第 28 期

第 2 版

专题一　函数与导数

1.$(1,3)\cup(3,\sqrt{10})$

2.$\left(0,\frac{1}{e}\right)$　　3.$5\sqrt{2}$

4.3　　5.3

6.$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

7.$(-3,2)$　　8.$(-1,1)$

9.$\frac{22}{3}$　　10.$(-4,5)$

11.2　　12.$(1,2)$

13.$-e^2$

14.$(-e^4,-e^2)\cup(e^2,e^4)$

15.$\left(0,\frac{\sqrt{15}}{15}\right)\cup\left(\frac{1}{e},\frac{e}{3}\right]$

16.$\left(-\frac{1}{2},0\right)$　　17.$(2e^2,+\infty)$

18.$-\frac{1}{e}$

专题二　立体几何

1.②④　　2.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3.45°　　4.$\frac{\sqrt{30}}{10}$

5.①②④　　6.$\frac{2}{3}$

7.1　　8.$\frac{\pi}{6}$

9.$\frac{1}{3}$　　10.$\frac{32}{3}\pi$

第 3 版

专题三　三角函数、平面向量、解三角形

1.$-\frac{7}{9}$　　2.3

3.$-\frac{\pi}{4}$　　4.2

5.$\frac{1}{2}$　　6.$\frac{4}{7}$

7.$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　8.$\frac{\pi}{2}$

9.$\frac{4}{5}$　　10.$2\sqrt{3}$

11.$\frac{29}{12}$　　12.$\left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right]$

13.12　　14.②③④

15.$2\sqrt{3}$　　16.3

17.$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},2\sqrt{3}\right)$

提示：因为 $(\sin A-\sin C)^2=\sin^2B-\sin A\sin C$，所以 $\sin^2A+\sin^2C=\sin^2B+\sin A\sin C$，由正弦定理可得 $a^2+c^2-b^2=ac$，由余弦定理，得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{ac}{2ac}=\frac{1}{2}$，又 $0<B<\frac{\pi}{2}$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$，设 $A=\alpha$，则 $C=\frac{2\pi}{3}-\alpha$，因为△ABC 为锐角三角形，所以 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$0<\frac{2\pi}{3}-\alpha<\frac{\pi}{2}$，解得 $\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{\pi}{2}$，由正弦定理，得 $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{c}{\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)}$，因为 $c=2$，所以 $a=\frac{2\sin\alpha}{\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\tan\alpha}+\frac{1}{2}}$，由 $\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{\pi}{2}$，得 $\tan\alpha>\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\tan\alpha}+\frac{1}{2}<2$，所以 $1<a<4$，因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，所以 $\frac{\sqrt{3}}{2}<S_{\triangle ABC}<2\sqrt{3}$，即△$ABC$ 面积的取值范围是 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},2\sqrt{3}\right)$.

专题四　数列和不等式

1.12　　2.160

3.$\left(-\frac{2}{3},1\right)$　　4.$\frac{n}{n+1}$

5.$b^a>a^a>a^b$　　6.12 或 13

7.$\frac{9}{4}$　　8.$(4-n)\cdot 3^{n-2}$

9.$\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$　　10.$\left(-\frac{7}{5},-\frac{5}{4}\right)$

11.2^n-3，$2^{n+1}-3n-2$

12.4　　13.$[-3,4]$

14.$2-\frac{n+2}{2^n}$　　15.2

16.7

17.$\left(-\infty,\frac{28}{3}\right]$

提示：由 $(n+1)a_{n+1}=\frac{na_n}{na_n+1}(n\in\mathbf{N}_+)$，得 $\frac{1}{(n+1)a_{n+1}}-\frac{1}{na_n}=1(n\in\mathbf{N}_+)$，又 $a_1=\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{a_1}=2$，所以数列 $\left\{\frac{1}{na_n}\right\}$ 是以 2 为首项，1 为公差的等差数列，所以 $\frac{1}{na_n}=2+(n-1)=n+1$，则 $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$，因为不等式 $\frac{4}{n^2}+\frac{1}{n}+(-1)^n ta_n\geqslant 0$ 对所有的正奇数 n 恒成立，所以 $\frac{4}{n^2}+\frac{1}{n}-t\frac{1}{n(n+1)}\geqslant 0$，即 $\frac{4}{n}+n+5\geqslant t$ 对所有的正奇数 n 恒成立，当 $n=1$ 时，$\frac{4}{n}+n+5=10$，当 $n=3$ 时，$\frac{4}{n}+n+5=\frac{28}{3}$，又当 n 为正奇数且 $n\geqslant 3$ 时，$\frac{4}{n}+n+5$ 单调递增，所以 $\left(\frac{4}{n}+n+5\right)_{\min}=\frac{28}{3}$，所以 $t\leqslant\frac{28}{3}$，即实数 t 的取值范围为 $\left(-\infty,\frac{28}{3}\right]$.

