第 12 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:由题意,得 $\alpha=360°+90°+30°=480°$.故选 D.

2.B

提示:时钟显示比北京时间慢了一个小时,则需顺时针旋转 1 个大格.因为顺时针为负角,且 1 个大格的夹角为 $\frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6}$,所以需要将时钟的时针旋转 $-\frac{\pi}{6}$rad.故选 B.

3.B

提示:$\alpha=-\frac{3\pi}{10}=-\frac{3}{10}\times180°=-54°$. 所以 $\beta=-54°$.所以与 β 终边相同的角的集合为 $A=\{\beta|\beta=-54°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.取 $k=1$,得 $\beta=306°$.故选 B.

4.D

提示:根据诱导公式,可得 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$,$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\alpha$,故 A 错误;$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha$,故 B 错误;$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$,故 C 错误;$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha$,故 D 正确.故选 D.

5.B

提示:因为角 α 的终边过点 $P(1,-2)$,所以 $\tan\alpha=\frac{-2}{1}=-2$.

所以原式$=\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{-\cos\alpha}=-1-\tan\alpha=1$.故选 B.

6.B

提示:因为 $\theta\in(0,\pi)$,所以 $\frac{2\pi}{3}-\theta\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$.

又 $\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)=-\frac{3}{5}$,

所以 $\frac{2\pi}{3}-\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\right)$,$\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)=\frac{4}{5}$.

所以 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left[\pi-\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)\right]=\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)=\frac{4}{5}$.故选 B.

7.D

提示:由 $\cos\theta-\sin\theta=\frac{4}{3}$,两边平方,得 $\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta\cos\theta=\frac{16}{9}$,

即 $1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{16}{9}$,所以 $\sin\theta\cos\theta=-\frac{7}{18}<0$.

所以 θ 是第二象限角或第四象限角.

当 θ 是第二象限角时,$\sin\theta>0$,$\cos\theta<0$,则 $\cos\theta-\sin\theta<0$,不符合题意;

当 θ 是第四象限角时,$\sin\theta<0$,$\cos\theta>0$,则 $\cos\theta-\sin\theta>0$,符合题意.故选 D.

8.B

提示:设圆心角的弧度数为 θ,由已知条件,得 $\frac{1}{2}\times2^2\times\theta=\frac{7\pi}{3}$,解得 $\theta=\frac{7\pi}{6}$.

所以圆心角的密位大小为 $6000\times\frac{\frac{7\pi}{6}}{2\pi}=3500$,用密位制表示为 35-00.故选 B.

二、多项选择题

9.BD

提示:当 α 和 β 的终边关于 y 轴对称时,有 $\alpha+\beta=180°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$,结合选项可知,选 BD.

10.ABD

提示:若 α 是第二象限角,则 $2k\pi+\frac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi+\pi$,$k\in\mathbf{Z}$,得 $\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{6}<\frac{\alpha}{3}<\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{3}$,$k\in\mathbf{Z}$.设 $n\in\mathbf{Z}$,当 $k=3n$ 时,$\frac{\alpha}{3}$为第一象限角;当 $k=3n+1$ 时,$\frac{\alpha}{3}$为第二象限角;当 $k=3n+2$ 时,$\frac{\alpha}{3}$为第四象限角.故选 ABD.

11.AC

提示:若 θ 为第四象限角,则②$\sin\theta<0$,③$\cos\theta>0$,⑥$\tan\theta<0$,结合选项,可知 A,C 正确.

12.AB

提示:由角 α 的终边与单位圆交于点 $P\left(\frac{4}{5},n\right)$ $(n>0)$,知 α 是第一象限角,且 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$,可得 $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{3}{5}$,$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{3}{4}$,故 A 正确;将角 α 的终边按逆时针方向旋转$\frac{\pi}{2}$后得到角 β 的终边,则 $\beta=\alpha+\frac{\pi}{2}$,所以 $\sin\beta=\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha=\frac{4}{5}$,$\cos\beta=\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\alpha=-\frac{3}{5}$,故 B 正确,C 错误;根据三角函数的定义,可得点 Q 的坐标为$(\cos\beta,\sin\beta)$,即$\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$,故 D 错误.故选 AB.

三、填空题

13.$\left\{\alpha\left|k\pi\leqslant\alpha\leqslant k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

提示:阴影部分表示的角 α 的终边位于第一、三象限,在第一象限,$0\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{3}$;在第三象限,$\pi\leqslant\alpha\leqslant\frac{4\pi}{3}$,所以阴影部分(含边界)表示的角的集合为$\left\{\alpha\left|k\pi\leqslant\alpha\leqslant k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.

14.2

提示:原式$=\frac{3\tan\theta-2}{\tan\theta+3}=\frac{4}{5}$,解得 $\tan\theta=2$.

15.$\frac{\pi}{2}$$\left(答案不唯一,可取\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\text{ 中的任一值}\right)$

提示:$\forall x\in\mathbf{R}$,

$\cos(x-\varphi)=\sin\left[\frac{\pi}{2}-(x-\varphi)\right]=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x+\varphi\right)$.

若 $\forall x\in\mathbf{R}$,$\cos(x-\varphi)=\sin x$ 恒成立,

则 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x+\varphi\right)=\sin x$ 恒成立.

所以$\frac{\pi}{2}-x+\varphi+x=\pi+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,

可得 $\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$.故 φ 的一个取值为$\frac{\pi}{2}$.

16.$\frac{\pi}{6}$;$\frac{3}{5}$

提示:若四边形 $OAMN$ 的面积为$\frac{3}{4}$,

由 $S_{四边形OAMN}=S_{\triangle AOM}+S_{\triangle MON}=\frac{1}{2}OA\cdot y_M+\frac{1}{2}OM\cdot ON=\frac{1}{2}y_M+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$,解得 $y_M=\frac{1}{2}$,

所以 $\sin\angle AOM=\frac{1}{2}$,

又$\angle AOM$ 为锐角,所以$\angle AOM=\frac{\pi}{6}$.

