,$t\in\left[\frac{1}{2},2\right]$,则 $f(x)=4^x-2^{x+1}+4$ 等价于 $g(t)=t^2-2t+4=(t-1)^2+3$,因为 $t\in\left[\frac{1}{2},2\right]$,所以 $g(t)_{\min}=g(1)=3$,$g(t)_{\max}=g(2)=4$,即函数 $f(x)$的值域为$[3,4]$,故选 B.

5.D　**提示**:当 $a\geqslant0$ 时,由 $f(a)=a^2+1=10$,解得 $a=3$,或 $a=-3$(舍去),当 $a<0$ 时,由 $f(a)=2a=10$,解得 $a=5$(舍去).综上,$a=3$.故选 D.

6.B　**提示**:因为 $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{x^2-4}$ 的定义域为$\{x|x\neq\pm2\}$,关于原点对称,$f(-x)=\frac{e^{-x}-e^x}{(-x)^2-4}=-\frac{e^x-e^{-x}}{x^2-4}=-f(x)$,所以 $f(x)$为奇函数,其图象关于原点对称,排除 A,C;当 $x\to+\infty$ 时,$e^x-e^{-x}>0$,$x^2-4>0$,$f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{x^2-4}>0$,排除 D.故选 B.

7.D　**提示**:由题意,得$\begin{cases}0<a<1,\\ 2a-1<0,\\ 2a-1+3a\geqslant0,\end{cases}$解得 $\frac{1}{5}\leqslant a<\frac{1}{2}$,即实数 $a$ 的取值范围为$\left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right)$.故选 D.

8.D　**提示**:因为 $f(x)=\sin x+x^3+\frac{1}{x}+3$,所以 $f(-x)+f(x)=\sin(-x)+(-x)^3-\frac{1}{x}+3+\sin x+x^3+\frac{1}{x}+3=-\sin x-x^3-\frac{1}{x}+\sin x+x^3+\frac{1}{x}+6=6$,又 $f(a)=1$,所以 $f(-a)=6-f(a)=5$.故选 D.

9.B　**提示**:因为函数 $f(x)$为 $\mathbf{R}$ 上偶函数,$f(2)=-2$,所以 $f(2)=f(-2)=-2$,又 $f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增,所以 $f(x-1)\geqslant-2\Leftrightarrow f(|x-1|)\geqslant f(2)\Leftrightarrow|x-1|\geqslant2$,解得 $x\leqslant-1$ 或 $x\geqslant3$,即满足条件的 $x$ 的取值范围是$(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$.故选 B.

10.D　**提示**:由 $f(x+4)+f(x)=2f(2)$,令 $x=-2$,则 $f(2)+f(-2)=2f(2)$,又 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,则 $f(-2)=-f(2)$,所以 $2f(2)=0$,则 $f(2)=0$,所以 $f(x+4)+f(x)=0$,即 $f(x+4)=-f(x)$,则 $f(x+8)=-f(x+4)=f(x)$,所以 $f(x)$的最小正周期为 8,则 $f(2022)+1=f(252\times8+6)+1=f(6)+1=f(-2)+1=-f(2)+1=1$.故选 D.

11.D　**提示**:由 $y=-x^3+2$ 和 $y=\frac{2}{3^x+1}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减,可得 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.由 $f(x)-3=\frac{2}{3^x+1}-x^3-1=\frac{1-3^x}{1+3^x}-x^3$,得 $f(-x)-3+f(x)-3=\frac{1-3^{-x}}{1+3^{-x}}+x^3+\frac{1-3^x}{1+3^x}-x^3=0$,即 $f(x)+f(-x)=6$,则不等式 $f(m^2)+f(m-2)<6$,即 $f(m^2)+f(m-2)<f(m^2)+f(-m^2)$,即 $f(m-2)<f(-m^2)$,又 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递减,所以 $m-2>-m^2$,解得 $m>1$ 或 $m<-2$.故选 D.

12.C　**提示**:因为 $\sqrt{1+x^2}>\sqrt{x^2}=|x|\geqslant-x$,所以 $\sqrt{1+x^2}+x>0$ 恒成立,所以 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$,因为 $y=3x$ 与 $y=\ln(\sqrt{1+x^2}+x)$在 $\mathbf{R}$ 上是增函数,所以 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上是增函数,由 $f(-x)+f(x)=0$,得 $f(x)$是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数.不等式 $f(3^x-9^x)+f(a\cdot3^x-2)<0$ 对任意实数 $x$ 恒成立,等价于 $f(3^x-9^x)<-f(a\cdot3^x-2)=f(2-a\cdot3^x)$,即 $3^x-9^x<2-a\cdot3^x$ 对任意实数 $x$ 恒成立,所以 $a<\frac{2}{3^x}+3^x-1$ 对任意实数 $x$ 恒成立,因为 $\frac{2}{3^x}+3^x-1\geqslant2\sqrt{\frac{2}{3^x}\cdot3^x}-1=2\sqrt{2}-1$,当且仅当 $3^x=\frac{2}{3^x}$,即 $x=\log_3\sqrt{2}$ 时,取等号,所以实数 $a$ 的取值范围为$(-\infty,2\sqrt{2}-1)$.故选 C.

