第 4 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.C

提示：因为$A=\{-1,0,1\}$，$B=\{1,3,5\}$，所以$A\cap B=\{1\}$.又$C=\{0,2,4\}$，所以$(A\cap B)\cup C=\{0,1,2,4\}$.故选C.

2.B

提示：等边三角形一定是等腰三角形，反之不成立，故p是q的必要不充分条件.故选B.

3.A

提示：因为存在量词命题的否定是全称量词命题，所以p的否定：$\forall c>0$，方程$x^2-x+c=0$无解.故选A.

4.C

提示：因为$a^2=13+2\sqrt{22}$，$b^2=13+12=13+2\sqrt{36}$，$c^2=13+2\sqrt{42}$，又$\sqrt{22}<\sqrt{36}<\sqrt{42}$，所以$a^2<b^2<c^2$，所以$c>b>a$.故选C.

5.C

提示：集合$A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2-2x-3\leqslant 0\}=\{x\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}=\{-1,0,1,2,3\}$，$B=\left\{x\left|\frac{x+1}{x}>0\right.\right\}=\{x\mid x(x+1)>0\}=\{x\mid x<-1$，或$x>0\}$，所以$C=\{x\mid x\in A$，且$x\notin B\}=\{x\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant x\leqslant 0\}=\{-1,0\}$.故选C.

6.C

提示：由已知，可得方程$x^2-ax+1=0$中，$\Delta=a^2-4<0$，解得$-2<a<2$.故选C.

7.C

提示：题设等价于当$\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant 2$时，不等式$m<-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}$有解，则$m<\left(-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}\right)_{\max}$.

因为$\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant 2$，所以$\frac{1}{2}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant 3$，所以$-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}=-\left(\frac{1}{x}-2\right)^2+4$的最大值为4.所以$m<4$.故选C.

8.B

提示：由$2x+y=axy$，得$\frac{2}{y}+\frac{1}{x}=a$.又$x,y,a$均为正实数，所以$x+2y=\frac{1}{a}(x+2y)\left(\frac{2}{y}+\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{a}\left(5+\frac{2x}{y}+\frac{2y}{x}\right)\geqslant\frac{1}{a}\left(5+2\sqrt{\frac{2x}{y}\cdot\frac{2y}{x}}\right)=\frac{9}{a}$，当且仅当$\frac{2x}{y}=\frac{2y}{x}$且$\frac{2}{y}+\frac{1}{x}=a$，即$x=y=\frac{3}{a}$时，等号成立.结合题设，可得$\frac{9}{a}=3$，解得$a=3$.故选B.

二、多项选择题

9.BC

提示：设房间数量为x，由题意可得$5(x-1)+1\leqslant 3x+6<5x$，解得$3<x\leqslant 5$.又$x\in\mathbf{N}_+$，所以$x=4$或5.故选BC.

10.ABC

提示：由已知，可得$\{x\mid 0<x<3\}\subseteq\{x\mid x-2<a\}=\{x\mid x<a+2\}$，所以$a+2\geqslant 3$，解得$a\geqslant 1$.故选ABC.

11.AD

提示：对于A，$x^2+\frac{4}{x^2}\geqslant 2\sqrt{x^2\cdot\frac{4}{x^2}}=4$，当且仅当$x^2=\frac{4}{x^2}$，即$x^2=2$时，等号成立，故A正确；对于B，当$x<0$时，$x+\frac{9}{x}-2=-\left[(-x)+\frac{9}{-x}\right]-2\leqslant -2\sqrt{(-x)\cdot\frac{9}{-x}}-2=-8$，当且仅当$-x=\frac{9}{-x}$，即$x=-3$时，等号成立，故B错误；对于C，$\frac{x^2+10}{\sqrt{x^2+6}}=\sqrt{x^2+6}+\frac{4}{\sqrt{x^2+6}}\geqslant 2\sqrt{\sqrt{x^2+6}\cdot\frac{4}{\sqrt{x^2+6}}}=4$，当且仅当$\sqrt{x^2+6}=\frac{4}{\sqrt{x^2+6}}$时，等号成立，此时实数$x$不存在，故C错误；对于D，当$x>1$时，$x-1>0$，则$\frac{1}{x-1}+x+1=\frac{1}{x-1}+(x-1)+2\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{x-1}\cdot(x-1)}+2=4$，当且仅当$\frac{1}{x-1}=x-1$，即$x=2$时，等号成立，故D正确.故选AD.

12.ABD

提示：因为$U=A\cup B=\{x\mid -1<x\leqslant 5\}$，

$A\cap\complement_U B=\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 5\}$，

所以$B=\complement_U(A\cap\complement_U B)=\{x\mid -1<x<4\}$，选项C正确.

因为$A\cap\complement_U B=\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 5\}$，

所以$\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 5\}\subseteq A$，

当$A=\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 5\}$时，$A\cap B=\varnothing$，所以选项B错误；

当$A=\{x\mid 3<x\leqslant 5\}$时，$A\cap B=\{x\mid 3<x<4\}$，所以选项A错误，

此时$\complement_U A=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，$B\cap\complement_U A=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，所以选项D错误.故选ABD.

三、填空题

13.$\left\{\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right\}$

提示：由题意，得$M\cup N=\{(x,y)\mid y\neq x+1$，或$y\neq -x\}$，

所以$\complement_U(M\cup N)=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}y=x+1,\\y=-x\end{cases}\right.\right\}=\left\{\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right\}$.