若$\triangle AMN$ 的面积为$\frac{2}{5}$,

由 $S_{四边形OAMN}=S_{\triangle AOM}+S_{\triangle MON}=S_{\triangle AON}+S_{\triangle AMN}$,

得$\frac{1}{2}OA\cdot y_M+\frac{1}{2}OM\cdot ON=\frac{1}{2}OA\cdot y_N+\frac{2}{5}$,

即$\frac{1}{2}y_M+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}y_N+\frac{2}{5}$,得 $y_N-y_M=\frac{1}{5}$,

而 $y_N=\sin\angle AON=\sin(90°+\angle AOM)=\cos\angle AOM$,

所以 $\cos\angle AOM-\sin\angle AOM=\frac{1}{5}$,

与 $\cos^2\angle AOM+\sin^2\angle AOM=1$ 联立,结合$\angle AOM$ 为锐角,解得 $\sin\angle AOM=\frac{3}{5}$.

四、解答题

17.**解**:(1)$\alpha=-920°=-3\times360°+160°=(-3)\times2\pi+\frac{8\pi}{9}$.

因为角 α 与$\frac{8\pi}{9}$终边相同,

所以角 α 是第二象限角.

(2)因为角 γ 与 α 的终边相同,

所以设 $\gamma=2k\pi+\frac{8\pi}{9}(k\in\mathbf{Z})$.

由 $\gamma\in(-4\pi,-3\pi)$,得 $-4\pi<2k\pi+\frac{8\pi}{9}<-3\pi$,

解得$-\frac{22}{9}<k<-\frac{35}{18}$.

又 $k\in\mathbf{Z}$,所以 $k=-2$.所以 $\gamma=-\frac{28\pi}{9}$.

18.**解**:(1)由三角函数的定义,有 $\cos\theta=\frac{m}{\sqrt{m^2+2}}=\frac{m}{4}$,解得 $m=\pm\sqrt{14}$.

(2)当 $m=\sqrt{14}$ 时,$\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14+2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$,$\tan\theta=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$;

当 $m=-\sqrt{14}$ 时,$\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14+2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$,$\tan\theta=\frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{14}}=-\frac{\sqrt{7}}{7}$.

19.**解**:(1)设点 P,Q 第一次相遇时所用的时间为 t 秒,则 $t\cdot\frac{\pi}{3}+t\cdot\left|-\frac{\pi}{6}\right|=2\pi$,解得 $t=4$.

所以点 P,Q 第一次相遇所用的时间为 4 秒.

(2)由(1)可知第一次相遇时点 P 运动到角 $4\times\frac{\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}$的终边位置,设第一个相遇点的坐标为$(x_0,y_0)$,

则 $x_0=4\cos\frac{4\pi}{3}=-2$,$y_0=4\sin\frac{4\pi}{3}=-2\sqrt{3}$.

所以第一个相遇点的坐标为$(-2,-2\sqrt{3})$,

点 P 走过的弧长为$\frac{4\pi}{3}\times4=\frac{16\pi}{3}$,

点 Q 走过的弧长为$\frac{2\pi}{3}\times4=\frac{8\pi}{3}$.

20.**解**:(1)由诱导公式,得

$f(\alpha)=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\tan\alpha}{-\tan\alpha\cdot\sin\alpha}=-\cos\alpha$.

(2)因为 $\sin(\alpha-\pi)=-\sin\alpha=\frac{1}{5}$,所以 $\sin\alpha=-\frac{1}{5}$.

又 α 是第三象限角,

所以 $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

所以 $f(\alpha)=-\cos\alpha=\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

(3)因为$\alpha=-2310°=-6\times360°-150°$,

所以 $\cos\alpha=\cos(-150°)=\cos150°=-\cos30°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以 $f(\alpha)=-\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

21.(1)**解**:因为 θ 为第三象限角,

所以 $\sin\theta<0$,$\cos\theta<0$.

所以$\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}+\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$

$=\sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}}+\sqrt{\frac{(1-\cos\theta)^2}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}}$

$=\frac{1+\cos\theta}{-\sin\theta}-\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}=-\frac{2}{\sin\theta}$.

(2)**证明**:$(1-\tan^4A)\cdot\cos^2A+\tan^2A$

$=(1-\tan^2A)(1+\tan^2A)\cdot\cos^2A+\tan^2A$

$=(1-\tan^2A)\cdot\frac{1}{\cos^2A}\cdot\cos^2A+\tan^2A$

$=(1-\tan^2A)+\tan^2A$

$=1$.

22.**解**:由根与系数的关系,得

$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$,$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{t}{2}$.

(1)原式$=\frac{\sin\alpha\tan\alpha-\cos\alpha}{\tan\alpha-1}=\frac{\sin\alpha\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\cos\alpha}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-1}$

$=\frac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

(2)由 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$,得$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=1+t=\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^2$,解得 $t=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(3)由(2)可得原方程即 $2x^2-(\sqrt{3}+1)x+\frac{\sqrt{3}}{2}=0$,解得 $x_1=\frac{1}{2}$,或 $x_2=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

即 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$,$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$,或 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\cos\alpha=\frac{1}{2}$,

所以 $\alpha=\frac{\pi}{6}$,或 $\alpha=\frac{\pi}{3}$.

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 9 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.A

提示:把指数式$5^x=6$化为对数式,为$\log_56=x$.故选A.

2.A

提示:函数$y=\log_3x$的反函数为$y=f(x)=3^x$,所以$f(2)=3^2=9$.故选A.

3.D

提示:因为$b=\log_23=\log_49>\log_46>\log_44=1$,所以$b>c>1$,又$a=\log_{0.2}0.3<\log_{0.2}0.2=1$,所以$b>c>a$.故选D.

4.C

提示:要使函数$f(x)$有意义,需$\begin{cases}x>0,\\ \lg x\geqslant0,\\ 5-3x>0,\end{cases}$解得$1\leqslant x<\frac{5}{3}$.故选C.

5.B

提示:由$f(x)=\lg\left(\frac{2}{1-x}+a\right)$是奇函数,得$f(0)=0$,即$\lg(2+a)=0$,解得$a=-1$,易知$a=-1$时,$f(x)$为奇函数,可知"$a^2=1$"是"$a=-1$"的必要不充分条件,故选B.

6.C

提示:$\lg M=\lg(6.4171\times10^{23})=\lg6.4171+\lg10^{23}\approx\lg(2\times3)+23=\lg2+\lg3+23\approx0.3+0.48+23=23.78$,

$\lg m=\lg(5.34\times10^3)=\lg5.34+\lg10^3\approx\lg5+3\approx0.7+3=3.7$,故$\lg\frac{M}{m}=\lg M-\lg m\approx23.78-3.7=20.08$.故选C.

