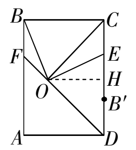
13.解:(1)证明:由折叠可知,$AD=ED$,$\angle BCO=\angle DCO=\angle ADO=\angle CDO=45°$.

∴$BC=DE$,$\angle COD=90°$,$OC=OD$.

∵$OC=OD$,$\angle OCB=\angle ODE$,$BC=DE$,

∴$\triangle OBC\cong\triangle OED$(SAS).

(2)过点 O 作 $OH\perp CD$ 于点 H.



(第 13 题图)

由(1)$\triangle OBC\cong\triangle OED$,

得 $OE=OB$.

∵$BC=x$,则 $AD=DE=x$.

∴$CE=8-x$.

∵$OC=OD$,$\angle COD=90°$,

∴$CH=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times8=4$,$OH=\frac{1}{2}CD=4$.

∴$EH=CH-CE=4-(8-x)=x-4$.

在 Rt$\triangle OHE$ 中,由勾股定理,得

$OE^2=OH^2+EH^2$,

即 $OB^2=4^2+(x-4)^2$.

∴y 关于 x 的关系式为 $y=x^2-8x+32$.

第 40 期

4版

专项训练(十九)

一、选择题

1.C 2.D 3.A 4.A 5.D

二、填空题

6.$-3\leq x\leq1$ 7.$\frac{2}{3}$ 8.$y=\frac{6}{x}$

9.48 10.$y=\left(x-\frac{25}{13}\right)^2$

三、解答题

11.解:(1)∵点 $A(a,2)$在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上,

∴$2=\frac{4}{a}$.解得 $a=2$.

∴$A(2,2)$.

设直线 OA 的解析式为 $y=mx$.

则 $2=2m$.解得 $m=1$.

∴直线 OA 的解析式为 $y=x$.

(2)由(1),知 $A(2,2)$.

∵$AB\parallel x$ 轴,且交 y 轴于点 C,

∴$AC=2$.

∵$AC=2BC$,

∴$BC=1$.

∴$B(-1,2)$.

把 $B(-1,2)$代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $2=\frac{k}{-1}$.

解得 $k=-2$.

∴反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式为 $y=-\frac{2}{x}$.

(3)设 $D\left(t,-\frac{2}{t}\right)$.

∵$A(2,2)$,

∴AD 的中点 E 的坐标为 $\left(\frac{t+2}{2},-\frac{1}{t}+1\right)$.

∵点 E 在 y 轴上,

∴$\frac{t+2}{2}=0$.解得 $t=-2$.

∴$D(-2,1)$,$E\left(0,\frac{3}{2}\right)$.

∴$S_{\triangle DOE}=\frac{1}{2}OE\cdot|x_D|=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times2=\frac{3}{2}$,$S_{\triangle AOE}=\frac{1}{2}OE\cdot|x_A|=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times2=\frac{3}{2}$.

∴$\triangle OAD$ 的面积 $S=S_{\triangle DOE}+S_{\triangle AOE}=3$.

12.解:(1)设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-3)=a(x^2-2x-3)$,

将 $C(0,3)$代入,得 $-3a=3$.

解得 $a=-1$.

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2)设直线 BC 的函数解析式为 $y=kx+b$.

∵直线 BC 过点 $B(3,0)$,$C(0,3)$,

∴$\begin{cases}0=3k+b,\\3=b.\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=-1,\\b=3.\end{cases}$

∴$y=-x+3$.

设 $D(m,-m^2+2m+3)$,$E(m,-m+3)$.

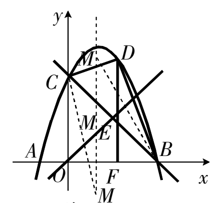
∴$DE=(-m^2+2m+3)-(-m+3)=-m^2+3m$.

∴$S=\frac{1}{2}OB\cdot DE=\frac{3}{2}(-m^2+3m)=-\frac{3}{2}m^2+\frac{9}{2}m=-\frac{3}{2}\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{8}$($0<m<3$).

