

第 21 期

2 版

27.3 圆中的计算问题

第 1 课时

1.20π 2.110 3.D

4.解:连结 OD.

∵ OD=DE=1, ∠E=15°, ∴ ∠DOE=15°.

∴ ∠CDO=30°.

∵ OC=OD,

∴ ∠C=∠CDO=30°.

∴ ∠AOC=∠C+∠E=45°.

∴ AC 的长 = $\frac{45\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{4}$.

5.A 6.50 7.B

8.C

第 2 课时

1.12 2.4cm 3.A 4.A

5.解:(1)设圆锥底面半径为 r cm,

母线长为 l cm.

由题意知 $2\pi r = \pi l$.解得 $l:r=2:1$.

答:圆锥母线长与底面半径之比为 2:1.

(2)由题意知 $r^2 + (3\sqrt{3})^2 = l^2$.把 $l=2r$ 代入,得 $r^2 + 27 = 4r^2$.解得 $r_1 = -3$ (舍去), $r_2 = 3$.∴ $l=6$.∴ 圆锥的侧面积 = $\pi rl = 18\pi$ (cm²).

27.4 正多边形和圆

1.A 2.C

3.B

4.略.

5.5√2

3 版

一、选择题

1~4.CCCC 5~8.ADCA

二、填空题

9.十二, 30° 10.3 11.13

12. $\frac{8}{9}\pi$ 13.96-25π14.2 15. $\frac{\pi}{2}$

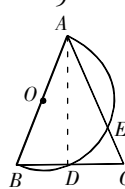
三、解答题

16.解:(1)证明:如图,连结 AD.

∵ AB 为直径,

∴ AD ⊥ BC.

∵ AB=AC, ∴ BD=DC.

(2) $l = \frac{40\pi \times 4}{180} = \frac{8}{9}\pi$.∴ BD 的长为 $\frac{8}{9}\pi$.

(第 16 题图)

17.解:(1)∵ 六边形 ABCDEF 是正

六边形,

∴ ∠FAB = $\frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$.

(2)证明:如图,连结 OA, OB.

∵ OA=OB, ∴ ∠OAB=∠OBA.

∴ ∠FAB=∠CBA,

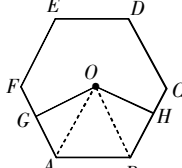
∴ ∠OAG=∠OBH.

在 △AOG 和 △BOH 中,

AG=BH, ∠OAG=∠OBH, OA=OB,

∴ △AOG ≌ △BOH (SAS).

∴ OG=OH.



(第 17 题图)

18.解:(1)CD 与 ⊙B 相切.

理由:过点 B 作 BF ⊥ CD, 垂足为 F.

∵ AD // BC, ∴ ∠ADB=∠CBD.

∴ CB=CD,

∴ ∠CBD=∠CDB.

∴ ∠ADB=∠CDB.

在 △ABD 和 △FBD 中,

∠BAD=∠BFD,

∠ADB=∠CDB,

BD=BD,

∴ △ABD ≌ △FBD (AAS).

∴ BF=BA, 则点 F 在 ⊙B 上.

∴ CD 与 ⊙B 相切.

(2)∵ ∠BCD=60°, CB=CD,

∴ △BCD 是等边三角形.

∴ ∠CBD=60°.

∴ ∠ADB=60°.

易得 ∠ABD=∠DBF=∠CBF=30°.

∴ ∠ABF=60°.

∴ AB=BF=2√3,

∴ AD=DF=2.

∴ 阴影部分的面积 = $S_{\triangle ABD} - S_{\text{扇形 ABE}}$ = $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 - \frac{30 \times \pi \times (2\sqrt{3})^2}{360}$ = $2\sqrt{3} - \pi$.

第 22 期

3~4 版

一、选择题

1~5.BBCCC 6~10.CDADD

二、填空题

11.12 12.120 13.12π 14.70

15.2π 16.140° 17.4

18. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

三、解答题

19.解:∵ CA=2cm < √5 cm,

∴ 点 A 在 ⊙C 内;

∴ BC=4cm > √5 cm,

∴ 点 B 在 ⊙C 外;

在 △ABC 中, ∠ACB=90°,

由勾股定理,得 $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} =$ $\sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ (cm).