7.B

提示:由对数式的意义,可知$a>0$,则函数$u=2-ax$在$x\in[0,1]$上是减函数.

又$y=\log_a(2-ax)$是$x\in[0,1]$上的减函数,

所以$y=\log_au$是$u\in[2-a,2]$上的增函数.

所以$\begin{cases}a>1,\\ 2-a>0,\end{cases}$解得$1<a<2$.故选B.

8.B

提示:当$0<x\leqslant\frac{1}{2}$时,要使$\left(\frac{1}{4}\right)^x<\log_ax$恒成立,则需$\begin{cases}0<a<1,\\ \log_a\frac{1}{2}>\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}},\end{cases}$解得$\frac{1}{4}<a<1$.故选B.

二、多项选择题

9.ACD

提示:由已知条件,得$a=\lg4$,$b=\lg25$,则$a+b=\lg100=2$,故A正确;$b-a=\lg\frac{25}{4}>\lg6$,故B错误,D正确;$ab=4\lg2\times\lg5>4\lg2\times\lg4=8(\lg2)^2$,C正确.故选ACD.

10.AB

提示:由反函数的定义可知,互为反函数的两个函数的定义域与值域互换,因为$f(1)=-1$,所以$g(-1)=1$,又$f(x)$在其定义域内单调递增,所以$g(x)$在定义域内单调递增,所以A,B正确,C,D错误,故选AB.

11.BCD

提示:由$\frac{1+x}{1-x}>0$,解得$-1<x<1$,故$f(x)$的定义域为$(-1,1)$.

$f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}=\ln\left(-1+\frac{2}{1-x}\right)$,因为函数$y=-1+\frac{2}{1-x}$在$(-1,1)$上是增函数,$y=\ln x$在$(0,+\infty)$上是增函数,由复合函数的单调性可知$f(x)=\ln\left(-1+\frac{2}{1-x}\right)$在区间$(-1,1)$上是增函数,故A错误;因为$x\in(-1,1)$,所以$-1+\frac{2}{1-x}\in(0,+\infty)$,所以$\ln\left(-1+\frac{2}{1-x}\right)\in(-\infty,+\infty)$,即$f(x)$的值域为$(-\infty,+\infty)$,故B正确;$f(-x)=\ln\frac{1-x}{1+x}=-\ln\frac{1+x}{1-x}=-f(x)$,所以$f(x)$为奇函数,故$f(x)$的图象关于原点对称,故C正确;$y=\ln\frac{1+x}{1-x}\Rightarrow e^y=\frac{1+x}{1-x}\Rightarrow x=\frac{e^y-1}{e^y+1}$,互换$x,y$的位置,可得$y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$,即$f(x)$的反函数为$y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$,故D正确.故选BCD.

12.ABD

提示:由题意可知,函数$f(x)=\lg(ax^2+4x-a+5)$的值域为$\mathbf{R}$,则$y=ax^2+4x-a+5$能取到一切大于0的实数.当$a=0$时显然成立;当$a\neq0$时,要满足题意,只需$a>0$且$\Delta=16-4a(-a+5)\geqslant0$,解得$0<a\leqslant1$,或$a\geqslant4$.综上,$a\in[0,1]\cup[4,+\infty)$.结合选项可知选ABD.

三、填空题

13.$a^x>ax>\log_ax$

提示:由直线上升,对数增长,指数爆炸,可知$a^x>ax>\log_ax$.

14.$(2,1)$

提示:令$x-1=1$,得$x=2$,$f(2)=1$,故$f(x)$的图象恒过定点$A(2,1)$.

15.$\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,2)$

提示:当$a>1$时,$f(x)=\log_ax$在$[2,+\infty)$上单调递增,

故$[f(x)]_{\min}=f(2)=\log_a2>0$,

由$|f(x)|>1$恒成立,可得$\log_a2>1$,解得$1<a<2$;

当$0<a<1$时,$f(x)=\log_ax$在$[2,+\infty)$上单调递减,

故$[f(x)]_{\max}=f(2)=\log_a2<0$,

由$|f(x)|>1$恒成立,可得$-\log_a2>1$,解得$\frac{1}{2}<a<1$.

综上,实数a的取值范围是$\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,2)$.

16.8

提示:设抽x次,由题意可得$(1-60\%)^x<0.1\%$,

即$0.4^x<0.001$,

所以$x>\log_{0.4}0.001=\frac{\lg0.001}{\lg0.4}=\frac{3}{1-2\lg2}\approx7.54$.

故至少要抽8次.

四、解答题

17.**解**:(1)原式$=\log_33^{\frac{3}{2}}-1-3+\lg\sqrt{10}$

$=\frac{3}{2}-4+\frac{1}{2}=-2$.

(2)原式$=(\lg2)^2+(\lg4+\lg5)\times\lg5+\frac{\lg2}{\lg9}\times\frac{\lg3}{\lg4}$

$=(\lg2)^2+2\lg2\times\lg5+(\lg5)^2+\frac{\lg2}{2\lg3}\times\frac{\lg3}{2\lg2}$

$=(\lg2+\lg5)^2+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$.

18.**解**:(1)因为$f(x)$为$y=a^x$的反函数,

所以$f(x)=\log_ax$.

因为$f(5)>f(6)$,所以$f(x)$为减函数,所以$0<a<1$.

由$f(x)$在区间$[a,3a]$上的最大值与最小值之差为1,得$\log_aa-\log_a3a=1$,解得$a=\frac{1}{3}$.

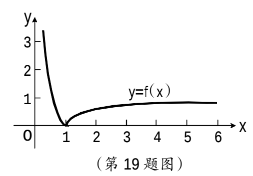
(2)由$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\geqslant\log_{\frac{1}{3}}(9a-x)=\log_{\frac{1}{3}}(3-x)$,

得$\begin{cases}x-1\leqslant3-x,\\ x-1>0,\\ 3-x>0,\end{cases}$

解得$1<x\leqslant2$.

所以原不等式的解集为$\{x|1<x\leqslant2\}$.

