$\frac{\sqrt{r^2+h^2}}{2h}>1$,即 $r>\sqrt{3}h$ 时,$S_1>S_2$.

18.**证明:**(1)因为 EF 是△ABD 的中位线,所以 $EF/\!/BD$.

因为 $BG:GC=DH:HC=1:2$,所以 $GH/\!/BD$.所以 $EF/\!/GH$.所以 E,F,G,H 四点共面.

(2)因为 $FG\cap HE=P$,所以 $P\in FG\subset$ 平面 ABC,$P\in HE\subset$ 平面 ADC.所以 $P\in$ 平面 $ABC\cap$ 平面 ADC.

又平面 $ABC\cap$ 平面 $ADC=AC$,所以 $P\in AC$.所以 P,A,C 三点共线.

19.**证明:**(1)连接 AC,可知 MN 是△PCA 的中位线,所以 $MN/\!/PC$.又 $MN\not\subset$ 平面 PCD,$PC\subset$ 平面 PCD,所以 $MN/\!/$ 平面 PCD.

(2)由(1),知 $MN/\!/PC$,因为 $MN\not\subset$ 平面 PBC,$PC\subset$ 平面 PBC,所以 $MN/\!/$ 平面 PBC.

因为 MQ 是△PAD 的中位线,所以 $MQ/\!/AD$.又在平行四边形 $ABCD$ 中,$AD/\!/BC$,所以 $MQ/\!/BC$.

因为 $MQ\not\subset$ 平面 PBC,$BC\subset$ 平面 PBC,所以 $MQ/\!/$ 平面 PBC.又 $MQ\cap MN=M$,所以平面 $MNQ/\!/$ 平面 PBC.

20.(1)**证明:**因为平面 $ABCD/\!/$ 平面 $EFGH$,平面 $ABCD\cap$ 平面 $ABFE=AB$,平面 $EFGH\cap$ 平面 $ABFE=EF$,

所以 $AB/\!/EF$.同理可证 $AD/\!/EH$,又∠BAD 与∠FEH 的对应两边方向相同,所以∠BAD=∠FEH.

(2)**解:**由(1)知 $AB/\!/EF$,又 $AE\perp EF$,

所以四边形 $ABFE$ 为直角梯形,其面积 $S=\frac{1}{2}(AB+EF)\times AE=\frac{1}{2}\times(1+2)\times1=\frac{3}{2}$.

在平面 $EFGH$ 内作 $HM\perp FE$,交 FE 的延长线于点 M,

因为平面 $ABFE\perp$ 平面 $EFGH$,平面 $ABFE\cap$ 平面 $EFGH=EF$,$HM\subset$ 平面 $EFGH$,所以 $HM\perp$ 平面 $ABFE$.

在 Rt△MEH 中,$HM=HE\cdot\sin\angle MEH=2\sin60°=\sqrt{3}$,

所以四棱锥 H-$ABFE$ 的体积 $V=\frac{1}{3}S\cdot HM=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

21.(1)**证明:**由 $PA\perp$ 平面 ABC,得 $BC\perp PA$.又 $BC\perp AC$,$PA\cap AC=A$,故可得 $BC\perp$ 平面 PAC,所以 $BC\perp PC$.

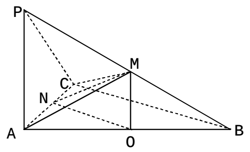
(2)**解:**过点 M 作 PA 的平行线,交 AB 于点 O,过点 O 作 BC 的平行线,交 AC 于点 N,连接 MN,如图所示.因为 $PA\perp$ 平面 ABC,所以 $MO\perp$ 平面 ABC,所以 $MO\perp AC$.又因为∠ACB=90°,所以 $ON\perp AC$,因为 $MO\cap ON=O$,

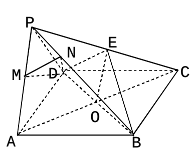
所以 $AC\perp$ 平面 MON,所以 $MN\perp AC$.所以∠MNO 为二面角 M–AC–B 的平面角.

设 $PA=AC=a$,则 $BC=\sqrt{3}a$,$MO=\frac{1}{2}PA=\frac{1}{2}a$,$NO=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

所以 $\tan\angle MNO=\frac{MO}{NO}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以∠MNO=30°,即二面角 M-AC-B 的大小为 30°.


(第 21 题图)


(第 22 题图)

22.(1)**证明:**如图所示,连接 AC,交 BD 于点 O,连接 OE.因为 E 为 PC 的中点,所以 OE∥AP.

因为 AP⊄平面 EBD,OE⊂平面 EBD,所以 AP∥平面 EBD.

(2)**解:**①当点 M 为线段 PA 的中点时,有 DM⊥平面 PAB.下面给出证明:

因为四边形 ABCD 是平行四边形,所以 AB∥CD.

又因为∠BAP=∠CDP=90°,即 AB⊥AP,CD⊥DP,

所以 AB⊥DP,因为 DP∩AP=P,从而 AB⊥平面 PAD.所以 AB⊥DM.因为△PAD 是正三角形,PM=MA,所以 DM⊥AP,又 AP∩AB=A,所以 DM⊥平面 PAB.

②在①的条件下,当 DN⊥PB 于 N 时,有平面 DMN⊥平面 PBC.下面给出证明:

在①的条件下,DM⊥平面 PAB,所以 DM⊥PB.又 DN⊥PB,所以 PB⊥平面 DMN.

所以平面 DMN⊥平面 PBC,且 PB⊥MN.不妨设 AB=2,则 PM=1,PB=$2\sqrt{2}$,PA=2.由△PMN∽△PBA,得 $\frac{PN}{PA}=\frac{PM}{PB}\Rightarrow PN=\frac{\sqrt{2}}{2}$.所以 $\frac{PN}{PB}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{4}$.

