第16期

第2~3版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.C

提示:将一个等腰梯形绕对称轴所在的直线旋转180°,由旋转体的定义可知,上底旋转形成一个圆,下底旋转形成一个圆,从而所得几何体为一个圆台.故选C.

2.D

提示:设大球的半径为R,由题意可得,$3\times\frac{4}{3}\pi\times1^3=\frac{4}{3}\pi R^3$,解得$R=\sqrt[3]{3}$.故选D.

3.B

提示:根据题意,可得$Rt\triangle A'B'C'$中,$B'C'=3,A'O'=\sqrt{2}$,由直观图画法规则知$\triangle ABC$中,$BC=3,AO=2\sqrt{2}$,且$AO\perp BC$,所以$\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}\times3\times2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.故选B.

4.D

提示:在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,AA_1与平面$ABCD$相交,BB_1与平面$ABCD$相交,$AA_1\parallel BB_1$;AB_1与平面$ABCD$相交,AA_1与AB_1相交;CD_1与平面$ABCD$相交,AA_1与CD_1异面.故选D.

5.C

提示:对于A,l_1与l_2可能平行也可能异面,故A错;对于B,l_1与l_2可能平行也可能异面,故B错;由线面垂直的性质可知C正确;对于D,l_1与l_2可能平行也可能异面或相交,故D错.故选C.

6.C

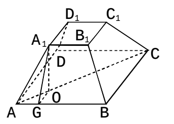
提示:因为$AB=BC=CD=DA=2$,所以四边形$ABCD$是菱形,所以$AB\parallel CD$.又$AB\subset$平面SAB,$CD\not\subset$平面SAB,所以$CD\parallel$平面SAB.又$CD\subset$平面$CDEF$,平面$CDEF\cap$平面$SAB=EF$,所以$CD\parallel EF$.所以$EF\parallel AB$.因为E为SA的中点,所以F是SB的中点,所以$EF=\frac{1}{2}AB=1$.在等边$\triangle SBC$中,可得$CF=\sqrt{3}$,同理$DE=\sqrt{3}$.所以四边形$DEFC$的周长为$CD+DE+EF+FC=2+\sqrt{3}+1+\sqrt{3}=3+2\sqrt{3}$.故选C.

7.A

提示:连接AD_1,由正方体可知$A_1D\perp AD_1$,$A_1D\perp AB$,所以$A_1D\perp$平面ABD_1,所以$A_1D\perp BD_1$.因为MN是$\triangle D_1AB$的中位线,所以$MN\parallel AB$,又因为$AB\subset$平面$ABCD$,$MN\not\subset$平面$ABCD$,所以$MN\parallel$平面$ABCD$.故选A.

8.C

提示:因为$AB\parallel CD$,所以$\angle A_1AB=\alpha$.连接AC,过A_1作$A_1O\perp AC$于O,则由正四棱台的结构特征,可得$A_1O\perp$平面$ABCD$,则$\angle A_1AO=\beta$.在平面$ABCD$中,过O作$OG\perp AB$于G,连接A_1G,可证得$A_1G\perp AB$,则$\angle A_1GO=\gamma$.



(第8题图)

在$Rt\triangle A_1GA$与$Rt\triangle A_1OA$中,$\sin\alpha=\frac{A_1G}{A_1A}$,$\sin\beta=\frac{A_1O}{A_1A}$,因为$A_1G>A_1O$,所以$\sin\alpha>\sin\beta$,而$\alpha,\beta$均为锐角,所以$\alpha>\beta$;在$Rt\triangle A_1OA$与$Rt\triangle A_1OG$中,$\sin\beta=\frac{A_1O}{A_1A}$,$\sin\gamma=\frac{A_1O}{A_1G}$,因为$A_1A>A_1G$,所以$\sin\gamma>\sin\beta$,而$\beta,\gamma$均为锐角,所以$\gamma>\beta$.又$\tan\alpha=\frac{A_1G}{AG}$,$\tan\gamma=\frac{A_1O}{OG}$,且$AG=OG$,$A_1G>A_1O$,所以$\tan\alpha>\tan\gamma$,而$\alpha,\gamma$为锐角,所以$\alpha>\gamma$.故选C.

二、多项选择题

9.BCD

提示:若$a\perp\alpha$,则a垂直于平面α内的所有直线,a垂直于所有与α平行的直线,而$b\parallel\alpha$,则a与b可以相交垂直或异面垂直.故选BCD.

10.ABC

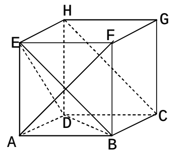
提示:设正方体的棱长为a,外接球半径为R,内切球半径为r,则$R=\frac{\sqrt{3}a}{2}$,$r=\frac{a}{2}$,所以MN的最小值为$\frac{\sqrt{3}a}{2}-\frac{a}{2}=\sqrt{3}-1$,解得$a=2$,故C正确;外接球的表面积$S=4\pi\times(\sqrt{3})^2=12\pi$,故A正确;内切球的体积$V=\frac{4}{3}\pi\times1^3=\frac{4\pi}{3}$,故B正确;线段$MN$的最大值为$\frac{\sqrt{3}a}{2}+\frac{a}{2}=\sqrt{3}+1$,故D错误.故选ABC.

11.BD

提示:由图可知,组合体的体积$V=\pi\times4\times\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2-1^2\right]+3\times3\times3-\pi\times3\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=27-\frac{7\pi}{4}(cm^3)$,组合体的表面积$S=3\pi\times1\times2+2\times(3\times3-\pi\times1^2)+3\times3\times4+2\pi\times4=54+9\pi(cm^2)$.故选BD.

12.ABC

提示:由正方体的展开图还原正方体如图所示.因为$AE\perp$平面$ABCD$,$BC\subset$平面$ABCD$,所以$AE\perp BC$,故A正确;由$HE\parallel BC$,$HE=BC$,得四边形$BCHE$为平行四边形,所以$CH\parallel BE$,又$BE\subset$平面BDE,$CH\not\subset$平面BDE,所以$CH\parallel$平面BDE,故B正确;因为$BC\perp$平面$ABFE$,$AF\subset$平面$ABFE$,所以$AF\perp BC$,又$AF\perp BE$,$BE\cap BC=B$,所以$AF\perp$平面$BCHE$,故C正确;由题意知$V_{ABE-DCH}=\frac{1}{2}V_{ABCD-EFGH}$,故$V_{D-BCHE}=V_{ABE-DCH}-V_{D-ABE}=\frac{1}{2}V_{ABCD-EFGH}-\frac{1}{6}V_{ABCD-EFGH}=\frac{1}{3}V_{ABCD-EFGH}$,即$\frac{V_{D-BCHE}}{V_{ABCD-EFGH}}=\frac{1}{3}$,故D错误.故选ABC.



(第12题图)

三、填空题

13.1

提示:由基本事实3可知不重合的两个平面最多有1条公共直线.