14.存在三个正数a,b,c，三个数$a+\frac{1}{a}$，$b+\frac{1}{b}$，$c+\frac{1}{c}$全小于2

提示：全称量词命题的否定是存在量词命题，故原命题的否定是：存在三个正数a,b,c，三个数$a+\frac{1}{a}$，$b+\frac{1}{b}$，$c+\frac{1}{c}$全小于2.

15.$\{x\mid -1<x<2\}$

提示：由表中后三组对应值，得$\begin{cases}a-b+c=0,\\c=2,\\a+b+c=2,\end{cases}$

解得$a=-1$，$b=1$，$c=2$，所以$y=-x^2+x+2$.

故不等式$ax^2+bx+c>0$即$-x^2+x+2>0$，即$x^2-x-2<0$，

解得$-1<x<2$.

16.$2-\sqrt{2}$，$2-2\sqrt{2}$

提示：因为$a+b=2$，$a>0$，$b>0$，所以$a-\frac{2}{b}=2-\left(b+\frac{2}{b}\right)\leqslant 2-2\sqrt{b\cdot\frac{2}{b}}=2-2\sqrt{2}$，当且仅当$b=\frac{2}{b}$，即$b=\sqrt{2}$时，等号成立，此时$a=2-\sqrt{2}$.

四、解答题

17.**证明**：因为$c<d<0$，所以$-c>-d>0$.

又$a>b>0$，所以$a-c>b-d>0$.

所以$(a-c)^2>(b-d)^2>0$.所以$\frac{1}{(a-c)^2}<\frac{1}{(b-d)^2}$.

因为$e<0$，所以$\frac{e}{(a-c)^2}>\frac{e}{(b-d)^2}$.

18.**解**：(1)因为$A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$，所以集合$A$的所有子集是：$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{1,2\}$.

(2)因为$B=\{x\mid x^2-ax+2=0\}$，$B\subseteq A$，$B\neq\varnothing$，

当B中只有一个元素时，由$a^2-8=0$，得$a=\pm 2\sqrt{2}$，此时$B=\{\sqrt{2}$或$-\sqrt{2}\}$，不符合题意；

当B中有两个元素时，$A=B$，所以$a=1+2=3$.

综上可知，$a=3$.

19.**解**：(1)因为$A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，所以$B=\{x\mid x=m+1,m\in A\}=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$.

由图可得，$C=A\cap(\complement_U B)=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}\cap\{x\mid x<2$，或$x>4\}=\{x\mid 1\leqslant x<2\}$.

(2)$A\cup B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}\cup\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$.

若非空集合$D=\{x\mid 4-a<x<a\}$，且$D\subseteq(A\cup B)$，

则有$\begin{cases}4-a<a,\\4-a\geqslant 1,\\a\leqslant 4,\end{cases}$解得$2<a\leqslant 3$.

所以实数a的取值集合为$\{a\mid 2<a\leqslant 3\}$.

20.**解**：(1)当$2x-3\geqslant 0$，即$x\geqslant\frac{3}{2}$时，不等式$|2x-3|<x$可化为$2x-3<x$，解得$x<3$，所以$\frac{3}{2}\leqslant x<3$；

当$2x-3<0$，即$x<\frac{3}{2}$时，不等式$|2x-3|<x$化为$3-2x<x$，解得$x>1$，所以$1<x<\frac{3}{2}$.

综上，不等式$|2x-3|<x$的解集为$\{x\mid 1<x<3\}$.所以不等式$x^2-mx+n<0$的解集为$\{x\mid 1<x<3\}$.

所以方程$x^2-mx+n=0$的两实数根为1和3.

由根与系数的关系，得$m=1+3=4$，$n=1\times 3=3$.

所以$m-n=4-3=1$.

(2)因为$a,b,c\in(0,1)$，且$ab+bc+ac=m-n=1$，

所以$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\geqslant\frac{1}{2}(2ab+2bc+2ac)+2(ab+bc+ac)=3(ab+bc+ca)=3$，

当且仅当$a=b=c=\frac{\sqrt{3}}{3}$时，等号成立.

所以$a+b+c$的最小值是$\sqrt{3}$.

21.**解**：(1)由已知得，当$x=1$时，$y=3$；当$x=2$时，$y=12$，即$\begin{cases}a+c=3,\\4a+c=12,\end{cases}$解得$a=3$，$c=0$.所以$y=3x^2$.

又投资243万元，x年收入共$90x$万元，所以x年获得纯利润为$y_1=90x-3x^2-243(x\in\mathbf{N}_+)$.

令$y_1>0$，即$90x-3x^2-243>0$，解得$3<x<27(x\in\mathbf{N}_+)$.

所以从第4年开始获取纯利润.

(2)对于方案①，年平均利润$y_2=\frac{90x-3x^2-243}{x}=90-3\left(x+\frac{81}{x}\right)\leqslant 90-3\times 2\sqrt{x\cdot\frac{81}{x}}=36$，

当且仅当$\frac{81}{x}=x$，即$x=9$时，y_2取得最大值36，所以方案①共获利润$36\times 9+138=462$(万元).

对于方案②，纯利润总和$y_1=90x-3x^2-243=-3(x-15)^2+432(x\in\mathbf{N}_+)$，

当$x=15$时，纯利润总和最大，为432万元，所以方案②共获利润$432+30=462$(万元).

两种方案盈利相同，但方案①时间比较短，所以选择方案①.

