扫码免费下载习题讲解ppt

第5期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.A **提示**：根据题意，函数 $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$，

$y=f(x)$在$[2,4]$上的平均变化率$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(4)-f(2)}{2}=\frac{16+\frac{1}{4}-4-\frac{1}{2}}{2}=\frac{47}{8}$.故选A.

2.A **提示**：根据题意，$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{2021\Delta x}=\frac{1}{2021}\times\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=\frac{1}{2021}f'(1)$，

又$f'(1)=-2021$，所以$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{2021\Delta x}=-1$.故选A.

3.D **提示**：因为$f(x)=x^3+1$，所以$f'(x)=3x^2$，$f(-2)=-8+1=-7$，所以$(f(-2))'=0$，$f'(-2)=3\times4=12$，故选D.

4.B **提示**：由$b(t)=10^5+10^4t-10^3t^2$，得$b'(t)=10^4-2\times10^3t$，

所以$b'(5)=10^4-2\times10^3\times5=0$，所以在$t=5$时的瞬时变化率为0.故选B.

5.A **提示**：由图可知，经过点$(2,f(2))$和点$(4,f(4))$的割线的斜率大于曲线$y=f(x)$在点$(2,f(2))$处的切线斜率，且小于曲线$y=f(x)$在点$(4,f(4))$处的切线斜率，所以$f'(2)<\frac{f(4)-f(2)}{4-2}<f'(4)$，所以$2f'(2)<f(4)-f(2)<2f'(4)$.故选A.

6.B **提示**：对于A，若$f(x)=\sin x$，则$f'(x)=\cos x$，故A错误；对于B，若$f(x)=\ln x+x$，则$f'(x)=1+\frac{1}{x}=\frac{x+1}{x}$，故B正确；对于C，若$f(x)=4x^2$，则$f'(x)=8x$，故C错误；对于D，若$f(x)=e^x-x$，则$f'(x)=e^x-1$，则$f'(0)=e^0-1=0$，故D错误.故选B.

7.D **提示**：依题意，$e=f(1)=e+a-1$，解得$a=1$，即函数$f(x)=e^x+x-1$，则$f'(x)=e^x+1$，

得曲线$y=f(x)$在点$(2,f(2))$处切线的斜率$k=f'(2)=e^2+1$.故选D.

8.A **提示**：对$f(x)=e^x+a\cdot e^{-x}$求导，得$f'(x)=e^x-ae^{-x}$.

又$f'(x)$是奇函数，故$f'(0)=1-a=0$，解得$a=1$，故有$f'(x)=e^x-e^{-x}$.设切点为(x_0,y_0)，则$f'(x_0)=e^{x_0}-e^{-x_0}=\frac{3}{2}$，得$e^{x_0}=2$或$e^{x_0}=-\frac{1}{2}$(舍去)，得$x_0=\ln2$.故选A.

二、多项选择题

9.AD **提示**：因为$\lim\limits_{h\to0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=f'(x_0)=2$，故A正确；

因为$\lim\limits_{h\to0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{2h}=\frac{1}{2}f'(x_0)=1$，故B错误；

因为$\lim\limits_{h\to0}\frac{f(x_0+2h)-f(x_0)}{h}=2f'(x_0)=4$，故C错误；

因为$\lim\limits_{h\to0}\frac{f(x_0+2h)-f(x_0)}{2h}=f'(x_0)=2$，故D正确.

故选AD.

10.ABD **提示**：对于A，$(3^x)'=3^x\ln3$，故A正确；

对于B，$\left(\frac{\ln x}{x}\right)'=\frac{(\ln x)'x-\ln x\cdot(x)'}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$，故B正确；

对于C，$\left(x+\frac{1}{x}\right)'=(x)'+\left(\frac{1}{x}\right)'=1-\frac{1}{x^2}$，故C错误；

对于D，$(\sin x\cos x)'=(\sin x)'\cos x+\sin x(\cos x)'=\cos^2x-\sin^2x=\cos2x$，故D正确.故选ABD.

11.BD **提示**：对于A，由$f(x_0)=f'(x_0)$，得$2x_0^2+3=4x_0$，$\Delta=4^2-4\times2\times3=-8<0$，无实数解，所以函数$f(x)=2x^2+3$无巧值点，故A错误；

对于B，由$f(x_0)=f'(x_0)$，得$\frac{1}{x_0}=-\frac{1}{x_0^2}$，解得$x_0=-1$，函数$f(x)=\frac{1}{x}$有巧值点$-1$，故B正确；

对于C，由$f(x_0)=f'(x_0)$，得$e^{-x_0}=-e^{-x_0}$，无解，所以函数$f(x)=e^{-x}$无巧值点，故C错误；

对于D，由$f(x_0)=f'(x_0)$，得$\ln x_0=\frac{1}{x_0}$，函数$y=\ln x_0$与$y=\frac{1}{x_0}$在第一象限有一个交点，所以方程$\ln x_0=\frac{1}{x_0}$有一个实数解，所以函数$f(x)=\ln x$有巧值点，故D正确.故选BD.

12.BC **提示**：由图可知$f(-1)=2$，$f(-2)>2$，又因为函数$f(x)$是奇函数，

所以$f(1)=-2$，$f(2)<-2$，所以$f(1)\cdot f(2)>4$，所以A错误，B正确；

由$f(x)$是奇函数，结合图象可知$f'(1)<0$，$f'(2)>0$，所以$f'(1)\cdot f'(2)<0$，所以C正确，D错误.故选BC.

三、填空题

13.$-\frac{3}{e}$ **提示**：因为$f(x)=\frac{x-3}{e^x}+2f'(1)\cdot x$，所以$f'(x)=\frac{4-x}{e^x}+2f'(1)$，

所以$f'(1)=\frac{3}{e}+2f'(1)$，解得$f'(1)=-\frac{3}{e}$.

14.45 **提示**：根据题意，$s=60t-1.5t^2$，则$s'=60-3t$，即$v=60-3t$，当$t=5$时，$v=60-15=45$，

即飞机着陆后滑行5s时的瞬时速度是45m/s.

15.–6 **提示**：因为$f'(x)=3+\sin x$，所以$f'(0)=3$，所以$f(x)$在$(0,f(0))$处的切线斜率为3，而直线$2x-my+1=0$的斜率为$\frac{2}{m}$，因为$f(x)$在$(0,f(0))$处的切线与直线$2x-my+1=0$垂直，所以$3\cdot\frac{2}{m}=-1$，解得$m=-6$.

16.$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ **提示**：由$f_1(x)=\sin x+\cos x$，得$f_2(x)=\cos x-\sin x$，$f_3(x)=-\sin x-\cos x$，$f_4(x)=-\cos x+\sin x$，$f_5(x)=\sin x+\cos x=f_1(x)$.

所以$f_1(x)+f_2(x)+f_3(x)+f_4(x)=\sin x+\cos x+\cos x-\sin x-\sin x-\cos x-\cos x+\sin x=0$，

所以$f_1\left(\frac{\pi}{3}\right)+f_2\left(\frac{\pi}{3}\right)+f_3\left(\frac{\pi}{3}\right)+f_4\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$，

所以$f_1\left(\frac{\pi}{3}\right)+f_2\left(\frac{\pi}{3}\right)+f_3\left(\frac{\pi}{3}\right)+\cdots+f_{2021}\left(\frac{\pi}{3}\right)=505\times\left[f_1\left(\frac{\pi}{3}\right)+f_2\left(\frac{\pi}{3}\right)+f_3\left(\frac{\pi}{3}\right)+f_4\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]+f_{2021}\left(\frac{\pi}{3}\right)=f_1\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

四、解答题

17.**解**：(1)$y'=(x^{-2})'+(x^2)'=-2x^{-3}+2x$.

(2)$y'=\frac{(\ln x)'(x^2+1)-\ln x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}=\frac{\frac{1}{x}(x^2+1)-2x\ln x}{(x^2+1)^2}=\frac{x^2+1-2x^2\ln x}{x(x^2+1)^2}$.

18.**解**：(1)该物体在第1s内的平均速度

$\bar{v}=\frac{s(1)-s(0)}{1-0}=\frac{9}{2}$(m/s).

(2)$s'(t)=\frac{3}{2}t^2+2t+3$，则$s'(2)=\frac{3}{2}\times2^2+2\times2+3=13$，表示该物体在第2s末的瞬时速度为13m/s.

(3)令$s'(t)=\frac{3}{2}t^2+2t+3=19$，解得$t=-4$(舍去)，或$t=\frac{8}{3}$，故经过$\frac{8}{3}$s该物体的运动速度达到19m/s.