14.2或6

提示:当两个平面在点S的同侧时,如图1所示,由面面平行的性质定理可得$AC\parallel BD$,所以$\frac{SA}{AB}=\frac{SC}{CD}$,由$SA=2,AB=SB-SA=2,CD=6$,解得$SC=6$;当点$S$在两个面的中间时,如图2所示,由$AC\parallel BD$,可得$\frac{SA}{SB}=\frac{SC}{SD}=\frac{1}{2}$,所以$SC=\frac{1}{3}CD=2$.综上,$SC=2$或6.

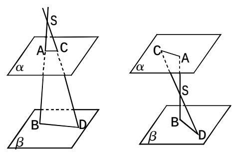
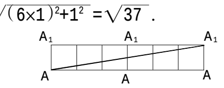


图1　　图2

(第14题图)

15.$\sqrt{37}$

提示:将直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$沿着侧棱AA_1展开两次得到如图所示的矩形,连接对角线,可得爬行的最短路程为$\sqrt{(6\times1)^2+1^2}=\sqrt{37}$.



(第15题图)

16.$\sqrt{2}$,2

提示:设投影构成的图形面积为S.因为$AB\parallel\alpha$,所以AB在α内的投影是长为2的线段,当$CD\perp\alpha$时,投影图形的面积最小,此时投影图形是底边长为2,高为$\sqrt{2}$的三角形,故$S_{min}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$;当$CD\parallel\alpha$时,投影图形的面积最大,此时投影图形是对角线长为2的正方形,故$S_{max}=2\times\frac{1}{2}\times2\times1=2$.

四、解答题

17.证明:(1)因为AA_1与BB_1相交,所以AA_1与BB_1确定一个平面,记为α,

所以$A\in\alpha,B\in\alpha,A_1\in\alpha,B_1\in\alpha$.

所以$AB\subset\alpha$,$A_1B_1\subset\alpha$.故AB和A_1B_1在同一平面内.

(2)因为$AB\cap A_1B_1=M$,所以$M\in AB\subset$平面ABC,$M\in A_1B_1\subset$平面$A_1B_1C_1$,所以$M\in$平面$ABC\cap$平面$A_1B_1C_1$.

同理可得$N\in$平面$ABC\cap$平面$A_1B_1C_1$,$P\in$平面$ABC\cap$平面$A_1B_1C_1$,所以M,N,P三点共线.

18.解:(1)连接AC,因为$PA\perp$平面$ABCD$,所以$\angle PCA$为PC与平面$ABCD$所成角,则$\angle PCA=\frac{\pi}{3}$.

由底面$ABCD$是边长为2的正方形,得$AC=2\sqrt{2}$,

故$PA=AC\tan\frac{\pi}{3}=2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{6}$.

故四棱锥$P-ABCD$的体积$V=\frac{1}{3}\times PA\times S_{正方形ABCD}=\frac{1}{3}\times2\sqrt{6}\times2^2=\frac{8\sqrt{6}}{3}$.

(2)连接BD,与AC交于点O,连接MO,因为OM为$\triangle PAC$的中位线,所以$MO\parallel PC$,则$\angle BMO$或其补角就是异面直线BM与PC所成角.

由$BO=\frac{1}{2}BD=\sqrt{2}$,$MO=\frac{1}{2}PC=2\sqrt{2}$,$BM=\sqrt{4+6}=\sqrt{10}$,得$\cos\angle BMO=\frac{BM^2+MO^2-BO^2}{2BM\cdot MO}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故异面直线BM与PC所成角的余弦值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

19.解:(1)设圆台上、下底面半径分别为r,R,$AD=x$,则$OD=72-x$.

由题意,可得$\begin{cases}2\pi R=\frac{\pi}{3}\times72,\\2\pi r=\frac{\pi}{3}\times(72-x),\\72-x=2R+r\end{cases}$解得$R=12,r=6,x=36$.所以$AD$的长为36cm.

(2)圆台所在圆锥的高$H=\sqrt{72^2-R^2}=12\sqrt{35}$,圆台的高$h=\frac{1}{2}H=6\sqrt{35}$,所以$V_{台}=\frac{1}{3}\pi R^2H-\frac{1}{3}\pi r^2h=504\sqrt{35}\pi cm^3$.

20.证明:(1)因为$MN\parallel$平面PAB,$MN\subset$平面ABC,平面$ABC\cap$平面$PAB=AB$,所以$MN\parallel AB$.

又$MN\subset$平面PMN,$AB\not\subset$平面PMN,所以$AB\parallel$平面PMN.

(2)由(1),得$MN\parallel AB$,又M是BC的中点,则N是AC的中点,所以$AB=2MN=2\sqrt{3}$.

又$BC=4,AC=2$,所以$AB^2+AC^2=BC^2$,得$AB\perp AC$,因为$MN\parallel AB$,所以$AC\perp MN$.

因为$PA=PC$,且N是AC的中点,所以$AC\perp PN$.

又$MN\cap PN=N$,所以$AC\perp$平面PMN.因为$PM\subset$平面PMN,所以$AC\perp PM$.

21.(1)证明:在菱形$ABCD$中,$AB\parallel CD$,因为$CD\not\subset$平面PAB,$AB\subset$平面PAB,所以$CD\parallel$平面PAB.

又$CD\subset$平面PCD,平面$PAB\cap$平面$PCD=l$,所以$l\parallel CD$.

(2)解:当F是棱PC的中点时,$BF\parallel$平面AEC.证明如下:

取PE的中点M,连接FM,因为MF为$\triangle PEC$的中位线,所以$FM\parallel CE$.

因为$FM\not\subset$平面AEC,$CE\subset$平面AEC,所以$FM\parallel$平面AEC.

由M为PE的中点,得$EM=\frac{1}{2}PE=ED$,知E是MD的中点,连接BM,BD,设$BD\cap AC=O$,连接OE,因为OE是$\triangle BDM$的中位线,所以$BM\parallel OE$.因为$BM\not\subset$平面AEC,$OE\subset$平面AEC,所以$BM\parallel$平面AEC.

又$FM\cap BM=M$,所以平面$BFM\parallel$平面AEC.又$BF\subset$平面BFM,所以$BF\parallel$平面AEC.

22.(1)证明:因为$AA_1\perp$平面ABC,$BD\subset$平面ABC,所以$AA_1\perp BD$,

又$BD\perp AC$,$AA_1\cap AC=A$,所以$BD\perp$平面AA_1C_1C.

又$AE\subset$平面AA_1C_1C,所以$BD\perp AE$.

易知$\triangle AA_1D\backsim\triangle CAE$,则$\angle AA_1D=\angle CAE$,可得$AE\perp A_1D$.又$BD\cap A_1D=D$,所以$AE\perp$平面$A_1BD$.

