第 28 期

第 2 版

专题一 函数与导数

1.$(1,3)\cup(3,\sqrt{10})$

2.2　3.$5\sqrt{2}$

4.1　5.3

6.$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

7.$(-3,2)$　8.$(-1,1)$

9.$\frac{22}{3}$　10.$(-4,5)$

11.2　12.$(1,2)$

13.$-e^2$

14.$(-e^4,-e^2)\cup(e^2,e^4)$

15.$\left(0,\frac{\sqrt{15}}{15}\right]\cup\left(\frac{1}{e},\frac{e}{3}\right]$

16.$\left(-\frac{1}{2},0\right)$　17.$\left[-1,\frac{1}{2}\right)$

18.$-\frac{1}{e}$

专题二 立体几何、空间向量

1.②④　2.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3.45°　4.$\frac{\sqrt{30}}{10}$

5.①②④　6.$\frac{2}{3}$

7.4:29　8.$\frac{\pi}{6}$

9.$\frac{1}{3}$　10.3

第 3 版

专题三 三角函数、平面向量、解三角形

1.$-\frac{7}{9}$　2.4,$3\sqrt{3}$

3.$-\frac{\pi}{4}$　4.2

5.$\sqrt{14}$　6.$\frac{4}{7}$

7.$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　8.$\frac{\pi}{2}$

9.$\frac{4}{5}$　10.$2\sqrt{3}$

11.$\frac{29}{12}$　12.$\left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right]$

13.12　14.②③④

15.$2\sqrt{3}$　16.3

17.$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},2\sqrt{3}\right)$

提示：因为$(\sin A-\sin C)^2=\sin^2B-\sin A\sin C$，所以$\sin^2A+\sin^2C=\sin^2B+\sin A\sin C$，由正弦定理可得$a^2+c^2-b^2=ac$，由余弦定理，得$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{ac}{2ac}=\frac{1}{2}$，又$0<B<\frac{\pi}{2}$，所以$B=\frac{\pi}{3}$，设$A=\alpha$，则$C=\frac{2\pi}{3}-\alpha$，因为$\triangle ABC$为锐角三角形，所以$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$0<\frac{2\pi}{3}-\alpha<\frac{\pi}{2}$，解得$\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{\pi}{2}$，由正弦定理，得$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{c}{\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)}$，因为$c=2$，所以$a=\frac{2\sin\alpha}{\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\tan\alpha}+\frac{1}{2}}$，由$\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{\pi}{2}$，得$\tan\alpha>\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以$\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\tan\alpha}+\frac{1}{2}<2$，所以$1<a<4$，因为$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，所以$\frac{\sqrt{3}}{2}<S_{\triangle ABC}<2\sqrt{3}$，即$\triangle ABC$面积的取值范围是$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},2\sqrt{3}\right)$.

专题四 数列和不等式

1.9　2.160

3.$\left(-\frac{2}{3},1\right)$　4.$\frac{n}{n+1}$

5.$b^a>a^a>a^b$　6.12 或 13

7.$\frac{9}{4}$　8.$(4-n)\cdot3^{n-2}$

9.$\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$　10.$\left(-\frac{7}{5},-\frac{5}{4}\right)$

11.$(2n-3)\cdot2^{n+1}+6$　12.4

13.$[-3,4]$　14.$2-\frac{n+2}{2^n}$

15.4　16.7

17.$\left(-\infty,\frac{28}{3}\right]$

提示：由$(n+1)a_{n+1}=\frac{na_n}{na_n+1}(n\in\mathbf{N}_+)$，得$\frac{1}{(n+1)a_{n+1}}-\frac{1}{na_n}=1(n\in\mathbf{N}_+)$，又$a_1=\frac{1}{2}$，则$\frac{1}{a_1}=2$，所以数列$\left\{\frac{1}{na_n}\right\}$是以2为首项，1为公差的等差数列，所以$\frac{1}{na_n}=2+(n-1)=n+1$，则$a_n=\frac{1}{n(n+1)}$，因为不等式$\frac{4}{n^2}+\frac{1}{n}+(-1)^nta_n\geqslant0$对所有的正奇数n恒成立，所以$\frac{4}{n^2}+\frac{1}{n}-t\frac{1}{n(n+1)}\geqslant0$，即$\frac{4}{n}+n+5\geqslant t$对所有的正奇数n恒成立，当$n=1$时，$\frac{4}{n}+n+5=10$，当$n=3$时，$\frac{4}{n}+n+5=\frac{28}{3}$，又当n为正奇数且$n\geqslant3$时，$\frac{4}{n}+n+5$单调递增，所以$\left(\frac{4}{n}+n+5\right)_{\min}=\frac{28}{3}$，所以$t\leqslant\frac{28}{3}$，即实数t的取值范围为$\left(-\infty,\frac{28}{3}\right]$.