19.**解**：(1)根据题意，函数$f(x)=ax^2-b\sin x$，则$f'(x)=2ax-b\cos x$，

若$f'(0)=1$，$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$，则$\begin{cases}-b=1,\\ \frac{2\pi}{3}a-\frac{1}{2}b=\frac{1}{2},\end{cases}$解得$a=0$，$b=-1$.

(2)函数$f(x)=\frac{\ln x}{x}+2xf'(1)$，则其导数$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}+2f'(1)$，

当$x=1$时，有$f'(1)=1+2f'(1)$，解得$f'(1)=-1$，

故$f(x)=\frac{\ln x}{x}-2x$，

则$f(e)=\frac{1}{e}-2e$，$f(1)=-2$，$f(e)-f(1)=\frac{1}{e}-2e+2<0$，故$f(e)<f(1)$.

20.**解**：(1)因为$y=2x-x^3$，所以$y'=-3x^2+2$，当$x=1$时，$y'=-1$，

所以点$A(1,1)$处的切线方程为$y-1=(-1)(x-1)$，即$x+y-2=0$.

(2)设切点坐标为$(m,2m-m^3)$，又$B(2,0)$，

则直线斜率$k=\frac{2m-m^3}{m-2}$，

当$x=m$时，$y'=2-3m^2$，所以$\frac{2m-m^3}{m-2}=2-3m^2$，整理得$m^3-3m^2+2=0$，

化简得$(m-1)(m^2-2m-2)=0$，

解得$m_1=1$，$m_2=1+\sqrt{3}$，$m_3=1-\sqrt{3}$.

当$m=1$时，$k=2-3m^2=-1$，直线方程为$y=-(x-2)=2-x$；

当$m=1+\sqrt{3}$时，$k=2-3m^2=-10-6\sqrt{3}$，直线方程为$y=(-10-6\sqrt{3})(x-2)$；

当$m=1-\sqrt{3}$时，$k=2-3m^2=-10+6\sqrt{3}$，直线方程为$y=(-10+6\sqrt{3})(x-2)$.

21.**解**：(1)因为$f(-x)$的导数为$-f'(-x)$，所以$f(-x)$在$x=a$处的导数值为$-f'(-a)$，

又$f(x)$在$x=-a$处的导数值为$f'(-a)$，

故$f(-x)$在$x=a$处的导数值与$f(x)$在$x=-a$处的导数值互为相反数.

(2)因为$f(x)$为偶函数，

所以$f'(-x)=\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(-x+\Delta x)-f(-x)}{\Delta x}=-\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(x-\Delta x)-f(x)}{-\Delta x}=-f'(x)$，

所以$f'(x)$为奇函数.

22.(1)**解**：$f'(x)=x^2-4x+3=(x-2)^2-1\geqslant-1$，故切线斜率的取值范围为$[-1,+\infty)$.

(2)**解**：结合(1)可知，$f'(x)\geqslant-1$且$-\frac{1}{f'(x)}\geqslant-1$，

即$-1\leqslant f'(x)<0$或$f'(x)\geqslant1$，

解得$x\leqslant2-\sqrt{2}$，或$1<x<3$，或$x\geqslant2+\sqrt{2}$.

故切点横坐标的取值范围为$(-\infty,2-\sqrt{2}]\cup(1,3)\cup[2+\sqrt{2},+\infty)$.

(3)**证明**：假设存在切线l与曲线C同时切于不同的两点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$x_1\neq x_2$，则在点A处的切线方程是$y-\left(\frac{1}{3}x_1^3-2x_1^2+3x_1\right)=(x_1^2-4x_1+3)(x-x_1)$，

即$y=(x_1^2-4x_1+3)x+\left(-\frac{2}{3}x_1^3+2x_1^2\right)$；

同理，在点B处的切线方程是

$y=(x_2^2-4x_2+3)x+\left(-\frac{2}{3}x_2^3+2x_2^2\right)$.

由于两切线是同一直线，则有$x_1^2-4x_1+3=x_2^2-4x_2+3$

且$-\frac{2}{3}x_1^3+2x_1^2=-\frac{2}{3}x_2^3+2x_2^2$，化简得$x_1+x_2=4$

且$(x_1+x_2)^2-3(x_1+x_2)-x_1x_2=0$.解得$x_1=2$，$x_2=2$.

这与$x_1\neq x_2$矛盾，所以不存在与曲线C同时切于两个不同点的直线.

第6期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D **提示**：函数$f(x)=4x^2+\frac{1}{x}$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，$f'(x)=8x-\frac{1}{x^2}=\frac{8x^3-1}{x^2}$，

令$f'(x)>0$，解得$x>\frac{1}{2}$，所以函数$f(x)$的单调递增区间为$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$.故选D.

2.D **提示**：因为$f(x)=\frac{2}{x}+\ln x(x>0)$，所以$f'(x)=\frac{x-2}{x^2}$，

当$x\in(0,2)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$在$(0,2)$上单调递减；

当$x\in(2,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$(2,+\infty)$上单调递增，

所以当$x=2$时，$f(x)$取到极小值.故选D.

3.D **提示**：根据题意，在区间$(-\infty,0)$上，$y=x\cdot f'(x)>0$，必有$f'(x)<0$，则函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$上为减函数，故A、B错误；在区间$(0,b)$上，$y=x\cdot f'(x)>0$，必有$f'(x)>0$，则函数$f(x)$在区间$(0,b)$上为增函数，在区间$(b,+\infty)$上，$y=x\cdot f'(x)<0$，必有$f'(x)<0$，则函数$f(x)$在区间$(b,+\infty)$上为减函数，故C错误，D正确.故选D.

4.B **提示**：根据题意，函数$f(x)=x+\frac{4}{x}$，其导数$f'(x)=1-\frac{4}{x^2}=\frac{x^2-4}{x^2}$，

在区间$(2,+\infty)$上，$f'(x)>0$，函数$f(x)$为增函数，

若$3<a<b$，则$f(b)>f(a)>f(3)$.故选B.

5.A **提示**：$f'(x)=\frac{e^x(x-3)(x+1)}{(x^2-3)^2}$，

结合$x\in[2,+\infty)$，令$f'(x)>0$，解得$x>3$，令$f'(x)<0$，解得$2\leqslant x<3$，

故$f(x)$在$[2,3)$上单调递减，在$(3,+\infty)$上单调递增，故$f(x)$最小值为$f(3)=\frac{e^3}{6}$.故选A.

6.A **提示**：$f'(x)=3x^2+6mx+n$，

由题意知，$\begin{cases}-1+3m-n+m^2=0,\\3-6m+n=0,\end{cases}$且令$f'(x)=0$，$\Delta=(6m)^2-4\times3\times n>0$，解得$m=2$，$n=9$，所以$m+n=11$.故选A.

7.C **提示**：令$f(x)=\frac{19}{10}x^2-\frac{1}{30}x^3(20\leqslant x\leqslant40)$，

则$f'(x)=\frac{19}{5}x-\frac{x^2}{10}=x\left(\frac{19}{5}-\frac{x}{10}\right)$，令$f'(x)=0$，解得$x=38$.

当$20\leqslant x<38$时，$f'(x)>0$，此时函数$f(x)$单调递增；当$38<x\leqslant40$时，$f'(x)<0$，此时函数$f(x)$单调递减.

所以$x=38$时，函数$f(x)$取得极大值即最大值，最大值为$f(38)=38^2\times\left(\frac{19}{10}-\frac{38}{30}\right)\approx915$(元).

所以该冷饮店的日销售额的最大值约为915元.

故选C.

8.A **提示**：$f'(x)=\frac{1}{2}x^2-mx+2$，$f''(x)=x-m$.

因为$y=f(x)$在$(-1,2)$上是“凸函数”，所以$f''(x)=x-m<0$在$(-1,2)$上恒成立，所以$m>x$在$(-1,2)$上恒成立，所以$m\geqslant2$，又$m\leqslant2$，所以$m=2$.

所以当$x\in(-1,2)$时，$f'(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+2=\frac{1}{2}(x-2)^2>$

后第5s时的动能为$\frac{1}{2}mv^2=150J$.故选A.

4.A **提示**：函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=2x\cdot\ln x+x^2\cdot\frac{1}{x}=2x\ln x+x=x(2\ln x+1)$.

令$f'(x)<0$，则$2\ln x+1<0$，解得$0<x<\frac{\sqrt{e}}{e}$，即函数$f(x)=x^2\ln x$的单调递减区间为$\left(0,\frac{\sqrt{e}}{e}\right)$.故选A.

5.B **提示**：函数$f(x)=4x^3-ax^2-2bx+2$，$f'(x)=12x^2-2ax-2b$，所以$f'(1)=12-2a-2b=0$，

所以$a+b=6$，所以$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=\frac{1}{6}\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\right)(a+b)=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\left(\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\right)\geqslant\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\times2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}}=\frac{3}{2}$，当且仅当$2a=b=4$，即$a=2$，$b=4$时，等号成立，所以$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$的最小值为$\frac{3}{2}$，故选B.