又$AE\subset$平面BAE,所以平面$BAE\perp$平面A_1BD.

(2)解:设A_1D交AE于点O,过点A作$AF\perp A_1B$于F,连接OF,EF,

由(1)知$AE\perp$平面A_1BD,所以$AE\perp OF$,$AE\perp A_1B$,又$AF\cap AE=A$,所以$A_1B\perp$平面AEF.

又$OF\subset$平面AEF,所以$A_1B\perp OF$,所以$\angle OFA$即为所求二面角的平面角.

在$Rt\triangle AA_1B$中,可得$AF=\sqrt{2}$;在$Rt\triangle AA_1D$中,由$AA_1\cdot AD=A_1D\cdot AO$,得$AO=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

所以在$Rt\triangle AOF$中,可得$OF=\frac{\sqrt{30}}{5}$,

所以$\cos\angle OFA=\frac{OF}{AF}=\frac{\sqrt{15}}{5}$,

即二面角$D-BA_1-A$的余弦值为$\frac{\sqrt{15}}{5}$.

第13期

第3~4版同步周测参考答案

扫码免费下载习题讲解ppt

一、单项选择题

1.D

提示:由已知,可得$n\parallel\alpha$,或$n\subset\alpha$.故选D.

2.C

提示:由直线与平面平行的定义,可知直线l与平面α没有公共点⇔直线l与平面α平行.故选C.

3.D

提示:因为$\alpha\parallel\beta$,则$AC\parallel BD$⇔AC与BD是共面直线⇔A,B,C,D四点共面.故选D.

4.C

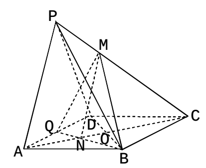
提示:在A中,平面EFG平行于棱柱中AB所在侧面,所以$AB\parallel$平面EFG;在B中,同理可知$AB\parallel$平面EFG;在C中,直线AB与平面EFG相交;在D中,$AB\parallel FG$,$AB\not\subset$平面EFG,$FG\subset$平面EFG,所以$AB\parallel$平面EFG.故选C.

5.C

提示:平面$ADD_1A_1\cap$平面$DEF=DE$,在平面ADD_1A_1内与DE平行的线有无数条,它们都不在平面DEF内,由线面平行的判定定理知它们都与平面DEF平行.故选C.

6.C

提示:如图所示,连接AC交BQ于点N,交BD于点O,连接MN.



(第6题图)

因为$PA\parallel$平面MQB,$PA\subset$平面PAC,平面PAC∩平面MQB=MN,所以$PA\parallel MN$.

所以$\frac{PM}{PC}=\frac{AN}{AC}$,即$t=\frac{AN}{AC}$.在菱形ABCD中,∠BAD=60°,可得△ABD是等边三角形.

又O为BD的中点,Q为AD的中点,所以N为等边△ABD的中心,故$AN=\frac{2}{3}AO=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}AC=\frac{1}{3}AC$.

所以$t=\frac{1}{3}$.故选C.

7.B

提示:分别取C_1D_1,B_1C_1的中点P,Q,连接DP,PQ,BQ,则$AN\parallel DP$,$MN\parallel PQ$,可得平面$BDPQ\parallel$平面AMN,所以四边形BDPQ即为平面α截正方体所得截面.由AB=2,可得$BD=2\sqrt{2}$,$PQ=\sqrt{2}$,$BQ=DP=\sqrt{5}$,则四边形BDPQ是等腰梯形,高$h=\sqrt{DP^2-\left(\frac{BD-PQ}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,所以截面面积$S=\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{9}{2}$.故选B.

8.C

提示:过D作$DN\parallel A_1C_1$,交B_1C_1于点N,连接BN,可得平面$BDN\parallel$平面A_1C,所以动点M的轨迹是线段DN,但不包含点D.故选C.

二、多项选择题

9.ABD

提示:当直线MN与l相交时,满足条件的平面有0个;当直线MN与l异面时,满足条件的平面有1个;当直线MN与l平行时,只要经过MN的平面不经过l,都满足该平面与l平行,即满足条件的平面有无数个.故选ABD.

10.BCD

提示:对于A,α与β可能平行,也可能相交,故A错误;对于B,设直线a⊂α,则a与β无公共点,当a是α内任意直线时,可得α与β无公共点,所以$\alpha\parallel\beta$,故B正确;对于C,两条相交直线同时与α,β平行,即两相交直线确定的平面γ分别与α,β平行,则$\gamma\parallel\alpha$,$\gamma\parallel\beta$,可得$\alpha\parallel\beta$,故C正确;对于D,两条异面直线同时与α,β平行,可在空间找一点分别作两异面直线的平行线,则所作的平行线也分别平行于α,β,可得$\alpha\parallel\beta$,故D正确.故选BCD.

11.AD

提示:对于A,由$A_1B\parallel D_1C$,$A_1B\not\subset$平面ACD_1,可得$A_1B\parallel$平面ACD_1;对于B,由$B_1B\parallel D_1D$,且$D_1D\cap$平面$ACD_1=D_1$,可得B_1B与平面ACD_1不平行;对于C,由A_1D与AD_1相交,可知平面A_1DC_1与平面ACD_1不平行;对于D,由于$A_1B\parallel D_1C$,$C_1B\parallel D_1A$,可得平面$A_1BC_1\parallel$平面ACD_1.故选AD.

12.AC

提示:因为m,n⊄α,m,n⊄β,对于A,由$\alpha\parallel\beta$,$m\parallel\alpha$,得$m\parallel\beta$,又$m\parallel n$,所以$n\parallel\beta$,故A正确;对于B,可得m与n平行或相交或异面,故B错误;对于C,由$\alpha\parallel\beta$,$n\parallel\beta$,得$n\parallel\alpha$,又$m\parallel n$,则$m\parallel\alpha$,故C正确;对于D,可得$\alpha\parallel\beta$或α与β相交,故D错误.故选AC.

三、填空题

13.2

提示:$A_1B_1\parallel$平面BC_1D_1,$CD\parallel$平面BC_1D_1,共2条.

14.2或34

提示:由已知,可得$AC\parallel BD$.若点P在α,β的外部,如图1所示,由已知$\frac{AP}{BP}=\frac{CP}{PD}$,即$\frac{8}{9}=\frac{16}{PD}$,解得PD=18,所以CD=PD-PC=2;若点P在α,β之间,如图2所示,则$\frac{AP}{BP}=\frac{CP}{PD}$,即$\frac{8}{9}=\frac{16}{PD}$,解得PD=18,所以CD=CP+PD=18+16=34.故CD=2或34.