第 4 版

专题五 直线和圆、圆锥曲线

1.$x=-4$　2.8 或 $\frac{81}{8}$

3.6　4.-3 或 1

5.$\sqrt{2}-1$　6.$y=\pm\frac{1}{3}x$

7.$2\pm\sqrt{3}$　8.$3\sqrt{7}$

9.40　10.$x+y-4=0$

11.$(1,5)$　12.$3\sqrt{2}+3$

13.$\frac{\sqrt{97}}{5}$　14.$3+2\sqrt{2}$

15.$\frac{10}{3}$　16.$\left(\frac{3}{4},\frac{5}{6}\right)$

17.$\frac{5}{3}$

提示：因为$(\overrightarrow{F_2F_1}+\overrightarrow{F_2M})\cdot\overrightarrow{F_1M}=0$，所以$(\overrightarrow{F_2F_1}+\overrightarrow{F_2M})\cdot(\overrightarrow{F_2M}-\overrightarrow{F_2F_1})=0$，则$\overrightarrow{MF_2}^2=\overrightarrow{F_2F_1}^2$，所以$|MF_2|=|F_2F_1|=2c$，由双曲线的定义可得$|MF_1|=2a+2c$，因为直线$MF_2$的斜率为$-\frac{24}{7}$，所以$\tan\angle MF_2F_1=-\frac{24}{7}$，由余弦定理得$\cos\angle MF_2F_1=-\frac{7}{25}=\frac{4c^2+4c^2-(2a+2c)^2}{2\cdot2c\cdot2c}$，整理得$3c=5a$，所以双曲线的离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{5}{3}$.

专题六 概率与统计

1.28　2.$\frac{1}{2}$　3.①②③

4.$\frac{7}{4}$　5.96　6.$\frac{1}{21}$

7.$\frac{7}{10}$　8.$\frac{13}{30}$　9.$\frac{61}{125}$

10.$\frac{11}{4}$　11.$\frac{11}{4}$

12.0.5.5

提示：根据题意，若从A，B盒中各取一个球，ξ表示所取的2个球中红球的个数，则ξ可取的值为0,1,2，则$P(\xi=0)=\frac{10-m}{10}\times\frac{m}{10}=\frac{m(10-m)}{100}$，$P(\xi=1)=\frac{10-m}{10}\times\frac{10-m}{10}+\frac{m}{10}\times\frac{m}{10}=\frac{m^2+(10-m)^2}{100}=\frac{m^2-10m+50}{50}$，$P(\xi=2)=\frac{m}{10}\times\frac{10-m}{10}=\frac{m(10-m)}{100}$，则$E(\xi)=0\times\frac{m(10-m)}{100}+1\times\frac{m^2-10m+50}{50}+2\times\frac{m(10-m)}{100}=1$，$D(\xi)=(0-1)^2\times\frac{m(10-m)}{100}+(1-1)^2\times\frac{m^2-10m+50}{50}+(2-1)^2\times\frac{m(10-m)}{100}=\frac{m(10-m)}{50}=\frac{10m-m^2}{50}=\frac{-(m-5)^2+25}{50}$，当$m=5$时，$D(\xi)$取得最大值，且其最大值为$\frac{25}{50}=0.5$.

第 25 期

第 2 版

专题一 集合与常用逻辑用语

1~5.CABDB　6~10.CCBAD

11~15.CABCC　16~20.BACCC

21.B

提示：因为$\{x|2^x>4\}=\{x|\log_2(x-a)>0\}$，所以$\{x|x>2\}=\{x|x>a+1\}$，所以$a+1=2$，解得$a=1$，故选B.