∵$-\frac{3}{2}<0$,

∴当 $m=\frac{3}{2}$时,S 有最大值,最大值为 $\frac{27}{8}$.

(3)如图.



(第 12 题图)

当 $MC=MB$ 时,

∵$\triangle OBC$ 为等腰直角三角形,

∴BC 的垂直平分线的解析式为 $y=x$.

∴点 M 的坐标为$(1,1)$.

当 $BC=BM$ 时,由 $B(3,0)$,$C(0,3)$可得 $BC=3\sqrt{2}$.

∴$BM=3\sqrt{2}$.

∴由勾股定理得 $y_M=\pm\sqrt{14}$.

∴$M_1(1,\sqrt{14})$,$M_2(1,-\sqrt{14})$.

同理,当 $BC=CM$ 时,可得点 M 的坐标为$(1,3-\sqrt{17})$或$(1,3+\sqrt{17})$.

综上,点 M 的坐标为$(1,1)$或$(1,\sqrt{14})$或$(1,-\sqrt{14})$或$(1,3+\sqrt{17})$或$(1,3-\sqrt{17})$.

第 37 期

1 版

专项训练(十五)

一、选择题

1.A 2.C 3.B 4.A 5.B

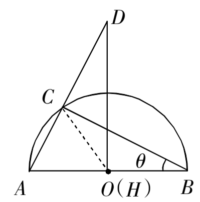
二、填空题

6.2 7.$9\sqrt{3}$ 8.$-3\sqrt{6}$

9.5 10.$\frac{42}{5}$或$\frac{19}{2}$或 9

三、解答题

11.解:(1)当点 H,O 重合时,如图,连接 OC.



(第 11 题图)

∵$AC=CD$,

∴OC 是 Rt$\triangle AOD$ 斜边上的中线.

∴$OC=\frac{1}{2}AD$.

又 $OC=OA$,∴$OA=\frac{1}{2}AD$.

∴$\angle D=30°$.

又$\angle D+\angle DAO=90°$,$\angle ABC+\angle DAO=90°$,

∴$\angle ABC=\angle D=30°$.

∴$\sin\theta=\frac{1}{2}$.

(2)证明:∵$\angle DHB=\angle DHA=90°$,

由(1)知$\angle ABC=\angle D$,

∴$\triangle BHF\sim\triangle DHA$.

∴$\frac{BH}{DH}=\frac{FH}{AH}$.

∴$BH\cdot AH=DH\cdot FH$.

(3)当 $\theta=45°$时,$\angle AOC=90°$.

∴$\overset{\frown}{AC}$ 的长为 $\frac{90\pi\times4}{180}=2\pi$,即圆锥的底面周长为 2π.

∴圆锥的底面半径 $r=\frac{2\pi}{2\pi}=1$.

∵圆锥的母线$=OA=4$,

∴圆锥的高 $h=\sqrt{OA^2-r^2}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$.

∴圆锥的底面半径和高分别为 1 和 $\sqrt{15}$.

4 版

专项训练(十六)

一、选择题

1.B 2.A 3.C 4.B 5.D

二、填空题

6.$\sqrt{2}$

7.②③④

8.2 或$\frac{8}{3}$

9.3 或-7

10.①②③

三、解答题

11.解:(1)证明:∵AD 是$\triangle ABC$ 的角平分线,

∴$\angle EAD=\angle FAD$.

∵$DE\perp AB$,$DF\perp AC$,

∴$\angle AED=\angle AFD=90°$.

在$\triangle AED$ 和$\triangle AFD$ 中,

$\begin{cases}\angle AED=\angle AFD,\\\angle EAD=\angle FAD,\\AD=AD,\end{cases}$

∴$\triangle AED\cong\triangle AFD$(AAS).

∴$AE=AF$.

又 AD 是$\triangle ABC$ 的角平分线,

∴$AD\perp EF$.