6.D **提示**：$g(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+2x-\frac{1}{3}$，$g'(x)=x^2-2x+2$，$g''(x)=2x-2$，

令$g''(x)=0$，得$x=1$，又$g(1)=\frac{1}{3}\times1^3-1^2+2\times1-\frac{1}{3}=1$，所以$g(x)$的对称中心为$(1,1)$，

所以$g(2-x)+g(x)=2$，所以$g(-2019)+g(-2020)+g(2021)+g(2022)$

$=[g(-2019)+g(2021)]+[g(-2020)+g(2022)]=2+2=4$，故选D.

7.A **提示**：构造函数$f(x)=\frac{1}{x}\sin x(0<x\leqslant1)$，则$f'(x)=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$，当$0<x\leqslant1$时，$x<\tan x$，则$f'(x)=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}<\frac{\tan x\cos x-\sin x}{x^2}=0$，所以$f(x)$在$(0,1]$上单调递减，又因为$1>\frac{1}{3}>\frac{1}{5}$，所以$f(1)<f\left(\frac{1}{3}\right)<f\left(\frac{1}{5}\right)$，则$a<b<c$.故选A.

8.B **提示**：$f(x)>g(x)$，即$x+x\ln x>kx-k$，由于$f(x)>g(x)$对任意$x\in(e^2,+\infty)$恒成立，

所以$k<\left(\frac{x+x\ln x}{x-1}\right)_{\min}$，令$u(x)=\frac{x+x\ln x}{x-1}$，$x\in(e^2,+\infty)$，$u'(x)=\frac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$.

令$h(x)=x-\ln x-2$，$h'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}>0$，所以$h(x)$在$x\in(e^2,+\infty)$上单调递增，

所以$h(x)>h(e^2)=e^2-4>0$，可得$u'(x)>0$，所以$u(x)$在$(e^2,+\infty)$上单调递增，

所以$u(x)>u(e^2)=\frac{3e^2}{e^2-1}=3+\frac{3}{e^2-1}\in(3,4)$，又$k\in\mathbf{Z}$，所以$k_{\max}=3$，故选B.

二、多项选择题

9.BD **提示**：对于A，$(2021^x)'=2021^x\ln2021$，A错误；

对于B，$(x^{2021}+\log_2x)'=(x^{2021})'+(\log_2x)'=2021x^{2020}+\frac{1}{x\ln2}$，B正确；

对于C，$\left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)'=\frac{-\sin x\cdot\sin x-\cos x\cdot\cos x}{\sin^2x}=-\frac{1}{\sin^2x}$，C错误；

对于D，$(x^23^x)'=(x^2)'\cdot3^x+x^2\cdot(3^x)'=2x3^x+x^23^x\ln3$，D正确.故选BD.

10.ABD **提示**：$f'(x)=\frac{1}{x}+x-2a=\frac{x^2-2ax+1}{x}(x>0)$，

对于A，当$-1<a<1$时，$x^2-2ax+1$恒大于零，则$f'(x)>0$，所以$f(x)$单调递增，无极值，故A错误；对于B，当$a=1$时，$f'(x)=\frac{1}{x}+x-2=\frac{x^2-2x+1}{x}=\frac{(x-1)^2}{x}\geqslant0$，$f(x)$单调递增，无极值，故B错误；对于C，当$a>1$时，令$f'(x)=0$，解得$x_1=a-\sqrt{a^2-1}$，$x_2=a+\sqrt{a^2-1}$，可知$f(x)$在$(0,x_1)$和$(x_2,+\infty)$单调递增，在$(x_1,x_2)$单调递减，$f(x)$在$x=x_2$处取得极小值，而$0<x_1<1<x_2$，所以$f(x_2)<f(1)=1-2a<0$，故C正确；

对于D，当$x\to0$时，$f(x)<0$，当$x\to+\infty$时，$f(x)>0$，

而且$f(x)$的图象连续，所以$f(x)$必有零点，故D错误.故选ABD.

11.ABC **提示**：令$f'(x)=2x(3x-a)=0$，得$x_1=0$，$x_2=\frac{a}{3}(a<0)$，当$\frac{a}{3}<x<0$时，$f'(x)<0$；当$x<\frac{a}{3}$或$x>0$时，$f'(x)>0$，则$f(x)$的单调递增区间为$\left(-\infty,\frac{a}{3}\right)$，$(0,+\infty)$，单调递减区间为$\left(\frac{a}{3},0\right)$，从而$f(x)$在$x=\frac{a}{3}$处取得极大值为$f\left(\frac{a}{3}\right)=-\frac{a^3}{27}$，由$f(x)=-\frac{a^3}{27}$，得$\left(x-\frac{a}{3}\right)^2\left(2x+\frac{a}{3}\right)=0$，解得$x=\frac{a}{3}$或$x=-\frac{a}{6}$，又$f(x)$在$\left(\frac{a}{2},\frac{a+6}{3}\right)$上有最大值，所以$\frac{a}{3}<\frac{a+6}{3}\leqslant-\frac{a}{6}$，解得$a\leqslant-4$，结合选项可知，$a$的取值可能为$-6$，$-5$，$-4$.故选ABC.

12.CD **提示**：对于A，$f'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$，所以$f(x)$在$(0,1)$上单调递减，$(1,+\infty)$上单调递增，故A错误；

对于B，设$F(x)=f(x)+x$，则$F'(x)=\frac{e^x(x-1)+x^2}{x^2}$，设$g(x)=e^x(x-1)+x^2$，$g'(x)=e^x\cdot x+2x$，

所以当$x>0$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，$g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\sqrt{e}=\frac{1-2\sqrt{e}}{4}<0$，故当$x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$时，$g(x)<0$，$F'(x)<0$，

所以当$x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$时，$F(x)$单调递减，当$x_1<x_2$时，$f(x_1)+x_1>f(x_2)+x_2$，故B错误；

对于C，若$0<x_1<x_2<1$，则$f(x_1)>f(x_2)$，又$-x_1>-x_2$，所以$f(x_1)-x_1>f(x_2)-x_2$，故C正确；

对于D，若$1<x_1<x_2$，则$f(x_1)<f(x_2)$，即$f(x_1)-f(x_2)<0$，又$x_1<x_2$，所以$x_1\cdot[f(x_1)-f(x_2)]>x_2\cdot[f(x_1)-f(x_2)]$，整理得$x_1f(x_1)+x_2f(x_2)>x_2f(x_1)+x_1f(x_2)$，故D正确.故选CD.

三、填空题

13.$x+y-3=0$ **提示**：由$f(x)=3-\frac{x}{e^x}$，则$f'(x)=\frac{x-1}{e^x}$，

所以$f'(0)=-1$，所以在点$(0,3)$处的切线方程为$y-3=-x$，即$x+y-3=0$.

14.$(0,+\infty)$ **提示**：$x\leqslant0$时，$f(x)=2x^3+3x^2+1$，$f'(x)=6x^2+6x=6x(x+1)$，

令$f'(x)>0$，解得$x>0$或$x<-1$，令$f'(x)<0$，解得$-1<x<0$，故$f(x)$在$[-2,-1)$单调递增，在$(-1,0)$单调递减，$x=-1$是极大值点，若$f(x)$在$[-2,2]$上有极小值1，则$f(x)$在$(0,2]$单调递增，故$a>0$，此时满足$f(x)$的极小值是$f(0)=1$，符合题意，故a的取值范围是$(0,+\infty)$.

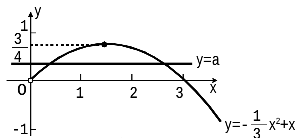
15.$(-\infty,2e]$ **提示**：$f'(x)=\ln x-1$，当$x\in(0,e)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

当$x\in(e,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，所以当$x=e$时，函数取得最小值$f(e)=e\ln e-2e+m=m-e$，所以$f(x)\in[m-e,+\infty)$，

若$f(x)\in[m-e,+\infty)$，函数$y=f(f(x))$与$y=f(x)$有相同的值域，只需$m-e\leqslant e$，即$m\leqslant2e$.

16.$\left(0,\frac{3}{4}\right)$ **提示**：因为$f'(x)=-\frac{a}{x^2}+\frac{1}{x}$，所以$g(x)=f'(x)-\frac{1}{3}=-\frac{a}{x^2}+\frac{1}{x}-\frac{1}{3}(x>0)$，

由$g(x)=0$，得$a=-\frac{1}{3}x^2+x(x>0)$，在同一坐标系中分别作出$y=-\frac{1}{3}x^2+x(x>0)$和$y=a$的图象如下图所示，由图可知当$0<a<\frac{3}{4}$时，两函数图象有两个不同的交点，即函数$g(x)$有两个零点，所以实数a的取值范围是$\left(0,\frac{3}{4}\right)$.



