## 第 12 期

### 第 3~4 版同步周测参考答案

**一、单项选择题**

1.D

**提示:**获取近年来我国大学生入学人数的相关数据最好是通过查询获得.

2.A

**提示:**调查对象的全体称为总体,故500名学生身高的全体是总体.故选A.

3.B

**提示:**样本中个体的数目即为样本量,所以在此次调查活动中样本量$n$=2×30=60.故选B.

4.B

**提示:**因为抽签时每个签被抽出来的可能性都是相同的,所以搅拌是否均匀对抽签有影响.故选B.

5.B

**提示:**因为各地块间植物覆盖面积差异很大,所以最合理的抽样方法是分层随机抽样.故选B.

6.D

**提示:**根据分层随机抽样的定义可得该小区老龄人数的估计值为$30000\times\frac{150}{120+330+150}$=7500.故选D.

7.C

**提示:**由题意根据集合原理可知,报名插花艺术且报名瑜伽的学员有15+25−30=10(名),所以报名插花艺术且报名瑜伽的学员人数与该艺术机构学员的总数比值的估计值为$\frac{10}{50}$=0.2.故选C.

8.D

**提示:**调查方式是抽样调查,故A不正确;样本是300个成年人,故B不正确;样本中有300−45=255个成年人不吸烟,故成年人中不吸烟的有255个成年人不吸烟,故C不正确;$\frac{45}{300}$×100%=15%,所以本小区约有15%的成年人吸烟,故D正确.故选D.

**二、多项选择题**

9.AC

**提示:**对于选项A,C,总体的容量太大,难以做到普查,故采用抽样调查的方式;对于选项B,因为需要对所有的小朋友进行检查,所以采用普查的方式;对于选项D,店里共有8位店员,数量较少,可采用普查的方式.故选AC.

10.AB

**提示:**由题意知,2000名运动员是总体,故A正确;20名运动员是一个样本,故B正确;样本容量是20,故C错误;每个运动员被抽到的机会相等,故D错误.故选AB.

11.BD

**提示:**总体容量为6+12+18=36,则采用分层随机抽样的比例是$\frac{n}{36}$,故乒乓球运动员应抽取的人数为$\frac{n}{36}$×6=$\frac{n}{6}$,篮球运动员应抽取的人数为$\frac{n}{36}$×12=$\frac{n}{3}$,足球运动员应抽取的人数为$\frac{n}{36}$×18=$\frac{n}{2}$,可知n应为6的倍数,36的约数,结合选项可知选BD.

12.BC

**提示:**根据题意,$n\cdot\frac{2}{2+5+3}$=16,解得$n$=80,故A错误,B正确;样本中$B$型号产品有$80\times\frac{5}{2+5+3}$=40件,故C正确,D错误.故选BC.

**三、填空题**

13.不合理

**提示:**很多残疾人不具有上网条件,因此获取的数据不具有代表性.

14.92%

**提示:**由题意,估计该中学高中部一线科任教师的好评率为$\frac{1}{80+75+80}$×(80×90%+75×92%+80×95%)≈0.92=92%.

15.180

**提示:**设这20人中选修政史类课程的学生人数为$x$,则115$x$+120(20−$x$)=20×119,解得$x$=4.由分层随机抽样的抽样比可知,该校选修政史类课程的学生人数为$\frac{4}{20}$×900=180.

16.①②④

**提示:**①简单随机抽样中被抽取样本的总体的个数有限,正确;②简单随机抽样是从总体中逐个地进行抽取,正确;③简单随机抽样可以放回也可以不放回,错误;④简单随机抽样是一种等可能抽样,即每个个体被抽取的可能性相等,正确.

**四、解答题**

17.**解:**调查结果是片面的.由于学生的身高会随着年龄的增长而增高,故在抽样时应当关注高中各年级学生的身高,并且还要分性别进行抽样.

18.**解:**根据题意,利用抽签法,步骤如下:

(1)将30辆汽车编号,号码是1,2,…,30;

(2)将号码分别写在一张纸条上,揉成团,制成号签;

(3)将得到的号签放入一个不透明的袋子中,并搅拌均匀;

(4)从袋子中依次抽取3个号签,并记录上面的编号,所得号码对应的3辆汽车就是要抽取的对象.

19.**解:**(1)根据题意,第二批次女教职工人数占总人数的比例为$\frac{x}{900}$=16%,解得$x$=144.

(2)第三批次的人数为$y+z$=900−(196+204+144+156)=200,故在第三批次中抽取教职工人数为54×$\frac{200}{900}$=12.

20.**解:**(1)案例一数量少,采用简单随机抽样较为合适;案例二员工收入差距明显,采用分层随机抽样较为合适.

(2)对于案例二,抽样过程如下:

①分层,将总体分为高级职称、中级职称、初级职称及其余人员四层;

②确定抽样比例$k=\frac{40}{800}=\frac{1}{20}$;

③按抽样比例确定各层样本数分别为160×$\frac{1}{20}$=8,320×$\frac{1}{20}$=16,200×$\frac{1}{20}$=10,120×$\frac{1}{20}$=6;

④按简单随机抽样方式在各层确定相应的样本;

⑤汇总构成一个容量为40的样本.

21.**解:**(1)各年龄段的身体状况差异比较明显,所以要抽取40人调查身体状况,应按年龄进行分层随机抽样,从老年人中抽取200×$\frac{40}{2000}$=4人,从中年人中抽取600×$\frac{40}{2000}$=12人,从青年人中抽取1200×$\frac{40}{2000}$=24人.

(2)要开一个讨论单位发展与薪金调整方面的座谈会,应按部门进行分层随机抽样,从管理部门抽取160×$\frac{25}{2000}$=2人,从技术开发部门抽取320×$\frac{25}{2000}$=4人,从营销部门抽取480×$\frac{25}{2000}$=6人,从生产部门抽取1040×$\frac{25}{2000}$=13人.

(3)要调查对北京冬奥会举办情况的了解,应按年龄进行分层随机抽样,从老年人中抽取200×$\frac{20}{2000}$=2人,从中年人中抽取600×$\frac{20}{2000}$=6人,从青年人中抽取1200×$\frac{20}{2000}$=12人.

22.**解:**(1)由于这次活动对教职员工、初中生和高中生产生的影响不会相同,所以应当采取分层随机抽样的方法进行抽样.因为样本容量$n$=120,总体数量为500+3000+4000=7500,所以抽样比为$\frac{120}{7500}=\frac{2}{125}$.所以在教职员工、初中生、高中生中抽取的个体数分别500×$\frac{2}{125}$=8,3000×$\frac{2}{125}$=48,4000×$\frac{2}{125}$=64.分层随机抽样的步骤是:

①分层:分为教职员工、初中生、高中生,共三层.

②确定每层抽取个体的个数:在教职员工、初中生、高中生中抽取的个体数分别是8,48,64.

③各层分别按简单随机抽样的方法抽取样本.

④综合每层抽样,组成样本.

这样便完成了整个抽样过程,得到比较客观的评价结论.