22.**解**：(1)当$m+1=0$，即$m=-1$时，$y<0$即$x-2<0$，解得$x<2$，不合题意；

当$m+1\neq 0$，即$m\neq -1$时，

由题意，得$\begin{cases}m+1>0,\\\Delta=m^2-4(m+1)(m-1)\leqslant 0,\end{cases}$

解得$m\geqslant\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

综上，m的取值范围为$\left\{m\left|m\geqslant\frac{2\sqrt{3}}{3}\right.\right\}$.

(2)由$y\geqslant m$，得$(m+1)x^2-mx-1\geqslant 0$，

即$[(m+1)x+1](x-1)\geqslant 0$.

当$m+1=0$，即$m=-1$时，不等式为$x-1\geqslant 0$，解得$x\geqslant 1$；

当$m+1>0$，即$m>-1$时，不等式为$\left(x+\frac{1}{m+1}\right)(x-1)\geqslant 0$，

由$-\frac{1}{m+1}<0<1$，解不等式得$x\leqslant-\frac{1}{m+1}$，或$x\geqslant 1$；

当$m+1<0$，即$-2<m<-1$时，不等式为$\left(x+\frac{1}{m+1}\right)(x-1)\leqslant 0$，

由$m>-2$，得$-\frac{1}{m+1}>1$，

所以解不等式得$1\leqslant x\leqslant-\frac{1}{m+1}$.

综上所述，当$m=-1$时，不等式的解集为$\{x\mid x\geqslant 1\}$；当$m>-1$时，不等式的解集为$\left\{x\left|x\leqslant-\frac{1}{m+1}\right.,\text{或}x\geqslant 1\right\}$；当$-2<m<-1$时，不等式的解集为$\left\{x\left|1\leqslant x\leqslant-\frac{1}{m+1}\right.\right\}$.

(3)由不等式$y\geqslant 0$的解集为D，且$\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}\subseteq D$，

可知当$-1\leqslant x\leqslant 1$时，不等式$(m+1)x^2-mx+m-1\geqslant 0$恒成立，即$m(x^2-x+1)\geqslant -x^2+1$恒成立，

因为$x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$恒成立，

所以$m\geqslant\frac{-x^2+1}{x^2-x+1}=-1+\frac{2-x}{x^2-x+1}$恒成立.

当$-1\leqslant x\leqslant 1$时，$2-x>0$，

所以$\frac{2-x}{x^2-x+1}=\frac{2-x}{(2-x)^2-3(2-x)+3}=\frac{1}{2-x+\frac{3}{2-x}-3}\leqslant\frac{1}{2\sqrt{(2-x)\cdot\frac{3}{2-x}}-3}=\frac{1}{2\sqrt{3}-3}=\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$，

当且仅当$2-x=\frac{3}{2-x}$，即$x=2-\sqrt{3}$时，等号成立.

从而可得$m\geqslant -1+\frac{2\sqrt{3}+3}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

所以m的取值范围为$\left\{m\left|m\geqslant\frac{2\sqrt{3}}{3}\right.\right\}$.

第 1 期

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示：集合$A=\{x\mid x^2-1=0\}=\{-1,1\}$，故$1\in A$，B正确；集合之间的关系不能用“$\in$”表示，故A，C，D错误.故选B.

2.D

提示：要使已知式有意义，则$\begin{cases}2-x\geqslant 0,\\x\geqslant 0,\end{cases}$解得$0\leqslant x\leqslant 2$，故选D.

3.B

提示：$A=\{x\in\mathbf{N}\mid x^2-4<0\}=\{0,1\}$，所以集合$A$的子集个数是$2^2=4$.故选B.

4.C

提示：因为$B=\{x\mid x<2\}$，所以$\complement_{\mathbf{R}}B=\{x\mid x\geqslant 2\}$.又$A=\{x\mid -1<x<2\}$，所以$A\cup\complement_{\mathbf{R}}B=\{x\mid x>-1\}$.故选C.

5.A

提示：由图可知，$S=A\cap B$，所以S表示感染且未发病者，即无症状感染者，故选A.

6.C

提示：若$a=1$，则$2a-1=1$，不满足集合的互异性，舍去.

若$2a-1=1$，则$a=1$，不满足集合的互异性，舍去.

若$2a^2-1=1$，则$a=-1$，或$a=1$(舍去)，故$a=-1$，此时$M=\{-1,-3,1\}$，$-1-3+1=-3$.故选C.

7.D

提示：由已知可得$M=\{a,3\}$，$N=\{1,4\}$.

若$M\cup N$有4个元素，则$a\notin\{1,3,4\}$，

所以$M\cap N=\varnothing$，故A错误；

若$M\cap N\neq\varnothing$，则$a\in\{1,4\}$，

所以$M\cup N$有3个元素，故B错误；

若$M\cup N=\{1,3,4\}$，

则当$a=3$时，$M\cap N=\varnothing$，故C错误；

若$M\cap N\neq\varnothing$，则$a\in\{1,4\}$，

所以$M\cup N=\{1,3,4\}$，故D正确.

故选D.

8.C

提示：设周一，周二，周三开车上班的教师组成的集合分别为A,B,C，用card表示集合的元素个数，

则$\mathrm{card}(A)=8$，$\mathrm{card}(B)=10$，$\mathrm{card}(C)=14$，$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=20$.

如下图所示，可知$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(A\cap C)-\mathrm{card}(B\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

且$\mathrm{card}(A\cap B)\geqslant\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

$\mathrm{card}(A\cap C)\geqslant\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

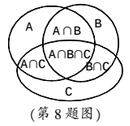
$\mathrm{card}(B\cap C)\geqslant\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

所以$20\leqslant 8+10+14-\mathrm{card}(A\cap B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap B\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$

$=32-2\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

解得$\mathrm{card}(A\cap B\cap C)\leqslant 6$.