(第16题图)

四、解答题

17.**解**：(1)由$f(x)=e^x\sin x-x$，得$f'(x)=e^x\sin x+e^x\cos x-1$，

所以$f'(0)=0$，又$f(0)=0$，所以曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为$y=0$.

(2)由$f(x)=e^x\sin x-x$，得$f'(x)=e^x\sin x+e^x\cos x-1$，

$f''(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+e^x\cos x-e^x\sin x=2e^x\cos x$，

因为$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，所以$f''(x)\geqslant0$，则$f'(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增，

又$f'(0)=0$，所以$f'(x)\geqslant0$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上成立，即$f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增，所以$f(x)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最大值为$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}\cdot\sin\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}=e^{\frac{\pi}{2}}-\frac{\pi}{2}$.

18.**解**：(1)当$a=b=2$时，$f(x)=2x^3-6x^2+2$，$f'(x)=6x^2-12x(x\in\mathbf{R})$，

令$f'(x)=0$，解得$x=0$或$x=2$，

当x变化时，$f'(x)$，$f(x)$变化情况如下表：

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

所以当$x=0$时，$f(x)$有极大值，极大值为$f(0)=2$，

当$x=2$时，$f(x)$有极小值，极小值为$f(2)=2\times2^3-6\times2^2+2=-6$.

(2)$f(x)=ax^3-3ax^2+b$，则$f'(x)=3ax^2-6ax$，令$f'(x)=0$，解得$x=0$或$x=2$，

因为$a>0$，所以$x\in(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$时，$f'(x)>0$；$x\in(0,2)$时，$f'(x)<0$，

所以$f(x)$在$(-\infty,0)$，$(2,+\infty)$上单调递增，$f(x)$在$(0,2)$上单调递减，

故当$x\in[1,4]$时，$f(x)$在$(1,2)$上单调递减，在$(2,4)$上单调递增，

则$[f(x)]_{\min}=f(2)=b-4a$，而$f(1)=-2a+b$，$f(4)=16a+b$，

因为$a>0$，所以$f(4)>f(1)$，所以$[f(x)]_{\max}=f(4)=16a+b$，

所以$\begin{cases}b-4a=13,\\16a+b=53,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\\b=21.\end{cases}$

19.**解**：(1)由已知得，$\begin{cases}\frac{1}{2}a\times100+10b-\ln2=17.7,\\ \frac{1}{2}a\times225+15b-\ln3=25,\end{cases}$

解得$a=-\frac{1}{25}$，$b=\frac{51}{25}$，

所以$y=-\frac{1}{50}x^2+\frac{51}{25}x-\ln\frac{x}{5}(x\geqslant10)$，则该景点改造升级后旅游增加利润为$L(x)=-\frac{1}{50}x^2+\frac{51}{25}x-\ln\frac{x}{5}-x=-\frac{1}{50}x^2+\frac{26}{25}x-\ln\frac{x}{5}(x\geqslant10)$.

(2)由(1)得，$L(x)=-\frac{1}{50}x^2+\frac{26}{25}x-\ln\frac{x}{5}(x\geqslant10)$，

则$L'(x)=-\frac{1}{25}x+\frac{26}{25}-\frac{1}{x}=-\frac{x^2-26x+25}{25x}=-\frac{(x-1)(x-25)}{25x}$，

令$L'(x)=0$，得$x=25$，

当$x\in(10,25)$时，$L'(x)>0$，$L(x)$单调递增；当$x\in(25,+\infty)$时，$L'(x)<0$，$L(x)$单调递减，所以$x=25$时，$L(x)$取得最大值，且$[L(x)]_{\max}=L(25)=11.9$，

所以当投入25万元时，旅游增加利润最大，最大利润为11.9万元.

20.**解**：(1)$f'(x)=2a^2x+a-\frac{3}{x}=\frac{(2ax+3)(ax-1)}{x}$，$x>0$，

因为$a>0$，所以$-\frac{3}{2a}<0<\frac{1}{a}$，所以在$\left(0,\frac{1}{a}\right)$上，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，在$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$上，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增.

综上，$f(x)$在$\left(0,\frac{1}{a}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$上单调递增.

(2)由(1)可知，$[f(x)]_{\min}=f\left(\frac{1}{a}\right)=a^2\times\left(\frac{1}{a}\right)^2+a\times\frac{1}{a}-3\ln\frac{1}{a}+1=3+3\ln a$，因为$y=f(x)$的图象与$x$轴没有公共点，所以$3+3\ln a>0$，所以$a>\frac{1}{e}$，所以$a$的取值范围为$\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$.

21.(1)**解**：因为$f(x)=\ln(x+1)-ax$，所以$f'(x)=\frac{1}{x+1}-a$，$x\in[0,+\infty)$，

当$a\leqslant0$时，$f'(x)>0$，则$f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增，所以$f(x)\geqslant f(0)=0$，不合题意；

当$0<a<1$时，由$f'(x)>0$，得$0\leqslant x<\frac{1}{a}-1$，则$f(x)$在$\left[0,\frac{1}{a}-1\right)$上单调递增，

所以存在$x_0\in\left(0,\frac{1}{a}-1\right)$，使得$f(x_0)>f(0)=0$，不合题意；

当$a\geqslant1$时，因为$0<\frac{1}{x+1}\leqslant1$，所以$f'(x)\leqslant0$，$f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递减，所以$f(x)\leqslant f(0)=0$.

综上可知，实数a的取值范围是$[1,+\infty)$.

(2)**证明**：当$x>0$时，$e^x-1>0$，要证$(e^x-1)\ln(x+1)>x^2$，

只需证$\frac{\ln(x+1)}{x}>\frac{x}{e^x-1}$，

即证$\frac{\ln(x+1)}{x}>\frac{\ln[(e^x-1)+1]}{e^x-1}$.(＊)

令$g(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}(x>0)$，则$g'(x)=\frac{\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)}{x^2}$，

令$h(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)(x>0)$，则$h'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{x+1}=-\frac{x}{(x+1)^2}<0$，所以$h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，$h(x)<h(0)=0$，即$g'(x)<0$，

所以$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，由(＊)可知，只需证$x<e^x-1(x>0)$，

令$\varphi(x)=e^x-x-1(x>0)$，则$\varphi'(x)=e^x-1>0$，所以$\varphi(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，

所以对于任意$x>0$，$\varphi(x)>\varphi(0)=0$，即$x<e^x-1$，故原不等式成立.

22.**解**：(1)$f(x)$在$[0,1]$上有极值点，即$f'(x)=0$在$(0,1)$内存在变号零点，

由$f'(x)=\frac{1}{x+1}-k=0$，得$k=\frac{1}{x+1}$，$x\in(0,1)$，所以$k\in\left(\frac{1}{2},1\right)$.所以实数$k$的取值范围是$\left(\frac{1}{2},1\right)$.

(2)令$g(x)=\ln(x+1)+\sin x-kx$，$x\in[0,\pi]$，

$g'(x)=\frac{1}{1+x}+\cos x-k$，$g'(x)$在$[0,\pi]$上单调递减，

当x从0增加到π时，$g'(x)$从$2-k$减小到$-\frac{\pi}{1+\pi}-k$.

当$2-k\leqslant0$，即$k\geqslant2$时，

$g'(x)<0$在$(0,\pi)$内恒成立，故$g(x)$在$[0,\pi]$上单调递减，又因为$g(0)=0$，

所以此时函数$g(x)$在$[0,\pi]$上零点的个数为1；

当$-\frac{\pi}{1+\pi}-k\geqslant0$，即$k\leqslant-\frac{\pi}{1+\pi}$时，$g'(x)>0$在$(0,\pi)$内恒成立，故$g(x)$在$[0,\pi]$上单调递增，所以$g(x)\geqslant g(0)=0$，所以此时函数$g(x)$在$[0,\pi]$上的零点个数为1；

当$-\frac{\pi}{1+\pi}<k<2$时，令$g'(x_0)=0$，则在$(0,x_0)$内$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，在(x_0,π)内$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，

又$g(0)=0$，$g(\pi)=\ln(\pi+1)-k\pi$，

当$g(\pi)>0$时，即$-\frac{\pi}{1+\pi}<k<\frac{\ln(1+\pi)}{\pi}$，函数$g(x)$在$[0,\pi]$上的零点个数为1；

当$g(\pi)\leqslant0$时，即$\frac{\ln(1+\pi)}{\pi}\leqslant k<2$，函数$g(x)$在$[0,\pi]$上的零点个数为2.