所以点 N 是线段 PB 上靠近点 P 的四等分点时,有平面 DMN⊥平面 PBC.

第 36 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.A

提示:各学生的身材不相同,应使各学生都有适合自己身材的校服,故 A 采用普查;对电池使用寿命的调查具有破坏性,故 B 应采用抽样调查;对节目收视率的调查范围较广,故 C 应采用抽样调查;对水污染情况的调查,不可能全面调查,故 D 应采用抽样调查.

2.D

提示:样本是 8 个班中每班 12 名学生的数学成绩,故样本量是 8×12=96.

3.A

提示:在简单随机抽样过程中,个体 a 每一次被抽中的概率都是相等的,所以个体 a"第一次被抽到"、"第二次被抽到"的概率均为 $\frac{1}{10}$.

4.D

提示:由于东部、中部、西部三个地区学生的视力情况有较大差异,故按地区分层抽样.

5.D

提示:由题设得 $\frac{1}{5}(x+y+10+11+9)=10\Rightarrow x+y=20$.

6.C

提示:5 天的营业额的平均值为 $\frac{1}{5}\times(3.4+2.9+3.0+3.1+2.6)=3$(万元),所以估计这个商场四月份的营业额是 30×3=90(万元).

7.C

提示:由题意,得样本中阅读过《西游记》的学生人数为 90-80+60=70,则样本中阅读过《西游记》的学生人数与样本学生总数的比值为 $\frac{70}{100}=0.7$.由此估计该校阅读过《西游记》的学生人数与该校学生总数的比值为 0.7.

8.D

提示:设从高三年级抽取的学生人数为 $2x$,则从高二、高一年级抽取的人数分别为 $2x-2$,$2x-4$,由题意可得 $2x+(2x-2)+(2x-4)=72$,解得 $x=13$.

设我校高三年级的学生人数为 N,由 $\frac{72}{1800}=\frac{2\times13}{N}$,得 $N=650$.

二、多项选择题

9.ABD

提示:选项 A 是简单随机抽样的特点,选项 B,D 是分层随机抽样的特点,选项 C 是简单随机抽样与分层随机抽样的共同点,故选 ABD.

10.CD

提示:对于①,总体中的个体没有差异,不宜采用分层随机抽样;对于②,各层差距较大,宜采用分层随机抽样;③总体较少,宜采用简单随机抽样.故选 CD.

11.ACD

提示:样本量为(2000+1500+2500)×4%=240,故 A 正确;对于 B,样本中对平台三的满意率为 $\frac{40}{2500\times4\%}=40\%$,故 $m=40$,故 B 错误;对于 C,由样本估计总体,得总体中对平台二满意的人数约为 1500×20%=300(人),故 C 正确;对于 D,样本中对平台一满意的人数为 2000×4%×30%=24(人),故 D 正确.故选 ACD.

12.ABD

提示:由题设可得,样本中老年人有 $120\times\frac{6}{360}=2$(人),青年人有 $\frac{6}{360}=\frac{n}{60}$(人),则 $2+6+\frac{n}{60}=m$,得 $8+\frac{n}{60}=m$.将各选项代入,可知选 ABD.

三、填空题

13.2

提示:由已知,得 $4+2a+(3-a)+5+6=4\times5$,解得 $a=2$.

14.360

提示:样本中在[1,2]公里的人数所占的比例为 $\frac{45-15}{300}=\frac{1}{10}$,由此估计该学校所有学生中居住地到学校的距离在[1,2]公里的人数为 $3600\times\frac{1}{10}=360$(人).

15.4.8%

提示:由题意,估计该地拥有 3 套或 3 套以上住房的家庭有 $99000\times\frac{40}{990}+1000\times\frac{80}{100}=4800$ 户,故所占比例的合理估计是 4800÷100000=4.8%.

16.2,29.5

提示:设答对第 1 题,第 2 题,第 3 题的人数分别为 x_1,x_2,x_3,则有 $\begin{cases}x_1+x_2=26,\\x_1+x_3=24,\\x_2+x_3=22,\end{cases}$ 解得 $x_1=14$,$x_2=12$,$x_3=10$.

设三道题全答对的人数为 a,则有 $6\times1+12\times2+3a=14+12+10$,解得 $a=2$,所以三道题全答对的人数是 2;所有参赛选手的平均分 $\bar{x}=\frac{1}{6+12+2}\times(14\times15+12\times15+10\times20)=29.5$.

四、解答题

17.**解:**(1)选法一满足抽签法的特征,是抽签法;选法二不是抽签法,因为抽签法要求所有的号签编号互不相同,而选法二中 39 个白球无法相互区分.

(2)这两种选法中每名学生被选中的概率都相等.

18.(抽签法)步骤如下:将 100 件轴随机编号为 1,2,3,…,100,并做好大小、形状相同的号签,分别写上这 100 个数,然后将这些号签放在一个不透明的容器中,搅拌均匀,再从中逐个抽取 10 个号签,选出这 10 个号签对应的轴组成样本.

19.**解:**由于总体是由层次分明的几部分组成,故用分层随机抽样的方法.步骤如下:

第一步,确定抽样比 $k=\frac{9}{40+30+20}=\frac{1}{10}$.

第二步,确定三类品牌中应抽取的桶数,A 品牌:$40\times\frac{1}{10}=4$,B 品牌:$30\times\frac{1}{10}=3$,C 品牌:$20\times\frac{1}{10}=2$.

第三步,采用简单随机抽样在各层中抽取 A 品牌 4 桶,B 品牌 3 桶,C 品牌 2 桶.