22.C

提示：因为命题“$\forall x\in[0,3]$，都有$x^2-2x-m\neq0$”是假命题，所以命题“$\exists x\in[0,3]$，使得$x^2-2x-m=0$”是真命题，故$m=x^2-2x=(x-1)^2-1$.因为$x\in[0,3]$，所以$m\in[-1,3]$.故选C.

23.B

提示：根据题意，集合A表示圆C_1：$x^2+y^2=1$，其圆心为$C_1(0,0)$，半径$r_1=1$，集合B表示圆C_2：$x^2+y^2-5x+4=0$，即$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+y^2=\frac{9}{4}$，其圆心为$C_2\left(\frac{5}{2},0\right)$，半径$r_2=\frac{3}{2}$，则两圆的圆心距$|C_1C_2|=\frac{5}{2}=r_1+r_2$，所以两圆外切，所以$A\cap B$中的元素个数为1个，故选B.

24.D

提示：$P=\{x||x-1|\leqslant1\}=\{x|0\leqslant x\leqslant2\}$，$Q=\{x|y=\sqrt{x-1}\}=\{x|x\geqslant1\}$，因为$P★Q=\{x|x\in P\cup Q$，且$x\notin P\cap Q\}$.

所以$P★Q=\{x|0\leqslant x<1$或$x>2\}$，故选D.

25.D

提示：因为$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos x=\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\sqrt{3}\cos x=\frac{1}{2}\sin x+\frac{3\sqrt{3}}{2}\cos x=\sqrt{7}\sin(x+\theta)$，$\tan\theta=3\sqrt{3}$.所以集合$A=[-\sqrt{7},\sqrt{7}]$，又$B=\{x|-5<x<-3$或$x>2\}$，所以$A\cup B=\{x|-5<x<-3$或$x\geqslant-\sqrt{7}\}$，所以$\complement_U(A\cup B)=(-\infty,-5]\cup[-3,-\sqrt{7})$.故选D.

26.C

提示：当$x=b$时，$f(x)_{\max}=-b^2+2b^2=b^2$，令$t=f(x)$，则$f(f(x))=f(t)=-t^2+2bt$，当$b\leqslant b^2$时，即$b\geqslant1$或$b\leqslant0$，$f(f(x))$的最大值是$b^2$，故$b\geqslant1$或$b\leqslant0$时，$f(f(x))$的最大值和$f(x)$的最大值相等.由$\frac{5}{b+3}\leqslant1$，解得$b\geqslant2$或$b<-3$，根据集合的包含关系判断C正确，故选C.

27.C

提示：集合B可以用$\triangle MPQ$所表示的平面区域表示，集合A可用圆心为坐标原点，半径为a的圆面表示，因为$A\subseteq B$，则圆面在$\triangle MPQ$内，又原点到直线$2x+y+2=0$的距离$d_1=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，原点到直线$x-y+2=0$的距离$d_2=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，原点到直线$4x-3y-5=0$的距离$d_3=\frac{5}{5}=1$，又$M\left(-\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$，则$|OM|=\frac{2\sqrt{5}}{3}>d_1$，$P\left(-\frac{1}{10},-\frac{9}{5}\right)$，$|OP|>1$，易得$|OQ|>1$，则$0<a\leqslant\frac{2\sqrt{5}}{5}$，故选C.

28.A

提示：若$x=0$，不论y取何值，则$\omega=0$，若$x=1,y=2$，则$\omega=1\times2(1+2)=6$，若$x=1,y=3$，则$\omega=1\times3(1+3)=12$，所以$A*B=\{0,6,12\}$，所以$A*B$的非空子集个数是$2^3-1=7$，故选A.

