第 4 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示：若x表示平流层高度，则$10<x<50$，所以$-20<x-30<20$，即$|x-30|<20$，故选D.

2.B

提示：因为$a<b<0$，所以$|a|>|b|>0$，所以$a^2>b^2$，$\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$，所以$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，故选项A，C，D正确；取$a=-2$，$b=-1$，则$\frac{1}{a-b}=-1$，$\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$，此时$\frac{1}{a-b}<\frac{1}{a}$，故选项B错误.故选B.

3.B

提示：不等式$(x+1)(x-2)<0$对应方程的实数根是-1和2，所以该不等式的解集是$\{x|-1<x<2\}$.故选B.

4.B

提示：要使关于x的一元二次不等式$ax^2+bx+c\leqslant 0$的解集是空集，则其对应的二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象始终在x轴上方，故$\begin{cases}a>0,\\ \Delta<0,\end{cases}$故选B.

5.C

提示：因为$0<x<\frac{1}{2}$，所以$1-2x>0$，所以$x(1-2x)=\frac{1}{2}\cdot 2x(1-2x)\leqslant\frac{1}{2}\left[\frac{2x+(1-2x)}{2}\right]^2=\frac{1}{8}$，当且仅当$2x=1-2x$时，即$x=\frac{1}{4}$时，等号成立.因此，函数$y$的最大值为$\frac{1}{8}$.故选C.

6.A

提示：因为$x>4$，所以$x-4>0$，所以$x+\frac{4}{x-4}=x-4+\frac{4}{x-4}+4\geqslant 2\sqrt{(x-4)\cdot\frac{4}{x-4}}+4=8$，

当且仅当$x-4=\frac{4}{x-4}$，即$x=6$时，等号成立.

所以$m\leqslant 8$.

7.B

提示：设两个正方形的边长分别为a，b，则$a>0$，$b>0$，且$a+b=1$.所以两个正方形的面积之和为$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=1-2ab\geqslant 1-2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立.故选B.

8.D

提示：由题意，可得2和6是方程$ax^2+2bx-c=0$的两个实数根，由根与系数的关系，知$\begin{cases}2+6=-\frac{2b}{a},\\ 2\times 6=\frac{-c}{a},\end{cases}$

得$b=-4a$，$c=-12a$.

所以不等式$cx^2+2bx-a<0$即$-12ax^2-8ax-a<0$，

又$a>0$，所以不等式化为$12x^2+8x+1>0$，

解得$x<-\frac{1}{2}$，或$x>-\frac{1}{6}$.故选D.

二、多项选择题

9.AD

提示：因为$c<0$，$c>d$，由不等式的性质可得$c^2<cd$，故A正确；取$a=2$，$b=1$，$c=-1$，$d=-2$，则$a-c=b-d$，$ac=bd$，故B，C错误；因为$a>b>0$，$d<c<0$，所以$ad<bc$，所以$\frac{c}{a}>\frac{d}{b}$，故$\frac{c}{a}-\frac{d}{b}>0$，故D正确.故选AD.

10.ABC

提示：因为不等式$ax^2+bx+c\geqslant 0$的解集是$\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，所以当$x=1$时，$ax^2+bx+c>0$，故$a+b+c>0$，B正确；

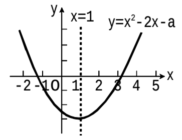
又由已知，可得-1和2是方程$ax^2+bx+c=0$的两实数根，所以$a<0$且$\begin{cases}-1+2=-\frac{b}{a},\\ -1\times 2=\frac{c}{a},\end{cases}$

解得$b=-a>0$，$c=-2a>0$，所以$a+b=0$，

故A正确，C正确，D错误.故选ABC.

11.BC

提示：设$y=x^2-2x-a$，其图象为开口向上，对称轴是$x=1$的抛物线，如图所示.



（第 11 题图）

若关于x的一元二次不等式$x^2-2x-a\leqslant 0$的解集中有且仅有5个整数，结合图象可知，

当$x=-1$时，$y\leqslant 0$；当$x=-2$时，$y>0$，即$\begin{cases}3-a\leqslant 0,\\ 8-a>0,\end{cases}$解得$3\leqslant a<8$.结合选项可知选BC.

12.BC

提示：因为$a+b+2ab-4=0$，

所以$a+b=4-2ab\geqslant 4-2\times\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$，

整理，可得$(a+b)^2+2(a+b)-8\geqslant 0$，

解得$a+b\leqslant -4$，或$a+b\geqslant 2$，

又$a>0$，$b>0$，所以$a+b\geqslant 2$，当且仅当$a=b=1$时，取等号，故选项A错误，选项B正确；

因为$a+b+2ab-4=0$，所以$2ab=4-(a+b)\leqslant 4-2\sqrt{ab}$，

整理可得$ab+\sqrt{ab}-2\leqslant 0$，

解得$\sqrt{ab}\leqslant 1$，所以$0<ab\leqslant 1$，当且仅当$a=b=1$时，取等号，

故选项C正确，选项D错误.故选BC.

三、填空题

13.$\begin{cases}|2x-5|\geqslant 1,\\ 0<x<5\end{cases}$

提示：由题意，可知另一段绳子的长度为$(5-x)$m，因为两段绳子的长度之差不小于1m，

所以$\begin{cases}|x-(5-x)|\geqslant 1,\\ 0<x<5.\end{cases}$化简，得$\begin{cases}|2x-5|\geqslant 1,\\ 0<x<5.\end{cases}$

14.$\geqslant$

提示：$\left(2a^2+\frac{1}{4}b^2+1\right)-(ab+2a)=\left(a^2-ab+\frac{1}{4}b^2\right)+(a^2-2a+1)=\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2+(a-1)^2\geqslant 0$，所以$2a^2+\frac{1}{4}b^2+1\geqslant ab+2a$.