故选C.



(第 8 题图)

二、多项选择题

9.AB

提示：因为$B=\{a,2\}$，所以$a\neq 2$.

又$B\subseteq A$，$A=\{0,1,2\}$，所以$a=0$，或$a=1$.

故选AB.

10.ABD

提示：由图知，阴影部分中的元素在集合B中但不在集合A中，所以阴影部分所表示的集合是$B\cap(\complement_U A)$，$\complement_B(A\cap B)$，$\complement_{A\cup B}A$，故选ABD.

11.AC

提示：对于选项A，因为集合P,Q表示的都是所有偶数，所以$P=Q$；

对于选项B，$P=\{1,3,5,\cdots\}$，$Q=\{3,5,7,\cdots\}$，$1\in P$但$1\notin Q$，所以$P\neq Q$；

对于选项C，$P=\{0,1\}$，

当n为奇数时，$x=\frac{1+(-1)^n}{2}=0$，

当n为偶数时，$x=\frac{1+(-1)^n}{2}=1$，所以$Q=\{0,1\}$，

所以$P=Q$；

对于选项D，P是数集，Q是点集，所以$P\neq Q$.

故选AC.

12.ABD

提示：由已知，得$A=\{-2,3\}$，$B=\{x\mid mx=1\}$.

因为$A\cap B=B$，所以$B\subseteq A$.

当$B=\varnothing$时，满足$B\subseteq A$，此时$m=0$；

当$B\neq\varnothing$时，由$mx=1$，得$x=\frac{1}{m}$，所以$\frac{1}{m}=-2$或3，

解得$m=-\frac{1}{2}$或$\frac{1}{3}$.

故选ABD.

三、填空题

13.小说，文学作品，叙事散文，散文

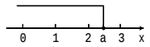
提示：因为文学作品包含散文和小说，散文包含叙事散文，所以由Venn图得A为小说，B为文学作品，C为叙事散文，D为散文.

14.$(1,+\infty)$

提示：根据题意，可知原方程的解集必为空集，则有$\Delta=2^2-4a<0$，解得$a>1$.故实数a的取值区间为$(1,+\infty)$.

15.$\{x\mid 2\leqslant x<3\}$

提示：由下图可得实数a的取值集合为$\{x\mid 2\leqslant x<3\}$.



(第 15 题图)

16.$\{\varnothing,\{0\},\{1\},\{2\},\{0,1\},\{0,2\},\{1,2\},\{0,1,2\}\}$

提示：因为集合$A=\{x\mid -1<x<3,x\in\mathbf{N}\}=\{0,1,2\}$，$C\subseteq A$，所以$C=\varnothing$，或$\{0\}$，或$\{1\}$，或$\{2\}$，或$\{0,1\}$，或$\{0,2\}$，或$\{1,2\}$，或$\{0,1,2\}$.又$B=\{C\mid C\subseteq A\}$，所以$B=\{\varnothing,\{0\},\{1\},\{2\},\{0,1\},\{0,2\},\{1,2\},\{0,1,2\}\}$.

四、解答题

17.**解**：(1)$A=\{12,21,13,31,23,32\}$.

(2)由$\sqrt{2x+1}+|y-2|=0$，

得$\begin{cases}2x+1=0,\\y-2=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\y=2.\end{cases}$

所以$B=\left\{\left(-\frac{1}{2},2\right)\right\}$.

(3)$C=\{(x,y)\mid y=x^2\}$.

(4)$D=\{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$.

(5)$E=\{x\mid x=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$.

18.**解**：(1)因为A中有两个元素，所以关于x的方程$ax^2-3x-4=0$有两个不等的实数根，

所以$\Delta=9+16a>0$且$a\neq 0$，得实数a的取值集合为$\left\{a\left|a>-\frac{9}{16}\right.,\text{且}a\neq 0\right\}$.

(2)记(1)中实数a满足的取值集合为M，若A中至多有一个元素，

则实数a的取值集合为

$\complement_{\mathbf{R}}M=\left\{a\left|a\leqslant-\frac{9}{16}\right.,\text{或}a=0\right\}$.

19.**解**：(1)因为$A=\{x\mid -3<x<2\}$，$B=\mathbf{Z}$，

所以$C=A\cap B=\{-2,-1,0,1\}$.

(2)因为$C=\{-2,-1,0,1\}$，$D=\{1,a\}$，$C\cup D=\{-2,-1,0,1,2\}$，所以$a=2$.

20.**解**：(1)因为$A=\{x\mid 3<x<7\}$，$B=\{x\mid 4<x<10\}$，

所以$A\cup B=\{x\mid 3<x<10\}$，$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x\mid x\leqslant 3$，或$x\geqslant 7\}$.

所以$\complement_{\mathbf{R}}(A\cup B)=\{x\mid x\leqslant 3$，或$x\geqslant 10\}$，

$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{x\mid 7\leqslant x<10\}$.

(2)因为$A\cup C=C$，所以$A\subseteq C$，

又$A=\{x\mid 3<x<7\}$，$C=\{x\mid a-4\leqslant x\leqslant a+4\}$，

所以$\begin{cases}a-4\leqslant 3,\\a+4\geqslant 7,\end{cases}$

解得$3\leqslant a\leqslant 7$.