(2)由于简单随机抽样有两种方法:抽签法和随机数法,如果用抽签法,要做3000个号签,费时费力,因此采用随机数法抽取样本,步骤是:

①编号:将3000份答卷都编上号码:1,2,3,…,3000.

②用随机数工具产生1~3000范围内的整数随机数,如果生成的随机数有重复,则剔除重复的编号并重新产生随机数,这样一直到取满48个不同号码为止.

③按照得到的编号找到相应答卷,组成样本.





扫码免费下载习题讲解 ppt

## 第 9 期

### 第3~4版同步周测参考答案

**一、单项选择题**

1.A

**提示:**由平行线的传递性,可知a∥d,故选A.

2.C

**提示:**由直线与平面平行的定义,可知直线l与平面$\alpha$没有公共点⇔直线l与平面$\alpha$平行,故选C.

3.D

**提示:**因为$\alpha$∥$\beta$,则AC∥BD⇔AC与BD是共面直线⇔A,B,C,D四点共面.故选D.

4.C

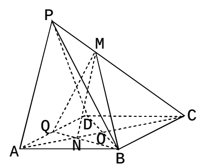
**提示:**根据与一个平面相交的直线和这个平面内不经过交点的直线是异面直线,可判定A,B,D中EF与MN是异面直线;C中,设EF所在侧面与MN所在侧面交于PQ,若EF∥PQ,MN∥PQ,则EF∥MN.故选C.

5.C

**提示:**平面$ADD_1A_1$∩平面DEF=DE,在平面$ADD_1A_1$内与DE平行的线有无数条,它们都不在平面DEF内,由线面平行的判定定理知它们都与平面DEF平行.故选C.

6.C

**提示:**如图所示,连接AC交BQ于点N,交BD于点O,连接MN.



(第 6 题图)

因为PA∥平面MQB,PA⊂平面PAC,平面PAC∩平面MQB=MN,所以PA∥MN.

所以$\frac{PM}{PC}=\frac{AN}{AC}$,即t=$\frac{AN}{AC}$.在菱形ABCD中,∠BAD=60°,可得△ABD是等边三角形.

又O为BD的中点,Q为AD的中点,所以N为等边△ABD的中心,故AN=$\frac{2}{3}$AO=$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$AC=$\frac{1}{3}$AC.

所以t=$\frac{1}{3}$.故选C.

7.B

**提示:**分别取$C_1D_1$,$B_1C_1$的中点P,Q,连接DP,PQ,BQ,则AN∥DP,MN∥PQ,可得平面BDPQ∥平面AMN,所以四边形BDPQ即为平面$\alpha$截正方体所得截面.由AB=2,可得BD=$2\sqrt{2}$,PQ=$\sqrt{2}$,BQ=DP=$\sqrt{5}$,则四边形BDPQ是等腰梯形,高$h=\sqrt{DP^2-\left(\frac{BD-PQ}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,所以截面面积S=$\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{9}{2}$.故选B.

8.C

**提示:**过D作DN∥$A_1C_1$,交$B_1C_1$于点N,连接BN,可得平面BDN∥平面$A_1C$,所以动点M的轨迹是线段DN,但不包含点D.故选C.

**二、多项选择题**

9.ABD

**提示:**当直线MN与l相交时,满足条件的平面有0个;当直线MN与l异面时,满足条件的平面有1个;当直线MN与l平行时,只要经过MN的平面不经过l,都满足该平面与l平行,即满足条件的平面有无数个.故选ABD.

10.ABC

**提示:**由MQ,NP分别是△ABD,△CBD的中位线,易知MQ∥BD∥NP,且MQ=$\frac{1}{2}$BD=NP,所以M,N,P,Q四点共面,四边形MNPQ为平行四边形,故A正确,D错误;由ME,EQ分别是△ABC,△ACD的中位线,得ME∥BC,EQ∥CD,根据等角定理,知∠QME=∠CBD,∠MEQ=∠BCD,所以△BCD∽△MEQ,故B,C正确.故选ABC.

11.AD

**提示:**对于A,由$A_1B$∥$D_1C$,$A_1B$⊄平面$ACD_1$,可得$A_1B$∥平面$ACD_1$;对于B,由$B_1B$∥$D_1D$,且$D_1D$∩平面$ACD_1$=$D_1$,可得$B_1B$与平面$ACD_1$不平行;对于C,由$A_1D$与$AD_1$相交,可知平面$A_1DC_1$与平面$ACD_1$不平行;对于D,由于$A_1B$∥$D_1C$,$C_1B$∥$D_1A$,可得平面$A_1BC_1$∥平面$ACD_1$.故选AD.

12.AC

**提示:**因为m,n⊄$\alpha$,m,n⊄$\beta$,对于A,由$\alpha$∥$\beta$,m∥$\alpha$,得m∥$\beta$,又m∥n,所以n∥$\beta$,故A正确;对于B,可得m与n平行或相交或异面,故B错误;对于C,由$\alpha$∥$\beta$,n∥$\beta$,得n∥$\alpha$,又m∥n,则m∥$\alpha$,故C正确;对于D,可得$\alpha$∥$\beta$或$\alpha$与$\beta$相交,故D错误.故选AC.

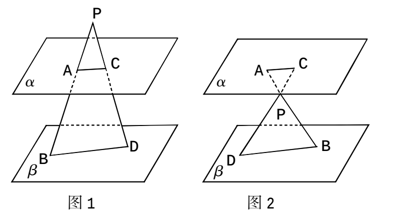
**三、填空题**

13.40°或140°

**提示:**由等角定理可知,∠A与∠B相等或互补,所以∠B=40°或140°.

14.2或34

**提示:**由已知,可得AC∥BD.若点P在$\alpha$,$\beta$的外部,如图1所示,可得$\frac{AP}{BP}=\frac{CP}{PD}$,即$\frac{8}{9}=\frac{16}{PD}$,解得PD=18,所以CD=PD-PC=2;若点P在$\alpha$,$\beta$之间,如图2所示,则$\frac{AP}{BP}=\frac{CP}{PD}$,即$\frac{8}{9}=\frac{16}{PD}$,解得PD=18,所以CD=CP+PD=18+16=34.故CD=2或34.



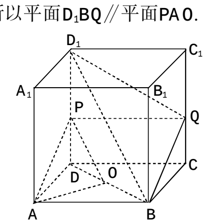
(第 14 题图)

15.$\frac{m}{n}$

**提示:**因为AC∥平面EFGH,AC⊂平面ABC,平面ABC∩平面EFGH=EF,所以AC∥EF;因为AC⊂平面ACD,平面ACD∩平面EFGH=HG,所以AC∥HG,可得EF=HG=$\frac{EB}{AB}$m.同理,得EH=FG=$\frac{AE}{AB}$n.又EF=EH,所以$\frac{EB}{AB}$m=$\frac{AE}{AB}$n,得$\frac{AE}{EB}=\frac{m}{n}$.