第 4 版

专题五　直线和圆、圆锥曲线

1.$x=-4$　　2.$\frac{3}{2}$

3.$2\sqrt{2}-5$　　4.-3 或 1

5.$\sqrt{2}-1$　　6.$y=\pm\frac{1}{3}x$

7.$2\pm\sqrt{3}$　　8.$3\sqrt{7}$

9.40　　10.$x+y-4=0$

11.$(1,5)$　　12.$\sqrt{2}$

13.$\frac{\sqrt{97}}{5}$　　14.$3+2\sqrt{2}$

15.$\frac{10}{3}$　　16.$\left(\frac{3}{4},\frac{5}{6}\right)$

17.$\frac{5}{3}$

提示：因为 $(\overrightarrow{F_2F_1}+\overrightarrow{F_2M})\cdot\overrightarrow{F_1M}=0$，所以 $(\overrightarrow{F_2F_1}+\overrightarrow{F_2M})\cdot(\overrightarrow{F_2M}-\overrightarrow{F_2F_1})=0$，则 $\overrightarrow{MF_2}^2=\overrightarrow{F_2F_1}^2$，所以 $|MF_2|=|F_2F_1|=2c$，由双曲线的定义可得 $|MF_1|=2a+2c$，因为直线 MF_2 的斜率为 $-\frac{24}{7}$，所以 $\tan\angle MF_2F_1=-\frac{24}{7}$，由余弦定理得 $\cos\angle MF_2F_1=-\frac{7}{25}=\frac{4c^2+4c^2-(2a+2c)^2}{2\cdot 2c\cdot 2c}$，整理得 $3c=5a$，所以双曲线的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{3}$.

专题六　概率与统计

1.28　　2.0.0284

3.①②③　　4.$\frac{4}{5}$

5.$\frac{2}{3}$　　6.$\frac{2}{3}$

7.$\frac{5}{6}$

8.99.9%

提示：由列联表中数据，得 K^2 的观测值 $k=\frac{30\times(17\times 8-3\times 2)^2}{20\times 10\times 19\times 11}\approx 12.129>10.828$，所以有 99.9%的把握认为学生的体质健康成绩高低与学习成绩高低有关.

第 25 期

第 2 版

专题一　集合与常用逻辑用语

1~5.ABBDB　　6~10.CCBAD

11~15.CABCC　　16~20.BBCAC

21.B

提示：因为 $\{x|2^x>4\}=\{x|\log_2(x-a)>0\}$，所以 $\{x|x>2\}=\{x|x>a+1\}$，所以 $a+1=2$，解得 $a=1$，故选 B.

22.C

提示：因为命题"$\forall x\in[0,3]$，都有 $x^2-2x-m\neq 0$"是假命题，所以命题"$\exists x\in[0,3]$，使得 $x^2-2x-m=0$"是真命题，故 $m=x^2-2x=(x-1)^2-1$.因为 $x\in[0,3]$，所以 $m\in[-1,3]$.故选 C.

23.B

提示：根据题意，集合 A 表示圆 C_1：$x^2+y^2=1$，其圆心为 $C_1(0,0)$，半径 $r_1=1$，集合 B 表示圆 C_2：$x^2+y^2-5x+4=0$，即 $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+y^2=\frac{9}{4}$，其圆心为 $C_2\left(\frac{5}{2},0\right)$，半径 $r_2=\frac{3}{2}$，则两圆的圆心距 $|C_1C_2|=\frac{5}{2}=r_1+r_2$，所以两圆外切，所以 $A\cap B$ 中的元素个数为 1 个，故选 B.

24.D

提示：$P=\{x||x-1|\leqslant 1\}=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，$Q=\{x|y=\sqrt{x-1}\}=\{x|x\geqslant 1\}$，因为 $P\bigstar Q=\{x|x\in P\cup Q$，且 $x\notin P\cap Q\}$.