第四步,把抽取的个体组合在一起构成样本.

20.**解:**(1)能住宿.理由如下:因为 200 名男生中有 5×2=10 名男生能住宿,所以 40 名男生样本中有 $\frac{40}{200}\times10=2$ 名男生能住宿,故在样本数据中,距离为 8.4km 和 8km 的男生可以住宿,距离为 7.5km 以下的男生不可以住宿,由于 8.3>8,所以男生甲能住宿.

(2)由题设可知,抽取女生样本数为 $\frac{40}{200}\times160=32$,故所有样本数据的平均数为 $\frac{40\times5.1+32\times4.875}{40+32}=5$km,从而估计总体数据的平均数为 5km.

21.**解:**(1)设参加北京培训的人数为 x,参加上海培训的高一教师、高二教师、高三教师所占的比例分别为 a,b,c,

则有 $\frac{x\cdot40\%+3xb}{4x}=47.5\%$,$\frac{x\cdot10\%+3xc}{4x}=10\%$,

解得 $b=50\%$,$c=10\%$.

故 $a=100\%-50\%-10\%=40\%$.

所以参加上海培训的高一教师、高二教师、高三教师在该组所占的比例分别为 40%,50%,10%.

(2)参加上海培训的高一教师应抽取人数为 $200\times\frac{3}{4}\times40\%=60$;

抽取的高二教师人数为 $200\times\frac{3}{4}\times50\%=75$;

抽取的高三教师人数为 $200\times\frac{3}{4}\times10\%=15$.

22.**解:**(1)三个班中学生人数之比为 5:7:8.

(2)样本中一周的锻炼时间超过 10h 的有 5 个,因此一周的锻炼时间超过 10h 的百分比为 $\frac{5}{5+7+8}\times100\%=25\%$.估计该校高一年级学生中,一周的锻炼时间超过 10h 的百分比为 25%.

(3)样本中甲、乙、丙三个班级的平均锻炼时间分别为 7h,9h,8.25h,

则样本平均数为 $\frac{5\times7+7\times9+8\times8.25}{5+7+8}=8.2$.

估计该校高一年级学生一周的平均锻炼时间为 8.2h.

扫码免费下载 习题讲解 ppt

第 33 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示:由基本事实 4,可知与直线 l 都平行的直线 a,b 也平行.

2.B

提示:由等角定理可知这两个三角形的三个内角分别对应相等,所以这两个三角形相似.

3.A

提示:当 $\alpha/\!/\beta$ 时,因为 $m,n\subset\alpha$,所以 $m/\!/\beta$ 且 $n/\!/\beta$,充分性成立.当 $m/\!/\beta$ 且 $n/\!/\beta$ 时,由 $m,n\subset\alpha$,若 m,n 相交,则 $\alpha/\!/\beta$;若 m,n 不相交,则 α 与 β 可能相交,必要性不成立.故选 A.

4.B

提示:由 M,N 分别是棱 AA_1,BB_1 的中点,可证得 $MN=AB$,且 $MN/\!/AB$,又 $MN\not\subset$ 平面 ABC,$AB\subset$ 平面 ABC,所以 $MN/\!/$ 平面 ABC.因为 $MN\subset$ 平面 $MNEF$,平面 $MNEF\cap$ 平面 $ABC=EF$,所以 $MN/\!/EF$.又 $EF<AB$,所以 $MN>EF$,所以四边形 $MNEF$ 是梯形.故选 B.

5.B

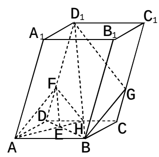
提示:由题设,知 $a/\!/\alpha$,$a\subset$ 平面 ABD,平面 $ABD\cap\alpha=EG$,所以 $a/\!/EG$.所以 $\frac{EG}{BD}=\frac{AF}{AC}$,即 $\frac{EG}{4}=\frac{5}{5+4}$,解得 $EG=\frac{20}{9}$.

6.D

提示:作平面 $\gamma/\!/\alpha$,$\gamma/\!/\beta$,且平面 γ 到平面 α 的距离等于平面 γ 到平面 β 的距离,则不论 A、B 分别在平面 α、β 内如何移动,所有的动点 C 都在平面 γ 内,故选 D.

7.B

提示:如图所示,延长 AE 交 CD 于点 H,连接 FH,则△DEH∽△BEA,所以 $\frac{DH}{AB}=\frac{DE}{EB}=\frac{1}{2}$.


(第 7 题图)

因为平面 $AEF/\!/$ 平面 BD_1G,平面 $AEF\cap$ 平面 $CDD_1C_1=FH$,平面 $BD_1G\cap$ 平面 $CDD_1C_1=D_1G$,所以 $FH/\!/D_1G$.

又四边形 CDD_1C_1 是平行四边形,所以△DFH∽△C_1GD_1,

所以 $\frac{DF}{C_1G}=\frac{DH}{C_1D_1}=\frac{DH}{AB}=\frac{1}{2}$.又 $\frac{DF}{FD_1}=\frac{1}{2}$,

所以 $FD_1=C_1G$,$DF=CG$,所以 $\frac{CG}{CC_1}=\frac{DF}{DD_1}=\frac{1}{3}$.

8.D

提示:设 G,H,I 分别为 CD,CC_1,C_1D_1 边上的中点,则 A_1,B,E,G 四点共面,且平面 $A_1BGE/\!/$ 平面 B_1HI,又因为 $B_1F/\!/$ 平面 A_1BE,所以 F 落在线段 HI 上,因为正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a,所以 $HI=\frac{1}{2}CD_1=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,即 F 在侧面 CDD_1C_1 上的轨迹的长度是 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.故选 D.