16.Q为$CC_1$的中点

**提示:**由OP是△$DBD_1$的中位线,得OP∥$BD_1$,因为OP⊄平面$D_1BQ$,$BD_1$⊂平面$D_1BQ$,所以OP∥平面$D_1BQ$.当Q为$CC_1$的中点时,连接PQ,则PQ∥AB,且PQ=AB,所以四边形ABQP是平行四边形,所以AP∥BQ.因为AP⊄平面$D_1BQ$,BQ⊂平面$D_1BQ$,所以AP∥平面$D_1BQ$.又OP∩AP=P,所以平面$D_1BQ$∥平面PAO.



(第 16 题图)

**四、解答题**

17.**解:**(1)$MN$∥$BD$.理由如下:

连接$AM$,$AN$并延长,分别与$BC$,$CD$交于点$E$,$F$,连接$EF$.

因为$M$,$N$分别是△$ABC$和△$ACD$的重心,所以$AM$:$ME$=$AN$:$NF$=2:1,$E$,$F$分别为$BC$,$CD$的中点.

所以$MN$∥$EF$,$EF$∥$BD$.所以$MN$∥$BD$.

(2)由(1)可知$EF=\frac{1}{2}BD$=3,所以$MN=\frac{2}{3}EF$=2.

18.**解:**(1)$P\in l$,证明如下:

因为$m\subset\alpha$,$n\subset\beta$,$m\cap n=P$,所以$P\in\alpha$,$P\in\beta$,即$P\in\alpha\cap\beta$.又$\alpha\cap\beta=l$,所以$P\in l$.

(2)$m$∥$l$,证明如下:

因为$m$∥$n$,$m\not\subset\beta$,$n\subset\beta$,所以$m$∥$\beta$.又$\alpha\cap\beta=l$,$m\subset\alpha$,所以$m$∥$l$.

19.**证明:**(1)因为$GH$是△$A_1B_1C_1$的中位线,

所以$GH$∥$B_1C_1$.

又$BC$∥$B_1C_1$,所以$GH$∥$BC$.

所以$B$,$C$,$H$,$G$四点共面.

(2)因为$E$,$G$分别是$AB$,$A_1B_1$的中点,

所以$A_1G$∥$EB$,且$A_1G$=$EB$,

所以四边形$A_1EBG$为平行四边形,所以$A_1E$∥$GB$.

又$A_1E$⊄平面$BCHG$,$GB$⊂平面$BCHG$,

所以$A_1E$∥平面$BCHG$.

20.**证明:**(1)因为$MN$是△$PDC$的中位线,所以$MN$∥$PD$.

在平行四边形$ABCD$中,因为$N$,$Q$分别为$CD$,$AB$的中点,所以$DN$∥$AQ$且$DN$=$AQ$,

所以四边形$AQND$为平行四边形,所以$NQ$∥$AD$.

又$MN$,$NQ$⊄平面$PAD$,$PD$,$AD$⊂平面$PAD$,所以$MN$∥平面$PAD$,$NQ$∥平面$PAD$.

又$MN\cap NQ=N$,所以平面$MNQ$∥平面$PAD$.

(2)因为$BC$∥$AD$,$BC$⊄平面$PAD$,$AD$⊂平面$PAD$,所以$BC$∥平面$PAD$.

又$BC$⊂平面$PBC$,平面$PBC$∩平面$PAD$=$l$,所以$BC$∥$l$.

21.(1)**证明:**取$D_1D$的中点$G$,连接$GF$,$AG$,

因为$GF$是△$D_1DC$的中位线,

所以$GF$∥$DC$,且$GF=\frac{1}{2}DC$.

因为$E$为$AB$的中点,所以$AE$∥$DC$,且$AE=\frac{1}{2}DC$.

所以$GF$∥$AE$,且$GF$=$AE$.所以四边形$AEFG$为平行四边形.

所以$EF$∥$AG$.又$EF$⊄平面$ADD_1A_1$,$AG$⊂平面$ADD_1A_1$,所以$EF$∥平面$ADD_1A_1$.

(2)**解:**取$CD$的中点$H$,连接$AH$,$GH$,在正方形$ABCD$中,$E$为$AB$中点,$H$为$CD$中点,可得$AE$∥$HC$,且$AE$=$HC$.所以四边形$AECH$为平行四边形.所以$AH$∥$CE$.

又$AH$⊄平面$ECD_1$,$CE$⊂平面$ECD_1$,所以$AH$∥平面$ECD_1$.

由(1)知,$EF$∥$AG$,又$AG$⊄平面$ECD_1$,$EF$⊂平面$ECD_1$,所以$AG$∥平面$ECD_1$.

因为$AG\cap AH=A$,所以平面$AGH$∥平面$ECD_1$.所以点$M$必在线段$GH$上.

所以$AM$的最小值即为点$A$到线段$GH$的距离.

在△$AGH$中,$AG=AH=\sqrt{5}$,$GH=\sqrt{2}$,

所以点$A$到$GH$的距离$d=\sqrt{5-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,

即$AM$的最小值为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

22.**解:**(1)取$PC$上靠近点$C$的四等分点为点$G$,则$EF$∥平面$ABG$,理由如下:

由$\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$,$\frac{PG}{PC}=\frac{3}{4}$,可得$\frac{PF}{PG}=\frac{2}{3}$,因为$\frac{PE}{PB}=\frac{2}{3}$,所以$\frac{PF}{PG}=\frac{PE}{PB}$,所以$EF$∥$BG$.

又$EF$⊄平面$ABG$,$BG$⊂平面$ABG$,

所以$EF$∥平面$ABG$.

(2)因为$\frac{PE}{PB}=\frac{2}{3}$,$\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$,所以$FE$与$CB$不平行,延长$FE$与$CB$交于$M$,连接$MA$并延长,与$CD$的延长线交于$N$,连接$FN$,则$FN$与$PD$的交点即为点$H$.

由(1)可得$FG=GC=\frac{1}{4}PC$,则$G$为$CF$的中点,由$EF$∥$BG$,可得$B$为$MC$的中点.

所以$AD=BC=\frac{1}{2}MC$.又$AD$∥$BC$,所以$D$为$CN$的中点.

在等腰△$PCD$中,$F$为$PC$的中点,取$CD$的中点$K$,连接$FK$,

则$PD=2KF$,$\frac{DH}{KF}=\frac{ND}{NK}=\frac{2}{3}\Rightarrow DH=\frac{2}{3}KF$,所以$PH=PD-DH=\frac{4}{3}KF$.所以$\frac{PH}{PD}=\frac{2}{3}$.

# 第 10 期

## 第 3~4 版同步周测参考答案

### 一、单项选择题

1.D

**提示**:由 $AA_1 \parallel BB_1$,可知 $\angle B_1BC_1=45°$ 为异面直线 $AA_1$ 与 $BC_1$ 所成的角,则 $AA_1$ 与 $BC_1$ 不垂直,故A错误;$BC$ 与 $BC_1$ 相交,不是异面直线,故B错误;由 $A_1D_1 \parallel B_1C_1$,可知 $\angle B_1C_1B=45°$ 为异面直线 $A_1D_1$ 与 $BC_1$ 所成的角,则 $A_1D_1$ 与 $BC_1$ 不垂直,故C错误;$CD$ 与 $BC_1$ 异面,因为 $CD\perp$ 平面 $BCC_1B_1$,$BC_1\subset$ 平面 $BCC_1B_1$,所以 $CD\perp BC_1$,故选项D正确.故选D.