所以 $P\bigstar Q=\{x|0\leqslant x<1$ 或 $x>2\}$，故选 D.

25.D

提示：因为 $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos x=\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\sqrt{3}\cos x=\frac{1}{2}\sin x+\frac{3\sqrt{3}}{2}\cos x=\sqrt{7}\sin(x+\theta)$，$\tan\theta=3\sqrt{3}$.

所以集合 $A=[-\sqrt{7},\sqrt{7}]$，又 $B=\{x|-5<x<-3$ 或 $x>2\}$，所以 $A\cup B=\{x|-5<x<-3$ 或 $x\geqslant-\sqrt{7}\}$，所以 $\complement_U(A\cup B)=(-\infty,-5]\cup[-3,-\sqrt{7})$.故选 D.

26.C

提示：当 $x=b$ 时，$f(x)_{\max}=-b^2+2b^2=b^2$，令 $t=f(x)$，则 $f(f(x))=f(t)=-t^2+2bt$，当 $b\leqslant b^2$ 时，即 $b\geqslant 1$ 或 $b\leqslant 0$，$f(f(x))$ 的最大值是 b^2，故 $b\geqslant 1$ 或 $b\leqslant 0$ 时，$f(f(x))$ 的最大值和 $f(x)$ 的最大值相等.由 $\frac{5}{b+3}\leqslant 1$，解得 $b\geqslant 2$ 或 $b<-3$，根据集合的包含关系判断 C 正确，故选 C.

27.C

提示：集合 B 可以用△MPQ 所表示的平面区域表示，集合 A 可用圆心为坐标原点，半径为 a 的圆面表示，因为 $A\subseteq B$，则圆面在△MPQ 内，又原点到直线 $2x+y+2=0$ 的距离 $d_1=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，原点到直线 $x-y+2=0$ 的距离 $d_2=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，原点到直线 $4x-3y-5=0$ 的距离 $d_3=\frac{5}{5}=1$，又 $M\left(-\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$，则 $|OM|=\frac{2\sqrt{5}}{3}>d_1$，$P\left(-\frac{1}{10},-\frac{9}{5}\right)$，$|OP|>1$，易得 $|OQ|>1$，则 $0<a\leqslant\frac{2\sqrt{5}}{5}$，故选 C.

28.A

提示：若 $x=0$，不论 y 取何值，则 $\omega=0$，若 $x=1$，$y=2$，则 $\omega=1\times 2(1+2)=6$，若 $x=1$，$y=3$，则 $\omega=1\times 3(1+3)=12$，所以 $A*B=\{0,6,12\}$，所以 $A*B$ 的非空子集个数是 $2^3-1=7$，故选 A.

29.D

提示：若 $\exists x\in[-1,2]$，$\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}-a\geqslant 0$，则 $a\leqslant\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$，令 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$，$x\in[-1,2]$，则 $f(x)$ 在 $[-1,2]$ 上单调递增，所以 $f(x)_{\max}=f(2)=\frac{5}{2}$，故 $a\leqslant\frac{5}{2}$.结合选项，得 $a\leqslant\frac{5}{2}$ 的一个必要不充分条件是 $a\leqslant 3$，故选 D.

30.C

提示：命题 p：函数 $f(x)=2ax^2-x-1(a\neq 0)$ 在 $(0,1)$ 内恰有一个零点，则 $f(0)f(1)=-(2a-2)<0$，解得 $a>1$；命题 q：函数 $y=x^{2-a}$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，$2-a<0$，解得 $a>2$.若 $p\wedge(\neg q)$ 为真命题，则 p 为真命题，q 为假命题，则 $\begin{cases}a>1,\\a\leqslant 2,\end{cases}$ 所以 $1<a\leqslant 2$，即 a 的取值范围是 $(1,2]$，故选 C.

第 3 版

专题二　函数与导数

1~5.BBBDD　　6~10.DBCCD

11~15.DBDCB　　16~20.AABBB

21~23.DAA

24.B

提示：由 $f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}ax^2+2bx+c$，得导函数 $f'(x)=x^2+ax+2b$，因为 $f(x)$ 的两个极值点分别在区间 $(0,1)$ 与 $(1,2)$ 内，所以 $x^2+ax+2b=0$ 的两个根分别在区间 $(0,1)$ 与 $(1,2)$ 内，即 $\begin{cases}f'(0)=2b>0,\\f'(1)=1+a+2b<0,\\f'(2)=4+2a+2b>0,\end{cases}$ 故 $a+2b<-1$，又 $4+2a+4b>0$，故 $a+2b>-2$，则 $a+2b$ 的取值范围为 $(-2,-1)$，故选 B.