∴ CM 是 AB 边上的中线,

∴ $CM = \frac{1}{2}AB = \sqrt{5}$ cm.

∴ 点 M 在 ⊙C 上.

20.解:根据题意,得圆柱的底面积 = $\pi \times 4^2 = 16\pi$, 圆柱的侧面积 = $2\pi \times 4 \times 6 = 48\pi$,圆锥的母线长为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.所以圆锥的侧面积 = $\pi \times 4 \times 5 = 20\pi$.所以这个陀螺的表面积 = $16\pi + 48\pi + 20\pi = 84\pi$ (cm²).

21.解:(1)连结 BD.

∴ ∠ACD=30°,

∴ ∠B=∠ACD=30°.

∴ AB 是 ⊙O 的直径,

∴ ∠ADB=90°.

∴ ∠DAB=90°-∠B=60°.

(2)∴ ∠ADB=90°, ∠B=30°, AB=4,

∴ $AD = \frac{1}{2}AB = 2$.

∴ ∠DAB=60°, DE ⊥ AB, 且 AB 是直径,

∴ $DE = AD \sin \angle DAB = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} =$ $\sqrt{3}$.∴ $DF = 2DE = 2\sqrt{3}$.

22.解:(1)∵ 四边形 ABCD 是圆内接四边形,

∴ ∠ABC+∠ADC=180°.

∴ ∠ABC=75°, ∴ ∠ADC=105°.

∴ AB=AC, ∴ ∠ABC=∠ACD=75°.

∴ ∠BAC=30°.

∴ ∠BDC=∠BAC=30°.

(2)如图,连结 BD.

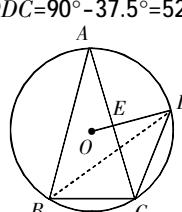
∴ OD ⊥ AC, ∴ AD=CD.

∴ ∠ABD=∠CBD = $\frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ$.

∴ ∠ACD=∠ABD=37.5°.

∴ ∠DEC=90°.

∴ ∠ODC=90°-37.5°=52.5°.



(第 22 题图)

23.解:(1)证明:连结 OD, CD.

∴ DE 是半圆 O 的切线,

∴ ∠ODE=90°.

∴ ∠ODC+∠EDC=90°.

∴ BC 为 ⊙O 的直径, ∴ ∠BDC=90°.

∴ ∠ADC=90°.

∴ ∠ADE+∠EDC=90°.

∴ ∠ADE=∠ODC.

∴ AC=BC, ∠ADC=90°.

∴ ∠ACB=2∠DCE=2∠OCD.

∴ OD=OC, ∴ ∠ODC=∠OCD.

∴ 抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$.

(2)由(1)知,点 A 的坐标为(1,4).

易求得直线 AC 的表达式为 $y = -2x + 6$.∵ AP=t, 则 $PD = \frac{t}{2}$. ∴ $x_C = \frac{t}{2} + 1$.则点 $Q(\frac{t}{2} + 1, -\frac{1}{4}t^2 + 4)$,点 $D(\frac{t}{2} + 1, 4 - t)$.∴ $S_{\triangle ACQ} = \frac{1}{2} \cdot DQ \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2 \times (-\frac{1}{4}t^2 + 4 - t + 1) = -\frac{1}{4}(t-2)^2 + 1$.∴ $-\frac{1}{4} < 0$,故当 $t=2$ 时, $S_{\triangle ACQ}$ 有最大值, 其最大值为 1.

下册综合检测卷(二)

一、选择题

1~5.ACAAB

6~10.DDBDC

二、填空题

11.1500

12.相交

13.答案不唯一, 如 $y = x^2 + 1$

14.2

15.7200

16.18° 17. $0 < m < \frac{1}{4}$ 18. $\pi - 2$

三、解答题

19.解:过点 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E,

连结 OB.

∴ AB=8cm,

∴ $AE = BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ (cm).