综上所述，当$k\geqslant2$或$k<\frac{\ln(1+\pi)}{\pi}$时，函数$g(x)$在$[0,\pi]$上的零点个数为1；

当$\frac{\ln(1+\pi)}{\pi}\leqslant k<2$时，函数$g(x)$在$[0,\pi]$上的零点个数为2.

0,所以 $f(x)$在$(-1,2)$上为单调增函数,所以该函数在该区间上既没有最大值,也没有最小值.故选 A.

二、多项选择题

9.BD **提示:**对于 A,$f(x)=x^4$,其导数$f'(x)=4x^3$,在区间$(-\infty,0)$上,有$f'(x)<0$,函数$f(x)$为减函数,不符合题意;

对于 B,$f(x)=x-\sin x$,其导数$f'(x)=1-\cos x$,在$(-\infty,+\infty)$上,有$f'(x)\geqslant 0$,则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增,符合题意;

对于 C,$f(x)=xe^x$,其导数$f'(x)=e^x+xe^x=(1+x)e^x$,在区间$(-\infty,-1)$上,有$f'(x)<0$,函数$f(x)$为减函数,不符合题意;

对于 D,$f(x)=e^x-e^{-x}-2x$,其导数$f'(x)=e^x+e^{-x}-2$,必有$f'(x)=e^x+e^{-x}-2\geqslant 2-2=0$,则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增,符合题意.故选 BD.

10.AC **提示:**由函数$y=f(x)$的导函数$f'(x)$的图象可知,

$y=f'(x)$连续不断,且$x=-4$附近的左侧导数小于0,右侧导数大于0,知$f(x)$在$x=-4$时取得极小值,故A正确;

同理可得,$f(x)$在$x=1.5$时取得极小值,即$x=1.5$是$f(x)$极小值点,故C正确;

$x=-2$附近左右两侧的导数值均为正,故$x=-2$不是函数$y=f(x)$的极值点,故B错误,同理知D错误.故选 AC.

11.BCD **提示:**对于 A,$f(x)=e^{\sqrt{x-1}}$在定义域上是增函数,无极值点,不符合题意,故A错误;

对于 B,$f(x)=e^x-2x$,则$f'(x)=e^x-2$,当$x>\ln 2$时,$f'(x)>0$,当$x<\ln 2$时,$f'(x)<0$,所以有极小值点$x=\ln 2$,且在$(2,+\infty)$单调递增,故B正确;

对于 C,$f(x)=x^2-4x+4$的对称轴为$x=2$,则$f(x)$存在极小值点$x=2$,且在$(2,+\infty)$上单调递增,故C正确;

对于 D,$f(x)=|\log_2x-1|\log_2x=\begin{cases}(\log_2x)^2-\log_2x,x\geqslant 2,\\ \log_2x-(\log_2x)^2,0<x<2,\end{cases}$

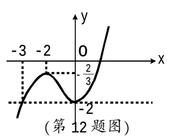
当$x\geqslant 2$时,$y=(\log_2x)^2-\log_2x$,令$t=\log_2x(x\geqslant 2)$,$y=t^2-t(t\geqslant 1)$,此时y单调递增,由复合函数的单调性可知,$f(x)$在$(2,+\infty)$上单调递增,当$0<x<2$时,$y=\log_2x-(\log_2x)^2$,令$t=\log_2x(0<x<2)$,$y=t-t^2(t<1)$,

所以由复合函数的单调性可知,当$t<\frac{1}{2}$,即$x<\sqrt{2}$时,函数$f(x)$为增函数;当$\frac{1}{2}<t<1$,即$\sqrt{2}<x<2$时,函数$f(x)$为减函数,所以$f(x)$存在极大值点$x=\sqrt{2}$,符合题意,故D正确.故选 BCD.

12.BCD **提示:**由$f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-2$,得$f'(x)=x^2+2x=x(x+2)$,

故$f(x)$在$(-\infty,-2)$,$(0,+\infty)$上是增函数,在$(-2,0)$上是减函数,作出其大致图象如图所示,令$\frac{1}{3}x^3+x^2-2=-2$,得$x=0$或$x=-3$,则结合图象可知,$\begin{cases}-3\leqslant a-2<0,\\ a+3>0,\end{cases}$

解得$a\in[-1,2)$,又$a\in\mathbf{Z}$,所以a可以取-1,0,1.故选 BCD.



(第12题图)

三、填空题

13.(0,2) **提示:**根据题意,$f(x)=\frac{2}{x}+\ln x$,定义域为$(0,+\infty)$,

所以$f'(x)=-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{x-2}{x^2}$,

由$f'(x)<0$,得$0<x<2$,

所以函数$f(x)$的单调递减区间为(0,2).

14.x^2(答案不唯一) **提示:**令$f(x)=x^2$,则$f(0)=0$,且$f(x)$恰有1个极值点.

15.6,28.8π **提示:**瓶子半径为r时,每瓶饮料的利润是

$f(r)=0.2\times\frac{4\pi}{3}r^3-0.8\pi r^2=0.8\pi\left(\frac{r^3}{3}-r^2\right),0<r\leqslant 6$,

所以$f'(r)=0.8\pi(r^2-2r)$,

令$f'(r)=0$,得$r=2$或$r=0$(舍去),

当$r\in(0,2)$时,$f'(r)<0$,$f(r)$单调递减,

当$r\in(2,6]$时,$f'(r)>0$,$f(r)$单调递增,

$r\to 0$时,$f(r)\to 0$;$r=6$时,$f(6)=28.8\pi$,

故半径为6cm时,利润最大为28.8π分.

16.① **提示:**根据题意,函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$,有$f(0)=d$,则与y轴的交点为$(0,d)$,必有$d>0$.

又$f'(x)=3ax^2+2bx+c$,

由函数$f(x)$的图象,在区间$(-\infty,x_1)$上,$f(x)$为增函数,必有$f'(x)>0$,在区间(x_1,x_2)上,$f(x)$为减函数,必有$f'(x)<0$,在区间$(x_2,+\infty)$上,$f(x)$为增函数,必有$f'(x)>0$,则对于$f'(x)=3ax^2+2bx+c$,必有$3a>0$,即$a>0$.

而$0<x_1<x_2$,则$\frac{c}{3a}=x_1x_2>0$,$-\frac{2b}{3a}=x_1+x_2>0$,必有$b<0$,$c>0$,故①正确.

四、解答题

17.**解:**(1)当$a=3$时,$f(x)=\ln x-3x$,函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,且$f'(x)=\frac{1}{x}-3=\frac{1-3x}{x}$,

所以$f'(1)=-2$,所以曲线$y=f(x)$在点P处的切线方程为$y+3=-2(x-1)$,即为$2x+y+1=0$.

(2)$f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}(x>0)$,

当$a\leqslant 0$时,$f'(x)>0$,函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增;

当$a>0$时,令$f'(x)>0$,解得$0<x<\frac{1}{a}$;令$f'(x)<0$,解得$x>\frac{1}{a}$,故函数$f(x)$在$\left(0,\frac{1}{a}\right)$单调递增,在$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$单调递减.

综上,当$a\leqslant 0$时,函数$f(x)$的单调递增区间为$(0,+\infty)$;当$a>0$时,函数$f(x)$的单调递增区间为$\left(0,\frac{1}{a}\right)$,单调递减区间为$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$.

18.**解:**(1)$f'(x)=a\ln x+ab+a$,由题设可得$f'(1)=-1$,$f(1)=-2$,

所以$\begin{cases}ab+a=-1,\\ ab=-2,\end{cases}$解得$a=1,b=-2$.

(2)$f(x)$定义域为$(0,+\infty)$,$f'(x)=\ln x-1$.

当$0<x<e$时,$f'(x)<0$,$f(x)$在$(0,e)$上单调递减;

当$x>e$时,$f'(x)>0$,$f(x)$在$(e,+\infty)$上单调递增.

所以当$x=e$时,$f(x)$取极小值$f(e)=-e$,没有极大值.

19.**解:**(1)由$1+x>0$,解得$x>-1$,故函数$f(x)$的定义域为$\{x|x>-1\}$,不关于y轴对称,故$f(x)$不是偶函数,故结论(1)错误.

(2)因为$f(x)=x\ln(1+x)$,所以$f'(x)=\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}\geqslant 0$,在$[0,+\infty)$上恒成立,

故$f(x)$在$[0,+\infty)$上是增函数,故结论(2)正确.

(3)令$f(x)=x\ln(1+x)=0$,则$x=0$或$\ln(1+x)=0$,解得$x=0$,

故$f(x)$只有一个零点,故结论(3)错误.