29.D

提示：因为命题“$\exists x\in[1,2]$，$x^2-2a\geqslant0$”为真命题，所以$a\leqslant\left(\frac{1}{2}x^2\right)_{\max}$，令$f(x)=\frac{1}{2}x^2$，$x\in[1,2]$，则函数$f(x)$在$[1,2]$上单调递增，所以$f(x)_{\max}=f(2)=2$，所以$a\leqslant2$.由选项知，命题“$\exists x\in[1,2]$，$x^2-2a\geqslant0$”为真命题的一个必要不充分条件是$a\leqslant3$，故选D.

30.C

提示：①因为$2013\div5=402\cdots3$，所以$2013\in[3]$，故①正确；②因为$-2=5\times(-1)+3$，所以$-2\in[3]$，故②错误；③因为整数集中的数被5所得的余数有且只有5种，故$Z=[0]\cup[1]\cup[2]\cup[3]\cup[4]$，故③正确；④因为整数a，b属于同一“类”，所以整数a，b被5除所得的余数相同，从而$a-b$被5除所得的余数为0，故④正确.正确的结论为①③④，故选C.

第 3 版

专题二 函数与导数

1~5.BBCDD　6~10.DBCCD

11~15.DBBCB　16~20.ACBBB

21~23.DAA

24.B

提示：由$f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}ax^2+2bx+c$，得导函数$f'(x)=x^2+ax+2b$，因为$f(x)$的两个极值点分别在区间$(0,1)$与$(1,2)$内，所以$x^2+ax+2b=0$的两个根分别在区间$(0,1)$与$(1,2)$内，即$\begin{cases}f'(0)=2b>0,\\f'(1)=1+a+2b<0,\\f'(2)=4+2a+2b>0,\end{cases}$故$a+2b<-1$，又$4+2a+4b>0$，故$a+2b>-2$，则$a+2b$的取值范围为$(-2,-1)$，故选B.

25.B

提示：因为函数$f(x)$满足$f(x+2)$关于直线$x=-2$对称，所以$f(x)$为偶函数，因为函数$f(x)$满足$f(x+2)=\frac{1}{f(x)}$，所以$f(x+4)=\frac{1}{f(x+2)}=f(x)$，即函数$f(x)$是周期为4的周期函数，则$f\left(\frac{219}{2}\right)=f\left(28\times4-\frac{5}{2}\right)=f\left(-\frac{5}{2}\right)=f\left(\frac{5}{2}\right)$，又当$2\leqslant x\leqslant3$时，$f(x)=\log_2\left(x+\frac{11}{2}\right)$，则$f\left(\frac{5}{2}\right)=\log_2\left(\frac{5}{2}+\frac{11}{2}\right)=3$，故$f\left(\frac{219}{2}\right)=3$，故选B.

26.C

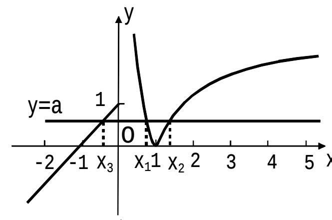
27.B

28.C

提示：由$f(x)=-e^x-x$，得$f'(x)=-e^x-1$，则$f'(x)<-1$，$-f'(x)>1$，所以$\frac{1}{-f'(x)}\in(0,1)$，由$g(x)=2ax+\cos x$，得$g'(x)=2a-\sin x$，因为$-\sin x\in[-1,1]$，所以$2a-\sin x\in[-1+2a,1+2a]$，要使过曲线$f(x)=e^x-x$上任意一点的切线l_1，总存在过曲线$g(x)=2ax+\cos x$上一点处的切线l_2，使得$l_1\perp l_2$，则$\begin{cases}-1+2a\leqslant0,\\1+2a\geqslant1,\end{cases}$解得$0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$，即实数a的取值范围为$\left[0,\frac{1}{2}\right]$.故选C.

29.C

提示：若函数$y=f(x)-a$有3个零点x_1,x_2,x_3，如图作出函数$y=f(x)$的图象和直线$y=a$，由图象可得$-\lg x_1=\lg x_2$，所以$\lg x_1+\lg x_2=0$，即$\lg(x_1x_2)=0$，所以$x_1x_2=1$，又$-1<x_3\leqslant0$，所以$-1<x_1x_2x_3\leqslant0$，故选C.