所以实数a的取值集合为$\{a\mid 3\leqslant a\leqslant 7\}$.

21.**解**：(1)因为$B\subseteq A$，

当$m+1>2m-1$，即$m<2$时，$B=\varnothing$，满足$B\subseteq A$；

当$m+1\leqslant 2m-1$，即$m\geqslant 2$时，要使$B\subseteq A$成立，

需$\begin{cases}m+1\geqslant -2,\\2m-1\leqslant 5,\end{cases}$可得$2\leqslant m\leqslant 3$.

综上，实数m的取值集合为$\{m\mid m\leqslant 3\}$.

(2)$A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5,x\in\mathbf{Z}\}=\{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$，则$A$的非空真子集个数为$2^8-1-1=254$.

(3)因为不存在元素x使$x\in A$与$x\in B$同时成立，

所以$A\cap B=\varnothing$.

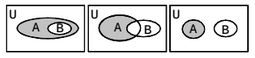
若$B=\varnothing$，即$m+1>2m-1$，得$m<2$，满足条件；

若$B\neq\varnothing$，则需$\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1,\\m+1>5,\end{cases}$或$\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1,\\2m-1<-2,\end{cases}$

解得$m>4$.

综上，实数m的取值集合为$\{m\mid m<2$，或$m>4\}$.

22.**解**：(1)集合$A-B$如下图阴影部分所示.



(第 22 题图)

(2)根据题意知$A-B=\{1,2\}$，故$A-(A-B)=\{3,4\}$.

(3)由$0<ax-1\leqslant 5$，得$1<ax\leqslant 6$.

因为$A-B=\varnothing$，所以$A\subseteq B$.

当$a=0$时，$A=\varnothing$，满足题意；

当$a>0$时，$A=\left\{x\left|\frac{1}{a}<x\leqslant\frac{6}{a}\right.\right\}$，

则$\frac{6}{a}\leqslant 2$，得$a\geqslant 3$；

当$a<0$时，$A=\left\{x\left|\frac{6}{a}\leqslant x<\frac{1}{a}\right.\right\}$，

则$\frac{6}{a}>-\frac{1}{2}$，得$a<-12$.

综上，实数a的取值集合是$\{a\mid a<-12$，或$a\geqslant 3$，或$a=0\}$.

①

第 2 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示：记$x>2$对应的集合为A，$x>2$的必要不充分条件对应的集合为B，则有$A\subsetneqq B$，根据选项可知选B.

2.B

提示：由“学生甲在山西省”$\not\Rightarrow$“学生甲在太原市”，由“学生甲在太原市”$\Rightarrow$“学生甲在山西省”，故“学生甲在山西省”是“学生甲在太原市”的必要不充分条件.故选B.

3.B

提示：对于(1)，含有存在量词“有些”，是存在量词命题；

对于(2)，原命题可以写成“所有的正方形都是菱形”，是全称量词命题；

对于(3)，原命题可以写成“所有能被10整除的数也能被5整除”，是全称量词命题；

对于(4)，含有全称量词“任意”，是全称量词命题.

所以存在量词命题有1个.

4.B

提示：命题p是全称量词命题，它的否定是存在量词命题，故p的否定：某班存在男生不爱踢足球，即：某班至少有一个男生不爱踢足球.故选B.

5.C

提示：全称量词命题p的否定是“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1=0$”.因为$x^2\geqslant 0$，所以$x^2+1\geqslant 1\neq 0$，所以p是真命题，p的否定是假命题.故选C.

6.D

提示：取$a=0$，$b=1$，$c=-1$，则$a=b+c$，故A，B错误；由$c>0$，得$b<b+c$，又$a<b$，所以$a<b+c$恒成立，故C错误，D正确.故选D.

7.D

提示：$m+n>mn\Leftrightarrow mn-(m+n)+1<1$

$\Leftrightarrow(m-1)(n-1)<1$.(*)

因为$m,n\in\mathbf{N}_+$，

所以$(m-1)(n-1)\in\mathbf{N}$，

所以(*)式$\Leftrightarrow(m-1)(n-1)=0$.

所以$m=1$或$n=1$.

故选D.

8.C

提示：若整数a,b属于同一“类”，则a,b被6除所得余数相同，从而$a-b$被6除的余数为0，即$a-b\in[0]$；反之也成立，故“整数a,b属于同一‘类’”是“$a-b\in[0]$”的充要条件.故选C.

二、多项选择题

9.BD

提示：当$A\cap B=\varnothing$时，有$m+1\leqslant -1$，解得$m\leqslant -2$.

设$A\cap B=\varnothing$的充分不必要条件对应的集合为C，则$C\subsetneqq\{m|m\leqslant -2\}$，结合选项可知选BD.

10.AC

提示：若$\overline{p}$为真命题，则关于x的方程$x^2+2x+2-a=0$有实数解，故$\Delta=4-4(2-a)\geqslant 0$，解得$a\geqslant 1$.结合选项可知选AC.

11.AC

提示：命题的否定是全称量词命题且为真命题，则原命题是存在量词命题且为假命题.

对于A，原命题是存在量词命题，因为$x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant 0$，所以原命题是假命题.

对于B，原命题是全称量词命题，且为真命题.

对于C，原命题是存在量词命题，因为$x^2+2x+2=(x+1)^2+1>0$，所以原命题是假命题.

对于D，原命题是存在量词命题，当$x=-1$时，$x^3+1=0$，故原命题是真命题.故选AC.