20.**解:**(1)$f(x)=xe^{-x}=\frac{x}{e^x}$,$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$,$f'(x)=\frac{1-x}{e^x}$,

令$f'(x)>0$,解得$x<1$;令$f'(x)<0$,解得$x>1$.所以$f(x)$在$(-\infty,1)$上单调递增,在$(1,+\infty)$上单调递减,故$f(x)$有极大值$f(1)=\frac{1}{e}$,无极小值.

(2)结合(1)可知函数$f(x)$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上单调递增,在(1,2)上单调递减,

所以$[f(x)]_{max}=f(1)=\frac{1}{e}$,$f(2)=\frac{2}{e^2}$,$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2\sqrt{e}}$,

所以$f\left(\frac{1}{2}\right)-f(2)=\frac{1}{2\sqrt{e}}-\frac{2}{e^2}=\frac{e^{\frac{3}{2}}-4}{2e^2}$,因为$e^3>2.7^3>4^2$,所以$e^{\frac{3}{2}}>4$,

所以$f\left(\frac{1}{2}\right)-f(2)>0$,所以$f\left(\frac{1}{2}\right)>f(2)$,

所以$[f(x)]_{min}=f(2)=\frac{2}{e^2}$.

所以函数$f(x)$在$\left[\frac{1}{2},2\right]$上的最大值为$f(1)=\frac{1}{e}$,最小值为$f(2)=\frac{2}{e^2}$.

21.**解:**(1)依题意得$L(x)=x(4-x)+x\left(6-\frac{6\ln x}{x}-\frac{1}{x}\right)-2x-1=-x^2+8x-6\ln x-2(x>0)$.

(2)当$1\leqslant x\leqslant 6$时,因为$L'(x)=-2x+8-\frac{6}{x}=\frac{-2x^2+8x-6}{x}=-\frac{2(x-1)(x-3)}{x}$,

所以当$1<x<3$时,$L'(x)>0$;当$3<x<6$时,$L'(x)<0$.

所以$L(x)$在$[1,3]$上单调递增,在$[3,6]$上单调递减,

当$x=3$时,$[L(x)]_{max}=L(3)=13-6\ln 3$,

所以当月产量为3万件时,该企业所获得的最大月利润为$(13-6\ln 3)$万元.

22.**解:**(1)当$a=1$时,$f(x)=x^3+x^2-x+1$,则$f'(x)=3x^2+2x-1=(x+1)(3x-1)$,

在$[-2,1]$上,令$f'(x)>0$,解得$-2<x<-1$或$\frac{1}{3}<x<1$;令$f'(x)<0$,解得$-1<x<\frac{1}{3}$.

所以函数$f(x)$在$(-2,-1)$,$\left(\frac{1}{3},1\right)$上单调递增,在$\left(-1,\frac{1}{3}\right)$上单调递减,

由于$f(-1)=2$,$f(1)=2$,故函数$f(x)$在区间$[-2,1]$上的最大值为2.

(2)$f'(x)=3x^2+2ax-a^2=(x+a)(3x-a)$,令$f'(x)=0$,解得$x=-a$或$x=\frac{a}{3}$,

当$a=0$时,$f'(x)=3x^2\geqslant 0$,所以函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增,无极值;

当$a>0$时,令$f'(x)>0$,解得$x<-a$或$x>\frac{a}{3}$;令$f'(x)<0$,解得$-a<x<\frac{a}{3}$.

所以函数$f(x)$在$(-\infty,-a)$,$\left(\frac{a}{3},+\infty\right)$上单调递增,在$\left(-a,\frac{a}{3}\right)$上单调递减,

所以函数$f(x)$的极大值为$f(-a)=a^3+1$,极小值为$f\left(\frac{a}{3}\right)=1-\frac{5}{27}a^3$.

第7期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B **提示:**对于A,$y=\sin x$是正弦函数,在$(0,+\infty)$内不是单调函数,不符合题意;

对于B,$y=xe^x$,其导数$y'=e^x+xe^x=(x+1)e^x$,当$x>0$时,$y'>0$恒成立,则其在$(0,+\infty)$内为增函数,符合题意;对于C,$y=x^3-x$,其导数$y'=3x^2-1$,在区间$\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$上,$y'<0$,函数为减函数,不符合题意;对于D,$y=\ln x-x$,其导数$y'=\frac{1}{x}-1$,在区间$(1,+\infty)$上,$y'<0$,函数为减函数,不符合题意.故选B.

2.A **提示:**根据题意,$f(x)=\frac{1}{x}-e^x$,其定义域为$\{x|x\neq 0\}$,其导数$f'(x)=-\frac{1}{x^2}-e^x=-\left(\frac{1}{x^2}+e^x\right)$,

在区间$(0,+\infty)$上,$f'(x)<0$,则函数$f(x)$为减函数,

又由$\frac{\sqrt{5}}{5}<1<\log_45<\log_49=\log_23$,得$b<a<c$.故选A.

3.D **提示:**根据题意,设$g(x)=f(x)-2x^2+1$,则$g'(x)=f'(x)-4x$,

又由$f'(x)-4x>0$,则$g'(x)>0$恒成立,故$g(x)$在$\mathbf{R}$上为增函数,

由$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$,则$g\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)-2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+1=0$,故$g(x)\geqslant 0$的解集为$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$,不等式$f(\cos x)-\cos 2x\geqslant 0$,变形可得$f(\cos x)-2\cos^2x+1\geqslant 0$,即$g(\cos x)\geqslant 0$,

则$\cos x\geqslant\frac{1}{2}$,又$x\in[0,2\pi]$,所以$x\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$.故选D.

4.D **提示:**若函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上无极值,则$f'(x)=x^2-2mx+m$在$\mathbf{R}$上无变号零点,

故$\Delta=4m^2-4m\leqslant 0$,解得$0\leqslant m\leqslant 1$.故选D.

5.D **提示:**由题意知,$f'(x)=6x^2-2ax=x(6x-2a)$,

当$\frac{a}{3}\leqslant 0$,即$a\leqslant 0$时,在区间$[0,2]$上$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,而$f(0)=2$,不合题意;

当$\frac{a}{3}\geqslant 2$,即$a\geqslant 6$时,在区间$[0,2]$上$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,而$f(0)=2$,满足题意;

当$0<\frac{a}{3}<2$,即$0<a<6$时,在区间$\left(0,\frac{a}{3}\right)$上$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,在区间$\left(\frac{a}{3},2\right)$上$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,满足题意时有$f(2)\leqslant f(0)$,即$16-4a+2\leqslant 2$,所以$a\geqslant 4$,此时$4\leqslant a<6$.

综上,a的取值范围是$[4,+\infty)$.故选D.

6.B **提示:**由题意,利润$y=y_1-y_2=16\sqrt{x}-\frac{2}{3}x\sqrt{x}(x>0)$.令$t=\sqrt{x}$,$t>0$,则$y=16t-\frac{2}{3}t^3$,

$y'=16-2t^2$,由$y'=16-2t^2=0$,得$t=2\sqrt{2}(t>0)$,当$t\in(0,2\sqrt{2})$时,$y'>0$,当$t\in(2\sqrt{2},+\infty)$时,$y'<0$.

所以函数$y=16\sqrt{x}-\frac{2}{3}x\sqrt{x}$在(0,8)上为增函数,在$(8,+\infty)$上为减函数.

则当$x=8$(千台)时,y取得最大值.故选B.

7.D **提示:**因为$f(x)+f(-x)=0$,可得$f(x)$是奇函数,且在$x\in\mathbf{R}$上是减函数,

由$f(a\cdot e^x)+f(1-2x)\leqslant 0$,

即$f(a\cdot e^x)\leqslant -f(1-2x)=f(2x-1)$,即$a\geqslant\frac{2x-1}{e^x}$对任意的$x\in\mathbf{R}$恒成立,令$h(x)=\frac{2x-1}{e^x}$,

由$h'(x)=\frac{3-2x}{e^x}$,令$h'(x)>0$,解得$x<\frac{3}{2}$,令$h'(x)<0$,解得$x>\frac{3}{2}$,故$h(x)$在$\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$单调递增,在$\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$单调递减,故$h(x)$的最大值为$h\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{2}{\sqrt{e^3}}$,可得$a\geqslant\frac{2}{\sqrt{e^3}}$.故选D.