**二、多项选择题**

13.BD　**提示**:$f(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,$g(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$,不是同一函数,故 A 错误;根据函数的定义可知,当 $f(x)$的定义域中含有 1 时,函数 $f(x)$与 $x=1$ 有一个交点,当 $f(x)$的定义域中不含 1 时,函数 $f(x)$与 $x=1$ 没有交点,故 B 正确;由 $x^2+2\geqslant2$,得 $f(x)=x^2+2+\frac{1}{x^2+2}\geqslant2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$,故 C 错误;因为 $f(x)=|x-1|-|x|$,则 $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$,所以 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)=f(0)=1$,故 D 正确.故选 BD.

14.CD　**提示**:对于 A,$f(x)=-x^3$ 是奇函数,在区间$(0,1)$上单调递减,不符合题意;对于 B,$f(x)=2^{|x|}$是偶函数,在区间$(0,1)$上单调递增,不符合题意;对于 C,$y=x+\sin x$ 是奇函数,在区间$(0,1)$上单调递增,符合题意;对于 D,$f(x)=x-\frac{1}{x}$ 是奇函数,在区间$(0,1)$上单调递增,符合题意.故选 CD.

15.AC　**提示**:由①知 $f(x)$在定义域上为奇函数,由②知 $f(x)$在定义域上单调递减.对于 A,$f(x)=-2x$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上为奇函数且单调递减,符合题意;对于 B,$f(x)=x^2$ 为偶函数,不符合题意;对于 C,作出函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2,x\geqslant0,\\ x^2,x<0\end{cases}$的图象(图略),可知函数 $f(x)$的图象关于原点对称,且在 $\mathbf{R}$ 上单调递减,符合题意;对于 D,$f(x)=\frac{1}{x}$ 在定义域$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上是奇函数,但在定义域上没有单调性,不符合题意.故选 AC.

16.AD　**提示**:因为 $f(x)=-f(4-x)$,所以 $f(x)$关于点$(2,0)$对称.因为 $f(x+2)$的图象是将 $f(x)$的图象向左平移 2 个单位得到的,所以 $f(x+2)$的图象关于原点对称,即 $f(x+2)$是奇函数,故 C 错误.因为 $f(x+1)=f(1-x)$,所以 $f(x)$关于 $x=1$ 对称,故 B 错误.由 $f(x+1)=f(1-x)$,得 $f(x)=f(2-x)$.又 $f(x)=-f(4-x)$,所以 $f(2-x)=-f(4-x)$,则 $f(x)=-f(x+2)$,所以 $f(x+2)=-f(x)$,所以 $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$,所以 $f(x)$是周期为 4 的函数,故 D 正确.因为 $f(x)=-f(4-x)=-f[4-(x+4)]=-f(-x)$,即 $f(-x)=-f(x)$,所以 $f(x)$为奇函数,故 A 正确.故选 AD.

17.ACD　**提示**:因为 $f(x)$为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,所以 $f(-x)=f(x)$,又 $f(2+x)=f(2-x)$,所以 $f(-x)=f(4+x)$,所以 $f(x+4)=f(x)$,即 $f(x)$是以 4 为周期的周期函数,故 A 正确;因为当 $x\in[0,2]$时,$f(x)=3^x+2x-1$ 为增函数,且 $f(x)$的周期为 4,所以 $f(x)$在$[-4,-2]$上单调递增,故 B 错误;因为 $f(x)$为偶函数且 $f(2+x)=f(2-x)$,所以 $f(2-x)=f[-(2-x)]=f(x-2)$,$f(2+x)=f[-(x+2)]=f(-2-x)$,所以 $f(-2-x)=f(-2+x)$,则 $f(x)$的图象关于直线 $x=-2$ 对称,故 C 正确;因为函数 $f(x)$是周期为 4 的函数,则 $f(2021)=f(505\times4+1)=f(1)=4$,故 D 正确.故选 ACD.