12.AB

提示：由已知可得如下关系图：

$$\begin{array}{ccccc} p & \overset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} & r & \Rightarrow & s \\ & & \Uparrow & & \Downarrow \\ & & q & & \end{array}$$

（第 12 题图）

由此得$r\Rightarrow s\Rightarrow q$且$q\Rightarrow r$，所以$r$是$q$的充要条件，故A正确，C不正确；$p\Rightarrow r\Rightarrow s\Rightarrow q$，反之$q\Rightarrow r$但$r\not\Rightarrow p$，所以$p$是$q$的充分不必要条件，故B正确；$r\Rightarrow s$且$s\Rightarrow q\Rightarrow r$，所以$r$是$s$的充要条件，故D不正确.故选AB.

三、填空题

13.$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}>3^{x_0}$

14.4(答案不唯一，只需填大于3的数即可)

提示：若$\overline{p}$是q的必要不充分条件，

则$\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}\subsetneqq\{x|x<m\}$，所以$m>3$.

故m的值可能为4(答案不唯一).

15.必要

提示：因为“非有志者不能至”，所以“能至的是有志者”，因此“有志”是能到达“奇伟、瑰怪，非常之观”的必要条件.

16.$\{a|a<1\}$

提示：将题设转化为命题“$\forall x\in\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$，$x-a>0$”是真命题，

即当$x\in\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$时，$a<x$恒成立，所以$a<1$.

四、解答题

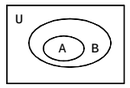
17.**解**：可以作为直角三角形的定义.因为“有两个角之和为90°的三角形”$\Leftrightarrow$“有一个角为90°的三角形”$\Leftrightarrow$“三角形是直角三角形”，即“有两个角之和为90°的三角形”是“三角形是直角三角形”的充要条件，所以“有两个角之和为90°的三角形称为直角三角形”可以作为直角三角形的定义.

18.**解**：(1)数a能被8整除则一定能被4整除，反之不一定成立，故p是q的充分条件，但不是必要条件.

(2)由$x>1$，得$|x|>1$；由$|x|>1$，得$x>1$或$x<-1$，故p是q的充分条件，但不是必要条件.

(3)$\triangle ABC$有两个角相等，它可能是等腰不等边三角形；但等边三角形三个角都相等，故p是q的必要条件，但不是充分条件.

(4)若$A\cap B=A$，则$A\subseteq B$，如图所示，可知$\complement_U B\subseteq\complement_U A$，反之也成立，故$p$是$q$的充分条件，也是必要条件.



（第 18 题图）

19.**解**：(1)$\exists x\in\mathbf{R}$，$x>2$.

(2)$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2\geqslant 0$；或：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2\geqslant 0$.

(3)$\exists x\in\mathbf{Z}$，x是偶数.

(4)$\exists x$是无理数，x^2是无理数.

(5)$\exists a,b,c\in\mathbf{R}$，$a^2+b^2=c^2$.

20.**解**：(1)根据全称量词命题的否定是存在量词命题，可知命题p的否定是：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x-a\leqslant 0$且$x-b>0$.

(2)若命题p的否定为真命题，则$\begin{cases}x-a\leqslant 0,\\x-b>0,\end{cases}$得$b<x\leqslant a$.所以当$a>b$时，命题$p$的否定为真命题.

21.**证明**：$y=-a^2x^2+ax+c=-a^2\left(x-\frac{1}{2a}\right)^2+c+\frac{1}{4}$，对应抛物线的开口向下，对称轴为$x=\frac{1}{2a}$.

由$a\geqslant\frac{1}{2}$，得$0<\frac{1}{2a}\leqslant 1$.

必要性：$\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$，$y\leqslant 1$，则$c+\frac{1}{4}\leqslant 1$，解得$c\leqslant\frac{3}{4}$.

充分性：若$c\leqslant\frac{3}{4}$，则$y\leqslant c+\frac{1}{4}\leqslant\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1$，即$y\leqslant 1$.

综上，$\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$，$y\leqslant 1$成立的充要条件是$c\leqslant\frac{3}{4}$.

22.**解**：选择①，则$P\subsetneqq S$，所以$\begin{cases}1-m\leqslant 1+m,\\1-m\leqslant 1,\\4\leqslant 1+m\end{cases}$（后两个不等式的等号不能同时成立），

解得$m\geqslant 3$.

所以存在实数m，且m的取值范围是$\{m|m\geqslant 3\}$.

选择②，则$S\subsetneqq P$，所以$1-m>1+m$，或$\begin{cases}1-m\leqslant 1+m,\\1-m\geqslant 1,\\4\geqslant 1+m\end{cases}$（后两个不等式的等号不能同时成立），解得$m\leqslant 0$.

所以存在实数m，且m的取值范围是$\{m|m\leqslant 0\}$.

选择③，则$S=P$，所以$\begin{cases}1=1-m,\\4=1+m,\end{cases}$方程组无解.

所以不存在满足要求的实数m.

第 3 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示：糖水变甜即糖的浓度增大，因此$\frac{a}{b}<\frac{a+m}{b+m}$.故选D.

2.B

提示：因为$a<b<0$，所以$|a|>|b|>0$，所以$a^2>b^2$，$\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$，所以$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，故选项A，C，D正确；取$a=-2$，$b=-1$，则$\frac{1}{a-b}=-1$，$\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$，此时$\frac{1}{a-b}<\frac{1}{a}$，故选项B错误.故选B.

3.B

提示：不等式$(x+1)(x-2)<0$对应方程的实数根是-1和2，所以该不等式的解集是$\{x|-1<x<2\}$.故选B.