19.(1)**解**:$f(x)=\begin{cases}-\lg x,0<x<1,\\ \lg x,x\geqslant1,\end{cases}$画出$y=f(x)$的图象如下图所示.



(第 19 题图)

令$f(x)=1$,得$|\lg x|=1$,解得$x=10$,或$x=\frac{1}{10}$.

结合图象可知,满足$f(x)>1$的x的取值范围为$\left(0,\frac{1}{10}\right)\cup(10,+\infty)$.

(2)**证明**:不妨设$x_1<x_2$,由$f(x_1)=f(x_2)$,

结合图象可知,$f(x_1)=-\lg x_1$,$f(x_2)=\lg x_2$,

则$-\lg x_1=\lg x_2$,所以$\lg x_1+\lg x_2=0$,

即$\lg(x_1x_2)=0$,所以$x_1x_2=1$.

20.**解**:(1)因为$t=\log_2x$在$\left[\frac{1}{4},4\right]$上是增函数,所以$\log_2\frac{1}{4}\leqslant\log_2x\leqslant\log_24$,即$-2\leqslant t\leqslant2$.

所以t的取值范围为$[-2,2]$.

(2)$f(x)=\log_2(4x)\cdot\log_2(2x)=(2+\log_2x)(1+\log_2x)=(\log_2x)^2+3\log_2x+2$.

令$t=\log_2x$,则由(1)可得,$y=f(x)=t^2+3t+2=\left(t+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$,$t\in[-2,2]$.

所以当$t=-\frac{3}{2}$,即$x=2^{-\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$时,$[f(x)]_{\min}=-\frac{1}{4}$;

当$t=2$,即$x=4$时,$[f(x)]_{\max}=12$.

21.**解**:(1)当$a=\frac{1}{2}$时,$f(x)=\left|\log_{25}(x+1)-\frac{1}{2}\right|+2$,$x\in[0,24]$,

令$\left|\log_{25}(x+1)-\frac{1}{2}\right|=0$,解得$x=4$,此时$f(x)$取得最小值.因此,一天中4时该市的空气污染指数最低.

(2)令$|\log_{25}(x+1)-a|=0$,得$x=25^a-1$.

当$0<x\leqslant25^a-1$时,$f(x)=a-\log_{25}(x+1)+2a+1=3a+1-\log_{25}(x+1)$,可知$f(x)$单调递减,所以$f(x)<f(0)=3a+1$;

当$25^a-1<x\leqslant24$时,$f(x)=\log_{25}(x+1)-a+2a+1=a+1+\log_{25}(x+1)$,可知$f(x)$单调递增,所以$f(x)\leqslant f(24)=a+2$.

若满足题目要求,则需$\begin{cases}3a+1\leqslant3,\\ a+2\leqslant3,\\ 0<a<1,\end{cases}$解得$0<a\leqslant\frac{2}{3}$.

因此,调节参数a应控制在$\left(0,\frac{2}{3}\right]$内.

22.**解**:(1)因为$f(x)=(a^2+a-5)\log_ax$是对数函数,

所以$\begin{cases}a^2+a-5=1,\\ a>0且a\neq1,\end{cases}$解得$a=2$.

所以$f(x)=\log_2x$,$g(x)=f(x+2)+f(5-x)=\log_2(x+2)+\log_2(5-x)=\log_2(-x^2+3x+10)$.

由$x+2>0$且$5-x>0$,解得$-2<x<5$,

所以$g(x)$的定义域为$(-2,5)$.

因为函数$y=-x^2+3x+10$在$\left(-2,\frac{3}{2}\right)$上单调递增,在$\left(\frac{3}{2},5\right)$上单调递减,函数$y=\log_2x$在$(0,+\infty)$上单调递增,由复合函数的单调性,可得$g(x)$在$\left(-2,\frac{3}{2}\right)$上单调递增,在$\left(\frac{3}{2},5\right)$上单调递减.

(2)因为$x\in[-1,3]$,不等式$g(x)-m-\log_23\leqslant0$的解集非空,

所以$m+\log_23\geqslant[g(x)]_{\min}$,$x\in[-1,3]$.

由(1)可得,$g(x)$在$\left[-1,\frac{3}{2}\right]$上单调递增,在$\left(\frac{3}{2},3\right]$上单调递减,

所以$g(x)$在$[-1,3]$上的最小值为$g(-1)$或$g(3)$.

因为$g(-1)=\log_26$,$g(3)=\log_210$,所以$g(-1)<g(3)$.

所以$[g(x)]_{\min}=g(-1)=\log_26$.

所以$m+\log_23\geqslant\log_26$,解得$m\geqslant1$.

故实数m的取值范围为$[1,+\infty)$.

③

第10期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示：由$f(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}=0$，得$\ln x=1$，解得$x=e$.故选C.

2.B

提示：计算得$f(1)=1>0$，$f(2)=-\frac{1}{2}<0$，所以函数$f(x)$在区间$(1,2)$上有零点.故选B.

3.B

提示：由图象可知，在$x=x_2$附近，$f(x)$均大于0，故x_2不能用二分法求出.故选B.

4.C

提示：因为$f(1)<0$，$f(2)>0$，$f(1.5)>0$，所以下次应计算$x=\frac{1+1.5}{2}=1.25$时的函数值，即$f(1.25)$，故选C.

5.C

提示：由表格中数据可知，函数y单调递增，但是增加比较慢，所以最能反映x，y函数关系的是对数型函数，即$y=a+\log_b x$.故选C.

6.B

提示：由$54=9\lg\frac{x}{1\times10^{-13}}$，得两人小声交谈时的声音强度$x=1\times10^{-7}$，所以老师的声音强度为$10x=1\times10^{-6}$，所以老师声音的等级为$9\lg\frac{1\times10^{-6}}{1\times10^{-13}}=63$.故选B.

7.D

提示：设森林原来的蓄积量为a，由题意，得$a(1+10.4\%)^y=ax$，即$1.104^y=x$，所以$y=\log_{1.104}x$.结合选项可知D正确.

8.A

提示：根据题意，知$f(x)=\log_a(-4x^2+\log_a x)<0$对$\forall x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$恒成立.