2.C

**提示**:由平面的垂线的定义可知,在平面 $\alpha$ 内一定不存在与 $l_1$ 平行的直线.故选C.

3.B

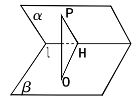
**提示**:$\alpha$ 内有三个点到 $\beta$ 的距离相等,则 $\alpha\parallel\beta$ 或 $\alpha$ 与 $\beta$ 相交,充分性不成立;由 $\alpha\parallel\beta$,可得 $\alpha$ 内有三个点到 $\beta$ 的距离相等,必要性成立.故选B.

4.D

**提示**:由已知条件,可得 $BE\perp AC$,$DE\perp AC$,因为 $BE\cap DE=E$,所以 $AC\perp$ 平面 $BED$.又 $AC\subset$ 平面 $ABC$,所以平面 $ABC\perp$ 平面 $BED$.故选D.

5.A

**提示**:如图所示,$P$ 为二面角 $\alpha-l-\beta$ 的一个面 $\alpha$ 内的一点,$PO\perp\beta$,$PH\perp l$,则 $PH=6$.



(第 5 题图)

因为 $PO\perp\beta$,所以 $PO\perp l$,又 $PH\perp l$,所以 $l\perp$ 平面 $POH$,所以 $l\perp OH$.所以 $\angle PHO$ 为二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角,$\angle PHO=30°$.在 $\mathrm{Rt}\triangle POH$ 中,可得 $PO=\frac{1}{2}PH=3$.故选A.

6.C

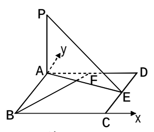
**提示**:过点 $P$ 作 $PE\perp AB$ 于 $E$,$PF\perp AC$ 于 $F$,$PG\perp BC$ 于 $G$,则 $PE=PF=PG$.设点 $P$ 在平面 $ABC$ 内的射影为 $O$,连接 $OE$,$OF$,$OG$,易证得 $OE\perp AB$,$OF\perp AC$,$OG\perp BC$,且 $\mathrm{Rt}\triangle POE\cong\mathrm{Rt}\triangle POF\cong\mathrm{Rt}\triangle POG$,故 $OE=OF=OG$,即O到 $\triangle ABC$ 三边距离相等.所以点 $O$ 是 $\triangle ABC$ 的内心.故选C.

7.C

**提示**:由 $l$,$m$ 是平面 $\alpha$ 外的两条不同直线,得:若 $l\perp m$,$m\parallel\alpha$,则 $l\perp\alpha$ 或 $l\parallel\alpha$ 或 $l$ 与 $\alpha$ 相交但不垂直,故①②$\nRightarrow$③;若 $l\perp\alpha$,$m\parallel\alpha$,则 $l\perp m$,故②③$\Rightarrow$①;若 $l\perp m$,$l\perp\alpha$,$m\not\subset\alpha$,则 $m\parallel\alpha$,故①③$\Rightarrow$②.综上,共可以构成2个正确命题.故选C.

8.D

**提示**:连接 $AE$.因为 $PA\perp$ 平面 $ABCD$,$BF\subset$ 平面 $ABCD$,所以 $PA\perp BF$.又 $BF\perp PE$,$PE\cap PA=P$,所以 $BF\perp$ 平面 $PAE$,则 $BF\perp AE$.在平面 $ABCD$ 内,以 $B$ 为坐标原点,$BC$,$BA$ 所在直线分别为 $x$,$y$ 轴建立如图所示平面直角坐标系,不妨设 $AB=1$,则 $B(0,0)$,$A(0,1)$,$E\left(2,\frac{1}{2}\right)$,设 $AF=x$ $(0\leqslant x\leqslant 2)$,则 $F(x,1)$,$\overrightarrow{BF}=(x,1)$,$\overrightarrow{AE}=\left(2,-\frac{1}{2}\right)$.由 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}=0$,可得 $2x-\frac{1}{2}=0$,解得 $x=\frac{1}{4}$.所以 $AF=\frac{1}{4}$,$FD=\frac{7}{4}$,则 $AF:FD=1:7$.故选D.



(第 8 题图)

### 二、多项选择题

9.ABC

**提示**:在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AA_1\perp AD$,$DD_1\perp AD$,$AA_1\parallel DD_1$,故A正确;$AA_1\perp AD$,$AA_1\perp A_1B_1$,$AA_1$ 与 $C_1D_1$ 是异面直线,故B正确;$AA_1$ 与 $C_1D_1$ 是异面直线,故C正确;垂直于同一条直线的两条直线不能重合,故D错误.故选ABC.

10.CD

**提示**:若一条直线垂直于一个平面内无数条直线,这条直线与这个平面可能平行,也可能相交,相交也不一定垂直,故A错误;若一条直线平行于一个平面,则垂直于这条直线的直线可能在这个平面内,也可能与这个平面平行,也可能相交,相交也不一定垂直,故B错误;若 $b\perp\alpha$,则 $b$ 垂直于 $\alpha$ 内的所有直线,故 $b$ 垂直于与 $\alpha$ 平行的直线,而 $a\parallel\alpha$,所以 $a\perp b$,故C正确;若 $a\perp b$,由直线与平面垂直的判定可知,过 $b$ 有且只有一个平面与 $a$ 垂直,故D正确.故选CD.

11.BCD

**提示**:因为 $PA\perp$ 底面 $ABC$,所以 $PA\perp AC$,$PA\perp AB$,即 $\triangle PAC$ 与 $\triangle PAB$ 均为直角三角形,下面只需判断 $\triangle PBC$ 与 $\triangle ABC$ 是否是直角三角形.若 $AB\perp AC$,设 $AB=a$,$AC=b$,$AP=c$,求得 $BC=\sqrt{a^2+b^2}$,$PB=\sqrt{a^2+c^2}$,$PC=\sqrt{b^2+c^2}$,可得 $\cos\angle PBC=\frac{BC^2+PB^2-PC^2}{2BC\cdot PB}>0$,故 $\angle PBC$ 为锐角,同理可得 $\angle PCB$,$\angle BPC$ 为锐角,则 $\triangle PBC$ 为锐角三角形,故A错误;若 $PB\perp BC$,可得 $BC\perp$ 平面 $PAB$,所以 $AB\perp BC$,故B正确;若 $AB\perp BC$,可得 $BC\perp$ 平面 $PAB$,所以 $BC\perp PB$,故C正确;若 $AC\perp BC$,可得 $BC\perp$ 平面 $PAC$,所以 $BC\perp PC$,故D正确.故选BCD.