4.B

提示：要使关于x的一元二次不等式$ax^2+bx+c\leqslant 0$的解集是空集，则其对应的二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象始终在x轴上方，故$\begin{cases}a>0,\\\Delta<0,\end{cases}$故选B.

5.C

提示：因为$0<x<\frac{1}{2}$，所以$1-2x>0$，所以$x(1-2x)=\frac{1}{2}\cdot 2x(1-2x)\leqslant\frac{1}{2}\left[\frac{2x+(1-2x)}{2}\right]^2=\frac{1}{8}$，当且仅当$2x=1-2x$时，即$x=\frac{1}{4}$时，等号成立.因此，函数y的最大值为$\frac{1}{8}$.故选C.

6.A

提示：因为$x>4$，所以$x-4>0$，所以$x+\frac{4}{x-4}=x-4+\frac{4}{x-4}+4\geqslant 2\sqrt{(x-4)\cdot\frac{4}{x-4}}+4=8$，

当且仅当$x-4=\frac{4}{x-4}$，即$x=6$时，等号成立.

所以$m\leqslant 8$.

7.B

提示：设两个正方形的边长分别为a,b，则$a>0$，$b>0$，且$a+b=1$.所以两个正方形的面积之和为$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=1-2ab\geqslant 1-2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立.故选B.

8.D

提示：由题意，可得2和6是方程$ax^2+2bx-c=0$的两个实数根，由根与系数的关系，知$\begin{cases}2+6=-\frac{2b}{a},\\2\times 6=\frac{-c}{a},\end{cases}$

得$b=-4a$，$c=-12a$.

所以不等式$cx^2+2bx-a<0$即$-12ax^2-8ax-a<0$，

又$a>0$，所以不等式化为$12x^2+8x+1>0$，

解得$x<-\frac{1}{2}$，或$x>-\frac{1}{6}$.故选D.

二、多项选择题

9.AD

提示：因为$c<0$，$c>d$，由不等式的性质可得$c^2<cd$，故A正确；取$a=2$，$b=1$，$c=-1$，$d=-2$，则$a-c=b-d$，$ac=bd$，故B，C错误；因为$a>b>0$，$d<c<0$，所以$ad<bc$，所以$\frac{c}{a}>\frac{d}{b}$，故$\frac{c}{a}-\frac{d}{b}>0$，故D正确.故选AD.

10.ABC

提示：因为不等式$ax^2+bx+c\geqslant 0$的解集是$\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，所以当$x=1$时，$ax^2+bx+c>0$，故$a+b+c>0$，B正确；

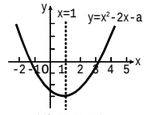
又由已知，可得-1和2是方程$ax^2+bx+c=0$的两实数根，所以$a<0$且$\begin{cases}-1+2=-\frac{b}{a},\\-1\times 2=\frac{c}{a},\end{cases}$

解得$b=-a>0$，$c=-2a>0$，所以$a+b=0$，

故A正确，C正确，D错误.故选ABC.

11.BC

提示：设$y=x^2-2x-a$，其图象为开口向上，对称轴是$x=1$的抛物线，如图所示.



（第 11 题图）

若关于x的一元二次不等式$x^2-2x-a\leqslant 0$的解集中有且仅有5个整数，结合图象可知，

当$x=-1$时，$y\leqslant 0$；当$x=-2$时，$y>0$，即$\begin{cases}3-a\leqslant 0,\\8-a>0,\end{cases}$解得$3\leqslant a<8$.结合选项可知选BC.

12.BC

提示：因为$a+b+2ab-4=0$，

所以$a+b=4-2ab\geqslant 4-2\times\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$，

整理，可得$(a+b)^2+2(a+b)-8\geqslant 0$，

解得$a+b\leqslant -4$，或$a+b\geqslant 2$，

又$a>0$，$b>0$，所以$a+b\geqslant 2$，当且仅当$a=b=1$时，取等号，故选项A错误，选项B正确；

因为$a+b+2ab-4=0$，所以$2ab=4-(a+b)\leqslant 4-2\sqrt{ab}$，

整理可得$ab+\sqrt{ab}-2\leqslant 0$，

解得$\sqrt{ab}\leqslant 1$，所以$0<ab\leqslant 1$，当且仅当$a=b=1$时，取等号，

故选项C正确，选项D错误.故选BC.

三、填空题

13.14

提示：原函数图象平移后得到$y=(x+3)^2+b(x+3)+c+2=x^2+(6+b)x+3b+c+11$的图象，

则$6+b=-2$且$3b+c+11=1$，解得$b=-8$，$c=14$.

14.$\geqslant$

提示：$\left(2a^2+\frac{1}{4}b^2+1\right)-(ab+2a)=\left(a^2-ab+\frac{1}{4}b^2\right)+(a^2-2a+1)=\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2+(a-1)^2\geqslant 0$，所以$2a^2+\frac{1}{4}b^2+1\geqslant ab+2a$.

15.$\{a|a<0$，或$a>4\}$

提示：由题设可知，对于方程$x^2-ax+a=0$，$\Delta=a^2-4a>0$，解得$a<0$，或$a>4$.

16.2，20

提示：设工厂和仓库之间的距离为x千米，运费为y_1万元，仓储费为y_2万元，$y_1=k_1x$，$y_2=\frac{k_2}{x}$.

因为工厂和仓库之间的距离为4千米时，运费为20万元，仓储费为5万元，所以$k_1=5$，$k_2=20$.