15.$\{a|a<0$，或$a>4\}$

提示：由题设可知，对于方程$x^2-ax+a=0$，$\Delta=a^2-4a>0$，解得$a<0$，或$a>4$.

16.2，20

提示：设工厂和仓库之间的距离为x千米，运费为y_1万元，仓储费为y_2万元，$y_1=k_1x$，$y_2=\frac{k_2}{x}$.

因为工厂和仓库之间的距离为4千米时，运费为20万元，仓储费为5万元，所以$k_1=5$，$k_2=20$.

所以运费与仓储费之和为$5x+\frac{20}{x}\geqslant 2\sqrt{5x\cdot\frac{20}{x}}=20$，当且仅当$5x=\frac{20}{x}$，即$x=2$时，等号成立.

所以当工厂和仓库之间的距离为2千米时，运费与仓储费之和最小，最小值为20万元.

四、解答题

17.**解**：(1)因为$1<x<2<y<3$，所以$1<x<2$，$2<y<3$，则$2<xy<6$，故xy的取值集合为$\{xy|2<xy<6\}$.

(2)因为$1<x<2<y<3$，

所以$1<x<2$，$2<y<3$，$-6<-2y<-4$，

则$-5<x-2y<-2$，

故$x-2y$的取值集合为$\{x-2y|-5<x-2y<-2\}$.

18.**解**：(1)因为$y_1-y_2=x^2-(a+1)x+a+(a+4)x+4-a=x^2+3x+4=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$，所以$y_1>y_2$.

(2)由$y_1>0$，得$(x-a)(x-1)>0$.

当$a<1$时，解集为$\{x|x<a$，或$x>1\}$；

当$a=1$时，解集为$\{x|x\neq 1\}$；

当$a>1$时，解集为$\{x|x<1$，或$x>a\}$.

19.**解**：(1)由$-5x^2+3x+14\leqslant 0$，得$5x^2-3x-14\geqslant 0$.

对于方程$5x^2-3x-14=0$，解得$x=-\frac{7}{5}$，或$x=2$.

结合二次函数$y=5x^2-3x-14$的图象，得不等式$5x^2-3x-14\geqslant 0$的解集为$\left\{x\middle|x\leqslant -\frac{7}{5}\text{，或}x\geqslant 2\right\}$，

从而原不等式的解集为$\left\{x\middle|x\leqslant -\frac{7}{5}\text{，或}x\geqslant 2\right\}$.

(2)由$(5-2x)(x+3)>9$，得$2x^2+x-6<0$.

对于方程$2x^2+x-6=0$，解得$x=\frac{3}{2}$，或$x=-2$.

结合二次函数$y=2x^2+x-6$的图象，得不等式$2x^2+x-6<0$的解集为$\left\{x\middle|-2<x<\frac{3}{2}\right\}$，

从而原不等式的解集为$\left\{x\middle|-2<x<\frac{3}{2}\right\}$.

20.**解**：(1)因为a，b为正实数，所以$2\sqrt{2}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{ab}}$，可得$ab\geqslant\frac{1}{2}$，当且仅当$a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，等号成立.

所以$a^2+b^2\geqslant 2ab\geqslant 2\times\frac{1}{2}=1$，当且仅当$a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，等号成立.所以$a^2+b^2$的最小值为1.

(2)由$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2\sqrt{2}$，得$a+b=2\sqrt{2}ab$.

因为$(a-b)^2\geqslant 4(ab)^3$，所以$(a+b)^2-4ab\geqslant 4(ab)^3$，即$(2\sqrt{2}ab)^2-4ab\geqslant 4(ab)^3$，

又$ab>0$，得$(ab)^2-2ab+1\leqslant 0$，即$(ab-1)^2\leqslant 0$.

又$(ab-1)^2\geqslant 0$，所以$(ab-1)^2=0$.所以$ab=1$.

21.**解**：(1)不等式$y<4$可化为$x^2-(4-2m)x-8<0$，因为此不等式的解集为$\{x|-2<x<4\}$，

由根与系数的关系，有$-2+4=4-2m$，解得$m=1$.经检验$m=1$满足题意，所以m的值为1.

(2)因为$\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$，$y+2\geqslant 0$恒成立，所以$(2-m)x\leqslant 2+\frac{1}{2}x^2$对$\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$恒成立.

当$x=0$时，$0\leqslant 2$恒成立，此时$m\in\mathbf{R}$；

当$x\in\{x|0<x\leqslant 4\}$时，需$2-m\leqslant\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{x}\right)_{\min}$，

而$\frac{1}{2}x+\frac{2}{x}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{2}x\cdot\frac{2}{x}}=2$，当且仅当$x=2$时取“=”，所以$2-m\leqslant 2$，解得$m\geqslant 0$.

综上，m的取值集合为$\{m|m\geqslant 0\}$.

22.**解**：(1)由题设，可得$DC=AB=4$，$AN=x$，$ND=x-3$，

在$\triangle AMN$中，有$\frac{ND}{AN}=\frac{DC}{AM}$，所以$AM=\frac{4x}{x-3}$.