当$a>1$时，$\forall x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$，$\log_a x<0$，

则$-4x^2+\log_a x<0$，不满足题意；

当$0<a<1$时，可得$\forall x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$，$-4x^2+\log_a x>1$恒成立，即$\log_a x>4x^2+1$，

结合单调性可知，只需$\log_a\frac{1}{2}\geqslant4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+1$，解得$a\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant a<1$.故选A.

二、多项选择题

9.ABD

提示：如图1，可知A不正确，C正确；如图2，可知B不正确；由函数零点存在定理，可知D不正确.故选ABD.

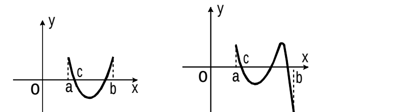


图1　　图2

（第9题图）

10.BC

提示：令$f(x)=3^x-x-4$，由表格中数据，可得$f(1.5)<0$，$f(1.75)>0$，则$f(1.5)f(1.75)<0$，所以$f(x)$在区间$(1.5,1.75)$内存在零点x_0.

取区间$(1.5,1.75)$中点$x_1=1.625$，由$f(1.625)>0$，可知$x_0\in(1.5,1.625)$，且$|1.625-1.5|=0.125>0.1$.

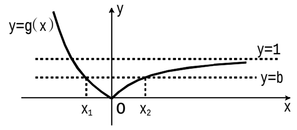
再取区间$(1.5,1.625)$中点$x_2=1.5625$，由$f(1.5625)>0$，可知$x_0\in(1.5,1.5625)$，且$|1.5625-1.5|=0.0625<0.1$.在精确度为0.1的要求下，区间$[1.5,1.5625]$内的任意一点都可以作为函数$f(x)$零点的近似值，即方程$3^x=x+4$的近似解.结合选项可知，选BC.

11.BCD

提示：2006年底人类知识总量为$a\times2^2=4a$，故A错误；2009年底人类知识总量为$a\times2^3=8a$，故B正确；2019年底人类知识总量为$8a\times2^{10}=2^{13}a$，故C正确；2020年底人类知识总量为$2^{13}a\times2^5=2^{18}a$，故D正确.故选BCD.

12.ACD

提示：函数$f(x)=\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-1\right|-b$有两个零点，即$b=\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-1\right|$有两个实根，即直线$y=b$与函数$g(x)=\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-1\right|$的图象有两个不同交点.$g(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^x-1,x<0,\\1-\left(\frac{1}{2}\right)^x,x\geqslant0,\end{cases}$作出$g(x)$的图象如下图所示，由图象可知，若直线$y=b$与函数$g(x)$的图象有两个不同交点，则$0<b<1$，D正确；当$x<0$时，令$g(x)=1$，得$x=-1$，故$-1<x_1<0$，A正确；$x_1<0$，$x_2>0$，则$\left(\frac{1}{2}\right)^{x_1}-1=1-\left(\frac{1}{2}\right)^{x_2}$，整理，得$\left(\frac{1}{2}\right)^{x_1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x_2}=2$，C正确；由C选项，可知$\left(\frac{1}{2}\right)^{x_2}=2-\left(\frac{1}{2}\right)^{x_1}\in(0,1)$，所以$x_2>0$，B错误.故选ACD.



（第12题图）

三、填空题

13.(2.5,3)

提示：设$f(x)=\lg x+x-3$，由$f(2)=\lg2-1<0$，$f(3)=\lg3>0$，而$f(2.5)=\lg\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\left(\lg\frac{25}{4}-1\right)<0$，知$f(2.5)f(3)<0$，故方程的根在区间$(2.5,3)$内.

14.$\left(-\frac{1}{2},\frac{7}{2}\right)$

提示：由函数$y=3^x$在**R**上为增函数，$y=-\frac{4}{x}$在$(0,+\infty)$上为增函数，

可知函数$f(x)=3^x-\frac{4}{x}-2a$在$(1,2)$上单调递增.

又$f(x)$的一个零点在区间$(1,2)$内，

所以$f(1)=-1-2a<0$，$f(2)=7-2a>0$，

解得$-\frac{1}{2}<a<\frac{7}{2}$.

15.$y=420\cdot\left(\frac{1.05}{1.01}\right)^x$，$x\in\mathbf{N}_+$

提示：设该地区现有人口量为a，

则$y=\frac{420a(1+5\%)^x}{a(1+1\%)^x}=420\cdot\left(\frac{1.05}{1.01}\right)^x$，$x\in\mathbf{N}_+$.

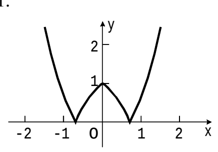
16.-1

提示：作出函数$f(x)$的图象如图所示.令$t=f(x)$，当$t=0$或$t>1$时，$f(x)=t$有2个实数根；当$t=1$时，$f(x)=t$有3个实数根；当$0<t<1$时，$f(x)=t$有4个实数根.由题意可知，关于t的方程$t^2+bt+b^2-1=0$有两个实数根，其中一个根为1，另外一个根为0或大于1.

将$t=1$代入方程，得$1+b+b^2-1=0$，解得$b=0$，或$b=-1$.

当$b=0$时，方程即$t^2-1=0$，此时$t=1$，或$t=-1$，不符合要求；

当$b=-1$时，方程即$t^2-t=0$，此时$t=0$，或$t=1$，符合要求.综上，$b=-1$.



（第16题图）

四、解答题

17.**解**：(1)当$a=1$时，$f(x)=x^2-x-2$.令$f(x)=0$，解得$x=-1$，或$x=2$.所以$f(x)$的零点为-1与2.

(2)若$f(x)$有零点，则关于x的方程$x^2-x-2a=0$有实数解.

所以$\Delta=1+8a\geqslant0$，解得$a\geqslant-\frac{1}{8}$.

所以实数a的取值范围为$\left[-\frac{1}{8},+\infty\right)$.

18.(1)**证明**：函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

因为$f(2)=\ln2-2<0$，$f(3)=\ln3>0$，

所以$f(x)$在区间$(2,3)$上有零点.

$\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且$x_1<x_2$，则$f(x_1)-f(x_2)=\ln x_1+2x_1-6-(\ln x_2+2x_2-6)=\ln\frac{x_1}{x_2}+2(x_1-x_2)$.

由$x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且$x_1<x_2$，

得$x_1-x_2<0$，$0<\frac{x_1}{x_2}<1\Rightarrow\ln\frac{x_1}{x_2}<0$.