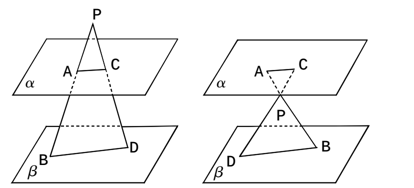


图1　　图2

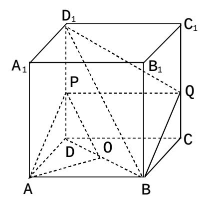
(第14题图)

15.$\frac{m}{n}$

提示:因为$AC\parallel$平面EFGH,AC⊂平面ABC,平面ABC∩平面EFGH=EF,所以$AC\parallel EF$;因为AC⊂平面ACD,平面ACD∩平面EFGH=HG,所以$AC\parallel HG$,可得$EF=HG=\frac{EB}{AB}m$.同理,得$EH=FG=\frac{AE}{AB}n$.又EF=EH,所以$\frac{EB}{AB}m=\frac{AE}{AB}n$,得$\frac{AE}{EB}=\frac{m}{n}$.

16.Q为CC_1的中点

提示:由OP是$\triangle DBD_1$的中位线,得$OP\parallel BD_1$,因为$OP\not\subset$平面D_1BQ,$BD_1\subset$平面D_1BQ,所以$OP\parallel$平面D_1BQ.当Q为CC_1的中点时,连接PQ,则$PQ\parallel AB$,且PQ=AB,所以四边形ABQP是平行四边形,所以$AP\parallel BQ$.因为$AP\not\subset$平面D_1BQ,$BQ\subset$平面D_1BQ,所以$AP\parallel$平面D_1BQ.又OP⊂平面PAO,AP⊂平面PAO,OP∩AP=P,所以平面$D_1BQ\parallel$平面PAO.



(第16题图)

四、解答题

17.证明:连接AC_1交A_1C于点O,连接MO.

因为MO为$\triangle ABC_1$的中位线,所以$MO\parallel BC_1$.

又MO⊂平面MA_1C,$BC_1\not\subset$平面MA_1C,

所以$BC_1\parallel$平面MA_1C.

18.解:(1)$P\in l$,证明如下:

因为$m\subset\alpha$,$n\subset\beta$,$m\cap n=P$,所以$P\in\alpha$,$P\in\beta$,即$P\in\alpha\cap\beta$.又$\alpha\cap\beta=l$,所以$P\in l$.

(2)$m\parallel l$,证明如下:

因为$m\parallel n$,$m\not\subset\beta$,$n\subset\beta$,所以$m\parallel\beta$.又$\alpha\cap\beta=l$,$m\subset\alpha$,所以$m\parallel l$.

19.证明:(1)因为GH是$\triangle A_1B_1C_1$的中位线,

所以$GH\parallel B_1C_1$.

又$BC\parallel B_1C_1$,所以$GH\parallel BC$.

所以B,C,H,G四点共面.

(2)因为E,G分别是AB,A_1B_1的中点,

所以$A_1G\parallel EB$,且$A_1G=EB$,

所以四边形A_1EBG为平行四边形,所以$A_1E\parallel GB$.

又$A_1E\not\subset$平面$BCHG$,$GB\subset$平面$BCHG$,

所以$A_1E\parallel$平面$BCHG$.

20.证明:(1)因为MN是$\triangle PDC$的中位线,所以$MN\parallel PD$.

在平行四边形$ABCD$中,因为N,Q分别为CD,AB的中点,所以$DN\parallel AQ$且$DN=AQ$,

所以四边形$AQND$为平行四边形,所以$NQ\parallel AD$.

又$MN,NQ\not\subset$平面PAD,$PD,AD\subset$平面PAD,所以$MN\parallel$平面PAD,$NQ\parallel$平面PAD.

又MN⊂平面MNQ,NQ⊂平面MNQ,$MN\cap NQ=N$,所以平面$MNQ\parallel$平面PAD.

(2)因为$BC\parallel AD$,$BC\not\subset$平面PAD,$AD\subset$平面PAD,所以$BC\parallel$平面PAD.

又$BC\subset$平面PBC,平面$PBC\cap$平面$PAD=l$,所以$BC\parallel l$.

21.(1)证明:取D_1D的中点G,连接GF,AG,

因为GF是$\triangle D_1DC$的中位线,

所以$GF\parallel DC$,且$GF=\frac{1}{2}DC$.

因为E为AB的中点,所以$AE\parallel DC$,且$AE=\frac{1}{2}DC$.

所以$GF\parallel AE$,且$GF=AE$,所以四边形$AEFG$为平行四边形.

所以$EF\parallel AG$.又$EF\not\subset$平面ADD_1A_1,$AG\subset$平面ADD_1A_1,所以$EF\parallel$平面ADD_1A_1.

(2)解:取CD的中点H,连接AH,GH,在正方形$ABCD$中,E为AB中点,H为CD中点,可得$AE\parallel HC$,且$AE=HC$.所以四边形$AECH$为平行四边形.所以$AH\parallel CE$.

又$AH\not\subset$平面ECD_1,$CE\subset$平面ECD_1,所以$AH\parallel$平面ECD_1.

由(1)知,$EF\parallel AG$,又$AG\not\subset$平面ECD_1,$EF\subset$平面ECD_1,所以$AG\parallel$平面ECD_1.

因为AH⊂平面AGH,AG⊂平面AGH,$AG\cap AH=A$,所以平面$AGH\parallel$平面ECD_1.所以点M必在线段GH上.

所以AM的最小值即为点A到线段GH的距离.

在$\triangle AGH$中,$AG=AH=\sqrt{5}$,$GH=\sqrt{2}$,

所以点A到GH的距离$d=\sqrt{5-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,

即AM的最小值为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

22.解:(1)取PC上靠近C的四等分点为点G,则$EF\parallel$平面ABG,理由如下:

由$\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$,$\frac{PG}{PC}=\frac{3}{4}$,可得$\frac{PF}{PG}=\frac{2}{3}$,因为$\frac{PE}{PB}=\frac{2}{3}$,

所以$\frac{PF}{PG}=\frac{PE}{PB}$,所以$EF\parallel BG$.

又$EF\not\subset$平面ABG,$BG\subset$平面ABG,

所以$EF\parallel$平面ABG.

(2)因为$\frac{PE}{PB}=\frac{2}{3}$,$\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$,所以$FE$与$CB$不平行,延长$FE$与$CB$交于$M$,连接$MA$并延长,与$CD$的延长线交于$N$,连接$FN$,则$FN$与$PD$的交点即为点$H$.

由(1)可得$FG=GC=\frac{1}{4}PC$,则G为CF的中点,由$EF\parallel BG$可得B为MC的中点.

所以$AD=BC=\frac{1}{2}MC$.又$AD\parallel BC$,所以D为CN的中点.

在等腰$\triangle PCD$中,F为PC的中点,取CD的中点K,连接FK,

则$PD=2KF$,$\frac{DH}{KF}=\frac{ND}{NK}=\frac{2}{3}\Rightarrow DH=\frac{2}{3}KF$,所以$PH=PD-DH=\frac{4}{3}KF$.所以$\frac{PH}{PD}=\frac{2}{3}$.