25.B

提示：因为函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)$ 关于直线 $x=-2$ 对称，所以 $f(x)$ 为偶函数，因为函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=\frac{1}{f(x)}$，所以 $f(x+4)=\frac{1}{f(x+2)}=f(x)$，即函数 $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数，则 $f\left(\frac{219}{2}\right)=\left(28\times 4-\frac{5}{2}\right)=f\left(-\frac{5}{2}\right)=f\left(\frac{5}{2}\right)$，又当 $2\leqslant x\leqslant 3$ 时，$f(x)=\log_2\left(x+\frac{11}{2}\right)$，则 $f\left(\frac{5}{2}\right)=\log_2\left(\frac{5}{2}+\frac{11}{2}\right)=3$，故 $f\left(\frac{219}{2}\right)=3$，故选 B.

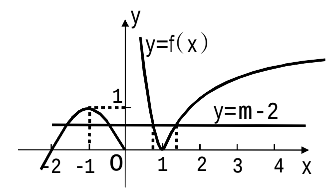
26.B

27.C

提示：由 $f(x)=-e^x-x$，得 $f'(x)=-e^x-1$，则 $f'(x)<-1$，$-f'(x)>1$，所以 $\frac{1}{-f'(x)}\in(0,1)$，由 $g(x)=2ax+\cos x$，得 $g'(x)=2a-\sin x$，因为 $-\sin x\in[-1,1]$，所以 $2a-\sin x\in[-1+2a,1+2a]$，要使过曲线 $f(x)=e^x-x$ 上任意一点的切线 l_1，总存在过曲线 $g(x)=2ax+\cos x$ 上一点处的切线 l_2，使得 $l_1\perp l_2$，则 $\begin{cases}-1+2a\leqslant 0,\\1+2a\geqslant 1,\end{cases}$ 解得 $0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$，即实数 a 的取值范围为 $\left[0,\frac{1}{2}\right]$.故选 C.

28.D

提示：因为函数 $g(x)=f(x)+2-m$ 有 4 个零点，所以方程 $f(x)=m-2$ 有 4 个不同的解，所以 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=m-2$ 有 4 个不同的交点，作函数 $y=f(x)$ 与 $y=m-2$ 的图象，结合图象可知 $0<m-2<1$，解得 $2<m<3$，即 m 的取值范围是 $(2,3)$.故选 C.



(第 28 题图)

第 26 期

第 1 版

专题三　立体几何

1~5.BDACC　　6~10.BBDBC

11~15.DCDCD　　16~17.BA

第 2 版

专题四　三角函数

1~5.ABDBD　　6~10.CBBBB

11~15.CBBAA　　16~20.DADDB

21.C

提示:将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位,得到 $y=3\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$,再把横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍,得到 $g(x)=3\sin\left(2\cdot 2x-\frac{\pi}{6}\right)=3\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$,由题意,要使 $g(x_1)=g(x_2)-6$,$x_1,x_2\in[-\pi,\pi]$,只需 $g(x_1)=g(x)_{min}$,$g(x_2)=g(x)_{max}$,故 $4x_1-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}+2k_1\pi$,$k_1\in\mathbf{Z}$,$x_1=-\frac{\pi}{12}+\frac{k_1\pi}{2}$,$k_1\in\mathbf{Z}$,$4x_2-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k_2\pi$,$k_2\in\mathbf{Z}$,$x_2=\frac{\pi}{6}+\frac{k_2\pi}{2}$,$k_2\in\mathbf{Z}$,因为 $x_1,x_2\in[-\pi,\pi]$,所以当 $k_1=2$ 时,x_1 的最大值为 $\frac{11\pi}{12}$;当 $k_2=-2$ 时,x_2 的最小值为 $-\frac{5\pi}{6}$,故 x_1-x_2 的最大值为 $\frac{11\pi}{12}-\left(-\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{7\pi}{4}$.故选 C.