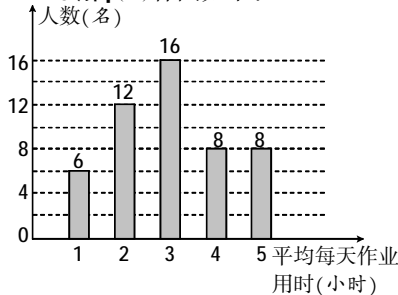
∴ ⊙O 的直径为 10cm,

∴ $OB = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ (cm).∴ $OE = \sqrt{OB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (cm).

∴ 垂线段最短, 半径最长,

∴ $3\text{cm} \leq OP \leq 5\text{cm}$.

20.解:(1)补图如下:



(第 20 题图)

(2)由图可知

 $\frac{6 \times 1 + 12 \times 2 + 16 \times 3 + 8 \times 4 + 8 \times 5}{50}$

3 (小时).

∴ 估计该校全体学生每天完成作业所用总时间 = $3 \times 1800 = 5400$ (小时).21.解:(1)∵ $y = x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + 4 - 4 + 3 = (x-2)^2 - 1$,

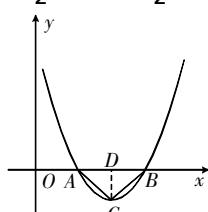
∴ 顶点 C 的坐标是(2, -1).

当 $x \leq 2$ 时, y 随 x 的增大而减小;当 $x > 2$ 时, y 随 x 的增大而增大.(2)解方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$,得 $x_1 = 3, x_2 = 1$.

∴ 点 A 的坐标是(1,0), 点 B 的坐标是(3,0).

如图,过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D.

∴ AB=2, CD=1,

∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$.

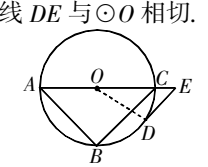
(第 21 题图)

22.解:(1)证明:如图,连结 OD.

∴ 点 D 是 BC 的中点, ∴ OD ⊥ BC.

∴ DE // BC, ∴ OD ⊥ DE.

∴ 直线 DE 与 ⊙O 相切.



(第 22 题图)

(2)∵ AC 是 ⊙O 的直径, ∴ ∠B=90°.

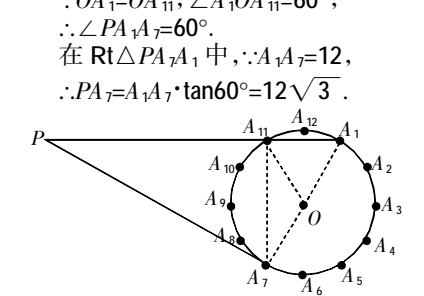
∴ ∠A=45°, ∴ ∠ACB=45°.

∴ BC // DE, ∴ ∠E=45°.

∴ ∠ODE=90°, ∴ △ODE 为等腰直角三角形.

∴ $OE = \sqrt{2}OD = 5\sqrt{2}$.∴ $CE = OE - OC = 5\sqrt{2} - 5$.23.解:(1)由题意,得 ∠A₇OA₁₁=120°.∴ $\widehat{A_7A_{11}}$ 的长 = $\frac{120\pi \times 6}{180} = 4\pi$.∴ $4\pi > 12$,∴ $\widehat{A_7A_{11}}$ 的长比直径长.(2)结论: $PA_1 \perp A_7A_{11}$.理由:如图,连结 $A_7A_7, A_7A_{11}, OA_{11}$.∵ A_7A_7 是 ⊙O 的直径, ∴ ∠A₇A₁₁A₇=

90°.

∴ $PA_1 \perp A_7A_{11}$.(3)∵ PA₇ 是 ⊙O 的切线, ∴ PA₇ ⊥ A_7A_7 .∴ ∠PA₇A₇=90°.∴ $OA_7 = OA_{11}$, ∠A₇OA₁₁=60°, ∴ ∠PA₇A₇=60°.在 Rt△PA₇A₇ 中, ∴ $A_7A_7 = 12$,∴ $PA_7 = A_7A_7 \cdot \tan 60^\circ = 12\sqrt{3}$.

(第 23 题图)

24.解:(1)根据题意得:

 $y = 500 - 100(x-3) = -100x + 800$ ($3 \leq x \leq 6$).∴ y 与 x 的函数表达式为 $y = -100x +$ 800, 自变量 x 的取值范围为 $3 \leq x \leq 6$.