所以矩形$AMPN$的面积$S=AN\cdot AM=\frac{4x^2}{x-3}(x>3)$.

令$S>54$，得$\frac{4x^2}{x-3}>54$，又$x>3$，所以$4x^2>54(x-3)$，

得$(2x-9)(x-9)>0$，所以$3<x<\frac{9}{2}$，或$x>9$.

所以AN的长的取值集合为$\left\{x\middle|3<x<\frac{9}{2}\text{，或}x>9\right\}$.

(2)$S=\frac{4x^2}{x-3}=\frac{4(x-3)^2+24(x-3)+36}{x-3}=4(x-3)+\frac{36}{x-3}+24\geqslant 2\sqrt{4(x-3)\cdot\frac{36}{x-3}}+24=48$，

当且仅当$4(x-3)=\frac{36}{x-3}$，即$x=6$时，等号成立.

所以当$AM=8$米，$AN=6$米时，矩形花坛$AMPN$的面积最小，最小面积为48平方米.

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 1 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示：“上课迟到”有明确的界定，组成它的元素是确定的，故选项A能构成集合；“难题”的界定不明确，故选项B不能构成集合；“有理数”有界定，故选项C能构成集合；小于π的正整数分别为1，2，3，能构成集合.故选B.

2.B

提示：集合$A=\{x|x^2-1=0\}=\{-1,1\}$，故$1\in A$，B正确；集合之间的关系不能用“$\in$”表示，故A，C，D错误.故选B.

3.D

提示：由$y=\sqrt{3-x}$，得$3-x\geqslant 0$，解得$x\leqslant 3$.又$x\in\mathbf{N}$，所以$x=0,1,2,3$，即$A=\{0,1,2,3\}$.所以A的子集个数为$2^4=16$.

4.C

提示：因为$B=\{x|x<2\}$，所以$\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x\geqslant 2\}$.又$A=\{x|-1<x<2\}$，所以$A\cup\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x>-1\}$.故选C.

5.A

提示：由图可知，$S=A\cap B$，所以S表示感染且未发病者，即无症状感染者，故选A.

6.C

提示：若$a=1$，则$2a-1=1$，不满足集合的互异性，舍去.

若$2a-1=1$，则$a=1$，不满足集合的互异性，舍去.

若$2a^2-1=1$，则$a=-1$，或$a=1$(舍去)，故$a=-1$，此时$M=\{-1,-3,1\}$，$-1-3+1=-3$.故选C.

7.D

提示：由已知可得$M=\{a,3\}$，$N=\{1,4\}$.

若$M\cup N$有4个元素，则$a\notin\{1,3,4\}$，

所以$M\cap N=\varnothing$，故A错误；

若$M\cap N\neq\varnothing$，则$a\in\{1,4\}$，

所以$M\cup N$有3个元素，故B错误；

若$M\cup N=\{1,3,4\}$，

则当$a=3$时，$M\cap N=\varnothing$，故C错误；

若$M\cap N\neq\varnothing$，则$a\in\{1,4\}$，

所以$M\cup N=\{1,3,4\}$，故D正确.

故选D.

8.C

提示：设周一，周二，周三开车上班的教师组成的集合分别为A，B，C，用card表示集合的元素个数，

则$\mathrm{card}(A)=8$，$\mathrm{card}(B)=10$，$\mathrm{card}(C)=14$，$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=20$.

如下图所示，可知$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(A\cap C)-\mathrm{card}(B\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

且$\mathrm{card}(A\cap B)\geqslant\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

$\mathrm{card}(A\cap C)\geqslant\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

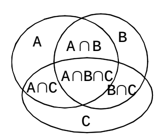
$\mathrm{card}(B\cap C)\geqslant\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

所以$20\leqslant 8+10+14-\mathrm{card}(A\cap B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap B\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$

$=32-2\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$，

解得$\mathrm{card}(A\cap B\cap C)\leqslant 6$.

故选C.



（第 8 题图）

二、多项选择题

9.AB

提示：因为$B=\{a,2\}$，所以$a\neq 2$.

又$B\subseteq A$，$A=\{0,1,2\}$，所以$a=0$，或$a=1$.

故选AB.

10.ABD

提示：由图知，阴影部分中的元素在集合B中但不在集合A中，所以阴影部分所表示的集合是$B\cap(\complement_U A)$，$\complement_B(A\cap B)$，$\complement_{A\cup B}A$，故选ABD.

11.AC

提示：对于选项A，因为集合P，Q表示的都是所有偶数，所以$P=Q$；

对于选项B，$P=\{1,3,5,\cdots\}$，$Q=\{3,5,7,\cdots\}$，$1\in P$但$1\notin Q$，所以$P\neq Q$；

对于选项C，$P=\{0,1\}$，

当n为奇数时，$x=\frac{1+(-1)^n}{2}=0$，

当n为偶数时，$x=\frac{1+(-1)^n}{2}=1$，所以$Q=\{0,1\}$，

所以$P=Q$；

对于选项D，P是数集，Q是点集，所以$P\neq Q$.

故选AC.

12.ABD

提示：由已知，得$A=\{-2,3\}$，$B=\{x|mx=1\}$.

因为$A\cap B=B$，所以$B\subseteq A$.

当$B=\varnothing$时，满足$B\subseteq A$，此时$m=0$；

当$B\neq\varnothing$时，由$mx=1$，得$x=\frac{1}{m}$，所以$\frac{1}{m}=-2$或3，

解得$m=-\frac{1}{2}$或$\frac{1}{3}$.