二、多项选择题

9.ABC

提示:因为 OM 为△PDB 的中位线,所以 $OM/\!/PD$,A 正确;又 $OM\not\subset$ 平面 PCD,$PD\subset$ 平面 PCD,所以 $OM/\!/$ 平面 PCD,B 正确;又 $OM\not\subset$ 平面 PAD,$PD\subset$ 平面 PAD,所以 $OM/\!/$ 平面 PAD,C 正确;由于 $M\in$ 平面 PAB,故 D 错误.故选 ABC.

10.ABD

提示:在 A 中,平面 EFG 平行于棱柱中 AB 所在平面,所以 $AB/\!/$ 平面 EFG;在 B 中,同理可知 $AB/\!/$ 平面 EFG;在 C 中,直线 AB 与平面 EFG 相交;在 D 中,$AB/\!/FG$,$AB\not\subset$ 平面 EFG,$FG\subset$ 平面 EFG,所以 $AB/\!/$ 平面 EFG.故选 ABD.

11.ABC

提示:因为 $EH/\!/A_1D_1$,$A_1D_1/\!/B_1C_1$,所以 $EH/\!/B_1C_1$.又 $EH\not\subset$ 平面 BCC_1B_1,$B_1C_1\subset$ 平面 BCC_1B_1,所以 $EH/\!/$ 平面 BCC_1B_1.因为 $EH\subset$ 平面 $EFGH$,平面 $EFGH\cap$ 平面 $BCC_1B_1=FG$,所以 $EH/\!/FG$,即 $EH/\!/FG/\!/B_1C_1$,故 A,C 正确,D 错误.因为平面 $ABB_1A_1\cap$ 平面 $EFGH=EF$,平面 $CDD_1C_1\cap$ 平面 $EFGH=GH$,平面 $ABB_1A_1/\!/$ 平面 CDD_1C_1,所以 $EF/\!/GH$,故 B 正确.故选 ABC.

12.CD

提示:当点 P 在 α 与 β 的同侧时(如图 1 所示),连接 AB,CD,因为 $\alpha/\!/\beta$,平面 $PCD\cap\alpha=AB$,平面 $PCD\cap\beta=CD$,所以 $AB/\!/CD$,所以 $\frac{PA}{AC}=\frac{PB}{BD}$,即 $\frac{6}{9}=\frac{8-BD}{BD}$,解得 $BD=\frac{24}{5}$.当点 P 在 α 与 β 之间时(如图 2 所示),同理可得 $AB/\!/CD$,所以 $\frac{PA}{PC}=\frac{PB}{PD}$,即 $\frac{6}{3}=\frac{BD-8}{8}$,解得 $BD=24$.故选 CD.

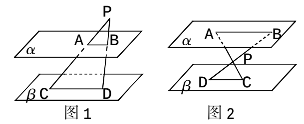


图 1　图 2

(第 12 题图)

三、填空题

13.70°或 110°

14.平面 PAD、平面 PCD

提示:因为 O 为 BD 的中点,E 为 PB 的中点,所以 EO∥PD,

又 EO 在平面 PAD、平面 PCD 外,PD 在平面 PAD、平面 PCD 内,所以 EO 与平面 PAD、平面 PCD 平行.

15.$\frac{1}{2}$

提示:连接 AC,交 BE 于点 G,连接 FG,因为 $PA/\!/$ 平面 BEF,$PA\subset$ 平面 PAC,平面 $PAC\cap$ 平面 $BEF=FG$,所以 $PA/\!/FG$,所以 $\frac{PF}{FC}=\frac{AG}{GC}$.

在平行四边形 $ABCD$ 中,E 为 AD 的中点,所以 $\frac{AG}{GC}=\frac{AE}{BC}=\frac{1}{2}$,所以 $\frac{PF}{FC}=\frac{1}{2}$.

16.$6\sqrt{2}$

提示:分别取棱 AD,AA_1,A_1B_1,B_1C_1,CC_1 的中点 F,G,H,I,J,连接 EF,FG,GH,HI,IJ,JE,则正六边形 $EFGHIJ$ 即为平面 α 在正方体表面上截得的图形.

因为 EF 为△ACD 的中位线,所以 $EF=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}=\sqrt{2}$,所以正六边形 $EFGHIJ$ 的周长为 $6\sqrt{2}$.

四、解答题

17.**证明:**(1)若直线 EH 与 FG 相交于点 O,则 $O\in EH\subset$ 平面 ABD,$O\in FG\subset$ 平面 BCD,

所以 $O\in$ 平面 $ABD\cap$ 平面 BCD.又平面 $ABD\cap$ 平面 $BCD=BD$,根据基本事实 3,可知点 O 在直线 BD 上.

(2)若 $EH/\!/FG$,因为 $EH\not\subset$ 平面 BCD,$FG\subset$ 平面 BCD,所以 $EH/\!/$ 平面 BCD.

又 $EH\subset$ 平面 ABD,平面 $ABD\cap$ 平面 $BCD=BD$,所以 $EH/\!/BD$.

18.**证明:**(1)因为底面 $ABCD$ 为平行四边形,所以 $BC/\!/AD$,

又 $BC\not\subset$ 平面 PAD,$AD\subset$ 平面 PAD,所以 $BC/\!/$ 平面 PAD.

(2)由(1)知 $BC/\!/$ 平面 PAD,又 $BC\subset$ 平面 EBC,平面 $EBC\cap$ 平面 $PAD=EF$,所以 $EF/\!/BC$.又 BC∥AD,所以 EF∥AD.

因为 E 为棱 PD 的中点,所以 F 为 PA 的中点.