(2)W 与 x 的函数关系式为

 $W = (x-2)y = (x-2)(-100x+800) = -100x^2 + 1000x - 1600$.(3)∴ $W = -100x^2 + 1000x - 1600 = -100(x-5)^2 + 900, -100 < 0$,∴ 当 $x=5$ 时, W 最大值=900.

∴ 当超市口罩定价为每个 5 元时,

每天所获利润最大, 最大利润是 900 元.

25.解:(1)∵ OA=OC, ∠OAC=60°, ∴ △AOC 是等边三角形.

∴ AC=OC=4, ∠AOC=60°.

∴ 过点 C 作 ⊙O 的切线, 与 BA 的

延长线交于点 P,

∴ ∠OCP=90° ∴ ∠P=∠ACP=30°.

∴ PA=AC=4.

(2)作 CD ⊥ AB 于 D.

由(1)知 ∠AOC=60°, ∴ ∠Q=30°.

∴ AQ=CQ, ∴ ∠QAC=∠QCA=75°.

∴ ∠OAC=∠OCA=60°, ∴ ∠QAO=∠QCO=15°.

∴ ∠AOC=∠PCO+∠APC,

∴ ∠APC=60°-15°=45°.

∴ △PCD 是等腰直角三角形.

∴ PD=CD.

∴ AC=4,

∴ $CD = \frac{\sqrt{3}}{2}AC = 2\sqrt{3}, AD = \frac{1}{2}AC = 2$.

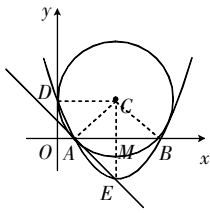
∴ PD=2√3.

∴ PA=AD+PD=2+2√3.

26.解:(1)把 A(-1,0), C(0,2) 分

⑥ $\therefore \angle ADE = \angle OCD$.
 $\therefore \angle ACB = 2\angle ADE$.
 (2) 由 (1) 知, $\angle ADE + \angle EDC = 90^\circ$, $\angle ADE = \angle DCE$.
 $\therefore \angle AED = 90^\circ$.
 $\therefore \angle A = 60^\circ$, $AC = BC$,
 $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.
 $\therefore DE = 3$,
 根据勾股定理, 可求得 $AE = \sqrt{3}$,
 $AD = 2\sqrt{3}$.
 $\therefore \angle B = 60^\circ$, $BC = AB = 2AD = 4\sqrt{3}$.
 $\therefore OC = OD$,
 $\therefore \angle COD = 2\angle B = 120^\circ$, $OC = 2\sqrt{3}$.
 $\therefore \widehat{CD}$ 的长为 $\frac{120 \times \pi \times 2\sqrt{3}}{180} = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$.
 24. 解: (1) 证明: 连结 OD , 与 AF 相交于点 G .
 $\therefore CE$ 与 $\odot O$ 相切于点 D ,
 $\therefore OD \perp CE$.
 $\therefore \angle CDO = 90^\circ$.
 $\therefore AD \parallel OC$,
 $\therefore \angle ADO = \angle DOC$, $\angle DAO = \angle BOC$.
 $\therefore OA = OD$, $\therefore \angle ADO = \angle DAO$.
 $\therefore \angle DOC = \angle BOC$.
 在 $\triangle CDO$ 和 $\triangle CBO$ 中,
 $CO = CO$, $\angle DOC = \angle BOC$, $OD = OB$,
 $\therefore \triangle CDO \cong \triangle CBO$.
 $\therefore \angle CBO = \angle CDO = 90^\circ$.
 $\therefore CB$ 是 $\odot O$ 的切线.
 (2) 由 (1) 可知 $\angle DCO = \angle BCO$,
 $\angle DOC = \angle BOC$.
 $\therefore \angle ECB = 60^\circ$,
 $\therefore \angle DCO = \frac{1}{2} \angle ECB = 30^\circ$.
 $\therefore \angle DOC = \angle BOC = 60^\circ$.
 $\therefore \angle AOD = 60^\circ$.
 $\therefore OA = OD$,
 $\therefore \triangle OAD$ 是等边三角形.
 $\therefore AD = OD = OF$.
 在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle FOG$ 中,
 $\angle ADG = \angle FOG$, $\angle AGD = \angle FGO$,
 $AD = OF$,
 $\therefore \triangle ADG \cong \triangle FOG$.
 $\therefore S_{\triangle ADG} = S_{\triangle FOG}$.
 $\therefore AB = 6$, $\therefore \odot O$ 的半径 $r = 3$.
 $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 } ODF} = \frac{60\pi \times 3^2}{360} = \frac{3}{2}\pi$.
 25. 解: (1) 证明: $\therefore OM \parallel AC$,
 $\therefore \angle OEB = \angle ACB$.
 $\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle OEB = \angle ACB = 90^\circ$.
 $\therefore OD \perp BC$, 由垂径定理得 OD 垂直平分 BC .
 $\therefore DB = DC$, $\therefore \angle DBE = \angle DCE$.
 又 $\therefore OC = OB$,
 $\therefore \angle OBE = \angle OCE$.
 $\therefore \angle DBO = \angle OCD$.
 $\therefore DB$ 为 $\odot O$ 的切线, OB 是半径,
 $\therefore \angle DBO = 90^\circ$.
 $\therefore \angle OCD = \angle DBO = 90^\circ$.
 即 $OC \perp DC$.
 $\therefore OC$ 是 $\odot O$ 的半径,
 $\therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线.
 (2) 当 $\angle BAC = 60^\circ$ 时, 四边形 $O BMC$