故选ABD.

三、填空题

13.小说，文学作品，叙事散文，散文

提示：因为文学作品包含散文和小说，散文包含叙事散文，所以由Venn图得A为小说，B为文学作品，C为叙事散文，D为散文.

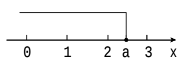
14.1

提示：由题设，可得$\begin{cases}a^2=0,\\ b-3=-4,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=0,\\ b=-1,\end{cases}$所以$a-b=1$.

15.$\{x|2\leqslant x<3\}$

提示：由下图可得实数a的取值集合为$\{x|2\leqslant x<3\}$.



（第 15 题图）

16.$\{\varnothing,\{0\},\{1\},\{2\},\{0,1\},\{0,2\},\{1,2\},\{0,1,2\}\}$

提示：因为集合$A=\{x|-1<x<3,x\in\mathbf{N}\}=\{0,1,2\}$，$C\subseteq A$，所以$C=\varnothing$，或$\{0\}$，或$\{1\}$，或$\{2\}$，或$\{0,1\}$，或$\{0,2\}$，或$\{1,2\}$，或$\{0,1,2\}$.又$B=\{C|C\subseteq A\}$，所以$B=\{\varnothing,\{0\},\{1\},\{2\},\{0,1\},\{0,2\},\{1,2\},\{0,1,2\}\}$.

四、解答题

17.**解**：(1)$A=\{12,21,13,31,23,32\}$.

(2)由$\sqrt{2x+1}+|y-2|=0$，

得$\begin{cases}2x+1=0,\\ y-2=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\ y=2.\end{cases}$

所以$B=\left\{\left(-\frac{1}{2},2\right)\right\}$.

(3)$C=\{(x,y)|y=x^2\}$.

(4)$D=\{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$.

(5)$E=\{x|x=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$.

18.**解**：(1)因为A中有两个元素，所以关于x的方程$ax^2-3x-4=0$有两个不等的实数根，

所以$\Delta=9+16a>0$且$a\neq 0$，得实数a的取值集合为$\left\{a\middle|a>-\frac{9}{16}\text{，且}a\neq 0\right\}$.

(2)记(1)中实数a满足的取值集合为M，若A中至多有一个元素，

则实数a的取值集合为

$\complement_{\mathbf{R}}M=\left\{a\middle|a\leqslant -\frac{9}{16}\text{，或}a=0\right\}$.

19.**解**：(1)因为$A=\{x|-3<x<2\}$，$B=\mathbf{Z}$，

所以$C=A\cap B=\{-2,-1,0,1\}$.

(2)因为$C=\{-2,-1,0,1\}$，$D=\{1,a\}$，$C\cup D=\{-2,-1,0,1,2\}$，所以$a=2$.

20.**解**：(1)因为$A=\{x|3<x<7\}$，$B=\{x|4<x<10\}$，

所以$A\cup B=\{x|3<x<10\}$，$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x\leqslant 3$，或$x\geqslant 7\}$.

所以$\complement_{\mathbf{R}}(A\cup B)=\{x|x\leqslant 3$，或$x\geqslant 10\}$，

$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{x|7\leqslant x<10\}$.

(2)因为$A\cup C=C$，所以$A\subseteq C$，

又$A=\{x|3<x<7\}$，$C=\{x|a-4\leqslant x\leqslant a+4\}$，

所以$\begin{cases}a-4\leqslant 3,\\ a+4\geqslant 7,\end{cases}$

解得$3\leqslant a\leqslant 7$.

所以实数a的取值集合为$\{a|3\leqslant a\leqslant 7\}$.

21.**解**：(1)因为$B\subseteq A$，

当$m+1>2m-1$，即$m<2$时，$B=\varnothing$，满足$B\subseteq A$；

当$m+1\leqslant 2m-1$，即$m\geqslant 2$时，要使$B\subseteq A$成立，

需$\begin{cases}m+1\geqslant -2,\\ 2m-1\leqslant 5,\end{cases}$可得$2\leqslant m\leqslant 3$.

综上，实数m的取值集合为$\{m|m\leqslant 3\}$.

(2)$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 5,x\in\mathbf{Z}\}=\{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$，则$A$的非空真子集个数为$2^8-1-1=254$.

(3)因为不存在元素x使$x\in A$与$x\in B$同时成立，

所以$A\cap B=\varnothing$.

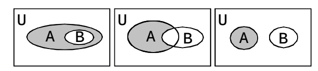
若$B=\varnothing$，即$m+1>2m-1$，得$m<2$，满足条件；

若$B\neq\varnothing$，则需$\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1,\\ m+1>5,\end{cases}$或$\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1,\\ 2m-1<-2,\end{cases}$

解得$m>4$.

综上，实数m的取值集合为$\{m|m<2$，或$m>4\}$.

22.**解**：(1)集合$A-B$如下图阴影部分所示.



（第 22 题图）

(2)根据题意知$A-B=\{1,2\}$，故$A-(A-B)=\{3,4\}$.

(3)由$0<ax-1\leqslant 5$，得$1<ax\leqslant 6$.

因为$A-B=\varnothing$，所以$A\subseteq B$.

当$a=0$时，$A=\varnothing$，满足题意；

当$a>0$时，$A=\left\{x\middle|\frac{1}{a}<x\leqslant\frac{6}{a}\right\}$，

则$\frac{6}{a}\leqslant 2$，得$a\geqslant 3$；

当$a<0$时，$A=\left\{x\middle|\frac{6}{a}\leqslant x<\frac{1}{a}\right\}$，

则$\frac{6}{a}>-\frac{1}{2}$，得$a<-12$.