19.(1)**解:**分别延长 AB 和 DC 交于点 R,连接 PR,则直线 PR 就是 l 的位置.理由如下:

因为 R∈AB⊂平面 PAB,R∈CD⊂平面 PCD,所以 P、R 是平面 PAB 和平面 PCD 的两个公共点,

由基本事实 3 可知,过 P、R 的直线就是两个平面的交线 l.

(2)**证明:**连接 OE,OC,因为 BC∥AD,且 $BC=\frac{1}{2}AD$,又 $AO=\frac{1}{2}AD$,所以 BC∥AO,且 BC=AO,所以四边形 ABCO 为平行四边形,所以 OC∥AB,则 OC∥平面 PAB.

又 OE 为△PAD 的中位线,则 OE∥AP,所以 OE∥平面 PAB.又 OE⊂平面 OEC,OC⊂平面 OEC,且 OE∩OC=O,所以平面 PAB∥平面 OEC,又 OQ⊂平面 OEC,所以 OQ∥平面 PAB.

20.(1)**证明:**因为 E,F 分别是 A_1B_1 和 B_1C_1 的中点,所以 $EF/\!/A_1C_1$,因为 $EF\not\subset$ 平面 DA_1C_1,$A_1C_1\subset$ 平面 DA_1C_1,

所以 $EF/\!/$ 平面 DA_1C_1.因为 D,E 分别是 AB 和 A_1B_1 的中点,所以 $DB/\!/A_1E$,且 $DB=A_1E$,

所以四边形 BDA_1E 是平行四边形,所以 $BE/\!/A_1D$,因为 $BE\not\subset$ 平面 DA_1C_1,$A_1D\subset$ 平面 DA_1C_1,所以 $BE/\!/$ 平面 DA_1C_1.因为 $BE\cap EF=E$,所以平面 $BEF/\!/$ 平面 DA_1C_1.

(2)**解:**由图可知,三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 夹在平面 BEF 和平面 DA_1C_1 之间的部分,可看作三棱台 DBG-$A_1B_1C_1$ 减掉三棱锥 B-B_1EF 后的剩余部分.

因为 $S_{\triangle DBG}=S_{\triangle B_1EF}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times1^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

$S_{\triangle A_1B_1C_1}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=\sqrt{3}$,

所以三棱台 DBG-$A_1B_1C_1$ 的体积 $V_1=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)\times3=\frac{7\sqrt{3}}{4}$,

三棱锥 B-B_1EF 的体积 $V_2=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times3=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

所以三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 夹在平面 BEF 和平面 DA_1C_1 之间的部分的体积 $V=V_1-V_2=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

21.(1)**证明:**连接 AE,因为四边形 $ABED$ 是正方形,所以 AE 与 BD 必相交于点 F.

因为 GF 是△ACE 的中位线,所以 $GF/\!/AC$.又 $GF\not\subset$ 平面 ABC,$AC\subset$ 平面 ABC,所以 $GF/\!/$ 平面 ABC.

(2)**解:**线段 BC 上存在一点 H 满足题意,且 H 是 BC 的中点,证明如下:

由 G,H 分别是 EC,BC 的中点,得 $GH/\!/EB$,又 $EB/\!/AD$,所以 $GH/\!/AD$.

因为 $GH\not\subset$ 平面 ACD,$AD\subset$ 平面 ACD,所以 $GH/\!/$ 平面 ACD.

由(1)可知,$GF/\!/AC$,又 $GF\not\subset$ 平面 ACD,$AC\subset$ 平面 ACD,所以 $GF/\!/$ 平面 ACD.

又 $GH\cap GF=G$,故平面 $GFH/\!/$ 平面 ACD.

22.(1)**证明:**连接 B_1D_1,BD,EF,因为 EF 是△$B_1C_1D_1$ 的中位线,所以 $EF/\!/B_1D_1$.

因为 $B_1D_1/\!/BD$,所以 $EF/\!/BD$.所以 E,F,B,D 四点共面.

(2)**证明:**因为 MN 是△$A_1B_1D_1$ 的中位线,所以 $MN/\!/B_1D_1$.由(1)知 $EF/\!/B_1D_1$,所以 $MN/\!/EF$.

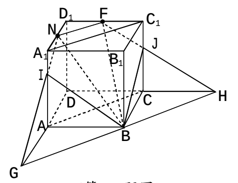
又 $MN\not\subset$ 平面 $DBEF$,$EF\subset$ 平面 $DBEF$,所以 $MN/\!/$ 平面 $DBEF$.

连接 MF,因为 $MF/\!/AD$,且 $MF=AD$,所以四边形 $ADFM$ 是平行四边形,所以 $AM/\!/DF$.

又 $AM\not\subset$ 平面 $DBEF$,$DF\subset$ 平面 $DBEF$,所以 $AM/\!/$ 平面 $DBEF$.

又 $MN\cap AM=M$,所以平面 $AMN/\!/$ 平面 $DBEF$.

(3)**解:**连接 A_1C_1,AC,因为 NF 是△$A_1D_1C_1$ 的中位线,所以 $NF/\!/A_1C_1/\!/AC$,又 NF⊄平面 ABCD,AC⊂平面 ABCD,所以 $NF/\!/$ 平面 $ABCD$,又 $NF\subset$ 平面 BNF,设平面 $ABCD\cap$ 平面 $BNF=l$,所以 $NF/\!/l$,如图所示,过 B 作 NF 的平行线分别交 DA,DC 的延长线于点 G,H,连接 NG,FH,分别交 A_1A,C_1C 于点 I,J,连接 IB,JB,即得到平面 BNF 与正方体侧面的交线分别为 NF,FJ,BJ,BI,IN.