为菱形.
 理由: $\therefore \angle BAC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BOC = 120^\circ$.
 $\therefore OD$ 垂直平分 BC , $OC = OB$,
 $\therefore \angle COM = \angle BOM = 60^\circ$.
 $\therefore \triangle COM$ 和 $\triangle BOM$ 是等边三角形.
 $\therefore OC = OB = CM = BM$.
 \therefore 四边形 $O BMC$ 为菱形.
 26. 解: (1) 如图, 连结 CD, CB , 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于点 M . 设 $\odot C$ 的半径为 r .
 $\therefore \odot C$ 与 y 轴相切于点 $D(0, 4)$,
 $\therefore CD \perp OD$.
 $\therefore \angle CDO = \angle CMO = \angle DOM = 90^\circ$.
 \therefore 四边形 $ODCM$ 是矩形.
 $\therefore CM = OD = 4$, $CD = OM = r$.
 $\therefore B(8, 0)$,
 $\therefore OB = 8$, $\therefore BM = 8 - r$.
 在 $\text{Rt} \triangle CMB$ 中,
 根据勾股定理, 得 $BC^2 = CM^2 + BM^2$.
 $\therefore r^2 = 4^2 + (8 - r)^2$.
 解得 $r = 5$, $\therefore C(5, 4)$.
 $\therefore \odot C$ 的标准方程为 $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 25$.



(第 26 题图)

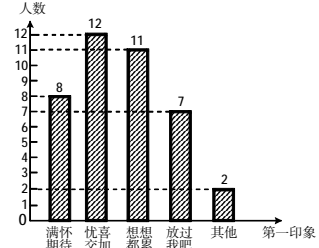
(2) 结论: AE 与 $\odot C$ 相切.
 理由: 连结 AC, CE .
 $\therefore CM \perp AB$, $\therefore AM = BM = 3$.
 $\therefore A(2, 0), B(8, 0)$.
 设抛物线的表达式为 $y = a(x - 2)(x - 8)$.
 把 $D(0, 4)$ 代入 $y = a(x - 2)(x - 8)$, 解得 $a = \frac{1}{4}$.
 \therefore 抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{4}(x - 2)(x - 8)$.
 $8) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + 4 = \frac{1}{4}(x - 5)^2 - \frac{9}{4}$.
 \therefore 抛物线的顶点 E 的坐标为 $(5, -\frac{9}{4})$.
 $\therefore AE = \sqrt{3^2 + (\frac{9}{4})^2} = \frac{15}{4}$, $CE = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$, $AC = 5$,
 $\therefore EC^2 = AC^2 + AE^2$.
 $\therefore \angle CAE = 90^\circ$.
 $\therefore CA \perp AE$.
 $\therefore AE$ 与 $\odot C$ 相切.