8.C **提示:**令$f(x)=-2x^3+9x^2-12x+m=0$,则$2x^3-9x^2+12x=m$,令$g(x)=2x^3-9x^2+12x$,则$g'(x)=6x^2-18x+12=6(x^2-3x+2)$,

令$g'(x)=0$,则$x=1$或$x=2$,当$\frac{1}{2}<x<1$或$2<x<3$时,$g'(x)>0$;当$1<x<2$时,$g'(x)<0$,所以函数$g(x)$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上单调递增,在(1,2)上单调递减,在(2,3)上单调递增,

又$g\left(\frac{1}{2}\right)=4$,$g(1)=5$,$g(2)=4$,$g(3)=9$,

当$x\in\left(\frac{1}{2},3\right)$时,函数$f(x)$存在三个不同的零点,

所以当$\frac{1}{2}<x<3$时,函数$g(x)$图象与直线$y=m$有三个交点,所以$4<m<5$,所以实数m的取值范围为(4,5).故选C.

二、多项选择题

9.BC **提示:**因为函数$f(x)=ax-x^3$在$[1,3]$上单调递增,所以当$x\in[1,3]$时,$f'(x)=a-3x^2\geqslant 0$恒成立,所以$a\geqslant(3x^2)_{max}$,因为$g(x)=3x^2$在$[1,3]$上单调递增,

所以$[g(x)]_{max}=g(3)=3\times 3^2=27$,所以$a\geqslant 27$,故选BC.

10.CD **提示:**$f'(x)=2xe^x+x^2e^x=x(2+x)\cdot e^x$,因为函数$f(x)=x^2e^x$在区间$(1-a,1+a)$上存在极值点,所以$f'(x)=0$在区间$(1-a,a+1)$上有解,令$f'(x)=0$,解得$x=0$,或$x=-2$,所以$1-a<0<a+1$,或$1-a<-2<a+1$,解得$a>1$.故选CD.

11.AD **提示:**$f(x)=x\sin x$,$f'(x)=\sin x+x\cos x$,令$g(x)=\sin x+x\cos x$,$g'(x)=\cos x+\cos x-x\sin x=2\cos x-x\sin x$.

对于A,$f(x)$在$(0,\pi)$上连续,$f(0)=f(\pi)=0$,所以$f(x)$在$(0,\pi)$上不单调,故A正确;

对于B,因为$g'(x)=2\cos x-x\sin x$,当$x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$时,$g'(x)<0$,$g(x)$单调递减,

因为$g\left(\frac{\pi}{2}\right)=f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=1>0$,$g(\pi)=f'(\pi)=-\pi<0$,

所以存在唯一$x_0\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,使得$f'(x_0)=0$.

随着x的变化,$f'(x)$,$f(x)$的变化情况如下:

x	$\left(\frac{\pi}{2},x_0\right)$	x_0	(x_0,π)
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗	极大值	↘

所以$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$内有且只有一个极值点,故B错误;

对于C,令$f(x)=x\sin x=0$,得$x=0$或$x=k\pi$,$k\in\mathbf{Z}$,所以在$[-2\pi,2\pi]$上有5个零点,故C错误;

对于D,由选项B可知,$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},x_0\right)$内单调递增,在$(x_0,\pi)$内单调递减,

又因为$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}>0$,$f(\pi)=0$,所以当$x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$时,$\ln\frac{\pi}{2}<\ln x\leqslant\ln\pi$,所以$g(x)=\frac{f(x)+1}{\ln x}\geqslant\frac{1}{\ln\pi}$,当且仅当$x=\pi$时取等号,所以$g(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$上的最小值为$\frac{1}{\ln\pi}$,故D正确.故选AD.

12.ABC **提示:**对于A,令$f(x)=e^x-(x+1)$,$f'(x)=e^x-1$,所以当$x>0$时,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,当$x<0$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,所以$f(x)\geqslant f(0)=0$,所以$e^x\geqslant x+1$,所以$e^{x+2}\geqslant x+3$,故A正确;

对于B,令$f(x)=x^2-\ln x$,$f'(x)=2x-\frac{1}{x}=\frac{2x^2-1}{x}$,所以在$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$上,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,在$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$上,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,所以$f(x)\geqslant f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{1}{2}-\ln\frac{\sqrt{2}}{2}=\ln\sqrt{e}-\ln\frac{\sqrt{2}}{2}>0$,所以$x^2>\ln x$,所以$(x+1)^2>\ln(x+1)(x>-1)$,故B正确;

对于C,令$f(x)=\ln x-(x-1)$,$f'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$,当$x>1$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,当$0<x<1$时,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,所以$f(x)\leqslant f(1)=0$,所以$\ln x-(x-1)\leqslant 0$,所以$\ln x\leqslant x-1$,所以$\ln(x+2)\leqslant x+1(x>-2)$,故C正确;

对于D,取$x=-\pi$,得$e^{-\pi}=\frac{1}{e^{\pi}}<\frac{1}{8}=\sin(-\pi)+\frac{1}{8}$,故D错误.故选ABC.

三、填空题

13.1 **提示:**$f'(x)=\frac{1-x}{e^x}+x-1=\frac{(x-1)(e^x-1)}{e^x}$,

令$f'(x)>0$,得$x>1$或$x<0$,令$f'(x)<0$,得$0<x<1$,所以$f(x)$在$(-\infty,0)$,$(1,+\infty)$上单调递增,在(0,1)上单调递减,所以$f(x)$的极大值为$f(0)=1$.

14.3 **提示:**因为$f(x)=-x^2+ax+1-\ln x$在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$上是减函数,

所以$f'(x)=-2x+a-\frac{1}{x}\leqslant 0$在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$上恒成立,即$a\leqslant\left(2x+\frac{1}{x}\right)_{min}$,$x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

令$g(x)=2x+\frac{1}{x}$,则$g(x)$在区间$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$上单调递减,而$\left(0,\frac{1}{2}\right)\subseteq\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,

所以$g(x)=2x+\frac{1}{x}$在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$上单调递减,又$g\left(\frac{1}{2}\right)=3$,所以$a\leqslant 3$,即实数$a$的最大值为3.

15.0 **提示:**因为$y=e^x-e^{-x}+\sin 2x$,所以$y'=e^x+e^{-x}+2\cos 2x$,

因为$e^x+e^{-x}\geqslant 2\sqrt{e^x\cdot e^{-x}}=2$,当且仅当$x=0$时取等号,所以$y'\geqslant 2+2\cos 2x=2(1+\cos 2x)\geqslant 0$,

所以函数$y=e^x-e^{-x}+\sin 2x$在区间$[0,\pi]$上单调递增,所以当$x=0$时,y取得最小值,即$y_{min}=0$.

16.$(1,+\infty)$ **提示:**不等式$f(2-x)>f(x)\cdot 3^{2-2x}$,变形为$f(2-x)>f(x)\cdot 3^{2-x}\cdot 3^{-x}$,

所以$\frac{f(2-x)}{3^{2-x}}>\frac{f(x)}{3^x}$,令$F(x)=\frac{f(x)}{3^x}$,则$F(2-x)>F(x)$,

$F'(x)=\frac{f'(x)3^x-3^x\ln 3f(x)}{(3^x)^2}=\frac{f'(x)-\ln 3f(x)}{3^x}$,

又因为"$\forall x\in\mathbf{R}$,$f'(x)<\ln 3\cdot f(x)$"是真命题,所以$x\in\mathbf{R}$,$f'(x)-\ln 3\cdot f(x)<0$,

即$F'(x)<0$,所以$F(x)$在$\mathbf{R}$上单调递减,又$F(2-x)>F(x)$,所以$2-x<x$,

所以$x>1$,所以不等式$f(2-x)>f(x)\cdot 3^{2-2x}$的解集为$(1,+\infty)$.

四、解答题

17.**解:**(1)因为$x=14$时,$y=21$,代入关系式$y=\frac{a}{x-12}+4(x-16)^2$,得$\frac{a}{2}+16=21$,解得$a=10$.

(2)由(1)可知,盒饭每月的销售量$y=\frac{10}{x-12}+4(x-16)^2$,

所以每月销售盒饭所获得的利润为$f(x)=(x-12)\cdot\left[\frac{10}{x-12}+4(x-16)^2\right]=10+4(x-12)(x-16)^2$,$x\in(12,16)$,

从而$f'(x)=4(x-16)(3x-40)$.

令$f'(x)=0$,得$x=\frac{40}{3}$,所以在$\left(12,\frac{40}{3}\right)$上,$f'(x)>0$,函数$f(x)$单调递增;在$\left(\frac{40}{3},16\right)$上,$f'(x)<0$,函数$f(x)$单调递减,所以$x=\frac{40}{3}$是函数$f(x)$在(12,16)内的极大值点,也是最大值点,所以当$x=\frac{40}{3}\approx 13.3$时,函数$f(x)$取得最大值.故当销售价格为13.3元/盒时,餐厅每月销售所获得的利润最大.