综上，实数a的取值集合是$\{a|a<-12$，或$a\geqslant 3$，或$a=0\}$.

第2期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示:记$x>2$对应的集合为A,$x>2$的必要不充分条件对应的集合为B,则有$A\subsetneqq B$,根据选项可知选B.

2.B

提示:由"学生甲在山西省"$\nRightarrow$"学生甲在太原市",由"学生甲在太原市"$\Rightarrow$"学生甲在山西省",故"学生甲在山西省"是"学生甲在太原市"的必要不充分条件.故选B.

3.B

提示:对于(1),含有存在量词"有些",是存在量词命题;

对于(2),原命题可以写成"所有的正方形都是菱形",是全称量词命题;

对于(3),原命题可以写成"所有能被10整除的数也能被5整除",是全称量词命题;

对于(4),含有全称量词"任意",是全称量词命题.

所以存在量词命题有1个.

4.B

提示:命题p是全称量词命题,它的否定是存在量词命题,故$\neg p$:某班存在男生不爱踢足球,即:某班至少有一个男生不爱踢足球.故选B.

5.C

提示:全称量词命题p的否定是"$\exists x\in\mathbf{R},x^2+1=0$".因为$x^2\geqslant0$,所以$x^2+1\geqslant1\neq0$,所以$p$是真命题,$\neg p$是假命题.故选C.

6.D

提示:取$a=0,b=1,c=-1$,则$a=b+c$,故A,B错误;由$c>0$,得$b<b+c$,又$a<b$,所以$a<b+c$恒成立,故C错误,D正确.故选D.

7.D

提示:$m+n>mn\Leftrightarrow mn-(m+n)+1<1$

$\Leftrightarrow(m-1)(n-1)<1.(*)$

因为$m,n\in\mathbf{N}_+$,

所以$(m-1)(n-1)\in\mathbf{N}$,

所以$(*)$式$\Leftrightarrow(m-1)(n-1)=0$.

所以$m=1$或$n=1$.

故选D.

8.C

提示:若整数a,b属于同一"类",则a,b被6除所得余数相同,从而$a-b$被6除的余数为0,即$a-b\in[0]$;反之也成立,故"整数a,b属于同一'类'"是"$a-b\in[0]$"的充要条件.故选C.

二、多项选择题

9.BD

提示:当$A\cap B=\varnothing$时,有$m+1\leqslant-1$,解得$m\leqslant-2$.

设$A\cap B=\varnothing$的充分不必要条件对应的集合为C,则$C\subsetneqq\{m|m\leqslant-2\}$,结合选项可知选BD.

10.AC

提示:若p为真命题,则关于x的方程$x^2+2x+2-a=0$有实数解,故$\Delta=4-4(2-a)\geqslant0$,解得$a\geqslant1$.结合选项可知选AC.

11.AC

提示:命题的否定是全称量词命题且为真命题,则原命题是存在量词命题且为假命题.

对于A,原命题是存在量词命题,因为$x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant0$,所以原命题是假命题.

对于B,原命题是全称量词命题,且为真命题.

对于C,原命题是存在量词命题,因为$x^2+2x+2=(x+1)^2+1>0$,所以原命题是假命题.

对于D,原命题是存在量词命题,当$x=-1$时,$x^3+1=0$,故原命题是真命题.故选AC.

12.AB

提示:由已知可得如下关系图:

$$p\ \substack{\nLeftarrow\\ \Rightarrow}\ r\Rightarrow s$$
$$\Nwarrow q \swarrow$$

(第12题图)

由此得$r\Rightarrow s\Rightarrow q$且$q\Rightarrow r$,所以$r$是$q$的充要条件,故A正确,C不正确;$p\Rightarrow r\Rightarrow s\Rightarrow q$,反之$q\Rightarrow r$但$r\nRightarrow p$,所以$p$是$q$的充分不必要条件,故B正确;$r\Rightarrow s$且$s\Rightarrow q\Rightarrow r$,所以$r$是$s$的充要条件,故D不正确.故选AB.

三、填空题

13.$\exists x_0\in\mathbf{R},2^{x_0}>3^{x_0}$

14.4(答案不唯一,只需填大于3的数即可)

提示:若p是q的必要不充分条件,

则$\{x|-1\leqslant x\leqslant3\}\subsetneqq\{x|x<m\}$,所以$m>3$.

故m的值可能为4(答案不唯一).

15.必要

提示:因为"非有志者不能至",所以"能至的是有志者",因此"有志"是能到达"奇伟、瑰怪,非常之观"的必要条件.

16.$\{a|a<1\}$

提示:将题设转化为命题"$\forall x\in\{x|1\leqslant x\leqslant2\},x-a>0$"是真命题,

即当$x\in\{x|1\leqslant x\leqslant2\}$时,$a<x$恒成立,所以$a<1$.

四、解答题

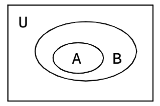
17.**解**:可以作为直角三角形的定义.因为"有两个角之和为90°的三角形"$\Leftrightarrow$"有一个角为90°的三角形"$\Leftrightarrow$"三角形是直角三角形",即"有两个角之和为90°的三角形"是"三角形是直角三角形"的充要条件,所以"有两个角之和为90°的三角形称为直角三角形"可以作为直角三角形的定义.