第14期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:直线l在平面α外,记作$l\not\subset\alpha$,直线l与平面β垂直,记作$l\perp\beta$.故选D.

2.C

提示:由平面的垂线的定义可知,在平面α内一定不存在与l_1平行的直线.故选C.

3.B

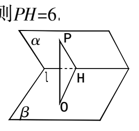
提示:α内有三个点到β的距离相等,则$\alpha//\beta$或α与β相交,充分性不成立;由$\alpha//\beta$,可得α内有三个点到β的距离相等,必要性成立.故选B.

4.D

提示:由已知条件,可得$BE\perp AC$,$DE\perp AC$,因为$BE\cap DE=E$,所以$AC\perp$平面BED.又$AC\subset$平面ABC,所以平面$ABC\perp$平面BED.故选D.

5.A

提示:如图所示,P为二面角$\alpha-l-\beta$的一个面α内的一点,$PO\perp\beta$,$PH\perp l$,则$PH=6$.



(第5题图)

因为$PO\perp\beta$,所以$PO\perp l$,又$PH\perp l$,所以$l\perp$平面POH,所以$l\perp OH$.所以$\angle PHO$为二面角$\alpha-l-\beta$的平面角,$\angle PHO=30°$.在Rt$\triangle POH$中,可得$PO=\frac{1}{2}PH=3$.故选A.

6.C

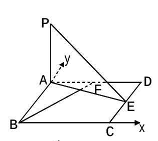
提示:过点P作$PE\perp AB$于E,$PF\perp AC$于F,$PG\perp BC$于G,则$PE=PF=PG$.设点P在平面ABC内的投影为O,连接OE,OF,OG,易证得$OE\perp AB$,$OF\perp AC$,$OG\perp BC$,且Rt$\triangle POE\cong$Rt$\triangle POF\cong$Rt$\triangle POG$,故$OE=OF=OG$,即O到$\triangle ABC$三边距离相等.所以点O是$\triangle ABC$的内心.故选C.

7.C

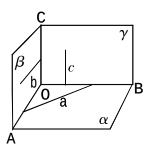
提示:由l,m是平面α外的两条不同直线,得:若$l\perp m$,$m//\alpha$,则$l\perp\alpha$或$l//\alpha$或l与α相交但不垂直,故①②$\nRightarrow$③;若$l\perp\alpha$,$m//\alpha$,则$l\perp m$,故②③$\Rightarrow$①;若$l\perp m$,$l\perp\alpha$,$m\not\subset\alpha$,则$m//\alpha$,故①③$\Rightarrow$②.综上,共可以构成2个正确命题.故选C.

8.D

提示:连接AE.因为$PA\perp$平面$ABCD$,$BF\subset$平面$ABCD$,所以$PA\perp BF$.又$BF\perp PE$,$PE\cap PA=P$,所以$BF\perp$平面PAE,则$BF\perp AE$.在平面$ABCD$内,以B为坐标原点,BC,BA所在直线分别为x,y轴建立如图所示平面直角坐标系,不妨设$AB=1$,则$B(0,0)$,$A(0,1)$,$E\left(2,\frac{1}{2}\right)$,设$AF=x$ $(0\leqslant x\leqslant2)$,则$F(x,1)$,$\overrightarrow{BF}=(x,1)$,$\overrightarrow{AE}=\left(2,-\frac{1}{2}\right)$.由$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}=0$,可得$2x-\frac{1}{2}=0$,解得$x=\frac{1}{4}$.所以$AF=\frac{1}{4}$,$FD=\frac{7}{4}$,则$AF:FD=1:7$.故选D.



(第8题图)



(第9题图)

二、多项选择题

9.ABD

提示:如图所示,平面α,β,γ两两垂直,且$\alpha\cap\beta=OA$,$\alpha\cap\gamma=OB$,$\beta\cap\gamma=OC$.

若a,b,c分别与OA,OB,OC重合,则a,b,c两两相交且垂直,故A,B正确;若a,b,c中有两条直线平行,不妨设$b//c$,因为$b\subset\beta$,$c\subset\gamma$,所以$b//c//OC$,而$a\subset\alpha$,若$OC//a$,则$OC//\alpha$,与$OC\cap\alpha=O$矛盾,所以OC与a不平行,即a,b,c不可能两两平行,故C错误;显然a,b,c可以两两异面,如图所示,故D正确.故选ABD.

10.CD

提示:若一条直线垂直于一个平面内无数条直线,这条直线与这个平面可能平行,也可能相交,相交也不一定垂直,故A错误;若一条直线平行于一个平面,则垂直于这条直线的直线可能在这个平面内,也可能与这个平面平行,也可能相交,相交也不一定垂直,故B错误;若$b\perp\alpha$,则b垂直于α内的所有直线,故b垂直于所有与α平行的直线,而$a//\alpha$,所以$a\perp b$,故C正确;若$a\perp b$,由直线与平面垂直的判定可知,过b有且只有一个平面与a垂直,故D正确.故选CD.

11.BCD

提示:因为$PA\perp$底面ABC,所以$PA\perp AC$,$PA\perp AB$,即$\triangle PAC$与$\triangle PAB$均为直角三角形,下面只需判断$\triangle PBC$与$\triangle ABC$是否是直角三角形.若$AB\perp AC$,设$AB=a$,$AC=b$,$AP=c$,求得$BC=\sqrt{a^2+b^2}$,$PB=\sqrt{a^2+c^2}$,$PC=\sqrt{b^2+c^2}$,可得$\cos\angle PBC=\frac{BC^2+PB^2-PC^2}{2BC\cdot PB}>0$,故$\angle PBC$为锐角,同理可得$\angle PCB$,$\angle BPC$为锐角,则$\triangle PBC$为锐角三角形,故A错误;若$PB\perp BC$,可得$BC\perp$平面$PAB$,所以$AB\perp BC$,故B正确;若$AB\perp BC$,可得$BC\perp$平面$PAB$,所以$BC\perp PB$,故C正确;若$AC\perp BC$,可得$BC\perp$平面$PAC$,所以$BC\perp PC$,故D正确.故选BCD.

12.ABD

提示:取BD中点E,连接AE,CE,则$AE\perp BD$,$CE\perp BD$,所以$BD\perp$平面ACE,所以$AC\perp BD$,故A正确;设折叠前正方形的边长为1,则$BD=\sqrt{2}$,所以$AE=CE=\frac{\sqrt{2}}{2}$,因为二面角A-BD-C是直二面角,所以$AE\perp CE$,所以$AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=1$,又AD=CD=1,所以$\triangle ACD$是等边三角形,故B正确;由$AE\perp BD$,二面角A-BD-C是直二面角,知$AE\perp$平面BCD,所以AB与平面BCD所成的角是$\angle ABE=45°$,故C错误;取BC中点F,AC中点G,连接EF,FG,EG,则$EF//CD$,$FG//AB$,所以$\angle EFG$或其补角为异面直线AB,CD所成的角,在$\triangle EFG$中,$EF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}$,$FG=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$,$EG=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}$,所以$\triangle EFG$是等边三角形,所以$\angle EFG=60°$,故D正确.故选ABD.