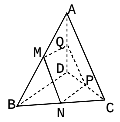
12.ABD

**提示**:取 $BD$ 中点 $E$,连接 $AE$,$CE$,则 $AE\perp BD$,$CE\perp BD$,所以 $BD\perp$ 平面 $ACE$,所以 $AC\perp BD$,故A正确;设折叠前正方形的边长为1,则 $BD=\sqrt{2}$,所以 $AE=CE=\frac{\sqrt{2}}{2}$,因为二面角 $A-BD-C$ 是直二面角,所以 $AE\perp CE$,所以 $AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=1$,又 $AD=CD=1$,所以 $\triangle ACD$ 是等边三角形,故B正确;由 $AE\perp BD$,二面角 $A-BD-C$ 是直二面角,知 $AE\perp$ 平面 $BCD$,所以 $AB$ 与平面 $BCD$ 所成的角是 $\angle ABE=45°$,故C错误;取 $BC$ 中点 $F$,$AC$ 中点 $G$,连接 $EF$,$FG$,$EG$,则 $EF\parallel CD$,$FG\parallel AB$,所以 $\angle EFG$ 或其补角为异面直线 $AB$,$CD$ 所成的角,在 $\triangle EFG$ 中,$EF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}$,$FG=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$,$EG=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}$,所以 $\triangle EFG$ 是等边三角形,所以 $\angle EFG=60°$,故D正确.故选ABD.

### 三、填空题

13.矩形

**提示**:如图所示.因为 $M$,$N$,$P$,$Q$ 分别是空间四边形 $ABCD$ 四条边的中点,所以 $MN\parallel AC$,且 $MN=\frac{1}{2}AC$,$PQ\parallel AC$,且 $PQ=\frac{1}{2}AC$,所以 $MN\parallel PQ$,且 $MN=PQ$.所以四边形 $MNPQ$ 是平行四边形.又 $BD\parallel MQ$,$AC\perp BD$,所以 $MN\perp MQ$,所以平行四边形 $MNPQ$ 是矩形.



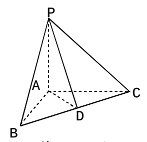
(第 13 题图)

14.$A\subsetneqq B\subsetneqq C$

**提示**:$A=\left\{\alpha\,\middle|\,0<\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right\}$,$B=\left\{\alpha\,\middle|\,0\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right\}$,$C=\{\alpha\mid 0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$,所以 $A\subsetneqq B\subsetneqq C$.

15.$4\sqrt{5}$

**提示**:如图所示,取 $BC$ 边的中点 $D$,连接 $AD$,$PD$,由 $AB=AC$,得 $AD\perp BC$.因为 $PA\perp$ 平面 $ABC$,所以 $PA\perp BC$.又 $AD\cap PA=A$,所以 $BC\perp$ 平面 $PAD$,所以 $BC\perp PD$,则 $PD$ 的长即为 $P$ 到 $BC$ 的距离.在 $\triangle ABC$ 中,可得 $AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{6}{2}\right)^2}=4$,则在 $\mathrm{Rt}\triangle PAD$ 中,可得 $PD=\sqrt{PA^2+AD^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$.



(第 15 题图)

16.$[2,+\infty)$

**提示**:因为 $PA\perp$ 平面 $ABCD$,$DQ\subset$ 平面 $ABCD$,所以 $PA\perp DQ$.又 $PQ\perp DQ$,$PA\cap PQ=P$,所以 $DQ\perp$ 平面 $PAQ$.又 $AQ\subset$ 平面 $PAQ$,所以 $DQ\perp AQ$.所以点 $Q$ 是以 $AD$ 为直径的圆与 $BC$ 的交点.若在线段 $BC$ 上至少存在一个点 $Q$ 满足 $PQ\perp DQ$,则 $a\geqslant 2$.

### 四、解答题

17.(1)**证明**:连接 $B_1C$ 交 $BC_1$ 于点 $E$,连接 $DE$,则 $DE$ 是 $\triangle AB_1C$ 的中位线,所以 $DE\parallel AB_1$.

又 $DE\subset$ 平面 $C_1DB$,$AB_1\not\subset$ 平面 $C_1DB$,所以 $AB_1\parallel$ 平面 $C_1DB$.

(2)**解**:由(1)知 $DE\parallel AB_1$,所以 $\angle DEB$ 或其补角为异面直线 $AB_1$ 与 $BC_1$ 所成的角.

在 $\triangle DEB$ 中,$DE=\frac{1}{2}AB_1=5$,$BD=4\sqrt{3}$,$BE=5$,

所以 $\cos\angle DEB=\frac{DE^2+BE^2-BD^2}{2DE\cdot BE}=\frac{1}{25}$.

故异面直线 $AB_1$ 与 $BC_1$ 所成角的余弦值为 $\frac{1}{25}$.

18.**证明**:(1)因为 $PA\perp AB$,$PA\perp BC$,$AB\cap BC=B$,所以 $PA\perp$ 平面 $ABC$.又 $BD\subset$ 平面 $ABC$,所以 $PA\perp BD$.

(2)因为 $AB=BC$,$D$ 是 $AC$ 的中点,所以 $BD\perp AC$.

由(1)知 $PA\perp BD$,又 $AC\cap PA=A$,所以 $BD\perp$ 平面 $PAC$.

19.(1)**证明**:因为平面 $ABC\perp$ 平面 $ABB_1A_1$,$AC\perp AB$,平面 $ABC\cap$ 平面 $ABB_1A_1=AB$,$AC\subset$ 平面 $ABC$,所以 $AC\perp$ 平面 $ABB_1A_1$.又 $A_1H\subset$ 平面 $ABB_1A_1$,所以 $AC\perp A_1H$.

因为 $A_1H\perp BB_1$,$AA_1\parallel BB_1$,所以 $A_1H\perp AA_1$.又 $AA_1\cap AC=A$,所以 $A_1H\perp$ 平面 $A_1C_1CA$.

(2)连接 $C_1H$,由(1)知 $AC\perp$ 平面 $ABB_1A_1$,所以 $A_1C_1\perp$ 平面 $ABB_1A_1$,所以 $A_1C_1\perp BB_1$,又 $A_1H\perp BB_1$,且 $A_1C_1\cap A_1H=A_1$,所以 $BB_1\perp$ 平面 $A_1HC_1$,所以 $BB_1\perp C_1H$,所以 $\angle C_1HA_1$ 为二面角 $A-BB_1-C_1$ 的平面角.

因为 $AC=AB=AA_1=2$,$\angle A_1AB=\frac{\pi}{3}$,所以 $A_1H=\sqrt{3}$,$A_1C_1=2$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle C_1A_1H$ 中,$\tan\angle C_1HA_1=\frac{A_1C_1}{A_1H}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,

所以二面角 $A-BB_1-C_1$ 的正切值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

20.(1)**解**:在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$BB_1\perp A_1B_1$,又 $BF\perp A_1B_1$,$BB_1\cap BF=B$,所以 $A_1B_1\perp$ 平面 $BCC_1B_1$.

因为 $AB\parallel A_1B_1$,所以 $AB\perp$ 平面 $BCC_1B_1$.

所以 $AB\perp BC$.

又 $E$,$F$ 分别为 $AC$ 和 $CC_1$ 的中点,所以 $S_{\triangle EBC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times2\times2=1$,$CF=\frac{1}{2}CC_1$,又侧面 $AA_1B_1B$ 为正方形,所以 $CC_1=AA_1=AB=2$,所以 $CF=1$.

所以三棱锥 $F-EBC$ 的体积 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle EBC}\cdot CF=\frac{1}{3}\times1\times1=\frac{1}{3}$.