(2)$\triangle ABC$ 满足$\angle BAC=90°$时,四边形 $AEDF$ 是正方形.

理由:∵$\angle AED=\angle AFD=\angle BAC=90°$,

∴四边形 $AEDF$ 是矩形.

由(1)知,$EF\perp AD$.

∴矩形 $AEDF$ 是正方形.

12.解:(1)证明:∵$\angle DAE=\angle BAC$,

∴$\angle DAE-\angle DAC=\angle BAC-\angle DAC$,

即$\angle CAE=\angle BAD$.

∵$AD=AE$,$AC=AB$,

∴$\triangle CAE\cong\triangle BAD$(SAS).

(2)$\alpha+\beta=180°$.

理由如下:

由$\triangle CAE\cong\triangle BAD$,

得$\angle ACE=\angle B$.

∵$AB=AC$,

∴$\angle B=\angle ACB$.

∴$\angle ACE=\angle B=\angle ACB$.

∴$\angle BCE=\beta=2\angle B$.

在$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=\alpha=180°-2\angle B$.

∴$\alpha+\beta=180°$.

13.解:(1)把 $A(-1,0)$,$B(4,0)$代入 $y=ax^2+bx+4$,

得$\begin{cases}a-b+4=0,\\16a+4b+4=0.\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=-1,\\b=3.\end{cases}$

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+3x+4$.

(2)在 $y=-x^2+3x+4$ 中,令 $x=0$,得 $y=4$.

∴$C(0,4)$.

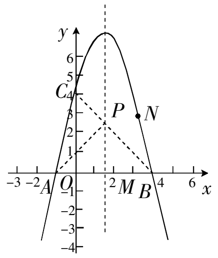
设直线 BC 的解析式为 $y=kx+m$.

把 $B(4,0)$,$C(0,4)$代入,

得$\begin{cases}4k+m=0,\\m=4.\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-1,\\m=4.\end{cases}$

∴直线 BC 的解析式为 $y=-x+4$.

(3)如图①.


(第 13 题图①)

由题意，得点 A,B 关于抛物线的对称轴直线 $x=\frac{3}{2}$ 对称，连接 BC 交直线 $x=\frac{3}{2}$ 于点 P，连接 PA.此时 PA+PC 的值最小，最小值为线段 BC 的长=$\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$.

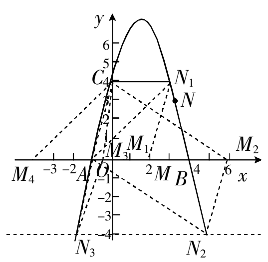
当 $x=\frac{3}{2}$ 时，$y=-\frac{3}{2}+4=\frac{5}{2}$.

∴此时 $P\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$.

(4)在抛物线上存在一点 N，使得以 A,C,M,N 四点为顶点的四边形是平行四边形.

理由：如图②.

观察图象可知，满足条件的点 N 的纵坐标为 4 或-4.


(第 13 题图②)

对于抛物线 $y=-x^2+3x+4$，当 $y=4$ 时，$-x^2+3x+4=4$.解得 $x_1=0,x_2=3$.

∴$N_1(3,4)$.

当 $y=-4$ 时，$-x^2+3x+4=-4$.

解得 $x=\frac{3\pm\sqrt{41}}{2}$.

∴$N_2\left(\frac{3+\sqrt{41}}{2},-4\right)$，

$N_3\left(\frac{3-\sqrt{41}}{2},-4\right)$.

综上所述，满足条件的点 N 的坐标为(3,4)或$\left(\frac{3+\sqrt{41}}{2},-4\right)$或$\left(\frac{3-\sqrt{41}}{2},-4\right)$.

第 38 期

4 版

专项训练(十七)

一、选择题

1.B 2.B 3.C 4.C

二、填空题

5.6 6.1 7.5 8.$\frac{1}{4}$或$\frac{3}{2}$

三、解答题

9.**解**：(1)$\frac{\sqrt{10}}{2}$.