18.**解**:(1)数a能被8整除则一定能被4整除,反之不一定成立,故p是q的充分条件,但不是必要条件.

(2)由$x>1$,得$|x|>1$;由$|x|>1$,得$x>1$或$x<-1$,故p是q的充分条件,但不是必要条件.

(3)$\triangle ABC$有两个角相等,它可能是等腰不等边三角形;但等边三角形三个角都相等,故p是q的必要条件,但不是充分条件.

(4)若$A\cap B=A$,则$A\subseteq B$,如图所示,可知$\complement_U B\subseteq\complement_U A$,反之也成立,故$p$是$q$的充分条件,也是必要条件.



(第18题图)

19.**解**:(1)$\exists x\in\mathbf{R},x>2$.

(2)$\forall x\in\mathbf{R},x^2\geqslant0$;或:$\exists x\in\mathbf{R},x^2\geqslant0$.

(3)$\exists x\in\mathbf{Z},x$是偶数.

(4)$\exists x$是无理数,x^2是无理数.

(5)$\exists a,b,c\in\mathbf{R},a^2+b^2=c^2$.

20.**解**:(1)根据全称量词命题的否定是存在量词命题,可知命题p的否定是:$\exists x\in\mathbf{R},x-a\leqslant0$且$x-b>0$.

(2)若命题p的否定为真命题,则$\begin{cases}x-a\leqslant0,\\x-b>0,\end{cases}$得$b<x\leqslant a$.所以当$a>b$时,命题$p$的否定为真命题.

21.**证明**:$y=-a^2x^2+ax+c=-a^2\left(x-\frac{1}{2a}\right)^2+c+\frac{1}{4}$,对应抛物线的开口向下,对称轴为$x=\frac{1}{2a}$.

由$a\geqslant\frac{1}{2}$,得$0<\frac{1}{2a}\leqslant1$.

必要性:$\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant1\},y\leqslant1$,则$c+\frac{1}{4}\leqslant1$,解得$c\leqslant\frac{3}{4}$.

充分性:若$c\leqslant\frac{3}{4}$,则$y\leqslant c+\frac{1}{4}\leqslant\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1$,即$y\leqslant1$.

综上,$\forall x\in\{x|0\leqslant x\leqslant1\},y\leqslant1$成立的充要条件是$c\leqslant\frac{3}{4}$.

22.**解**:选择①,则$P\subsetneqq S$,所以$\begin{cases}1-m\leqslant1+m,\\1-m\leqslant1,\\4\leqslant1+m\end{cases}$(后两个不等式的等号不能同时成立),

解得$m\geqslant3$.

所以存在实数m,且m的取值范围是$\{m|m\geqslant3\}$.

选择②,则$S\subsetneqq P$,所以$1-m>1+m$,或$\begin{cases}1-m\leqslant1+m,\\1-m\geqslant1,\\4\geqslant1+m\end{cases}$(后两个不等式的等号不能同时成立),解得$m\leqslant0$.

所以存在实数m,且m的取值范围是$\{m|m\leqslant0\}$.

选择③,则$S=P$,所以$\begin{cases}1=1-m,\\4=1+m,\end{cases}$方程组无解.

所以不存在满足要求的实数m.

第3期

第2~3版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.C

提示:若构成两个集合的元素是一样的,则称这两个集合是相等的.对于选项A,$\pi\neq3.14159$,所以$P\neq Q$;对于选项B,P是数集,Q是点集,所以$P\neq Q$;对于选项C,由$\left|-\sqrt{3}\right|=\sqrt{3}$,可知$P=Q$;对于选项D,$P=\{x|-1<x\leqslant1,x\in\mathbf{N}\}=\{0,1\}$,故$P\neq Q$.故选C.

2.D

提示:对于集合A中的元素,$-1,0\notin\{x|0<x<3\}$,$1,2\in\{x|0<x<3\}$,所以$A\cap B=\{1,2\}$.故选D.

3.C

提示:对于$y=-x^2+6,x\in\mathbf{N}$,当$x=0$时,$y=6$;当$x=1$时,$y=5$;当$x=2$时,$y=2$;当$x=3$时,$y=-3$.又因为$y\in\mathbf{N}$,故集合$\{y\in\mathbf{N}|y=-x^2+6,x\in\mathbf{N}\}=\{2,5,6\}$,共3个元素.所以该集合的真子集个数为$2^3-1=7$.故选C.

4.B

提示:取$a=2,b=0$,则$a>b$,但$a-2>b$不成立,即必要性不成立,故A错误;由$a>b$,$a+2>a$,得$a+2>b$,故必要性成立,取$a=2,b=2$,则$a+2>b$,但$a>b$不成立,故充分性不成立,所以B正确;取$a=2,b=-3$,则$a>b$,但$|a|>|b|$不成立,即必要性不成立,故C错误;取$a=2,b=1$,则$a>b$,但$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$不成立,即必要性不成立,故D错误.故选B.

5.A

提示:因为存在量词命题的否定是全称量词命题,所以$\neg p$:$\forall c>0$,方程$x^2-x+c=0$无解.故选A.

6.B

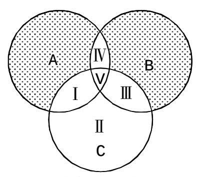
提示:原命题的否定是真命题,则原命题是假命题.易知A为真命题,B为假命题,C为真命题,D为真命题,故选B.