三、填空题

13.垂直

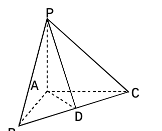
提示:设桌面所在平面为α,由$AB\perp BC$,$AB\perp BE$,且$BC\cap BE=B$,可得$AB\perp$平面BCE,即$AB\perp\alpha$.

14.$A\subsetneqq B\subsetneqq C$

提示:$A=\left\{\alpha\middle|0<\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right\}$,$B=\left\{\alpha\middle|0\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right\}$,$C=\{\alpha|0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$,所以$A\subsetneqq B\subsetneqq C$.

15.$4\sqrt{5}$

提示:如图所示,取BC边的中点D,连接AD,PD,由$AB=AC$,得$AD\perp BC$.因为$PA\perp$平面ABC,所以$PA\perp BC$.又$AD\cap PA=A$,所以$BC\perp$平面PAD,所以$BC\perp PD$,则PD的长即为P到BC的距离.在$\triangle ABC$中,可得$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{6}{2}\right)^2}=4$,则在Rt$\triangle PAD$中,可得$PD=\sqrt{PA^2+AD^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$.



(第15题图)

16.$[2,+\infty)$

提示:因为$PA\perp$平面$ABCD$,$DQ\subset$平面$ABCD$,所以$PA\perp DQ$.又$PQ\perp DQ$,$PA\cap PQ=P$,所以$DQ\perp$平面PAQ.又$AQ\subset$平面PAQ,所以$DQ\perp AQ$.所以点Q是以AD为直径的圆与BC的交点.若在线段BC上至少存在一个点Q满足$PQ\perp DQ$,则$a\geqslant2$.

四、解答题

17.**证明:**因为$EA\perp\alpha$,$EB\perp\beta$,$l\subset\alpha$,$l\subset\beta$,

所以$EA\perp l$,$EB\perp l$.

因为$EA\cap EB=E$,

所以$l\perp$平面EAB.

因为$EA\perp\alpha$,$a\subset\alpha$,所以$a\perp EA$.又$a\perp AB$,$EA\cap AB=A$,所以$a\perp$平面EAB.

所以$a//l$.

18.**证明:**(1)因为$PA\perp AB$,$PA\perp BC$,$AB\cap BC=B$,所以$PA\perp$平面ABC.又$BD\subset$平面ABC,所以$PA\perp BD$.

(2)因为$AB=BC$,D是AC的中点,所以$BD\perp AC$.

由(1)知$PA\perp BD$,又$AC\cap PA=A$,所以$BD\perp$平面PAC.

19.(1)**证明:**因为平面$ABC\perp$平面ABB_1A_1,$AC\perp AB$,平面$ABC\cap$平面$ABB_1A_1=AB$,$AC\subset$平面ABC,所以$AC\perp$平面ABB_1A_1.又$A_1H\subset$平面ABB_1A_1,所以$AC\perp A_1H$.

因为$A_1H\perp BB_1$,$AA_1//BB_1$,所以$A_1H\perp AA_1$.又$AA_1\cap AC=A$,所以$A_1H\perp$平面A_1C_1CA.

(2)**解:**连接C_1H,由(1)知$AC\perp$平面ABB_1A_1,所以$A_1C_1\perp$平面ABB_1A_1,所以$A_1C_1\perp BB_1$,又$A_1H\perp BB_1$,且$A_1C_1\cap A_1H=A_1$,所以$BB_1\perp$平面A_1HC_1,所以$BB_1\perp C_1H$,所以$\angle C_1HA_1$为二面角$A-BB_1-C_1$的平面角.

因为$AC=AB=AA_1=2$,$\angle A_1AB=\frac{\pi}{3}$,

所以$A_1H=\sqrt{3}$,$A_1C_1=2$.

在Rt$\triangle C_1A_1H$中,$\tan\angle C_1HA_1=\frac{A_1C_1}{A_1H}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,

所以二面角$A-BB_1-C_1$的正切值为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

20.(1)**证明:**在$\triangle ADM$中,$AD=BC=1$,$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$,$AM=\frac{1}{2}AB=2$,由余弦定理,得$DM=\sqrt{3}$,

所以$AD^2+DM^2=AM^2$,即$AD\perp DM$,又$AD\perp PD$,$DM\cap PD=D$,所以$AD\perp$平面PDM.

在平行四边形$ABCD$中,有$BC//AD$,所以$BC\perp$平面PDM.又$BC\subset$平面PBC,故平面$PDM\perp$平面PBC.

(2)**解:**分别延长CB,DM使它们相交于点Q,则$Q\in$平面PDM.

由(1)知$BC\perp$平面PDM,即$CQ\perp$平面PDM,因为$MB//CD$且$MB=\frac{1}{2}CD$,所以$CQ=2BC=2$,

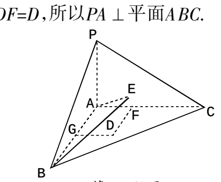
即点C到平面PDM的距离为2,又N是PC中点,所以点N到平面PDM的距离为1.

21.**证明:**(1)在平面ABC内取一点D,作$DF\perp AC$于F,

因为平面$PAC\perp$平面ABC,且平面$PAC\cap$平面$ABC=AC$,所以$DF\perp$平面PAC.

又$PA\subset$平面PAC,所以$DF\perp PA$.作$DG\perp AB$于G,同理可证$DG\perp PA$.

又$DG\cap DF=D$,所以$PA\perp$平面ABC.



(第21题图)

(2)连接BE,AE,因为E是$\triangle PBC$的垂心,所以$PC\perp BE$.

因为E是点A在平面PBC内的投影,所以$AE\perp$平面PBC.

又$PC\subset$平面PBC,所以$AE\perp PC$.因为$BE\cap AE=E$,所以$PC\perp$平面ABE.又$AB\subset$平面ABE,所以$PC\perp AB$.

由(1)知$PA\perp$平面ABC,所以$PA\perp AB$.又$PC\cap PA=P$,所以$AB\perp$平面PAC.

所以$AB\perp AC$,即$\triangle ABC$是直角三角形.

22.(1)**证明:**如图,过点D作$DO\perp AC$于O,连接OB,因为平面$ADFC\perp$平面ABC,平面$ADFC\cap$平面$ABC=AC$,$DO\subset$平面$ADFC$,所以$DO\perp$平面ABC.又$BC\subset$平面ABC,所以$DO\perp BC$.