提示：∵△ABC 是等腰直角三角形，∴∠B=∠ACB=45°.

由旋转可知△ACN≌△ABM.

∴AN=AM，CN=BM=1，∠ACN=∠B=45°，∠CAN=∠BAM.

∴∠MAN=∠BAC=90°，∠MCN=∠ACB+∠ACN=90°.

∴$MN=\sqrt{CM^2+CN^2}=\sqrt{5}$.

∵AM=AN，∠MAN=90°，

∴$AM=\frac{\sqrt{2}}{2}MN=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

(2)如图①，延长 AB 到点 E，使 BE=DQ，连接 CE.

∵DQ=BE，∠CDQ=∠CBE=90°，CD=CB，

∴△CDQ≌△CBE(SAS).

∴∠DCQ=∠BCE，CQ=CE.

∵∠PCB+∠QCD=∠PCQ，

∴∠PCB+∠BCE=∠PCQ，

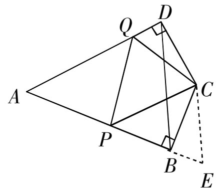
即∠PCQ=∠PCE.

又 CQ=CE，CP=CP，

∴△CPQ≌△CPE(SAS).

∴PQ=PE=BP+BE=BP+DQ.

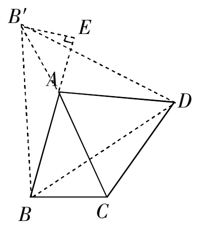
∴△APQ 的周长=AQ+PQ+AP=AQ+DQ+BP+AP=AD+AB=2AB=2a.


(第 9 题图①)

(3)如图②，连接 BD.

∵AD=CD，∠ADC=60°，

∴可将△BCD 绕点 D 顺时针旋转 60°，得到△B′AD，连接 BB′，过点 B′作 B′E⊥BA，垂足为 E.


(第 9 题图②)

由旋转得△DBC≌△DB′A.

∴BD=B′D，∠BDB′=60°，∠BCD=∠B′AD.

∴△BDB′是等边三角形.

∵∠BAB′=360°-(∠BAD+∠B′AD)=360°-(∠BAD+∠BCD)=∠ABC+∠ADC=75°+60°=135°，

∴∠B′AE=45°.

∵B′A=BC=2，

∴$B'E=AE=\sqrt{2}$.

∴$BE=AB+AE=3\sqrt{2}$.

∴$BB'=\sqrt{BE^2+B'E^2}=2\sqrt{5}$.

∴$S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle AB'D}=S_{\triangle BDB'}-S_{\triangle ABB'}=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot B'B^2-\frac{1}{2}AB\cdot B'E=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{5})^2-\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=5\sqrt{3}-2$.

10.**解**：(1)①2.

提示：如图①，设圆心为 O，连接 BO，CO.

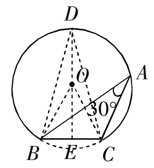
∵∠BAC=30°，∴∠BOC=60°.又 OB=OC，∴△OBC 是等边三角形.

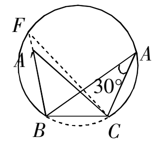
∴OB=OC=BC=2，即半径长为 2；

②$\sqrt{3}+2$.

提示：∵BC=2，∴当点 A 到 BC 的距离最大时，△ABC 的面积最大.如图①，过点 O 作 BC 的垂线，垂足为 E，延长 EO 交⊙O 于点 D，则 $OE=\sqrt{3}$，$DE=OE+OD=\sqrt{3}+2$.

∴△ABC 面积的最大值=$S_{\triangle DBC}=\frac{1}{2}BC\cdot DE=\frac{1}{2}\times2\times(\sqrt{3}+2)=\sqrt{3}+2$.


(第 10 题图①)


(第 10 题图②)

(2)证明：如图②，延长 BA′交圆于点 F，连接 CF.

∵点 F 在圆上，

∴∠F=∠A=30°.

∵∠BA′C=∠F+∠A′CF，

∴∠BA′C>∠F.