18.ABC　**提示**:因为当 $0\leqslant x<1$ 时,$f(x)=-x^2+1$ 单调递减,当 $x\geqslant1$ 时,$f(x)=2-2^x$ 单调递减,所以 $f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递减,又 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,所以 $f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增,因为不等式 $f(1-x)\leqslant f(x+m)$对 $\forall x\in[m,m+1]$恒成立,则$|1-x|\geqslant|x+m|$对 $\forall x\in[m,m+1]$恒成立,即$(1-x)^2\geqslant(x+m)^2$ 对 $\forall x\in[m,m+1]$恒成立,故$(2m+2)x+m^2-1\leqslant0$ 对 $\forall x\in[m,m+1]$恒成立.令 $g(x)=(2m+2)x+m^2-1$,

所以$\begin{cases}g(m)=(3m-1)(m+1)\leqslant0,\\ g(m+1)=(m+1)(3m+1)\leqslant0,\end{cases}$

解得$-1\leqslant m\leqslant-\frac{1}{3}$,所以 $m$ 可以为$-1$,$-\frac{1}{3}$,$-\frac{1}{2}$.

故选 ABC.

**三、填空题**

19.$\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]$和$\left[0,\frac{3}{2}\right]$　**提示**:函数 $f(x)=-x^2+3|x|=\begin{cases}-x^2+3x,x\geqslant0,\\ -x^2-3x,x<0,\end{cases}$当 $x\geqslant0$ 时,$f(x)=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$,可得 $f(x)$在$\left[0,\frac{3}{2}\right]$上单调递增;当 $x<0$ 时,$f(x)=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$,可得 $f(x)$在$\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]$上单调递增,所以 $f(x)$的单调递增区间为$\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]$和$\left[0,\frac{3}{2}\right]$.

20.$x^2+2x\ (x\neq1)$　**提示**:因为函数 $f\left(\frac{1}{x}+1\right)=\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}+3$,令 $\frac{1}{x}+1=t$,则 $t\neq1$,所以 $\frac{1}{x}=t-1$,所以 $f(t)=(t-1)^2+4(t-1)+3=t^2+2t$,所以 $f(x)=x^2+2x(x\neq1)$.

21.4042　**提示**:因为函数 $f\left(x+\frac{1}{2}\right)$为奇函数,所以 $f\left(-x+\frac{1}{2}\right)=-f\left(x+\frac{1}{2}\right)$,所以 $f\left(-x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)=-f\left(x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$,即 $f(1-x)=-f(x)$,则 $f(x)+f(1-x)=0$,因为 $g(x)=f(x)+2$,所以 $g(1-x)=f(1-x)+2$,则 $g(x)+g(1-x)=f(x)+f(1-x)+4=4$,设 $g\left(\frac{1}{2022}\right)+g\left(\frac{2}{2022}\right)+g\left(\frac{3}{2022}\right)+g\left(\frac{4}{2022}\right)+\cdots+g\left(\frac{2021}{2022}\right)=S$,①

$g\left(\frac{2021}{2022}\right)+g\left(\frac{2020}{2022}\right)+g\left(\frac{2019}{2022}\right)+g\left(\frac{2018}{2022}\right)+\cdots+g\left(\frac{1}{2022}\right)=S$,②

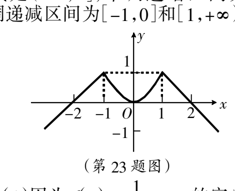
由①+②,得 $2S=2021\times4=8084$,所以 $S=g\left(\frac{1}{2022}\right)+g\left(\frac{2}{2022}\right)+g\left(\frac{3}{2022}\right)+g\left(\frac{4}{2022}\right)+\cdots+g\left(\frac{2021}{2022}\right)=4042$.

22.$(2,4)$　**提示**:由 $f(xy)=f(x)+f(y)$,可得 $f(x-2)+f(x+4)=f((x+4)(x-2))$,又 $f(2)=-2$,则 $f(16)=f(4)+f(4)=2f(2)+2f(2)=4f(2)=-8$.设任意 $x_1,x_2>0$,且 $x_1<x_2$,则 $\frac{x_2}{x_1}>1$,又当 $x>1$ 时,$f(x)<0$,所以 $f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)<0$,$f(x_2)-f(x_1)=f\left(x_1\cdot\frac{x_2}{x_1}\right)-f(x_1)=f(x_1)+f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)-f(x_1)=f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)<0$,即 $f(x_1)>f(x_2)$,故函数 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减,所以不等式 $f(x-2)+f(x+4)+8>0$,即 $f((x-2)(x+4))>f(16)$,等价于$\begin{cases}x-2>0,\\ x+4>0,\\ (x-2)(x+4)<16,\end{cases}$解得 $2<x<4$.所以原不等式的解集为$(2,4)$.

**四、解答题**

23.**解**:(1)$f\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right)=f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$.