22.A

提示:因为函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$,$f(x_1)=2$,$f(x_2)=0$,$|x_1-x_2|$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$,所以 $\frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{2}$,解得 $\omega=\pi$.因为 $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$,即 $2\sin\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=2\cos\varphi=1$,所以 $\cos\varphi=\frac{1}{2}$,又 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$,故 $f(x)=2\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$.令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant\pi x+\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$,$k\in\mathbf{Z}$,解得 $2k+\frac{1}{6}\leqslant x\leqslant 2k+\frac{7}{6}$,$k\in\mathbf{Z}$,则 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[2k+\frac{1}{6},2k+\frac{7}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$,故选A.

23.B

提示:由 $2\sqrt{3}\cos^2x-\sin 2x=\sqrt{3}-m$,得 $\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x=-m$,所以 $\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{m}{2}$,因为方程 $2\sqrt{3}\cos^2x-\sin 2x=\sqrt{3}-m$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$ 上有且只有一个解,即 $\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{m}{2}$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$ 上有且只有一个解,所以 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象和直线 $y=-\frac{m}{2}$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$ 上只有一个交点.因为 $x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$,所以 $2x+\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$.当 $2x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}$,即 $x=-\frac{\pi}{4}$ 时,可得 $y=\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$;当 $2x+\frac{\pi}{6}=0$,即 $x=-\frac{\pi}{12}$ 时,可得 $y=1$;当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$,即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时,可得 $y=0$.要使 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象和直线 $y=-\frac{m}{2}$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$ 上只有一个交点,则 $-\frac{m}{2}=1$ 或 $0\leqslant-\frac{m}{2}<\frac{1}{2}$,解得 $m=-2$ 或 $-1<m\leqslant 0$,结合选项可知,m 的值不可能为-1,故选 B.

第 3 版

专题五　平面向量、解三角形

1~5.DBAAC　　6~10.CDBAB

11~15.CDDDC　　16~20.ADCDB

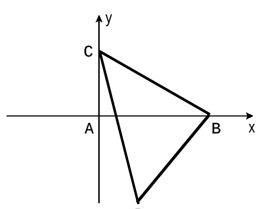
21~23.ACD

24.B

提示:在 Rt△ABM 中,$\sin 15°=\frac{AB}{AM}$,因为 $AB=(150-50\sqrt{3})$m,所以 $AM=100\sqrt{6}$m,在△ACM中,∠AMC=105°,∠CAM=45°,所以∠ACM=30°,由正弦定理可得,$\frac{CM}{\sin 45°}=\frac{AM}{\sin 30°}$,所以 $CM=200\sqrt{3}$m,在 Rt△CDM 中,$\sin 60°=\frac{CD}{CM}$,所以 CD=300m,即金奥中心的高度约为 300m,故选 B.

25.C

提示:因为 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$,所以以 A 为坐标原点,直线 AB,AC 分别为 x 轴,y 轴,建立如图所示的平面直角坐标系,设 $B(t^3,0)$,$C(0,t)$,其中 $t>0$,因为 $\overrightarrow{AP}=\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}-\frac{3\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$,所以 $\overrightarrow{AP}=(1,0)-3(0,1)=(1,-3)$,即 $P(1,-3)$,所以 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=(t^3-1,3)\cdot(-1,t+3)=-t^3+3t+10$,令 $f(t)=-t^3+3t+10$,$t>0$,则 $f'(t)=-3t^2+3=-3(t+1)(t-1)$,则当 $t\in(0,1)$ 时,$f'(t)>0$,$f(t)$ 单调递增,当 $t\in(1,+\infty)$ 时,$f'(t)<0$,$f(t)$ 单调递减,故当 $t=1$ 时,$f(t)$ 取最大值 $f(1)=12$,即 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最大值为 12,故选 C.



(第 25 题图)

26.C

提示:因为 $b\cos C+c\cos B=2\sqrt{3}\cos A$,$a=\sqrt{3}$,所以 $b\cos C+c\cos B=2a\cos A$,由正弦定理可得 $\sin B\cos C+\sin C\cos B=2\sin A\cos A$,即 $\sin(B+C)=2\sin A\cos A$,则 $\sin A=2\sin A\cos A$,又 $\sin A\neq 0$,所以 $\cos A=\frac{1}{2}$,又 $A\in(0,\pi)$,所以 $A=\frac{\pi}{3}$,由余弦定理得 $3=b^2+c^2-bc\geqslant 2bc-bc=bc$,当且仅当 $b=c=\sqrt{3}$ 时等号成立,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc\leqslant\frac{\sqrt{3}}{4}\times 3=\frac{3\sqrt{3}}{4}$,故选 C.