第 23 期 2 版

28.1.1 普查和抽样调查
 1. C
 2. 解: (1) 总体: 一万名考生的数学升学考试成绩; 个体: 每一名考生的数学升学考试成绩; 样本: 所抽取的 300 名考生的数学升学考试成绩; 样本容量: 300.
 (2) 总体: 饮料厂生产的这批杏仁露的质量; 个体: 每一瓶杏仁露的质量; 样本: 从中抽取的 500 瓶杏仁露的质量; 样本容量: 500.

28.1.2 这样选择样本合适吗
 1. D
 2. (1) 样本不适合;
 (2) 样本不合适.
 28.2.1 简单随机抽样
 1. ④
 2. 解: (1) 小明的抽样不合适, 他采取的抽样不是简单随机抽样, 因为一个班的情况很难代表全校不同年级各班的情况.
 (2) 将全校班级编号, 从中随机抽取 8 个班进行调查. (答案不唯一)
 28.2.2 简单随机抽样可靠吗

1. 赵慧
 2. 略.
 3. 3150
 28.3 借助调查做决策
 1. 解: (1) 不合理.
 因为这样调查使得八年级每位同学被调查到的可能性不同, 缺乏代表性.
 (2) 选择条形统计图:



(第 1 题图)

(3) $\frac{12}{40} \times 500 = 150$ (人).
 2. 解: (1) 人们习惯于从条形“柱”的高度看相应的增长比例, 直观看, 乙图给人们的感觉是好像 2020 年比 2019 年增长一倍, 而实际上不是这样的, 因为 2019 年 1000 件, 2020 年 1500 件, 只增加 500 件, 比 2019 年增加 50%, 所以甲图能较准确地反映产量的增长情况.
 (2) 由于乙统计图的纵轴上的数值不是从零开始的, 所以容易给人一种错觉, 误认为 2020 年的产量是 2019 年产量的 2 倍.

3~4 版

一、选择题
 1~5. CDBCD
 6~10. CADBD
 二、填空题
 11. 抽样调查
 12. 300
 13. 不能
 14. 100
 15. 140
 16. 1 200
 17. 否, 所取的样本容量太小, 样本缺乏代表性
 18. ②③⑤
 三、解答题
 19. 解: (1) 普查.
 (2) 使用率不高.
 (3) 举办读书节等活动. (答案不唯一)
 20. 解: 三个小题的抽样调查都是不合适的.
 (1) 因为到阅览室去的人和学校的老师、学生都是喜欢读书的人, 这样的样本不具有代表性.

数学 华师大

中考版答案页第 6 期

第 24 期

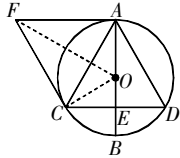
下册综合检测卷(一)

一、选择题
 1~5. ADABD
 6~10. DDADB
 二、填空题
 11. 247
 12. 不具有
 13. 100°
 14. $-3 < x < 1$
 15. $16\pi \text{ cm}$
 16. 25
 17. 4
 18. $2\sqrt{3}$
 三、解答题
 19. 解: (1) ③.
 (2) 这个调查有不合理的地方.
 理由: 在 100 万人的总体中, 随机抽取 200 人作为样本, 样本容量偏小, 会导致调查的结果不够准确, 建议增大样本容量. (答案不唯一, 只要说法正确即可)
 20. 解: 连结 OC .
 $\therefore CE$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore OC \perp CE$, 即 $\angle OCE = 90^\circ$.
 $\therefore \angle CDB = 30^\circ$,
 $\therefore \angle COB = 2\angle CDB = 60^\circ$.
 $\therefore \angle E = 90^\circ - \angle COB = 30^\circ$.
 $\therefore \sin E = \frac{1}{2}$.
 21. 解: (1) \therefore 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0), B(-1, 0)$,
 $\therefore \begin{cases} -9 + 3b + c = 0, \\ -1 - b + c = 0. \end{cases}$
 解得 $\begin{cases} b = 2, \\ c = 3. \end{cases}$
 \therefore 抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$.
 (2) $\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4$,
 \therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1, 4)$.
 22. 解: (1) 设 $\angle BAC = n^\circ$.
 由题意, 得 $\pi \cdot DE = \frac{n\pi \cdot AD}{180}$, $AD = 2DE$.
 $\therefore n = 90$.
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$.
 (2) $\therefore AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, $\therefore BD = CD = AD$.
 $\therefore AD = 2ED = 10$, $\therefore BC = 2AD = 20$.
 $\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD - S_{\text{扇形 } AEF} = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 - \frac{90\pi \times 10^2}{360} = (100 - 25\pi) \text{ cm}^2$.
 23. 解: (1) $y = (x - 20)(-2x + 80) = -2x^2 + 120x - 1600$.
 (2) $\therefore y = -2x^2 + 120x - 1600 = -2(x - 30)^2 + 200$,
 \therefore 当 $x = 30$ 时, 每天的利润最大, 最大利润为 200 元.
 (3) 由题意, 得 $-2(x - 30)^2 + 200 = 150$.
 解得 $x_1 = 25, x_2 = 35$.
 又销售量 $w = -2x + 80$, 且 $-2 < 0$, w 随单价 x 的增大而减小, 故当 $x = 25$ 时, 既能保证销售量, 又可以每天获得 150 元的利润.
 \therefore 销售单价应定为 25 元.
 24. 证明: (1) 连结 CO 并延长, 交 AB