由$\angle ACD=45°$,$DO\perp AC$,得$CD=\sqrt{2}CO$.由$\angle ACB=45°$,$BC=\frac{1}{2}CD=\frac{\sqrt{2}}{2}CO$,得$BO\perp BC$.

因为$DO\cap BO=O$,所以$BC\perp$平面BDO.又$DB\subset$平面BDO,所以$BC\perp DB$.

由三棱台$DEF-ABC$,得$EF//BC$,所以$EF\perp DB$.

(2)**解:**过点O作$OH\perp BD$于H,连接CH.

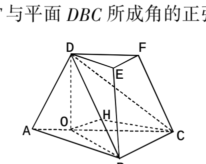
由三棱台$DEF-ABC$,得$DF//CO$,所以DF与平面DBC所成角等于CO与平面DBC所成角.

由(1)知$BC\perp$平面BDO,又$OH\subset$平面BDO,所以$BC\perp OH$.

又因为$BD\cap BC=B$,所以$OH\perp$平面BCD,所以$\angle OCH$为CO与平面DBC所成角.

设$CD=2\sqrt{2}$,由$DO=OC=2$,$BO=BC=\sqrt{2}$,得$BD=\sqrt{6}$,$OH=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,所以$\sin\angle OCH=\frac{OH}{OC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

所以DF与平面DBC所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.



(第22题图)

第15期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示:棱台的侧面展开图含有四个梯形,即该棱台有四个侧面,故是四棱台.故选B.

2.C

提示:该棱柱的侧面积$S=ch=2\times(6+8)\times15=420$.故选C.

3.D

提示:A中底面积相同,但高不同,所以体积不等;B中高度相同,但底面积不同,所以体积不等;C中计算公式不同,所以体积不同.故选D.

4.A

提示:根据题意,可得$2\pi rl=2\pi r^2$,所以$l=r$.故选A.

5.A

提示:三个侧面都是直角边长为$\frac{\sqrt{2}}{2}$的等腰直角三角形,底面是边长为1的等边三角形,故表面积$S=\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times3+\frac{\sqrt{3}}{4}\times1^2=\frac{3+\sqrt{3}}{4}$.故选A.

6.D

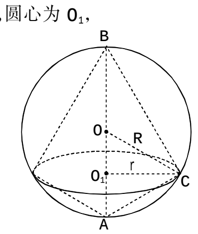
提示:设圆台的母线长为l.由题知,中截面是半径为$\frac{5+R}{2}$的圆面,则$\left[\pi\times\frac{l}{2}\times\left(5+\frac{5+R}{2}\right)\right]:\left[\pi\times\frac{l}{2}\times\left(\frac{5+R}{2}+R\right)\right]=1:2$,解得$R=25$.

7.C

提示:设上底面面积为S,则下底面面积为4S,设高为h,那么$V_{A_1-ABC}=\frac{1}{3}Sh$,$V_{C-A_1B_1C_1}=\frac{4}{3}Sh$,$V_{B-A_1B_1C}=\frac{1}{3}(S+\sqrt{S\times4S}+4S)h-\frac{1}{3}Sh-\frac{4}{3}Sh=\frac{2}{3}Sh$,从而可知选C.

8.B

提示:如图所示,设球O的半径为R,圆锥的底面圆的半径为r,圆心为O_1,



(第8题图)

由题意,得$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{32\pi}{3}$,解得$R=2$,

则球O的直径为4.

又两个圆锥的高之比为1:3,所以$AO_1=1$,$BO_1=3$,

所以$OO_1=R-AO_1=1$.

在Rt$\triangle OO_1C$中,可得$r=O_1C=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

所以这两个圆锥的体积之和$V=\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{3})^2\times(1+3)=4\pi$.故选B.

二、多项选择题

9.AB

提示:若绕一条直角边旋转一周,则形成的几何体是底面半径为1,高为1的圆锥,可得母线长$l=\sqrt{2}$,所以表面积$S=\pi\times1^2+\pi\times1\times\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})\pi$;若绕斜边旋转一周,则形成的几何体是两个同底等高的圆锥对接在一起,且圆锥的底面半径为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,母线长为1,所以表面积$S=2\times\pi\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times1=\sqrt{2}\pi$.故选AB.

10.AD

提示:由已知,可得圆锥的高$h=\sqrt{5^2-4^2}=3$,故圆锥的体积$V=\frac{1}{3}\pi\times4^2\times3=16\pi$,故A正确;圆锥的侧面展开图的圆心角$\theta=\frac{2\pi\times4}{5}=\frac{8\pi}{5}$,故B错误;圆锥的侧面积$S_{侧}=\pi\times4\times5=20\pi$,故C错误;圆锥的轴截面是等腰三角形,顶角的余弦值为$\cos\alpha=\frac{5^2+5^2-8^2}{2\times5\times5}<0$,所以顶角为钝角,所以过圆锥两条母线的截面面积的最大值为$S_{max}=\frac{1}{2}\times5^2\times\sin90°=\frac{25}{2}$,故D正确.故选AD.

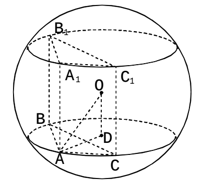
11.AD

提示:$V_{P-EFQ}=\frac{1}{3}S_{\triangle EFQ}\cdot h$,其中$h$为点$P$到$\triangle EFQ$的距离,即点$P$到平面$A_1DCB_1$的距离,显然$h$与$P$在$AD$上的位置有关,即与$t$有关.又$EF=s$,$Q$在$CD$上,且$A_1B_1//CD$,所以点$Q$到$EF$的距离为定值,所以$S_{\triangle EFQ}$与$s$有关,所以四面体$P-EFQ$的体积与$t$,$s$有关,与$m$,$n$无关.故选AD.

12.CD

提示:由题意知,三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$为直三棱柱,设该三棱柱的高为h,球的半径为R,$\triangle ABC$外接圆的圆心为D,半径为r,则$OD=\frac{h}{2}$.设$AB=AC=m$,由$\angle BAC=120°$,得$BC=\sqrt{3}m$,$2r=\frac{BC}{\sin\angle BAC}=2m\Rightarrow r=AD=m$.所以三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧面积为$(AB+AC+BC)\cdot h=(2+\sqrt{3})mh=8+4\sqrt{3}$,得$mh=4$.

在Rt$\triangle ODA$中,有$OA^2=OD^2+AD^2$,即$R^2=\left(\frac{h}{2}\right)^2+m^2$,所以球的表面积$S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{h^2}{4}+m^2\right)\geqslant4\pi\times2\sqrt{\frac{h^2}{4}\cdot m^2}=4\pi mh=16\pi$,当且仅当$m=\frac{h}{2}$时,等号成立.结合选项可知选CD.



(第12题图)

三、填空题

13.$a^2\pi$

提示:由题意,可得圆柱的底面直径为a,母线长为a,所以侧面积$S=\pi\cdot a\cdot a=a^2\pi$.