7.B

提示:命题p是真命题,即$x^2-2x+m=0$无解,则$\Delta=4-4m<0$,解得$m>1$.故选B.

8.A

提示:如图所示,由于$(A-B)\cup(B-A)\subseteq C$,可知两个阴影部分均为$\varnothing$,于是$A=\text{Ⅰ}\cup\text{Ⅳ}\cup\text{Ⅴ}$,$B=\text{Ⅲ}\cup\text{Ⅳ}\cup\text{Ⅴ}$,$C=\text{Ⅰ}\cup\text{Ⅱ}\cup\text{Ⅲ}\cup\text{Ⅴ}$.



(第8题图)

若$A\subseteq(C-B)\cup(B-C)$,由于$(C-B)\cup(B-C)=\text{Ⅰ}\cup\text{Ⅱ}\cup\text{Ⅳ}$,$A=\text{Ⅰ}\cup\text{Ⅳ}\cup\text{Ⅴ}$,

所以$(\text{Ⅰ}\cup\text{Ⅳ}\cup\text{Ⅴ})\subseteq(\text{Ⅰ}\cup\text{Ⅱ}\cup\text{Ⅳ})$,

所以$\text{Ⅴ}=\varnothing$,所以$A\cap B\cap C=\varnothing$.

若$A\cap B\cap C=\varnothing$,则$\text{Ⅴ}=\varnothing$,所以$A=\text{Ⅰ}\cup\text{Ⅳ}$,

而$(C-B)\cup(B-C)=\text{Ⅰ}\cup\text{Ⅱ}\cup\text{Ⅳ}$,

所以$A\subseteq(C-B)\cup(B-C)$成立.

故$A\subseteq(C-B)\cup(B-C)$是$A\cap B\cap C=\varnothing$的充要条件,故选A.

二、多项选择题

9.BC

提示:当$n=3$时,$6\times3+7=25$不是质数,故p为假命题,则$\neg p$为真命题.

又p为全称量词命题,则$\neg p$:$\exists n\in\mathbf{N},6n+7$不是质数.故选BC.

10.ABC

提示:由已知,可得$\{x|0<x<3\}\subseteq\{x|x-2<a\}=\{x|x<a+2\}$,所以$a+2\geqslant3$,解得$a\geqslant1$.故选ABC.

11.AC

提示:$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$,故选项A正确;$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$,故选项B错误;$A\cap(\complement_I B)=\varnothing\Leftrightarrow A\subseteq B$,故选项C正确;因为$A,B$是全集$I$的真子集,所以$A\cap B=I$不成立,故选项D错误.故选AC.

12.ABD

提示:因为$U=A\cup B=\{x|-1<x\leqslant5\}$,

$A\cap\complement_U B=\{x|4\leqslant x\leqslant5\}$,

所以$B=\complement_U(A\cap\complement_U B)=\{x|-1<x<4\}$,选项C正确.

因为$A\cap\complement_U B=\{x|4\leqslant x\leqslant5\}$,

所以$\{x|4\leqslant x\leqslant5\}\subseteq A$,

当$A=\{x|4\leqslant x\leqslant5\}$时,$A\cap B=\varnothing$,所以选项B错误;

当$A=\{x|3<x\leqslant5\}$时,$A\cap B=\{x|3<x<4\}$,所以选项A错误,

此时$\complement_U A=\{x|-1<x\leqslant3\}$,$B\cap\complement_U A=\{x|-1<x\leqslant3\}$,所以选项D错误.故选ABD.

三、填空题

13.$\left\{\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right\}$

提示:由题意,得$M\cup N=\{(x,y)|y\neq x+1$,或$y\neq-x\}$,

所以$\complement_U(M\cup N)=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}y=x+1,\\y=-x\end{cases}\right\}=\left\{\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right\}$.

14.存在三个正数a,b,c,三个数$a+\frac{1}{a},b+\frac{1}{b},c+\frac{1}{c}$全小于2

提示:全称量词命题的否定是存在量词命题,故原命题的否定是:存在三个正数a,b,c,三个数$a+\frac{1}{a},b+\frac{1}{b},c+\frac{1}{c}$全小于2.

15.32,22

提示:设同时参加两项活动的学生人数为x,

则$\begin{cases}0\leqslant x\leqslant40,\\0\leqslant x\leqslant32\end{cases}$且$(40-x)+x+(32-x)\leqslant50$,

解得$22\leqslant x\leqslant32$,所以同时参加两项活动的学生最多有32名,最少有22名.

16.$\left\{m\middle|-\frac{1}{2}\leqslant m\leqslant0\right\}$

提示:因为α:$x>3$或$x<1$,所以$\neg\alpha$:$1\leqslant x\leqslant3$.

又β:$m+1\leqslant x\leqslant2m+4,m\in\mathbf{R}$,若$\beta$是$\neg\alpha$的必要不充分条件,则$\{x|1\leqslant x\leqslant3\}\subsetneqq\{x|m+1\leqslant x\leqslant2m+4,m\in\mathbf{R}\}$,

所以$\begin{cases}m+1\leqslant2m+4,\\m+1\leqslant1,\\2m+4\geqslant3\end{cases}$且后两个不等式的等号不能同时成立,解得$-\frac{1}{2}\leqslant m\leqslant0$.

四、解答题

17.**证明**:充分性:如果$xy=0$,那么①$x=0,y\neq0$;②$x\neq0,y=0$;③$x=0,y=0$,则$|x+y|=|x|+|y|$明显成立.