于点 H .
 \therefore 四边形 $ABDC$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, $\angle BDC = 120^\circ$, $\therefore \angle BAC = 60^\circ$.
 $\therefore AB = AC$, $\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形.
 $\therefore CH \perp AB$.
 $\therefore CE$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore CH \perp CE$.
 $\therefore CE \parallel AB$.
 (2) $\therefore \angle BDC = 120^\circ$, $\therefore \angle CDF = 60^\circ$.
 $\therefore CF = DF$, $\therefore \triangle CDF$ 为等边三角形.
 $\therefore CD = CF$, $\angle DCF = 60^\circ$.
 $\therefore \angle ACB = 60^\circ$, $\therefore \angle DCF = \angle ACB$.
 $\therefore \angle DCF + \angle BCD = \angle ACB + \angle BCD$,
 即 $\angle ACD = \angle BCF$.
 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCF$ 中,
 $CA = CB$, $\angle ACD = \angle BCF$, $CD = CF$,
 $\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCF$ (SAS).
 $\therefore AD = BF = BD + DF = BD + CD$.
 25. 解: (1) 如图, 连结 OC .
 $\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$,
 $\therefore CE = DE = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

设 $OC = x$, $\therefore BE = 2$,
 $\therefore OE = x - 2$.
 在 $\text{Rt} \triangle OCE$ 中, $OC^2 = OE^2 + CE^2$,
 $\therefore x^2 = (x - 2)^2 + (2\sqrt{3})^2$.
 解得 $x = 4$.
 $\therefore OA = OC = 4$, $OE = 2$.
 $\therefore AE = 6$.
 在 $\text{Rt} \triangle AED$ 中, $AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = 4\sqrt{3}$.

(2) 证明: $\therefore AF$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore AF \perp AB$.
 $\therefore CD \perp AB$,
 $\therefore AF \parallel CD$.
 $\therefore CF \parallel AD$,
 \therefore 四边形 $FADC$ 是平行四边形.
 $\therefore CD = AD = 4\sqrt{3}$,
 \therefore 四边形 $FADC$ 是菱形.
 (3) 证明: 如图, 连结 OF .
 \therefore 四边形 $FADC$ 是菱形,
 $\therefore FA = FC$.
 又 $\therefore OA = OC$, $FO = FO$,
 $\therefore \triangle AFO \cong \triangle CFO$.
 $\therefore \angle FCO = \angle FAO = 90^\circ$,
 即 $OC \perp FC$.
 \therefore 点 C 在 $\odot O$ 上,
 $\therefore FC$ 是 $\odot O$ 的切线.



(第 25 题图)

26. 解: (1) 将点 C, E 的坐标代入二次函数表达式, 得
 $\begin{cases} -9 + 3b + c = 0, \\ c = 3. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = 2, \\ c = 3. \end{cases}$