(第 22 题图)

9

第 34 期

第 3~4 版同步周测参考答案

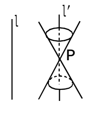
一、单项选择题

1.A

提示：与面对角线 AC 垂直且异面的棱有 BB_1，DD_1，共 2 条.

2.A

提示：如图所示，过点 P 作直线 $l'//l$，以 l' 为轴，与 l' 成 30°角的圆锥面的所有母线都与 l 成 30°角，故选 A.



（第 2 题图）

3.C

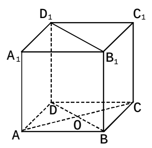
提示：对于选项 A，B，l_1 与 l_2 可能平行或相交或异面；对于选项 C，根据直线与平面垂直的性质定理，可知 $l_1//l_2$；对于选项 D，l_1 与 l_2 可能平行或异面，故选 C.

4.B

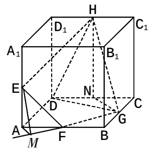
提示：若 $l\subset\alpha$，则当 l 平行于 α,β 的交线时，$l//\beta$，故 A 错误，B 正确；$\forall l\subset\alpha$，l 与 m 可能平行，相交或异面，故 C 错误；当 m 与 α,β 的交线相交时，不存在 $l\subset\alpha$，使得 $l//m$，故 D 错误.故选 B.

5.B

提示：如图，连接 AC，DB 交于点 O，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，可得 $DB\perp AC$，$BB_1\perp AC$，又 $DB\cap BB_1=B$，所以 $AC\perp$ 平面 BDD_1B_1. 所以点 C 到平面 BDD_1B_1 的距离为垂线段 CO 的长度，即 $CO=\frac{1}{2}AC=\sqrt{2}$.



（第 5 题图）



（第 6 题图）

6.D

提示：如图，设正方体的棱长为 2，过点 A 作 $AM\perp GF$，交 GF 的延长线于点 M，连接 EM，依题意可得 $\alpha=\angle EMA$，在 $Rt\triangle EAM$ 中，$\tan\alpha=\frac{EA}{AM}=\sqrt{2}$.

过点 H 作 $HN\perp CD$ 于点 N，连接 NG，依题意可得 $\beta=\angle HGN$，在 $Rt\triangle HNG$ 中，$\tan\beta=\frac{HN}{NG}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

依题意可得 $\gamma=\angle HGD$，连接 HD，在 $\triangle HDG$ 中，$HD=DG=\sqrt{5}$，$HG=\sqrt{4+2}=\sqrt{6}$，由余弦定理的推论，得 $\cos\angle HGD=\sqrt{\frac{3}{10}}$，则 $\tan\gamma=\tan\angle HGD=\sqrt{\frac{7}{3}}$，所以 $\alpha=\beta<\gamma$.

7.D

提示：设笔所在直线为 l，桌面所在平面为 α.当 l 与 α 相交时，在 α 内不存在直线与 l 平行，排除 A；当 $l//\alpha$ 时，在 α 内不存在直线与 l 相交，排除 B；当 $l\subset\alpha$ 时，在 α 内不存在直线与 l 异面，排除 C；若 $l\perp\alpha$，则 $\forall m\subset\alpha$，$l\perp m$；若 l 与 α 斜交，设 l 在 α 内的射影为 n，则 $\exists m\subset\alpha$，$n\perp m$，从而可知 $l\perp m$；若 l 与 α 平行，则 $\exists m\subset\alpha$，$l\perp m$，故选 D.

8.B

提示：如图所示，取 PC 的中点 O，连接 BO，因为 $PB=BC$，所以 $BO\perp PC$.

过点 M 作 $MN//BO$，交 PC 于点 N，则 $MN\perp PC$.

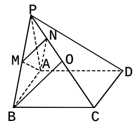
因为底面 $ABCD$ 是平行四边形，所以 $AD//BC$，又 $AD\perp PA$，所以 $BC\perp PA$，

又 $BC\perp PB$，$PA\cap PB=P$，所以 $BC\perp$ 平面 PAB，又 $AM\subset$ 平面 PAB，所以 $BC\perp AM$.

在 $\triangle PAB$ 中，$PA=AB$，M 为 PB 的中点，所以 $AM\perp PB$.又 $BC\cap PB=B$，所以 $AM\perp$ 平面 PBC，又 $PC\subset$ 平面 PBC，所以 $AM\perp PC$.

又 $MN\cap AM=M$，所以 $PC\perp$ 平面 AMN.又 $PC\subset$ 平面 PCD，所以平面 $PCD\perp$ 平面 AMN.

由 $MN//BO$，M 为 PB 的中点，得 N 是 PO 的中点，又 O 是 PC 的中点，所以 $\frac{PN}{NC}=\frac{1}{3}$.



（第 8 题图）

二、多项选择题

9.BD

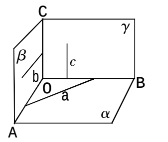
提示：对于 A，因为 CE 与 AB 所成角的大小等于 $\angle BAD=45°$，所以 AB 与 CE 不垂直，故 AB 与平面 CDE 不垂直，A 错误；对于 B，可知 CE 与 AB 所成角为 90°，所以 $CE\perp AB$，又 $DE\perp AB$，$CE\cap DE=E$，所以 $AB\perp$ 平面 CDE，B 正确；对于 C，可知 CE 与 AB 所成角为 60°，所以 AB 与 CE 不垂直，故 AB 与平面 CDE 不垂直，C 错误；对于 D，设 AB 在上底面的射影为 FB，因为 $DE\perp BF$，$DE\perp AF$，$BF\cap AF=F$，所以 $DE\perp$ 平面 ABF，因为 $AB\subset$ 平面 ABF，所以 $DE\perp AB$，同理得 $CE\perp AB$，又 $DE\cap CE=E$，所以 $AB\perp$ 平面 CDE，D 正确.故选 BD.