第 4 版

专题六　数列

1~5.DBDCA　　6~10.DCDAC

11~15.CBACC　　16~20.ACADC

21~25.BDACC　　26~27.CD

28.B

提示:因为 $a_1=2$,$a_{n+1}=\frac{2(n+2)}{n+1}a_n$ $(n\in N_+)$,则 $a_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}\cdot\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot a_1=2^{n-1}\cdot\frac{n+1}{n}\cdot\frac{n}{n-1}\cdot\frac{n-1}{n-2}\cdot\cdots\cdot\frac{3}{2}\cdot 2=2^{n-1}\cdot(n+1)(n\in N_+)$,设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,所以 $S_n=2\cdot 2^0+3\cdot 2^1+4\cdot 2^2+\cdots+2^{n-1}\cdot(n+1)$,则 $2S_n=2\cdot 2^1+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\cdots+2^n\cdot(n+1)$,两式相减得 $-S_n=2+2^1+2^2+\cdots+2^{n-1}-2^n\cdot(n+1)=2+\frac{2(1-2^{n-1})}{1-2}-2^n\cdot(n+1)=-n\cdot 2^n$,所以 $S_n=n\cdot 2^n$,所以 $\frac{a_{2021}}{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2020}}=\frac{2022\cdot 2^{2020}}{2020\cdot 2^{2020}}=\frac{2022}{2020}$,故选 B.

29.D

提示:因为 $2S_n+S_{n-1}=3(n\geqslant 2)$,所以 $n\geqslant 3$ 时,$2S_{n-1}+S_{n-2}=3$.两式相减,得 $2a_n+a_{n-1}=0$,即 $a_n=-\frac{1}{2}a_{n-1}(n\geqslant 3)$.当 $n=2$ 时,$2S_2+S_1=3$,即 $3a_1+2a_2=3$,又 $a_1=\frac{3}{2}$,所以 $a_2=-\frac{3}{4}$,所以 $a_2=-\frac{1}{2}a_1$,所以数列 $\{a_n\}$ 是以 $\frac{3}{2}$ 为首项,$-\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列,所以 $S_n=\frac{\frac{3}{2}\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n$.当 n 为奇数时,$S_n=1+\left(\frac{1}{2}\right)^n$,$S_n$ 随 n 的增大而减小,故 $1<S_n\leqslant S_1=\frac{3}{2}$;当 n 为偶数时,$S_n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$,$S_n$ 随 n 的增大而增大,则 $\frac{3}{4}=S_2\leqslant S_n<1$.所以 S_n 的最大值与最小值之和为 $\frac{3}{2}+\frac{3}{4}=\frac{9}{4}$,故选 D.

30.D

提示:因为数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$,$a_{n+1}=3a_n-4n$,所以 $a_{n+1}-[2(n+1)+1]=3[a_n-(2n+1)]$,又 $a_1-3=3-3=0$,所以 $a_n=2n+1$.则 $b_n=\frac{4n^2+8n+5}{(2n+1)(2n+3)}=1+\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}$,所以 $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=1+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+1+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+1+\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right)=n+\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3}=n\cdot\left(1+\frac{2}{6n+9}\right)$,故选 D.

第 27 期

第 1 版

专题七　不等式

1~5.CCCCA　　6~10.AABCB

11~15.DCACC　　16~20.DACBA

21~25.BAADD

26.A

提示:因为函数 $f(x)=mx^2-x+m-1$ 的两个零点一个大于 1,一个小于 1,所以 $\begin{cases}m>0,\\ f(1)=2m-2<0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m<0,\\ f(1)=2m-2>0,\end{cases}$ 解得 $0<m<1$,或 $m\in\varnothing$,所以 m 的取值范围是(0,1),故选 A.

27.C

提示:由题意知,等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 2,$a_1=S_1=2(x+2y+1)+x-y-3=3x+3y-1$,$a_2=S_2-S_1=2(x+2y+1)$,故 $2(x+2y+1)=2(3x+3y-1)$,即 $2x+y=2$,所以 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)(2x+y)=\frac{1}{2}\left(2+2+\frac{y}{x}+\frac{4x}{y}\right)\geqslant\frac{1}{2}\left(4+2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{4x}{y}}\right)=4$,当且仅当 $\frac{y}{x}=\frac{4x}{y}$,即 $x=\frac{1}{2}$,$y=1$ 时,等号成立,故选 C.