(第 29 题图)

30.B

提示：若$\exists x_1\in(0,+\infty)$，$\forall x_2\in(0,+\infty)$，不等式$f(x_2)-5g(x_1)>0$成立，则$f(x)_{\min}>5g(x)_{\min}$，$g(x)=x\ln x-x(x>0)$，则$g'(x)=\ln x$，令$g'(x)>0$，解得$x>1$，令$g'(x)<0$，解得$0<x<1$，故$g(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，故$g(x)_{\min}=g(1)=-1$，而$f'(x)=(x-k+1)e^x$，①$k-1\leqslant0$即$k\leqslant1$时，$x-k+1>0$，$f'(x)>0$，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，$f(x)>f(0)=0$，$f(x)_{\min}>5g(x)_{\min}$成立，②$k-1>0$，即$k>1$时，令$f'(x)>0$，解得$x>k-1$，令$f'(x)<0$，解得$0<x<k-1$，故$f(x)$在$(0,k-1)$上单调递减，在$(k-1,+\infty)$上单调递增，故$f(x)_{\min}=f(k-1)=k-e^{k-1}$，故只需$k-e^{k-1}>-5$，即$e^{k-1}-k-5<0$，令$h(x)=e^{x-1}-x-5(x>1)$，则$h'(x)=e^{x-1}-1$，故$h(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，$h(x)>h(1)=-5$，$h(2)=e-7<0$，$h(3)=e^2-8<0$，$h(4)=e^3-9>0$，故满足$e^{k-1}-k-5<0$的k的最大值是3，故选B.

⑦ 第 26 期

第 1 版

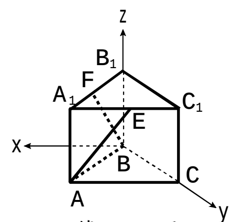
专题三 立体几何与空间向量

1~5.BDADC 6~10.BDABC

11~15.DCDAC 16~19.ABCB

20.C

提示:以 B 为原点,以垂直于 BC 的直线为 x 轴,BC 为 y 轴,BB_1 为 z 轴,建立空间直角坐标系 B-xyz,设 AA_1=t,则 A($\sqrt{3}$,1,0),E$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2},t\right)$,B(0,0,0),F$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},t\right)$,$\overrightarrow{AE}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},t\right)$,$\overrightarrow{BF}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},t\right)$,因为 AE 和 BF 所成角的余弦值为$\frac{1}{4}$,所以 $|\cos\langle\overrightarrow{AE},\overrightarrow{BF}\rangle|=\frac{|\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}|}{|\overrightarrow{AE}||\overrightarrow{BF}|}=\frac{\left|t^2-\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1+t^2}\cdot\sqrt{1+t^2}}=\frac{1}{4}$,解得 $t=1$,或 $t=\frac{\sqrt{5}}{5}$. 所以$\overrightarrow{AE}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},1\right)$,或$\overrightarrow{AE}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$,又平面 BCC_1B_1 的法向量为 n=(1,0,0),所以 AE 与平面 BCC_1B_1 所成角 α 的正弦值为 $\sin\alpha=\frac{|\overrightarrow{AE}\cdot n|}{|\overrightarrow{AE}||n|}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}\times1}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ 或 $\sin\alpha=\frac{|\overrightarrow{AE}\cdot n|}{|\overrightarrow{AE}||n|}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{6}{5}}\times1}=\frac{\sqrt{10}}{4}$,故选 C.



(第 20 题图)

第 2 版

专题四 三角函数

1~5.BBCBD 6~10.CBBBB

11~15.CBBAA 16~20.DBDDB

21.D

提示:把 $f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后,可得 $y=\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)$的图象,因为得到的函数图象关于$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$对称,所以 $2\times\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{3}+\varphi=k\pi,k\in Z$,又 $0<\varphi<\pi$,所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$,则函数 $g(x)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$,由 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}\right]$,得 $x+\frac{\pi}{3}\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$,故当 $x=\frac{\pi}{6}$时,g(x)取得最小值 0,故选 D.