14.6

提示:设上底面的半径为r,则下底面的半径为$3r$,又母线长为3,侧面积为72π,

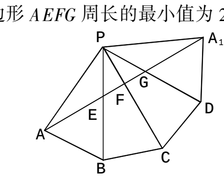
所以$\pi\times(r+3r)\times3=72\pi$,解得$r=6$.

15.26π

提示:将两个相同的斜截圆柱上下对接为一个圆柱,则圆柱的侧面积为斜截圆柱的侧面积的2倍,所以$S=\frac{1}{2}\times2\pi\times2\times(5+8)=26\pi(\text{cm}^2)$.

16.$2\sqrt{3}$

提示:正四棱锥$P-ABCD$的侧面展开图如图所示,则当A,E,F,G四点共线时,空间四边形$AEFG$的周长最小.在$\triangle APA_1$中,$PA=PA_1=2$,$\angle APA_1=4\angle APB=120°$,由余弦定理,得$AA_1=\sqrt{2^2+2^2-2\times2\times2\times\cos120°}=2\sqrt{3}$,所以空间四边形$AEFG$周长的最小值为$2\sqrt{3}$.



(第16题图)

四、解答题

17.**解:**连接AC和BD交于O,连接SO.作$SP\perp AB$于P,连接OP.在Rt$\triangle SOP$中,$SO=\sqrt{7}$ m,$OP=\frac{1}{2}BC=1$m,所以$SP=2\sqrt{2}$ m,则$\triangle SAB$的面积是$\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\text{m}^2)$.

所以四棱锥的侧面积是$4\times2\sqrt{2}=8\sqrt{2}(\text{m}^2)$,即制造这个塔顶需要$8\sqrt{2}\text{ m}^2$铁板.

18.**解:**(1)因为长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的体积是24,$AB=2$,$BC=3$,

所以$2\times3\times AA_1=24$,解得$AA_1=4$.

又E为CC_1的中点,所以$CE=2$.

所以三棱锥$E-BCD$的体积$V=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BCD}\times CE=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times3\times2=2$.

(2)多面体$EDBAA_1B_1C_1D_1$的表面积$S=$长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的表面积$-\triangle BCD$的面积$-\triangle BCE$的面积$-\triangle DCE$的面积$+\triangle BDE$的面积.

因为$S_{长方体}=2\times(2\times3+2\times4+3\times4)=52$,$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times2\times3=3$,$S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}\times3\times2=3$,$S_{\triangle DCE}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$,

又$BE^2=BC^2+CE^2=13$,$BD^2=BC^2+CD^2=13$,$DE^2=CD^2+CE^2=8$,所以$BE=BD$,

所以$S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}DE\cdot\sqrt{BD^2-\left(\frac{DE}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{11}=\sqrt{22}$,所以$S=52-3-3-2+\sqrt{22}=44+\sqrt{22}$.

19.**解:**(1)设球半径为r,则圆柱的高为$2r$,底面圆半径为r,

所以图案中球与圆柱的体积比为$\frac{V_{球}}{V_{圆柱}}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2\cdot2r}=\frac{2}{3}$.

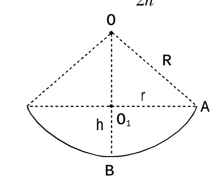
(2)由题意,得圆锥的体积$V=\frac{1}{3}\pi r^2\cdot2r=\frac{2000\pi}{3}(\text{cm}^3)$,又母线长$l=\sqrt{r^2+(2r)^2}=\sqrt{5}r=10\sqrt{5}(\text{cm})$,

所以表面积$S=\pi r^2+\pi rl=100\pi+100\sqrt{5}\pi=100(1+\sqrt{5})\pi(\text{cm}^2)$.

20.**解:**(1)如图所示,O为球心,O_1为球冠底面圆的圆心,O_1A为球冠底面圆的半径,O_1B为球冠的高,

在Rt$\triangle OO_1A$中,$OA^2=OO_1^2+O_1A^2$,

即$R^2=(R-h)^2+r^2$,解得$R=\frac{h^2+r^2}{2h}$.



(第20题图)

(2)由$C=2\pi r=500\pi$,得$r=250$.

由$S=2\pi Rh=2\pi\cdot\frac{h^2+r^2}{2h}\cdot h=65000\pi$,

得$h^2+r^2=65000$,所以$h=50$,$R=\frac{h^2+r^2}{2h}=650$.

所以$\frac{r}{R}=\frac{250}{650}=\frac{5}{13}$,球冠所在球的表面积$S_{球}=4\pi R^2=4\pi\times650^2=1690000\pi$.

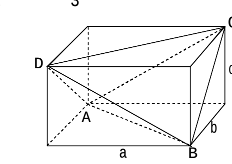
21.**解:**(1)由三视图可知,该几何体是底面为主视图中的直角梯形,高为4的四棱锥,

故其体积$V=\frac{1}{3}\times\frac{(a+4)\times4}{2}\times4=16$,解得$a=2$.

(2)在Rt$\triangle ABD$中,$AB=4\sqrt{2}$,$BD=2$,$AD=6$,过点B作$BH\perp AD$于H,可得$BH=\frac{4\sqrt{2}}{3}$.将Rt$\triangle ABD$绕斜边AD所在直线旋转一周,所得旋转体由两个同底的圆锥构成,圆锥的底面半径为$\frac{4\sqrt{2}}{3}$,母线长分别为$4\sqrt{2}$,2,故该旋转体的表面积为$S=\pi\times\frac{4\sqrt{2}}{3}\times(4\sqrt{2}+2)=\frac{(32+8\sqrt{2})\pi}{3}$.

22.(1)**解:**以四面体的棱长为面对角线构造长方体,设该长方体的棱长分别为a,b,c,

则$\begin{cases}a^2+b^2=5,\\a^2+c^2=13,\\b^2+c^2=10,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\\b=1,\\c=3.\end{cases}$所以该四面体的体积$V=abc-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}abc\times4=\frac{1}{3}abc=2$.



(第22题图)

(2)**证明:**因为$AB=CD$,$AC=BD$,$AD=BC$,所以四面体$ABCD$的四个面为全等三角形,故只需证明一个面为锐角三角形即可.如图所示,以四面体的棱长为面对角线构造长方体,设长方体的长、宽、高分别为a,b,c,则$AB^2=a^2+b^2$,$BC^2=b^2+c^2$,$AC^2=a^2+c^2$,所以$AB^2+BC^2>AC^2$,$AB^2+AC^2>BC^2$,$AC^2+BC^2>AB^2$.

由余弦定理的推论,可得$\cos\angle ABC>0$,$\cos\angle BAC>0$,$\cos\angle ACB>0$,

故$\angle ABC\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$\angle BAC\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$\angle ACB\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,所以$\triangle ABC$为锐角三角形.得证.