28.A

提示:因为不等式 $x^2-ax\geqslant 16-3x-4a$ 对任意 $a\in[-2,4]$ 成立,所以 $(x-4)a-x^2-3x+16\leqslant 0$,把不等式左边看作关于 a 的一元一次函数,所以只需满足 $\begin{cases}(x-4)\cdot(-2)-x^2-3x+16\leqslant 0,\\ (x-4)\cdot 4-x^2-3x+16\leqslant 0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x^2-5x+24\leqslant 0,\\ -x^2+x\leqslant 0,\end{cases}$ 解得 $x\geqslant 3$ 或 $x\leqslant -8$,故选 A.

第 2 版

专题八　直线和圆、圆锥曲线

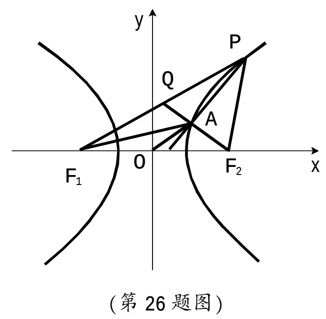
1~5.DADAB　　6~10.CCBAA

11~15.BCABA　　16~20.CAAAA

21~25.CDBCB

26.D

提示:如图,F_1,F_2 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点,延长 F_2A 交 PF_1 于点 Q.因为 PA 是 $\angle F_1PF_2$ 的角平分线,$|PQ|=|PF_2|$.因为点P在双曲线上,所以 $|PF_1|-|PF_2|=2a$,$|PF_1|-|PQ|=|QF_1|=2a$.因为 O 是 F_1F_2 中点,A 是 F_2Q 的中点,所以 OA 是 $\triangle F_1F_2Q$ 的中位线,所以 $|QF_1|=2a=2|OA|$,则 $|OA|=a$ 在 $\triangle F_1OA$ 中,由余弦定理得,$\cos\angle AOF_1=\frac{a^2+c^2-(\sqrt{3}b)^2}{2ac}=\frac{4a^2-2c^2}{2ac}=\frac{2}{e}-e$,当点 P 的横坐标趋近于+∞ 时,直线 PF_1 即 OA 的斜率趋近于 $\frac{b}{a}$,$\cos\angle AOF_1$ 趋近于 $-\frac{a}{c}$,所以 $-1<\frac{2}{e}-e<-\frac{1}{e}$,解得 $e\in(\sqrt{3},2)$,故选 D.



(第 26 题图)

第 3 版

专题九　概率与统计

1~5.ADCBC　　6~10.ADDBB

11~15.AADAB　　16~17.DB

18.C

提示:对于 A,由条形图可以看出,条形的高度依次在增高,所以 2017 年至 2021 年我国新闻出版业和数字出版业营收均逐年增加,故 A 正确;对于 B,2021 年我国数字出版业营收为 5720.9 亿元,2017 年我国数字出版业营收为 1935.5 亿元,因为 1935.5×2=3871<5720.9,故 B 正确;对于 C,2021 年我国新闻出版业营收为 23595.8 亿元,2017 年我国新闻出版业营收为 16635.3 亿元,因为 16635.3×1.5=24952.95>23595.8,故 C 错误;对于 D,因为 $23595.8\times\frac{1}{3}\approx 7865>5720.9$,所以 2021 年我国数字出版业营收占新闻出版业营收的比例未超过三分之一,故 D 正确,故选 C.

第 4 版

专题十　算法初步、推理与证明、复数

1~5.DCCDC　　6~10.CDDBA

11~15.ADBCB　　16~19.ADDD

20.D

提示:由题意,令 $\frac{2}{2+\frac{2}{2+\cdots}}=S$,则 $\frac{2}{2+S}=S$,即 $S^2+2S-2=0$,解得 $S=-1+\sqrt{3}$ 或 $S=-1-\sqrt{3}$,因为 $S>0$,所以 $S=\sqrt{3}-1$,故选 D.

21.B

提示:若甲阅读了语文老师推荐的文章,则甲、乙、丙、丁说的都不对,不满足题意;若乙阅读了语文老师推荐的文章,则甲、乙说的都不对,丙、丁都正确,满足题意;若丙阅读了语文老师推荐的文章,则甲、乙、丙说的都对,丁说的不对,不满足题意;若丁阅读了语文老师推荐的文章,则甲说的对,乙、丙、丁说的都不对,不满足题意.故选 B.