22.A

提示:因为函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$,$f(x_1)=2$,$f(x_2)=0$,$|x_1-x_2|$的最小值为$\frac{1}{2}$,所以$\frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{2}$,解得 $\omega=\pi$.因为 $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$,即 $2\sin\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=2\cos\varphi=1$,所以 $\cos\varphi=\frac{1}{2}$,又 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$,故 $f(x)=2\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$.令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant\pi x+\frac{\pi}{3}\leqslant2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$,解得 $2k+\frac{1}{6}\leqslant x\leqslant2k+\frac{7}{6},k\in\mathbf{Z}$,则 $f(x)$的单调递减区间为$\left[2k+\frac{1}{6},2k+\frac{7}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$,故选 A.

23.A

提示:因为 $0<x<\pi$,所以 $2x-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\right)$.令 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$,得 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$,又方程 f(x)=$\frac{3}{5}$的解为 $x_1,x_2(0<x_1<x_2<\pi)$,所以$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\pi}{3}$,所以 $x_2=\frac{2\pi}{3}-x_1$,所以 $\sin(x_1-x_2)=\sin\left(2x_1-\frac{2\pi}{3}\right)=-\cos\left(2x_1-\frac{\pi}{6}\right)$,因为 $0<x_1<x_2$,$x_2=\frac{2\pi}{3}-x_1$,所以 $0<x_1<\frac{\pi}{3}$,所以 $2x_1-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$,又 $f(x_1)=\sin\left(2x_1-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{5}$,则 $\cos\left(2x_1-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{4}{5}$,所以 $\sin(x_1-x_2)=-\frac{4}{5}$,故选 A.

第 3 版

专题五 平面向量、解三角形

1~5.DBADC 6~10.CDBAB

11~15.CDDDC 16~20.ADCDB

21~23.ACD

24.C

提示:由题意可得 $\angle DAC=75°$,$\angle DBC=45°$,在 $\triangle ADC$ 中,由正弦定理可得 $AC=\frac{CD\cdot\sin\angle ADC}{\sin\angle DAC}=\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin75°}=2\sqrt{3}$,在△BCD 中,由正弦定理可得 $BC=\frac{CD\cdot\sin\angle BDC}{\sin\angle DBC}=\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{3}+1$,在 $\triangle ACB$ 中,由余弦定理 $AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos\angle ACB=(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{3}+1)^2-2\times2\sqrt{3}\times(\sqrt{3}+1)\times\frac{1}{2}=10$,所以 AB=$\sqrt{10}$,故选 C.

25.B

提示:由题意可知 $AB\perp MN$,圆 C 的半径 r=3,OP=$\sqrt{5}$,所以 $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{AB}=0$,AB=$2\sqrt{r^2-OP^2}$=4,所以$(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BN})\cdot\overrightarrow{AB}=[\overrightarrow{AM}-(\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AB})]\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{AB})\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{NM}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AB}^2=16$,故选 B.

26.C

提示:因为 bcosC+ccosB=$2\sqrt{3}$cosA,$a=\sqrt{3}$,所以 bcosC+ccosB=2acosA,由正弦定理可得 sinBcosC+sinCcosB=2sinAcosA,即 sin(B+C)=2sinAcosA,则 sinA=2sinAcosA,又 sinA≠0,所以 cosA=$\frac{1}{2}$,又 $A\in(0,\pi)$,所以 $A=\frac{\pi}{3}$,由余弦定理得 $3=b^2+c^2-bc\geqslant2bc-bc=bc$,当且仅当 $b=c=\sqrt{3}$ 时等号成立,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc\leqslant\frac{\sqrt{3}}{4}\times3=\frac{3\sqrt{3}}{4}$,故选 C.