所以$f(x_1)-f(x_2)<0$，即$f(x_1)<f(x_2)$.

所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数.

所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上只有一个零点.

故函数$f(x)$有且只有一个零点.

(2)**解**：由(1)知，$f(x)$在区间$(2,3)$内只有一个零点x_0，

取区间$(2,3)$的中点$x_1=2.5$，则$f(2.5)=\ln2.5-1<0$，所以$x_0\in(2.5,3)$；

再取区间$(2.5,3)$的中点$x_2=2.75$，则$f(2.75)=\ln2.75-0.5>0$，所以$x_0\in(2.5,2.75)$.

因为$|2.5-2.75|=0.25=\frac{1}{4}$，满足要求，所以该函数零点所在的一个区间为$(2.5,2.75)$.

19.**解**：(1)根据已知条件，得$y=a\%\times\left(\frac{1}{3}\right)^x$，$x\in\mathbf{N}_+$.

(2)由$y=a\%\times\left(\frac{1}{3}\right)^x\leqslant0.002a\%$，得$\left(\frac{1}{3}\right)^x\leqslant\frac{2}{1000}\Rightarrow x\lg\frac{1}{3}\leqslant\lg\frac{2}{1000}\Rightarrow x\geqslant\frac{3-\lg2}{\lg3}\approx\frac{3-0.301}{0.477}\approx5.7$.又$x\in\mathbf{N}_+$，所以至少经过6次过滤才能使矿泉水达到要求.

20.**解**：(1)由$\begin{cases}f(0)=b=60,\\f(12)=12a+b=120,\end{cases}$解得$a=5$，$b=60$，

所以$f(t)=5t+60$；

由$\begin{cases}g(0)=c\log_2 d=60,\\g(12)=c\log_2(d+12)=120,\end{cases}$解得$c=30$，$d=4$，

所以$g(t)=30\log_2(t+4)$.

(2)若按照模型P_1：$f(t)=5t+60$，到2022年时，$f(16)=140$，则2022年相对于2018年的上涨幅度为$\frac{140-120}{120}\times100\%\approx16.7\%>10\%$，不符合要求；

若按照模型P_2：$g(t)=30\log_2(t+4)$，到2022年时，$g(16)=30\log_2 20\approx129.6$，则2022年相对于2018年的上涨幅度为$\frac{129.6-120}{120}\times100\%=8\%<10\%$，符合要求.所以模型$P_2$比较合适.

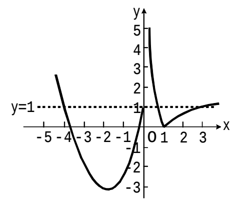
21.**解**：(1)若$a=3$，则$g(x)=f(x)-3$，

当$x>0$时，由$|\ln x|-3=0$，解得$x=e^3$，或$x=\frac{1}{e^3}$；

当$x\leqslant0$时，由$x^2+4x+1-3=0$，解得$x=-2-\sqrt{6}$，或$x=-2+\sqrt{6}$(舍去).

所以当$a=3$时，$g(x)$的零点为e^3，$\frac{1}{e^3}$，$-2-\sqrt{6}$.

(2)若$g(x)$有3个零点，即函数$y=f(x)$的图象与直线$y=a$有3个不同的交点.画出函数$f(x)$的图象如图所示，由图象可知a的取值范围为$(1,+\infty)\cup\{0\}$.



（第21题图）

22.**解**：(1)$f(x)=x^2-2mx+2m^2-4=(x-m)^2+m^2-4$.

当$m^2=4$，即$m=\pm2$时，方程$f(x)=0$有唯一实根$x=m$，

若函数$f(x)$在区间$(0,3)$上有唯一零点，此时$m=2$符合条件；

当$m^2<4$，即$-2<m<2$时，方程$f(x)=0$有两个实根，若函数$f(x)$在区间$(0,3)$上有唯一零点，则$f(0)f(3)<0$，即$(2m^2-4)(5-6m+2m^2)<0$，解得$-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$；

当$m^2>4$时，方程$f(x)=0$无实数根，函数$f(x)$不存在零点.

综上，实数m的取值范围为$\{2\}\cup(-\sqrt{2},\sqrt{2})$.

(2)函数$F(x)$存在零点，即方程$F(x)=f(2^x)+f(2^{-x})-m^2=0$有解.

而$F(x)=f(2^x)+f(2^{-x})-m^2=2^{2x}-2m\cdot2^x+2m^2-4+2^{-2x}-2m\cdot2^{-x}+2m^2-4-m^2=(2^x+2^{-x})^2-2m(2^x+2^{-x})+3m^2-10$，

令$2^x+2^{-x}=t$，则$t\geqslant2$，$F(x)=G(t)=t^2-2mt+3m^2-10=(t-m)^2+2m^2-10$.

所以$G(t)$在$(m,+\infty)$上单调递增.

当$m<2$时，$[G(t)]_{\min}=G(2)=3m^2-4m-6$，则$3m^2-4m-6\leqslant0$，解得$\frac{2-\sqrt{22}}{3}\leqslant m<2$；

当$m\geqslant2$时，$[G(t)]_{\min}=G(m)=2m^2-10$，则$2m^2-10\leqslant0$，解得$2\leqslant m\leqslant\sqrt{5}$.

综上，实数m的取值范围为$\left[\frac{2-\sqrt{22}}{3},\sqrt{5}\right]$.

第11期

第2~3版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.A

提示：原式$=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-1}=a^{-\frac{1}{8}}$.故选A.

2.A

提示：因为函数$f(x)=2^x$的反函数是$g(x)$，所以$g(x)=\log_2 x$.所以$g(2)=\log_2 2=1$.故选A.

3.B

提示：根据已知条件，当$a>1$时，有$a^2-a=2$，解得$a=2$，或$a=-1$(舍去)；当$0<a<1$时，有$a-a^2=2$，方程无解.综上，$a=2$.故选B.

4.D

提示：要使$f(x)$有意义，则$2^x-4>0$，解得$x>2$.故选D.

5.D

提示：由于$x\in(0,1)$，则$\lg x<0$，$2^x>2^0=1$，所以$2^x>x>\lg x$.故选D.