(2)函数 $f(x)$的图象如下图.由图象可知,函数 $f(x)$的值域是$(-\infty,1]$,单调递增区间为$(-\infty,-1]$和$[0,1]$,单调递减区间为$[-1,0]$和$[1,+\infty)$.




(第 23 题图)

24.**解**:(1)因为 $f(x)=\frac{1}{2^x+1}+m$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,$f(x)$是奇函数,所以 $f(0)=\frac{1}{2}+m=0$,解得 $m=-\frac{1}{2}$.经验证 $m=-\frac{1}{2}$ 时,$f(x)$是奇函数,符合题意.所以 $m=-\frac{1}{2}$.

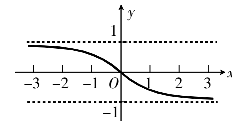
(2)因为 $y=2^x$ 为增函数,所以 $y=2^x+1$ 为增函数,且 $2^x+1>1$,所以 $y=\frac{1}{2^x+1}$ 为减函数,所以 $f(x)=\frac{1}{2^x+1}-\frac{1}{2}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.

(3)由 $f(x^2-x)+f(-2)<0$,可得 $f(x^2-x)<-f(-2)$,又 $f(-2)=-f(2)$,所以 $f(x^2-x)<f(2)$,因为 $f(x)=\frac{1}{2^x+1}-\frac{1}{2}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减,所以 $x^2-x>2$,即 $x^2-x-2>0$,解得 $x<-1$,或 $x>2$,所以该不等式的解集为$(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$.

25.**解**:(1)$f(x)=\frac{1}{4^x}-\frac{\lambda}{2^{x+1}}+1=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}-\frac{\lambda}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x+1(-2\leqslant x\leqslant1)$,设 $t=\left(\frac{1}{2}\right)^x$,则 $t\in\left[\frac{1}{2},4\right]$,令 $g(t)=t^2-\frac{\lambda}{2}\cdot t+1$,$t\in\left[\frac{1}{2},4\right]$,当 $\lambda=3$ 时,$g(t)=t^2-\frac{3}{2}t+1=\left(t-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}$,$t\in\left[\frac{1}{2},4\right]$,所以 $g(t)_{\min}=g\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{7}{16}$,$g(t)_{\max}=g(4)=11$,所以 $f(x)$的值域为$\left[\frac{7}{16},11\right]$.

(2)由(1)得 $g(t)=t^2-\frac{\lambda}{2}\cdot t+1=\left(t-\frac{\lambda}{4}\right)^2+1-\frac{\lambda^2}{16}$,$t\in\left[\frac{1}{2},4\right]$.①当 $\frac{\lambda}{4}\leqslant\frac{1}{2}$,即 $\lambda\leqslant2$ 时,所以 $g(t)_{\min}=g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5-\lambda}{4}=1$,所以 $\lambda=1$;②当 $\frac{1}{2}<\frac{\lambda}{4}<4$,即 $2<\lambda<16$ 时,所以 $g(t)_{\min}=g\left(\frac{\lambda}{4}\right)=1-\frac{\lambda^2}{16}=1$,所以 $\lambda=0$(舍去).③当 $\frac{\lambda}{4}\geqslant4$,即 $\lambda\geqslant16$ 时,所以 $g(t)_{\min}=g(4)=17-2\lambda=1$,所以 $\lambda=8$(舍去).综上,实数 $\lambda$ 的值为 1.

26.**解**:(1)当 $x<0$ 时,$-x>0$,$f(-x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}-1=3^x-1$,又 $f(x)$是奇函数,所以 $f(-x)=-f(x)$,所以 $f(x)=-3^x+1$;当 $x=0$ 时,$f(0)=0$,满足 $x>0$ 时,$f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-1$.所以 $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{3}\right)^x-1,x\geqslant0,\\ -3^x+1,x<0.\end{cases}$所以函数 $f(x)$的图象如下图.




(第 26 题图)

(2)由(1)可知 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递减,又 $f(2-5x)<f(2x^2-mx+20)$,所以 $2-5x>2x^2-mx+20$ 对 $x\in[2,4]$恒成立,即 $m>2\left(x+\frac{9}{x}\right)+5$ 对 $x\in[2,4]$恒成立,只需 $m>\left[2\left(x+\frac{9}{x}\right)+5\right]_{\max}$.令 $g(x)=2\left(x+\frac{9}{x}\right)+5$,$x\in[2,4]$,由对勾函数的单调性可知,$g(x)$在$[2,3]$上单调递减,在$[3,4]$上单调递增,又 $g(2)=18$,$g(4)=\frac{35}{2}$,所以 $g(x)_{\max}=18$,则 $m>18$,所以实数 $m$ 的取值范围是$(18,+\infty)$.