18.**解:**(1)当$a=0$时,$f(x)=x^3-3x^2+2$,

所以$f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$,

当x变化时,$f'(x)$,$f(x)$的变化情况如下表:

x	$(-\infty,0)$	0	(0,2)	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

所以函数$f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,0)$,$(2,+\infty)$,单调递减区间为(0,2),

所以函数$f(x)$的极大值为$f(0)=2$,极小值为$f(2)=-2$.

(2)$f'(x)=3x^2-6x+a$,因为函数$f(x)$在区间$[-1,a]$上单调递增,

所以$f'(x)\geqslant 0$对$x\in[-1,a]$恒成立,因为函数$f'(x)=3x^2-6x+a$图象的对称轴为$x=1$.

①当$-1<a\leqslant 1$时,$f'(x)$在$[-1,a]$上的最小值为$f'(a)$,

由$f'(a)=3a^2-5a\geqslant 0$,得$a\geqslant\frac{5}{3}$或$a\leqslant 0$,所以$-1<a\leqslant 0$;

②当$a>1$时,$f'(x)$在$[-1,a]$上的最小值为$f'(1)$,由$f'(1)=3-6+a\geqslant 0$,解得$a\geqslant 3$.

所以实数a的取值范围为$(-1,0]\cup[3,+\infty)$.

19.(1)**解:**当$n=2$时,则$f(x)=x^2\ln x(x>0)$,

所以$f'(x)=x(1+2\ln x)$,

令$f'(x)=0$,得$x=\frac{1}{\sqrt{e}}$,

当$x\in\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$时,$f'(x)<0$,

当$x\in\left(\frac{1}{\sqrt{e}},+\infty\right)$时,$f'(x)>0$,

所以函数$f(x)$在区间$\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$上单调递减,在区间$\left(\frac{1}{\sqrt{e}},+\infty\right)$上单调递增,

所以函数$f(x)$有极小值$f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=-\frac{1}{2e}$,无极大值,所以函数$f(x)$有最小值$-\frac{1}{2e}$,无最大值.

(2)**证明:**当$n=1$时,$f(x)=x\ln x$,要证当$x>1$时,$f(x)<\frac{1}{2}(x^2-1)$,只需证当$x>1$时,$x\ln x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2<0$成立.

令$g(x)=x\ln x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2(x>1)$,$g'(x)=\ln x+1-x$,$g''(x)=\frac{1}{x}-1<0$,

所以$g'(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减,所以$g'(x)<g'(1)=0$,所以$g(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减,所以$g(x)<g(1)=0$,所以当$x>1$时,$f(x)<\frac{1}{2}(x^2-1)$.

20.(1)**解:**由题意,$f(x)$的定义域为$(-\infty,a)$,

令$t(x)=xf(x)$,则$t(x)=x\ln(a-x)$,$x\in(-\infty,a)$,

则$t'(x)=\ln(a-x)+x\cdot\frac{-1}{a-x}=\ln(a-x)+\frac{-x}{a-x}$,

因为$x=0$是函数$y=xf(x)$的极值点,则有$t'(0)=0$,即$\ln a=0$,所以$a=1$.

(2)**证明:**由(1)可知,$xf(x)=x\ln(1-x)$,要证$\frac{x+f(x)}{xf(x)}<1$,即需证明$\frac{x+\ln(1-x)}{x\ln(1-x)}<1$,

因为当$x\in(-\infty,0)$时,$x\ln(1-x)<0$,当$x\in(0,1)$时,$x\ln(1-x)<0$,

所以需证明$x+\ln(1-x)>x\ln(1-x)$,

即证明$x+(1-x)\ln(1-x)>0$,

令$h(x)=x+(1-x)\ln(1-x)$,则$h'(x)=1+(1-x)\cdot\frac{-1}{1-x}-\ln(1-x)=-\ln(1-x)$,

所以$h'(0)=0$,当$x\in(-\infty,0)$时,$h'(x)<0$,

当$x\in(0,1)$时,$h'(x)>0$,所以$x=0$为$h(x)$的极小值点,所以$h(x)>h(0)=0$,即$x+\ln(1-x)>x\ln(1-x)$,

故$\frac{x+\ln(1-x)}{x\ln(1-x)}<1$,所以$g(x)<1$.

21.(1)**解:**当$a=3$时,$f(x)=\ln x+\frac{2}{x}-3$,定义域为$(0,+\infty)$,$f'(x)=\frac{x-2}{x^2}$,

令$f'(x)>0$,解得$x>2$,令$f'(x)<0$,解得$0<x<2$,

所以$f(x)$在(0,2)上单调递减,在$(2,+\infty)$上单调递增,

所以$f(x)$在$(e^{-1},2)$上单调递减,在$(2,e^3)$上单调递增,

因为$f(e^{-1})=2e-4>0$,$f(e^3)=\frac{2}{e^3}>0$,$f(2)=\ln 2-2<0$,

所以存在$x_1\in(e^{-1},2)$,$f(x_1)=0$,存在$x_2\in(2,e^3)$,$f(x_2)=0$,

所以$a=3$时,$f(x)$在(e^{-1},e^3)上有两个零点.

(2)**证明:**因为$f(x)$有两个零点,所以$f(2)<0$,即$\ln 2+1-a<0$,解得$a>1+\ln 2$.

设$0<x_1<2<x_2$,则要证$x_1+x_2>4$,即证$4-x_1<x_2$,

又$4-x_1>2$,所以只要证明$f(4-x_1)<f(x_2)=f(x_1)=0$,

设$g(x)=f(x)-f(4-x)(0<x<2)$,

则$g'(x)=f'(x)-f'(4-x)=\frac{x-2}{x^2}+\frac{4-x-2}{(4-x)^2}=-\frac{8(x-2)^2}{x^2(4-x)^2}<0$,所以$g(x)$在(0,2)上单调递减,$g(x)>g(2)=0$,所以$x_1+x_2>4$.

22.(1)**解:**因为$f'(x)=a-(x+1)e^x$,所以$f'(0)=a-1$,而$f(0)=0$,

所以在$(0,f(0))$处的切线方程为$y=(a-1)x(a>0)$.

(2)**证明:**令$f'(x)=a-(x+1)e^x=0$,则$a=(x+1)e^x$,

令$g(x)=(x+1)e^x$,则$g'(x)=(x+2)e^x$,令$g'(x)=0$,解得$x=-2$,

当$x\in(-\infty,-2)$时,$g'(x)<0$,$g(x)$单调递减;

当$x\in(-2,+\infty)$时,$g'(x)>0$,$g(x)$单调递增.

当$x\to-\infty$时,$g(x)<0$,当$x\to+\infty$时,$g(x)>0$,

所以当$a>0$时,$y=a$与$y=g(x)$仅有一个交点,令$g(m)=a$,则$m>-1$,且$f'(m)=a-g(m)=0$,

当$x\in(-\infty,m)$时,$a>g(m)$,$f'(x)>0$,$f(x)$为增函数;

当$x\in(m,+\infty)$时,$a<g(m)$,$f'(x)<0$,$f(x)$为减函数.

所以$x=m$是$f(x)$的极大值点,故$f(x)$仅有一个极值点.

(3)**解:**由(2)知$[f(x)]_{max}=f(m)$,此时$a=(1+m)e^m(m>-1)$,

所以$[f(x)-a]_{max}=f(m)-a=(1+m)me^m-me^m-(1+m)\cdot e^m=(m^2-m-1)e^m(m>-1)$,

令$h(x)=(x^2-x-1)e^x(x>-1)$,若存在a,使$f(x)\leqslant a+b$对任意的$x\in\mathbf{R}$恒成立,

则等价于存在$x\in(-1,+\infty)$,使得$h(x)\leqslant b$,即$b\geqslant[h(x)]_{min}$,而$h'(x)=(x^2+x-2)e^x=(x-1)(x+2)e^x(x>-1)$,

当$x\in(-1,1)$时,$h'(x)<0$,$h(x)$为减函数;

当$x\in(1,+\infty)$时,$h'(x)>0$,$h(x)$为增函数.

所以$[h(x)]_{min}=h(1)=-e$,故$b\geqslant -e$,所以实数b的取值范围为$[-e,+\infty)$.

第8期

第2~3版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.C **提示:**根据题意,$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1-2\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=-2\cdot\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1-2\Delta x)-f(1)}{-2\Delta x}=-2f'(1)$,函数$f(x)=\ln(3x)+4x$,其导数$f'(x)=\frac{1}{x}+4$,则$f'(1)=5$,

故$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1-2\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=-2f'(1)=-10$,故选C.

2.C **提示:**因为$y'=e^x+2$,所以$e^{x_0}+2=4$,所以$e^{x_0}=2$,$x_0=\ln 2$.故选C.

3.A **提示:**因为质点的运动方程为$s(t)=1+t^2$,所以$s'(t)=2t$.该质点在$t=5s$的瞬时速度为10m/s,物体运动