6.B

提示：由$\log_a3>\log_b3>1$，得$1<a<b<3$，所以$3^a<3^b$；

反之，由$3^a<3^b$，得$a<b$，若$0<a<1$，$b>1$，则$\log_a3<0$，$\log_b3>0$，故$\log_a3>\log_b3>1$不成立.

所以“$\log_a3>\log_b3>1$”是“$3^a<3^b$”的充分不必要条件.

故选B.

7.C

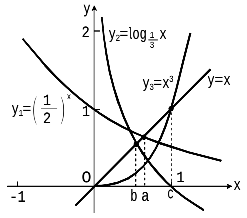
提示：设比例系数为k，则$y=k\left[\frac{5^x}{x^2}\right]$.由第1天有10人进店消费，得$10=k\left[\frac{5^1}{1^2}\right]=5k$，解得$k=2$.

所以第4天进店消费的人数为$y=2\left[\frac{5^4}{4^2}\right]=2\times39=78$.

故选C.

8.B

提示：根据题意，可知a，b，c分别是函数$y_1=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，$y_2=\log_{\frac{1}{3}}x$，$y_3=x^3(x>0)$的图象与直线$y=x$的交点.在同一平面直角坐标系中作出$y_1$，$y_2$，$y_3$的图象及直线$y=x$如下图所示，结合图象可知，$c>a>b$.故选B.



（第8题图）

二、多项选择题

9.CD

提示：根据指数与对数的运算性质，可得$2^{\ln x+\ln y}=2^{\ln x}\cdot2^{\ln y}$，故A，B错误；$2^{\ln x\cdot\ln y}=(2^{\ln x})^{\ln y}$，故C正确；$2^{\ln(xy)}=2^{\ln x+\ln y}=2^{\ln x}\cdot2^{\ln y}$，故D正确.故选CD.

10.BC

提示：因为函数$y=x^{0.8}$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$0.6^{0.8}<0.8^{0.8}$，故A错误；因为函数$y=0.6^x$在**R**上单调递减，所以$0.6^{0.8}<0.6^{0.6}$，而函数$y=x^{0.6}$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$0.6^{0.6}<0.8^{0.6}$，所以$0.6^{0.8}<0.8^{0.6}$，故B正确；因为$\log_{0.8}0.6>1$，$\log_{0.6}0.8<1$，所以$\log_{0.8}0.6>\log_{0.6}0.8$，故C正确；又$0.8^{0.6}<0.8^0=1$，所以$\log_{0.8}0.6>0.8^{0.6}$，故D错误.故选BC.

11.AD

提示：函数$y=a^x+b-1(a>0$，且$a\neq1)$的图象由函数$y=a^x(a>0$，且$a\neq1)$的图象向上或向下平移$|b-1|$个单位长度得到，当$0<a<1$时，图象经过第二象限，不合题意；当$a>1$时，则当$x=0$时，$y=1+b-1\leqslant0$，即$b\leqslant0$，满足题意，故选AD.

12.AD

提示：当$x>1$时，$\log_2 x>0$，则$y=f(f(x))+1=\log_2(\log_2 x)+1$，此时的零点为$\sqrt{2}$.

当$0<x\leqslant1$时，$\log_2 x\leqslant0$，则$y=f(f(x))+1=a\log_2 x+2$，

此时若$a>0$，则有1个零点为$x=\frac{1}{\sqrt[a]{4}}$；

若$a\leqslant0$，则不存在零点.

当$x=0$时，$y=f(f(x))+1=f(1)+1=\log_2 1+1=1$，此时不存在零点.

当$x<0$，且$ax+1\leqslant0$时，

$a\geqslant-\frac{1}{x}>0$，$y=f(f(x))+1=a^2x+a+1$，

此时有1个零点为$x=-\frac{a+1}{a^2}$.

当$x<0$，且$ax+1>0$时，即$a<-\frac{1}{x}$，

$y=f(f(x))+1=\log_2(ax+1)+1$，

若$0<a<-\frac{1}{x}$，此时有1个零点为$x=-\frac{1}{2a}$；若$a\leqslant0$，此时无零点.

综上，当$a>0$时，有4个零点；当$a\leqslant0$时，有1个零点.

故选AD.

三、填空题

13.(1.5,2)

提示：令$f(x)=x^3-2x-3$，则$f(1)=-4<0$，$f(2)=1>0$，$f(1.5)=1.5^3-6<0$，所以$f(1.5)f(2)<0$，故下一个有根的区间是$(1.5,2)$.

14.±2

提示：当$x>0$时，由$f(x)=2^x-4=0$，解得$x=2$.根据奇函数的对称性，可知$x=-2$也是函数$f(x)$的零点.故函数$f(x)$的零点是±2.

15.$(0,3)$；$(-\infty,0]$

提示：当$x^2+1=1$，即$x=0$时，$f(0)=3+\log_a1=3$，故$f(x)$恒过定点$(0,3)$.

当$a>1$时，$y=3+\log_a u$在$u\in(0,+\infty)$上是增函数，由复合函数的单调性可知，$f(x)$的单调递减区间即为$u=x^2+1$的单调递减区间，且$u=x^2+1>0$，所以$f(x)$的单调递减区间为$(-\infty,0]$.

16.①④

提示：函数$y=a^{x+2}(a>0$，且$a\neq1)$的图象可以由函数$y=a^x(a>0$，且$a\neq1)$的图象向左平移2个单位长度得到，故①正确；$y=2^x$与$y=\log_2 x$互为反函数，它们的图象关于直线$y=x$对称，故②错误；由$\log_5(2x+1)=\log_5(x^2-2)$，得$\begin{cases}2x+1>0,\\x^2-2>0,\\2x+1=x^2-2,\end{cases}$解得$x=3$，故③错误；设$f(x)=\ln(1+x)-\ln(1-x)$，定义域为$(-1,1)$，关于原点对称，$f(-x)=\ln(1-x)-\ln(1+x)=-f(x)$，所以$f(x)$是奇函数，故④正确.

四、解答题

17.**解**：(1)原式$=\frac{1}{2}\lg5^2+\lg2-\frac{1}{2}\lg0.1-\frac{2\lg3}{\lg2}\times\frac{\lg2}{\lg3}$

$=\lg5+\lg2+\frac{1}{2}-2$

$=1+\frac{1}{2}-2$

$=-\frac{1}{2}$.