第 4 版

专题六 数列

1~5.CBCCA 6~10.DCDAC

11~15.CBACC 16~20.ABADC

21~25.BDACD 26~27.CD

28.B

提示:因为 $a_1=2$,$a_{n+1}=\frac{2(n+2)}{n+1}a_n$($n\in N_+$),则 $a_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}\cdot\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot a_1=2^{n-1}\cdot\frac{n+1}{n}\cdot\frac{n}{n-1}\cdot\frac{n-1}{n-2}\cdot\cdots\cdot\frac{3}{2}\cdot2=2^{n-1}\cdot(n+1)(n\in N_+)$,设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,所以 $S_n=2\cdot2^0+3\cdot2^1+4\cdot2^2+\cdots+2^{n-1}\cdot(n+1)$,则 $2S_n=2\cdot2^1+3\cdot2^2+4\cdot2^3+\cdots+2^n\cdot(n+1)$,两式相减得 $-S_n=2+2^1+2^2+\cdots+2^{n-1}-2^n\cdot(n+1)=2+\frac{2(1-2^{n-1})}{1-2}-2^n\cdot(n+1)=-n\cdot2^n$,所以 $S_n=n\cdot2^n$,所以$\frac{a_{2021}}{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2020}}=\frac{2022\cdot2^{2020}}{2020\cdot2^{2020}}=\frac{2022}{2020}$,故选 B.

29.D

提示:因为 $2S_n+S_{n-1}=3(n\geqslant2)$,所以 $n\geqslant3$ 时,$2S_{n-1}+S_{n-2}=3$.两式相减,得 $2a_n+a_{n-1}=0$,即 $a_n=-\frac{1}{2}a_{n-1}(n\geqslant3)$.当 n=2 时,$2S_2+S_1=3$,即 $3a_1+2a_2=3$,又 $a_1=\frac{3}{2}$,所以 $a_2=-\frac{3}{4}$,所以 $a_2=-\frac{1}{2}a_1$,所以数列$\{a_n\}$是以$\frac{3}{2}$为首项,$-\frac{1}{2}$为公比的等比数列,所以 $S_n=\frac{\frac{3}{2}\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n$. 当 n 为奇数时,$S_n=1+\left(\frac{1}{2}\right)^n$,$S_n$ 随 n 的增大而减小,故 $1<S_n\leqslant S_1=\frac{3}{2}$;当 n 为偶数时,$S_n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$,$S_n$ 随 n 的增大而增大,则$\frac{3}{4}=S_2\leqslant S_n<1$.所以 S_n 的最大值与最小值之和为$\frac{3}{2}+\frac{3}{4}=\frac{9}{4}$,故选 D.

30.D

提示:因为数列$\{a_n\}$满足 $a_1=3$,$a_{n+1}=3a_n-4n$,所以 $a_{n+1}-[2(n+1)+1]=3[a_n-(2n+1)]$,又 $a_1-3=3-3=0$,所以 $a_n=2n+1$.则 $b_n=\frac{4n^2+8n+5}{(2n+1)(2n+3)}=1+\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}$,所以 $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=1+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+1+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+1+\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right)=n+\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3}=n\cdot\left(1+\frac{2}{6n+9}\right)$,故选 D.

第 27 期

第 1 版

专题七 不等式

1~5.ACDCA 6~10.AABCB

11~15.DCACC 16~20.AACBA

21~25.BAABD

26.A

提示:因为函数 $f(x)=mx^2-x+m-1$ 的两个零点一个大于 1,一个小于 1,所以$\begin{cases}m>0,\\f(1)=2m-2<0,\end{cases}$或$\begin{cases}m<0,\\f(1)=2m-2>0,\end{cases}$解得 0<m<1,或 $m\in\varnothing$,所以 m 的取值范围是(0,1),故选 A.

27.C

提示:由题意知,等比数列$\{a_n\}$的公比为 2,$a_1=S_1=2(x+2y+1)+x-y-3=3x+3y-1$,$a_2=S_2-S_1=2(x+2y+1)$,故 2(x+2y+1)=2(3x+3y-1),即 2x+y=2,所以$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)(2x+y)=\frac{1}{2}\left(2+2+\frac{y}{x}+\frac{4x}{y}\right)\geqslant\frac{1}{2}\left(4+2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{4x}{y}}\right)=4$,当且仅当$\frac{y}{x}=\frac{4x}{y}$,即 $x=\frac{1}{2}$,y=1 时,等号成立,故选 C.