10.AC

提示：因为 $CF\perp$ 平面 B_1DF，所以 $CF\perp DF$. 在矩形 ACC_1A_1 中，可得 $\triangle AFC\backsim\triangle A_1DF$，所以 $\frac{AF}{A_1D}=\frac{AC}{A_1F}$，即 $\frac{AF}{a}=\frac{2a}{3a-AF}$，解得 $AF=a$，或 $AF=2a$.故选 AC.

11.ABD

提示：如图所示，平面 α,β,γ 两两垂直，且 $\alpha\cap\beta=OA$，$\alpha\cap\gamma=OB$，$\beta\cap\gamma=OC$.



（第 11 题图）

若 a,b,c 分别与 OA，OB，OC 重合，则 a,b,c 两两相交且垂直，故 A，B 正确；若 a,b,c 中有两条直线平行，不妨设 $b//c$，因为 $b\subset\beta$，$c\subset\gamma$，所以 $b//c//OC$，而 $a\subset\alpha$，若 $OC//a$，则 $OC//\alpha$，与 $OC\cap\alpha=O$ 矛盾，所以 OC 与 a 不平行，即 a,b,c 不可能两两平行，故 C 错误；显然 a,b,c 可以两两异面，如图所示，故 D 正确.故选 ABD.

12.ACD

提示：因为 F 在底面 AC 上的投影为 H，所以 $FH\perp$ 平面 $ABCD$，又由直平行六面体的特征，可知 $C_1C\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $FH//C_1C$，所以 E,F,H,C 四点共面.对于 A，因为 $AD//B_1C_1$，$EF\perp B_1C_1$，所以 $AD\perp EF$，又 $AD\perp FH$，$EF\cap FH=F$，所以 $AD\perp$ 平面 $EFHC$，所以 $AD\perp CH$，A 正确；对于 B，当点 F 在点 B_1 处时，CH 即为 CB，显然 CB 与 AD 不垂直，B 错误；对于 C，因为 $EF\perp$ 平面 AB_1C_1D，所以 $EF\perp AD$，同上可得 $CH\perp AD$，C 正确；对于 D，因为直线 FH 和 FE 在平面 AB_1C_1D 的投影为同一条直线，所以平面 $EFHC\perp$ 平面 AB_1C_1D，又平面 $EFHC\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $AB_1C_1D\cap$ 平面 $ABCD=AD$，所以 $AD\perp$ 平面 $EFHC$，所以 $AD\perp CH$，D 正确.故选 ACD.

三、填空题

13.平行或相交或异面

提示：两条平行线与同一个平面所成的角相等；设等腰三角形的底边在平面内，则两腰所在直线与该平面所成的角相等；两条异面直线可以与同一个平面所成的角相等.

14.垂

提示：过 S 作 $SO\perp$ 平面 ABC，垂足为 O，连接 AO，可知 $SO\perp BC$，又 $SA\perp BC$，$SO\cap SA=S$，所以 $BC\perp$ 平面 SAO，又 $AO\subset$ 平面 SAO，所以 $BC\perp AO$.同理可得 $AB\perp CO$，所以 O 是 $\triangle ABC$ 的垂心.

15.②③⇒①(或①②⇒③)

提示：若 $a\perp\alpha$，$b//\alpha$，过 b 作一个平面 β，使得 $\beta\cap\alpha=c$，则 $b//c$，又 $c\subset\alpha$，可得 $a\perp c$，所以 $a\perp b$.

16.$\sqrt{2}$，2

提示：设投影构成的图形面积为 S.因为 $AB//\alpha$，所以 AB 在 α 内的投影是长为 2 的线段，当 $CD\perp\alpha$ 时，投影图形的面积最小，此时投影图形是底边长为 2，高为 $\sqrt{2}$ 的三角形，故 $S_{min}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$；当 $CD//\alpha$ 时，投影图形的面积最大，此时投影图形是对角线长为 2 的正方形，故 $S_{max}=2\times\frac{1}{2}\times2\times1=2$.

四、解答题

17.**解：**如图所示，连接 AC，BD，交于点 O，连接 OM，因为 OM 是 $\triangle SCA$ 的中位线，所以 $MO//SC$.

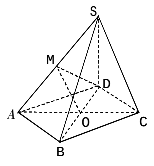
所以 $\angle OMD$ 或其补角为异面直线 DM 与 SC 所成的角.

因为 $SD\perp$ 底面 $ABCD$，所以 $SD\perp DA$，$SD\perp DB$，$SD\perp DC$.

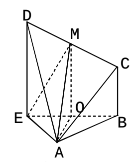
由底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形，$\angle DAB=60°$，可得 $DA=DB=DC=1$，所以 $\triangle SDA\cong\triangle SDB\cong\triangle SDC$，

所以 $SA=SC=SB=\sqrt{3}$.所以 $MD=\frac{1}{2}SA=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$DO=\frac{1}{2}DB=\frac{1}{2}$，$MO=\frac{1}{2}SC=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

在 $\triangle OMD$ 中，由余弦定理的推论，得 $\cos\angle OMD=\frac{MD^2+MO^2-DO^2}{2MD\cdot MO}=\frac{5}{6}$.故异面直线 DM 与 SC 所成角的余弦值为 $\frac{5}{6}$.



（第 17 题图）



（第 19 题图）

18.**证明：**(1)因为在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$ 底面 ABC，且 $AB=AC$，D 是 BC 的中点，

所以 $AD\perp CC_1$，$AD\perp BC$，

因为 $BC\cap CC_1=C$，所以 $AD\perp$ 平面 BCC_1B_1.