(2)**证明**:取 $BC$ 中点 $G$,连接 $A_1E$,$EG$,$B_1G$,因为 $EG$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,所以 $EG\parallel AB\parallel A_1B_1$,所以 $A_1$,$E$,$G$,$B_1$ 四点共面.

因为 $\tan\angle CBF=\frac{CF}{BC}=\frac{1}{2}$,$\tan\angle BB_1G=\frac{BG}{BB_1}=\frac{1}{2}$,且这两个角都是锐角,所以 $\angle CBF=\angle BB_1G$.

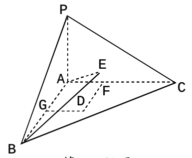
设 $BF\cap B_1G=H$,则 $\angle BHB_1=\angle BGB_1+\angle CBF=\angle BGB_1+\angle BB_1G=90°$,所以 $BF\perp B_1G$.

又 $BF\perp A_1B_1$,$A_1B_1\cap B_1G=B_1$,所以 $BF\perp$ 平面 $A_1EGB_1$.因为 $DE\subset$ 平面 $A_1EGB_1$,所以 $BF\perp DE$.

21.**证明**:(1)在平面 $ABC$ 内取一点 $D$,作 $DF\perp AC$ 于 $F$,因为平面 $PAC\perp$ 平面 $ABC$,且平面 $PAC\cap$ 平面 $ABC=AC$,所以 $DF\perp$ 平面 $PAC$.

又 $PA\subset$ 平面 $PAC$,所以 $DF\perp PA$.作 $DG\perp AB$ 于 $G$,同理可证 $DG\perp PA$.

又 $DG\cap DF=D$,所以 $PA\perp$ 平面 $ABC$.



(第 21 题图)

(2)连接 $BE$,$AE$,因为 $E$ 是 $\triangle PBC$ 的垂心,所以 $PC\perp BE$.

因为 $E$ 是点 $A$ 在平面 $PBC$ 内的射影,所以 $AE\perp$ 平面 $PBC$.

又 $PC\subset$ 平面 $PBC$,所以 $AE\perp PC$.因为 $BE\cap AE=E$,所以 $PC\perp$ 平面 $ABE$.又 $AB\subset$ 平面 $ABE$,所以 $PC\perp AB$.

由(1)知 $PA\perp$ 平面 $ABC$,所以 $PA\perp AB$.又 $PC\cap PA=P$,所以 $AB\perp$ 平面 $PAC$.

所以 $AB\perp AC$,即 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

22.(1)**证明**:因为四边形 $ABCD$ 为正方形,所以 $CD\perp AD$.因为 $OA\perp$ 平面 $ABCD$,$CD\subset$ 平面 $ABCD$,所以 $OA\perp CD$.又 $OA\cap AD=A$,所以 $CD\perp$ 平面 $OAD$.又 $CD\subset$ 平面 $CDM$,所以平面 $CDM\perp$ 平面 $OAD$.

(2)**解**:因为 $MN$ 是 $\triangle AOB$ 的中位线,所以 $MN\parallel OB$,又 $MN\subset$ 平面 $DMN$,$OB\not\subset$ 平面 $DMN$,所以 $OB\parallel$ 平面 $DMN$.

故 $OB$ 到平面 $DMN$ 的距离即为点 $A$ 到平面 $DMN$ 的距离.

由题可知,$AN=1$,$AD=2$,$AM=1$,

所以 $MN=\sqrt{AN^2+AM^2}=\sqrt{2}$,$MD=\sqrt{AM^2+AD^2}=\sqrt{5}$,$ND=\sqrt{AN^2+AD^2}=\sqrt{5}$,

$\cos\angle MDN=\frac{MD^2+ND^2-MN^2}{2MD\cdot ND}=\frac{4}{5}$,故 $\sin\angle MDN=\frac{3}{5}$.

设点 $A$ 到平面 $DMN$ 的距离为 $h$,则 $V_{M-AND}=V_{A-DMN}$,

即 $\frac{1}{3}\times1\times\frac{1}{2}\times1\times2=\frac{1}{3}\times h\times\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sin\angle MDN$,解得 $h=\frac{2}{3}$.

所以 $OB$ 到平面 $DMN$ 的距离为 $\frac{2}{3}$.





# 第 11 期

## 第 2~3 版章节测试参考答案

### 一、单项选择题

1.C

**提示**:将一个等腰梯形绕对称轴所在的直线旋转180°,由旋转体的定义可知,上底旋转形成一个圆,下底旋转形成一个圆,从而所得几何体为一个圆台.故选C.

2.D

**提示**:设大球的半径为 $R$,由题意可得,$3\times\frac{4}{3}\pi\times1^3=\frac{4}{3}\pi R^3$,解得 $R=\sqrt[3]{3}$.故选D.

3.B

**提示**:根据题意,可得 $\mathrm{Rt}\triangle A'B'C'$ 中,$B'C'=3$,$A'O'=\sqrt{2}$,由直观图画法规则知 $\triangle ABC$ 中,$BC=3$,$AO=2\sqrt{2}$,且 $AO\perp BC$,所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times3\times2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.故选B.

4.D

**提示**:在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AA_1$ 与平面 $ABCD$ 相交,$BB_1$ 与平面 $ABCD$ 相交,$AA_1\parallel BB_1$;$AB_1$ 与平面 $ABCD$ 相交,$AA_1$ 与 $AB_1$ 相交;$CD_1$ 与平面 $ABCD$ 相交,$AA_1$ 与 $CD_1$ 异面.故选D.

5.C

**提示**:对于A,$l_1$ 与 $l_2$ 可能平行也可能异面,故A错;对于B,$l_1$ 与 $l_2$ 可能平行也可能异面,故B错;由线面垂直的性质可知C正确;对于D,$l_1$ 与 $l_2$ 可能平行也可能异面或相交,故D错.故选C.

6.C

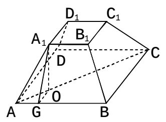
**提示**:因为 $AB=BC=CD=DA=2$,所以四边形 $ABCD$ 是菱形,所以 $AB\parallel CD$.又 $AB\subset$ 平面 $SAB$,$CD\not\subset$ 平面 $SAB$,所以 $CD\parallel$ 平面 $SAB$.又 $CD\subset$ 平面 $CDEF$,平面 $CDEF\cap$ 平面 $SAB=EF$,所以 $CD\parallel EF$.所以 $EF\parallel AB$.因为 $E$ 是 $SA$ 的中点,所以 $F$ 是 $SB$ 的中点,所以 $EF=\frac{1}{2}AB=1$.在等边 $\triangle SBC$ 中,可得 $CF=\sqrt{3}$,同理 $DE=\sqrt{3}$.所以四边形 $DEFC$ 的周长为 $CD+DE+EF+FC=2+\sqrt{3}+1+\sqrt{3}=3+2\sqrt{3}$.故选C.