如果$xy>0$,则$x>0,y>0$,或$x<0,y<0$.

当$x>0,y>0$时,$|x+y|=x+y=|x|+|y|$;

当$x<0,y<0$时,$|x+y|=-x-y=(-x)+(-y)=|x|+|y|$.

故当$xy\geqslant0$时,$|x+y|=|x|+|y|$.

必要性:由$|x+y|=|x|+|y|$及$x,y\in\mathbf{R}$,得$(x+y)^2=(|x|+|y|)^2$,即$x^2+2xy+y^2=x^2+2|xy|+y^2$,

得$|xy|=xy$,所以$xy\geqslant0$.

综上,$|x+y|=|x|+|y|$成立的充要条件是$xy\geqslant0$.

18.**解**:(1)因为$A=\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$,所以集合$A$的所有子集是:$\varnothing,\{1\},\{2\},\{1,2\}$.

(2)因为$B=\{x|x^2-ax+2=0\}$,$B\subseteq A$,$B\neq\varnothing$,

当B中只有一个元素时,由$a^2-8=0$,得$a=\pm2\sqrt{2}$,此时$B=\{\sqrt{2}\}$或$\{-\sqrt{2}\}$,不符合题意;

当B中有两个元素时,$A=B$,所以$a=1+2=3$.

综上可知,$a=3$.

19.**解**:(1)因为$A=\{x|1\leqslant x\leqslant3\}$,所以$B=\{x|x=m+1,m\in A\}=\{x|2\leqslant x\leqslant4\}$.

由图可得,$C=A\cap(\complement_U B)=\{x|1\leqslant x\leqslant3\}\cap\{x|x<2$,或$x>4\}=\{x|1\leqslant x<2\}$.

(2)$A\cup B=\{x|1\leqslant x\leqslant3\}\cup\{x|2\leqslant x\leqslant4\}=\{x|1\leqslant x\leqslant4\}$.

若非空集合$D=\{x|4-a<x<a\}$,且$D\subseteq(A\cup B)$,

则有$\begin{cases}4-a<a,\\4-a\geqslant1,\\a\leqslant4,\end{cases}$解得$2<a\leqslant3$.

所以实数a的取值集合为$\{a|2<a\leqslant3\}$.

20.**解**:(1)因为p是真命题,所以$B\subseteq A$.

又$B\neq\varnothing$,所以$\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\m+1\geqslant-2,\\2m-1\leqslant5,\end{cases}$解得$2\leqslant m\leqslant3$.

所以实数m的取值集合为$\{m|2\leqslant m\leqslant3\}$.

(2)因为q是真命题,所以$A\cap B\neq\varnothing$.

又$B\neq\varnothing$,所以$\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\-2\leqslant m+1\leqslant5,\end{cases}$或$\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\-2\leqslant2m-1\leqslant5,\end{cases}$

解得$2\leqslant m\leqslant4$.

所以实数m的取值集合为$\{m|2\leqslant m\leqslant4\}$.

21.**解**:(1)由$x^2-(3m-2)x+2m^2-m-3=0$,得$[x-(2m-3)][x-(m+1)]=0$,解得$x=2m-3$,或$x=m+1$.

依题意可得$2m-3>1$,且$m+1>1$,解得$m>2$.

故实数m的取值集合为$\{m|m>2\}$.

(2)假设存在实数a,使得p是q的必要不充分条件,则$\{m|3-a<m<3+a\}\subsetneqq\{m|m>2\}$.

当$\{m|3-a<m<3+a\}=\varnothing$时,有$3-a\geqslant3+a$,解得$a\leqslant0$;

当$\{m|3-a<m<3+a\}\neq\varnothing$时,

有$\begin{cases}3-a<3+a,\\3-a\geqslant2,\end{cases}$解得$0<a\leqslant1$.

故实数a的取值集合为$\{a|a\leqslant1\}$.

22.(1)**解**:因为$8=3^2-1^2,9=5^2-4^2$,所以$8\in A,9\in A$.

假设$10=m^2-n^2,m,n\in\mathbf{Z}$,则$(|m|+|n|)(|m|-|n|)=10$,且$|m|+|n|>|m|-|n|>0$,

因为$10=1\times10=2\times5$,

所以$\begin{cases}|m|+|n|=10,\\|m|-|n|=1,\end{cases}$或$\begin{cases}|m|+|n|=5,\\|m|-|n|=2,\end{cases}$显然均无整数解,所以$10\notin A$.

(2)**证明**:因为$\forall k\in\mathbf{Z},2k+1=(k+1)^2-k^2$,所以$2k+1\in A$,所以$x\in B\Rightarrow x\in A$.故充分性成立.

因为$8\in A$,而8是偶数,B是奇数集,即$8\notin B$,所以$x\in A\nRightarrow x\in B$.故必要性不成立.

所以"$x\in A$"的充分不必要条件是"$x\in B$".

(3)**解**:集合$A=\{x|x=m^2-n^2,m,n\in\mathbf{Z}\}$,$m^2-n^2=(m+n)(m-n)$成立.

当m,n都是奇数或都是偶数时,$m-n,m+n$均为偶数,则$(m-n)(m+n)$为4的倍数;

当m,n一奇一偶时,$m-n,m+n$均为奇数,则$(m-n)\cdot(m+n)$为奇数.

综上,所有满足集合A的偶数组成的集合为$\{x|x=4k,k\in\mathbf{Z}\}$.