∴∠BA′C>∠A，即∠BA′C>30°.

(3)①$\frac{\sqrt{97}-5}{2}$.

提示：如图③，取 BC 的中点 G，连接 DG，则 $GC=\frac{3}{2}$.

∵∠GCD=90°，CD=AB=2，

∴$\tan\angle DGC=\frac{CD}{GC}=\frac{4}{3}$.

设 DG 的中点为 Q，以点 Q 为圆心，DQ 为半径画圆，则点 P 在优弧 CGD 上运动.连接 BQ 交⊙Q 交于点 P′，则 BP 的最小值是 BP′的长.

过点 Q 作 QE⊥BC，垂足为 E，则 $GE=CE=\frac{1}{2}GC=\frac{3}{4}$，$QE=\frac{1}{2}CD=1$.

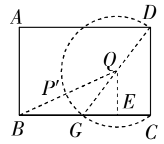
∴$BE=BC-CE=\frac{9}{4}$.

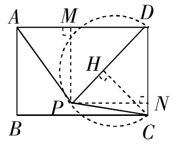
∴$BQ=\sqrt{BE^2+QE^2}=\frac{\sqrt{97}}{4}$.

∵$DG=\sqrt{CD^2+GC^2}=\frac{5}{2}$，

∴⊙Q 的半径=$\frac{1}{2}DG=\frac{5}{4}$.

∴$BP'=BQ-P'Q=\frac{\sqrt{97}-5}{4}$，即线段 BP 长的最小值为$\frac{\sqrt{97}-5}{4}$.


(第 10 题图③)


(第 10 题图④)

②$\frac{7\sqrt{2}}{4}$.

提示：如图④，过点 P 分别作 AD，DC 的垂线，垂足为 M，N，过点 C 作 CH⊥PD 于点 H.

∵$S_{\triangle PCD}=\frac{2}{3}S_{\triangle PAD}$，

∴$\frac{1}{2}CD\cdot PN=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}AD\cdot PM\right)$.

又 CD=2，AD=3，

∴PN=PM.

∴点 P 在∠ADC 的平分线上.

∴∠CDH=45°，△CHD 是等腰直角三角形，$HD=HC=\sqrt{2}$.

∴$PH=CH\div\tan\angle DPC=\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

∴$PD=PH+HD=\frac{3\sqrt{2}}{4}+\sqrt{2}=\frac{7\sqrt{2}}{4}$.

第 39 期

4 版

专项训练(十八)

一、选择题

1.C 2.B 3.B 4.B 5.B

二、填空题

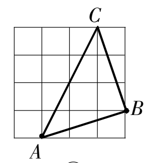
6.80° 7.25 8.$2\sqrt{5}$

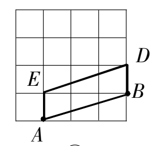
9.$\sqrt{13}$ 10.67.5°或 72°

三、解答题

11.**解**：(1)如图①，△ABC 即为所求(答案不唯一).

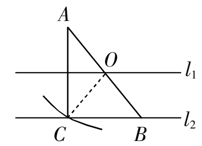
(2)如图②，四边形 ABDE 即为所求.


①


②

(第 11 题图)

12.**解**：(1)证明：如图①，连接 OC.


(第 12 题图①)

∵OA=OB=OC，

∴∠A=∠OCA，∠B=∠OCB.

∵∠A+∠B+∠ACB=180°，

∴2∠A+2∠B=180°.

∴∠A+∠B=90°.

∴∠ACB=90°.

∴AC⊥CB.

∵$l_1\parallel l_2$，

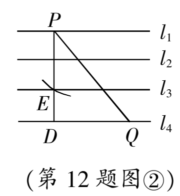
∴$l_1\perp AC$.

∵OA=OC，

∴直线 l_1 平分线段 AC.

∴直线 l_1 垂直平分线段 AC.

(2)如图②，线段 PD 即为所求.


(第 12 题图②)