28.A

提示:因为不等式 $x^2-ax\geqslant16-3x-4a$ 对任意 $a\in[-2,4]$成立,所以 $(x-4)a-x^2-3x+16\leqslant0$,把不等式左边看作关于 a 的一元一次函数,所以只需满足$\begin{cases}(x-4)\cdot(-2)-x^2-3x+16\leqslant0,\\(x-4)\cdot4-x^2-3x+16\leqslant0,\end{cases}$即$\begin{cases}-x^2-5x+24\leqslant0,\\-x^2+x\leqslant0,\end{cases}$解得 $x\geqslant3$ 或 $x\leqslant-8$,故选 A.

第 2 版

专题八 直线和圆、圆锥曲线

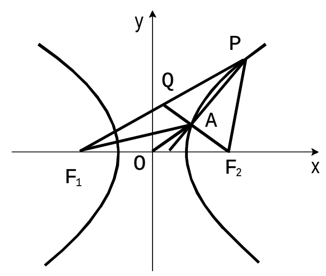
1~5.DAAAB 6~10.CCBAA

11~15.BCABA 16~20.BAAAA

21~25.CDDCB

26.D

提示:如图,F_1,F_2 是双曲线 C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点,延长 F_2A 交 PF_1 于点 Q.因为 PA 是$\angle F_1PF_2$ 的角平分线,$|PQ|=|PF_2|$.因为点 P 在双曲线上,所以$|PF_1|-|PF_2|=2a$,$|PF_1|-|PQ|=|QF_1|=2a$. 因为 O 是 F_1F_2 中点,A 是 F_2Q 的中点,所以 OA 是$\triangle F_1F_2Q$ 的中位线,所以$|QF_1|=2a=2|OA|$,则$|OA|=a$ 在$\triangle F_1OA$ 中,由余弦定理得 $\cos\angle AOF_1=\frac{a^2+c^2-(\sqrt{3}b)^2}{2ac}=\frac{4a^2-2c^2}{2ac}=\frac{2}{e}-e$,当点 P 的横坐标趋近于+∞时,直线 PF_1 即 OA 的斜率趋近于$\frac{b}{a}$,$\cos\angle AOF_1$ 趋近于$-\frac{a}{c}$,所以$-1<\frac{2}{e}-e<-\frac{1}{e}$,解得 $e\in(\sqrt{3},2)$,故选 D.



(第 26 题图)

第 3~4 版

专题九 概率与统计

1~5.AACBC 6~10.BDBBC

11~15.DBADB 16~20.DABCB

21.C

提示:对于 A,由条形图可以看出,条形的高度依次在增高,所以 2017 年至 2021 年我国新闻出版业和数字出版业营收均逐年增加,故 A 正确;对于 B,2021 年我国数字出版业营收为 5720.9 亿元,2017 年我国数字出版业营收为 1935.5 亿元,因为 1935.5×2=3871<5720.9,故 B 正确;对于 C,2021 年我国新闻出版业营收为 23595.8 亿元,2017 年我国新闻出版业营收为 16635.3 亿元,因为 16635.3×1.5=24952.95>23595.8,故 C 错误;对于 D,因为 23595.8×$\frac{1}{3}$≈7865>5720.9,所以 2021 年我国数字出版业营收占新闻出版业营收的比例未超过三分之一,故 D 正确,故选 C.

22~26.CCCDB 27~28.BA

29.D

提示:4 引擎飞机成功飞行的概率为 $P_1=C_4^3p^3(1-p)+p^4$,2 引擎飞机成功飞行的概率为 $P_2=p^2$,要使 4 引擎飞机更安全,则 $C_4^3p^3(1-p)+p^4>p^2$,解得$\frac{1}{3}<p<1$,所以 $0<1-p<\frac{2}{3}$,所以每一架飞机的引擎在飞行中出现故障的概率的取值范围是$\left(0,\frac{2}{3}\right)$,故选 D.

第 4 版

专题十 算法初步、推理与证明、复数

1~5.DCCDB 6~9.AACD

10.D

提示:由题意,令$\frac{2}{2+\frac{2}{2+\cdots}}$=S,则$\frac{2}{2+S}$=S,即 $S^2+2S-2=0$,解得 $S=-1+\sqrt{3}$ 或 $S=-1-\sqrt{3}$,因为 S>0,所以 $S=\sqrt{3}-1$,故选 D.