所以运费与仓储费之和为$5x+\frac{20}{x}\geqslant 2\sqrt{5x\cdot\frac{20}{x}}=20$，当且仅当$5x=\frac{20}{x}$，即$x=2$时，等号成立.

所以当工厂和仓库之间的距离为2千米时，运费与仓储费之和最小，最小值为20万元.

四、解答题

17.**解**：(1)因为$1<x<2<y<3$，所以$1<x<2$，$2<y<3$，则$2<xy<6$，故xy的取值范围为$(2,6)$.

(2)因为$1<x<2<y<3$，

所以$1<x<2$，$2<y<3$，$-6<-2y<-4$，

则$-5<x-2y<-2$，

故$x-2y$的取值范围为$(-5,-2)$.

18.**解**：(1)因为$y_1-y_2=x^2-(a+1)x+a+(a+4)x+4-a=x^2+3x+4=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$，所以$y_1>y_2$.

(2)由$y_1>0$，得$(x-a)(x-1)>0$.

当$a<1$时，解集为$\{x|x<a$，或$x>1\}$；

当$a=1$时，解集为$\{x|x\neq 1\}$；

当$a>1$时，解集为$\{x|x<1$，或$x>a\}$.

19.**解**：(1)由$-5x^2+3x+14\leqslant 0$，得$5x^2-3x-14\geqslant 0$.

对于方程$5x^2-3x-14=0$，解得$x=-\frac{7}{5}$，或$x=2$.

结合二次函数$y=5x^2-3x-14$的图象，得不等式$5x^2-3x-14\geqslant 0$的解集为$\left\{x\middle|x\leqslant -\frac{7}{5}，或x\geqslant 2\right\}$，

从而原不等式的解集为$\left\{x\middle|x\leqslant -\frac{7}{5}，或x\geqslant 2\right\}$.

(2)由$(5-2x)(x+3)>9$，得$2x^2+x-6<0$.

对于方程$2x^2+x-6=0$，解得$x=\frac{3}{2}$，或$x=-2$.

结合二次函数$y=2x^2+x-6$的图象，得不等式$2x^2+x-6<0$的解集为$\left\{x\middle|-2<x<\frac{3}{2}\right\}$，

从而原不等式的解集为$\left\{x\middle|-2<x<\frac{3}{2}\right\}$.

20.**解**：(1)因为a,b为正实数，所以$2\sqrt{2}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{ab}}$，可得$ab\geqslant\frac{1}{2}$，当且仅当$a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，等号成立.

所以$a^2+b^2\geqslant 2ab\geqslant 2\times\frac{1}{2}=1$，当且仅当$a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，等号成立.所以$a^2+b^2$的最小值为1.

(2)由$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2\sqrt{2}$，得$a+b=2\sqrt{2}ab$.

因为$(a-b)^2\geqslant 4(ab)^3$，所以$(a+b)^2-4ab\geqslant 4(ab)^3$，即$(2\sqrt{2}ab)^2-4ab\geqslant 4(ab)^3$，

又$ab>0$，得$(ab)^2-2ab+1\leqslant 0$，即$(ab-1)^2\leqslant 0$.

又$(ab-1)^2\geqslant 0$，所以$(ab-1)^2=0$.所以$ab=1$.

21.**解**：(1)不等式$y<4$可化为$x^2-(4-2m)x-8<0$，因为此不等式的解集为$\{x|-2<x<4\}$，

由根与系数的关系，有$-2+4=4-2m$，解得$m=1$.经检验$m=1$满足题意，所以m的值为1.

(2)因为$\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$，$y+2\geqslant 0$恒成立，所以$(2-m)x\leqslant 2+\frac{1}{2}x^2$对$\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$恒成立.

当$x=0$时，$0\leqslant 2$恒成立，此时$m\in\mathbf{R}$；

当$x\in\{x|0<x\leqslant 4\}$时，需$2-m\leqslant\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{x}\right)_{\min}$，

而$\frac{1}{2}x+\frac{2}{x}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{2}x\cdot\frac{2}{x}}=2$，当且仅当$x=2$时取“=”，所以$2-m\leqslant 2$，解得$m\geqslant 0$.

综上，m的取值集合为$\{m|m\geqslant 0\}$.

22.**解**：(1)由题设，可得$DC=AB=4$，$AN=x$，$ND=x-3$，

在$\triangle AMN$中，有$\frac{ND}{AN}=\frac{DC}{AM}$，所以$AM=\frac{4x}{x-3}$.

所以矩形$AMPN$的面积$S=AN\cdot AM=\frac{4x^2}{x-3}(x>3)$.

令$S>54$，得$\frac{4x^2}{x-3}>54$，又$x>3$，所以$4x^2>54(x-3)$，

得$(2x-9)(x-9)>0$，所以$3<x<\frac{9}{2}$，或$x>9$.

所以AN的长的取值集合为$\left\{x\middle|3<x<\frac{9}{2}，或x>9\right\}$.

(2)$S=\frac{4x^2}{x-3}=\frac{4(x-3)^2+24(x-3)+36}{x-3}=4(x-3)+\frac{36}{x-3}+24\geqslant 2\sqrt{4(x-3)\cdot\frac{36}{x-3}}+24=48$，

当且仅当$4(x-3)=\frac{36}{x-3}$，即$x=6$时，等号成立.

所以当$AM=8$米，$AN=6$米时，矩形花坛$AMPN$的面积最小，最小面积为48平方米.