7.A

**提示**:连接 $AD_1$,由正方体可知 $A_1D\perp AD_1$,$A_1D\perp AB$,所以 $A_1D\perp$ 平面 $ABD_1$,所以 $A_1D\perp D_1B$.因为 $MN$ 是 $\triangle D_1AB$ 的中位线,所以 $MN\parallel AB$,又因为 $AB\subset$ 平面 $ABCD$,$MN\not\subset$ 平面 $ABCD$,所以 $MN\parallel$ 平面 $ABCD$.故选A.

8.C

**提示**:因为 $AB\parallel CD$,所以 $\angle A_1AB=\alpha$.连接 $AC$,过 $A_1$ 作 $A_1O\perp AC$ 于 $O$,则由正四棱台的结构特征,可得 $A_1O\perp$ 平面 $ABCD$,则 $\angle A_1AO=\beta$.在平面 $ABCD$ 中,过 $O$ 作 $OG\perp AB$ 于 $G$,连接 $A_1G$,可证得 $A_1G\perp AB$,则 $\angle A_1GO=\gamma$.



(第 8 题图)

在 $\mathrm{Rt}\triangle A_1GA$ 与 $\mathrm{Rt}\triangle A_1OA$ 中,$\sin\alpha=\frac{A_1G}{A_1A}$,$\sin\beta=\frac{A_1O}{A_1A}$,因为 $A_1G>A_1O$,所以 $\sin\alpha>\sin\beta$,而 $\alpha$,$\beta$ 均为锐角,所以 $\alpha>\beta$;在 $\mathrm{Rt}\triangle A_1OA$ 与 $\mathrm{Rt}\triangle A_1OG$ 中,$\sin\beta=\frac{A_1O}{A_1A}$,$\sin\gamma=\frac{A_1O}{A_1G}$,因为 $A_1A>A_1G$,所以 $\sin\gamma>\sin\beta$,而 $\beta$,$\gamma$ 均为锐角,所以 $\gamma>\beta$.又 $\tan\alpha=\frac{A_1G}{AG}$,$\tan\gamma=\frac{A_1O}{OG}$,且 $AG=OG$,$A_1G>A_1O$,所以 $\tan\alpha>\tan\gamma$,而 $\alpha$,$\gamma$ 均为锐角,所以 $\alpha>\gamma$.故选C.

### 二、多项选择题

9.BCD

**提示**:若 $a\perp\alpha$,则 $a$ 垂直于平面 $\alpha$ 内的所有直线,$a$ 垂直于所有与 $\alpha$ 平行的直线,而 $b\parallel\alpha$,则 $a$ 与 $b$ 可以相交垂直或异面垂直,故选BCD.

10.ABC

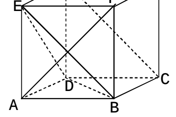
**提示**:设正方体的棱长为 $a$,外接球半径为 $R$,内切球半径为 $r$,则 $R=\frac{\sqrt{3}a}{2}$,$r=\frac{a}{2}$,所以 $MN$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{3}a}{2}-\frac{a}{2}=\sqrt{3}-1$,解得 $a=2$,故C正确;外接球的表面积 $S=4\pi\times(\sqrt{3})^2=12\pi$,故A正确;内切球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi\times1^3=\frac{4\pi}{3}$,故B正确;线段 $MN$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{3}a}{2}+\frac{a}{2}=\sqrt{3}+1$,故D错误.故选ABC.

11.BD

**提示**:由图可知,组合体的体积 $V=\pi\times4\times\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2-1^2\right]+3\times3\times3-\pi\times3\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=27-\frac{7\pi}{4}$ $(\mathrm{cm}^3)$,组合体的表面积 $S=3\pi\times1+2\times(3\times3-\pi\times1^2)+3\times3\times4+2\pi\times4=54+9\pi$ $(\mathrm{cm}^2)$.故选BD.

12.ABC

**提示**:由正方体的展开图还原正方体如图所示.因为 $AE\perp$ 平面 $ABCD$,$BC\subset$ 平面 $ABCD$,所以 $AE\perp BC$,故A正确;由 $HE\parallel BC$,$HE=BC$,得四边形 $BCHE$ 为平行四边形,所以 $CH\parallel BE$,又 $BE\subset$ 平面 $BDE$,$CH\not\subset$ 平面 $BDE$,所以 $CH\parallel$ 平面 $BDE$,故B正确;因为 $BC\perp$ 平面 $ABFE$,$AF\subset$ 平面 $ABFE$,所以 $AF\perp BC$,又 $AF\perp BE$,$BE\cap BC=B$,所以 $AF\perp$ 平面 $BCHE$,故C正确;由题意知 $V_{ABE-DCH}=\frac{1}{2}V_{ABCD-EFGH}$,故 $V_{D-BCHE}=V_{ABE-DCH}-V_{D-ABE}=\frac{1}{2}V_{ABCD-EFGH}-\frac{1}{6}V_{ABCD-EFGH}=\frac{1}{3}V_{ABCD-EFGH}$,即 $\frac{V_{D-BCHE}}{V_{ABCD-EFGH}}=\frac{1}{3}$,故D错误.故选ABC.



(第 12 题图)

### 三、填空题

13.1

**提示**:由基本事实3可知不重合的两个平面最多有1条公共直线.

14.2或6

**提示**:当两个平面在点 $S$ 的同侧时,如图1所示,由面面平行的性质定理可得 $AC\parallel BD$,所以 $\frac{SA}{AB}=\frac{SC}{CD}$,由 $SA=2$,$AB=SB-SA=2$,$CD=6$,解得 $SC=6$;当点 $S$ 在两个面的中间时,如图2所示,由 $AC\parallel BD$,可得 $\frac{SA}{SB}=\frac{SC}{SD}=\frac{1}{2}$,所以 $SC=\frac{1}{3}CD=2$.综上,$SC=2$ 或6.

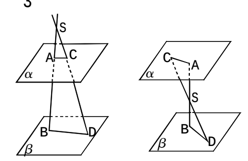
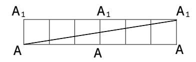


图1　　图2

(第 14 题图)

15.$\sqrt{37}$

**提示**:将直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 沿着侧棱 $AA_1$ 展开两次得到如图所示的矩形,连接对角线,可得爬行的最短路程为 $\sqrt{(6\times1)^2+1^2}=\sqrt{37}$.



(第 15 题图)

16.$\sqrt{2}$,2

**提示**:设投影构成的图形面积为S.因为 $AB\parallel\alpha$,所以 $AB$ 在 $\alpha$ 内的投影是长为2的线段,当 $CD\perp\alpha$ 时,投影图形的面积最小,此时投影图形是底边为2,高为 $\sqrt{2}$ 的三角形,故 $S_{\min}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$;当 $CD\parallel\alpha$ 时,投影图形的面积最大,此时投影图形是对角线长为2的正方形,故 $S_{\max}=2\times\frac{1}{2}\times2\times1=2$.

### 四、解答题

17.**证明**:(1)因为 $AA_1$ 与 $BB_1$ 相交,所以 $AA_1$ 与 $BB_1$ 确定一个平面,记为 $\alpha$.

所以 $A\in\alpha$,$B\in\alpha$,$A_1\in\alpha$,$B_1\in\alpha$.