(2)原式$=(4^3)^{\frac{1}{3}}-1+(-2)^4+0.1^{2\times\frac{1}{2}}$

$=4-1+16+0.1$

$=19.1$.

18.**解**：(1)要使函数$f(x)$有意义，则需$1-2^x\geqslant0$，解得$x\leqslant0$.所以$A=\{x|x\leqslant0\}$.

(2)要使函数$g(x)$有意义，则需$(x-a+1)(x-a-1)>0$，即$[x-(a-1)][x-(a+1)]>0$.

因为$a-1<a+1$，所以$B=\{x|x<a-1$，或$x>a+1\}$.

若$A\cap B=A$，则$A\subseteq B$，所以$a-1>0$，解得$a>1$.

所以实数a的取值范围为$(1,+\infty)$.

19.**解**：(1)令$f(x)=2^x+2x-5$，计算得$f(1)=-1<0$，$f(2)=3>0$，所以$f(1)f(2)<0$.

由函数零点存在定理可知，函数$f(x)$在区间$(1,2)$内至少有一个零点.

由函数$y=2^x$，$y=2x-5$在**R**上均是增函数，可知函数$f(x)=2^x+2x-5$在**R**上是增函数.

所以函数$f(x)$只有一个零点.故方程$2^x+2x=5$有1个实数解，解的所在区间为$(1,2)$.

(2)由(1)可知$f(x)$在区间$(1,2)$内存在零点x_0.

取区间$(1,2)$的中点$x_1=1.5$，由表格中数据计算得$f(1.5)>0$，因为$f(1)f(1.5)<0$，所以$x_0\in(1,1.5)$.

取区间$(1,1.5)$的中点$x_2=1.25$，由表格中数据计算得$f(1.25)<0$，因为$f(1.25)f(1.5)<0$，所以$x_0\in(1.25,1.5)$.

同理可得，$x_0\in(1.25,1.375)$，$x_0\in(1.25,1.3125)$.

因为$|1.3125-1.25|=0.0625<0.1$，所以原方程的近似解可取为1.25.

20.**解**：(1)由已知，得$f(1)=\log_2(a^2+a-2)=2$，所以$a^2+a-2=4$且$a>0$，解得$a=2$.

所以$f(x)=\log_2(2^{2x}+2^x-2)$.由$2^{2x}+2^x-2>0$，解得$x>0$，所以$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

设$t=2^x$，则$t>1$，且t为增函数.再设$u=2^{2x}+2^x-2=t^2+t-2=\left(t+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}>0$，当$t>1$时，$u$为增函数.

又$y=f(x)=\log_2 u$在$(1,+\infty)$上为增函数，所以$f(x)$在定义域$(0,+\infty)$上单调递增.

(2)由$f(x+1)-f(x)>2$，得$\log_2(2^{2x+2}+2^{x+1}-2)-\log_2(2^{2x}+2^x-2)>2=\log_2 4$，即$2^{2x+2}+2^{x+1}-2>4(2^{2x}+2^x-2)$，化简并整理，得$2^x<3$，所以$x<\log_2 3$.又$x>0$，所以$0<x<\log_2 3$.

所以原不等式的解集为$(0,\log_2 3)$.

21.**解**：(1)对于函数$y=\lg x+kx+1$(k为常数)，当$x=100$时，$y=4$，代入解得$k=\frac{1}{100}$，所以$y=\lg x+\frac{1}{100}x+1$.

当$x\in[60,200]$时，$y=\lg x+\frac{1}{100}x+1$是增函数，当$x=200$时，$y=\lg200+2+1\approx5.3<200\times5\%=10$，

所以业绩为200万元的业务员可以得到约5.3万元的奖励.

(2)对于函数$f(x)=\frac{1}{4}x^2-(a-0.05)x+100a-9000$，由题意，可得$f(x)$在$[60,200]$上单调递增，

所以$\frac{a-0.05}{2\times\frac{1}{4}}\leqslant60$，解得$a\leqslant30.05$；且$f(x)\leqslant x\cdot5\%$，

得$\frac{1}{4}x^2-ax+100a-9000\leqslant0$对于$x\in[60,200]$恒成立.

记$g(x)=\frac{1}{4}x^2-ax+100a-9000$，则二次函数$g(x)$的图象开口向上，且对称轴方程为$x=2a\leqslant60.1$，

所以$g(x)$在$[60,200]$上的最大值为$g(200)=1000-100a\leqslant0$，解得$a\geqslant10$.

所以$10\leqslant a\leqslant30.5$.

故实数a的取值范围为$[10,30.5]$.

22.**解**：(1)由已知，得$f\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{3}$，即$a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$，解得$a=3$.所以$f(x)=3^x$，$F(x)=-3^{x+1}+10-m$.

因为$F(x)$是单调函数，且在区间$(0,2)$内存在零点，

所以$F(0)F(2)<0$，即$(7-m)(-17-m)<0$，

解得$-17<m<7$.

所以实数m的取值范围为$(-17,7)$.

(2)由(1)及已知条件，可得$g(x)+h(x)=3^x$，

且$g(-x)+h(-x)=-g(x)+h(x)=3^{-x}$，

解得$g(x)=\frac{3^x-3^{-x}}{2}$，$h(x)=\frac{3^x+3^{-x}}{2}$.

因为$x\in(0,1]$时，$2\ln[h(x)]-\ln[g(x)]-t\geqslant0$恒成立，

所以$t\leqslant\ln\frac{[h(x)]^2}{g(x)}=\ln\frac{(3^x-3^{-x})^2+4}{2(3^x-3^{-x})}$在$x\in(0,1]$上恒成立.

设$u=3^x-3^{-x}$，可知u为**R**上的增函数，

又$0<x\leqslant1$，所以$0<u\leqslant\frac{8}{3}$.

所以$t\leqslant\ln\frac{u^2+4}{2u}=\ln\left[\frac{1}{2}\left(u+\frac{4}{u}\right)\right]$在$u\in\left(0,\frac{8}{3}\right]$上恒成立.

因为$u+\frac{4}{u}\geqslant2\sqrt{u\cdot\frac{4}{u}}=4$，当且仅当$u=\frac{4}{u}$，即$u=2$时，等号成立，所以$t\leqslant\ln2$.

故实数t的取值范围为$(-\infty,\ln2]$.