所以 $AB\subset\alpha$,所以 $AB$ 和 $A_1B_1$ 在同一平面内.

(2)因为 $AB\cap A_1B_1=M$,所以 $M\in AB\subset$ 平面 $ABC$,$M\in A_1B_1\subset$ 平面 $A_1B_1C_1$,所以 $M\in$ 平面 $ABC\cap$ 平面 $A_1B_1C_1$.

同理可得 $N\in$ 平面 $ABC\cap$ 平面 $A_1B_1C_1$,$P\in$ 平面 $ABC\cap$ 平面 $A_1B_1C_1$,所以 $M$,$N$,$P$ 三点共线.

18.**解**:(1)连接 $AC$,因为 $PA\perp$ 平面 $ABCD$,所以 $\angle PCA$ 为 $PC$ 与平面 $ABCD$ 所成角,则 $\angle PCA=\frac{\pi}{3}$.

由底面 $ABCD$ 是边长为2的正方形,得 $AC=2\sqrt{2}$,

故 $PA=AC\tan\frac{\pi}{3}=2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{6}$.

故四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\times PA\times S_{\text{正方形}ABCD}=\frac{1}{3}\times2\sqrt{6}\times2^2=\frac{8\sqrt{6}}{3}$.

(2)连接 $BD$,与 $AC$ 交于点 $O$,连接 $MO$,因为 $OM$ 为 $\triangle PAC$ 的中位线,所以 $MO\parallel PC$,则 $\angle BMO$ 或其补角就是异面直线 $BM$ 与 $PC$ 所成角.

由 $BO=\frac{1}{2}BD=\sqrt{2}$,$MO=\frac{1}{2}PC=2\sqrt{2}$,$BM=\sqrt{4+6}=\sqrt{10}$,得 $\cos\angle BMO=\frac{BM^2+MO^2-BO^2}{2BM\cdot MO}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故异面直线 $BM$ 与 $PC$ 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

19.**解**:(1)设圆台上、下底面半径分别为 $r$,$R$,$AD=x$,则 $OD=72-x$.

由题意,可得 $\begin{cases}2\pi R=\frac{\pi}{3}\times72,\\ 2\pi r=\frac{\pi}{3}\times(72-x),\\ 72-x=2R+R,\end{cases}$ 解得 $R=12$,$r=6$,$x=36$.所以 $AD$ 的长为 36cm.

(2)圆台所在圆锥的高 $H=\sqrt{72^2-R^2}=12\sqrt{35}$,圆台的高 $h=\frac{1}{2}H=6\sqrt{35}$,所以 $V_{\text{容}}=\frac{1}{3}\pi R^2H-\frac{1}{3}\pi r^2h=504\sqrt{35}\pi\mathrm{cm}^3$.

20.**证明**:(1)因为 $MN\parallel$ 平面 $PAB$,$MN\subset$ 平面 $ABC$,平面 $ABC\cap$ 平面 $PAB=AB$,所以 $MN\parallel AB$.

又 $MN\subset$ 平面 $PMN$,$AB\not\subset$ 平面 $PMN$,所以 $AB\parallel$ 平面 $PMN$.

(2)由(1),得 $MN\parallel AB$,又 $M$ 是 $BC$ 的中点,则 $N$ 是 $AC$ 的中点,所以 $AB=2MN=2\sqrt{3}$.

又 $BC=4$,$AC=2$,所以 $AB^2+AC^2=BC^2$,得 $AB\perp AC$,

因为 $MN\parallel AB$,所以 $AC\perp MN$.

因为 $PA=PC$,且 $N$ 是 $AC$ 的中点,所以 $AC\perp PN$.

又 $MN\cap PN=N$,所以 $AC\perp$ 平面 $PMN$.因为 $PM\subset$ 平面 $PMN$,所以 $AC\perp PM$.

21.(1)**证明**:在菱形 $ABCD$ 中,$AB\parallel CD$,因为 $CD\not\subset$ 平面 $PAB$,$AB\subset$ 平面 $PAB$,所以 $CD\parallel$ 平面 $PAB$.

又 $CD\subset$ 平面 $PCD$,平面 $PAB\cap$ 平面 $PCD=l$,所以 $l\parallel CD$.

(2)**解**:当 $F$ 是棱 $PC$ 的中点时,$BF\parallel$ 平面 $AEC$.证明如下:

取 $PE$ 的中点 $M$,连接 $FM$,因为 $MF$ 为 $\triangle PEC$ 的中位线,所以 $FM\parallel CE$.

因为 $FM\not\subset$ 平面 $AEC$,$CE\subset$ 平面 $AEC$,所以 $FM\parallel$ 平面 $AEC$.

由 $M$ 为 $PE$ 的中点,得 $EM=\frac{1}{2}PE=ED$,知 $E$ 是 $MD$ 的中点,连接 $BM$,$BD$,设 $BD\cap AC=O$,连接 $OE$,因为 $OE$ 是 $\triangle BDM$ 的中位线,所以 $BM\parallel OE$.因为 $BM\not\subset$ 平面 $AEC$,$OE\subset$ 平面 $AEC$,所以 $BM\parallel$ 平面 $AEC$.

又 $FM\cap BM=M$,所以平面 $BFM\parallel$ 平面 $AEC$.又 $BF\subset$ 平面 $BFM$,所以 $BF\parallel$ 平面 $AEC$.

22.(1)**证明**:因为 $AA_1\perp$ 平面 $ABC$,$BD\subset$ 平面 $ABC$,所以 $AA_1\perp BD$,

又 $BD\perp AC$,$AA_1\cap AC=A$,所以 $BD\perp$ 平面 $AA_1C_1C$.

又 $AE\subset$ 平面 $AA_1C_1C$,所以 $BD\perp AE$.

易知 $\triangle AA_1D\backsim\triangle CAE$,则 $\angle AA_1D=\angle CAE$,可得 $AE\perp A_1D$.又 $BD\cap A_1D=D$,所以 $AE\perp$ 平面 $A_1BD$.

又 $AE\subset$ 平面 $BAE$,所以平面 $BAE\perp$ 平面 $A_1BD$.

(2)**解**:设 $A_1D$ 交 $AE$ 于点 $O$,过点 $A$ 作 $AF\perp A_1B$ 于 $F$,连接 $OF$,$EF$,

由(1)知 $AE\perp$ 平面 $A_1BD$,所以 $AE\perp OF$,$AE\perp A_1B$,又 $AF\cap AE=A$,则 $A_1B\perp$ 平面 $AEF$.

又 $OF\subset$ 平面 $AEF$,所以 $A_1B\perp OF$,所以 $\angle OFA$ 即为所求二面角的平面角.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AA_1B$ 中,可得 $AF=\sqrt{2}$;在 $\triangle AA_1D$ 中,由 $AA_1\cdot AD=A_1D\cdot AO$,得 $AO=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

所以在 $\mathrm{Rt}\triangle AOF$ 中,可得 $OF=\frac{\sqrt{30}}{5}$,

所以 $\cos\angle OFA=\frac{OF}{AF}=\frac{\sqrt{15}}{5}$,

即二面角 $D-BA_1-A$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$.