(2)连接 A_1B，交 AB_1 于点 O，连接 OD，因为 D 是 BC 的中点，所以 $OD//A_1C$，

因为 $OD\subset$ 平面 AB_1D，$A_1C\not\subset$ 平面 AB_1D，

所以 $A_1C//$ 平面 AB_1D.

19.(1)**证明：**如图所示，取 BE 的中点 O，并连接 OA，OM，则据题意可得中位线 $OM=\frac{BC+DE}{2}=3$，且 $OM\perp BE$，又因为 $\triangle ABE$ 是正三角形，所以 $AO\perp BE$，故 $\angle AOM$ 为二面角 $A-BE-M$ 的平面角. 易知 $AO=\sqrt{3}$，$AM=2\sqrt{3}$，有 $AO^2+OM^2=AM^2$，即 $\angle AOM=90°$，由定义可知平面 $ABE\perp$ 平面 $BCDE$.

(2)**解：**$V_{M-ADE}=V_{A-DEM}=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot DE\cdot EO\right)\cdot AO=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

故点 M 到平面 ADE 的距离 $d=\frac{3V_{M-ADE}}{S_{\triangle ADE}}=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{1}{2}\times2\times4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

20.(1)**证明：**取 BC 的中点 O，连接 AO，B_1O，因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle B_1BC$ 均是等边三角形，所以 $AO\perp BC$，$B_1O\perp BC$.又 $AO\cap B_1O=O$，所以 $BC\perp$ 平面 AOB_1.又 $AB_1\subset$ 平面 AOB_1，所以 $BC\perp AB_1$.

(2)**解：**设 $AB=4a$，作 $AM\perp BB_1$ 于 M，由 $\cos\angle B_1BA=\frac{1}{4}$，得 $BM=a$，$AM=\sqrt{15}a$.

因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle B_1BC$ 是全等的等边三角形，所以 $BC=BB_1=4a$.

取 BB_1 的中点 D，连接 CD，则 $CD\perp BB_1$.易知 $BD=2a$，又 $BM=a$，所以 M 为 BD 的中点.连接 OM，则 $OM//CD$，所以 $OM\perp BB_1$.

故 $\angle AMO$ 为二面角 $C-B_1B-A$ 的平面角.

又 $MO=\frac{1}{2}CD=\sqrt{3}a$，$AO=2\sqrt{3}a$，

在 $\triangle AMO$ 中，由余弦定理的推论，得 $\cos\angle AMO=\frac{AM^2+MO^2-AO^2}{2AM\cdot MO}=\frac{(\sqrt{15}a)^2+(\sqrt{3}a)^2-(2\sqrt{3}a)^2}{2\cdot\sqrt{15}a\cdot\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故二面角 $C-B_1B-A$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

21.(1)**证明：**如图，过点 D 作 $DO\perp AC$ 于 O，连接 OB，因为平面 $ADFC\perp$ 平面 ABC，平面 $ADFC\cap$ 平面 $ABC=AC$，$DO\subset$ 平面 $ADFC$，所以 $DO\perp$ 平面 ABC.又 $BC\subset$ 平面 ABC，所以 $DO\perp BC$.

由 $\angle ACD=45°$，$DO\perp AC$，得 $CD=\sqrt{2}CO$.由 $\angle ACB=45°$，$BC=\frac{1}{2}CD=\frac{\sqrt{2}}{2}CO$，得 $BO\perp BC$.

因为 $DO\cap BO=O$，所以 $BC\perp$ 平面 BDO.又 $DB\subset$ 平面 BDO，所以 $BC\perp DB$.

由三棱台 $DEF-ABC$，得 $EF//BC$，所以 $EF\perp DB$.

(2)**解：**过点 O 作 $OH\perp BD$ 于 H，连接 CH.

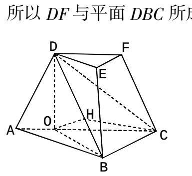
由三棱台 $DEF-ABC$，得 $DF//CO$，所以 DF 与平面 DBC 所成角等于 CO 与平面 DBC 所成角.

由(1)知 $BC\perp$ 平面 BDO，又 $OH\subset$ 平面 BDO，所以 $BC\perp OH$.

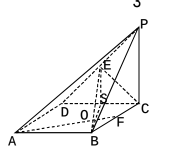
又因为 $BD\cap BC=B$，所以 $OH\perp$ 平面 BCD，所以 $\angle OCH$ 为 CO 与平面 DBC 所成角.

设 $CD=2\sqrt{2}$，由 $DO=OC=2$，$BO=BC=\sqrt{2}$，得 $BD=\sqrt{6}$，$OH=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以 $\sin\angle OCH=\frac{OH}{OC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

所以 DF 与平面 DBC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



（第 21 题图）



（第 22 题图）

22.(1)**证明：**因为 $PC\perp$ 平面 $ABCD$，$DC\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $PC\perp DC$.因为底面 $ABCD$ 为正方形，所以 $DC\perp BC$.

又 $PC\cap BC=C$，$PC,BC\subset$ 平面 PBC，所以 $DC\perp$ 平面 PBC.

又因为 $BP\subset$ 平面 PBC，所以 $DC\perp BP$.

(2)**解：**当点 F 为棱 BC 的中点时，可使 $AF\perp BE$.理由如下：

如图，过点 E 作 $ES//PC$，交 CD 于点 S，连接 BS，设 $BS\cap AF=O$.

因为 E 为 PD 的中点，所以 S 为 CD 的中点，

所以 $BF=CS$，

从而易证 $Rt\triangle ABF\cong Rt\triangle BCS$，所以 $\angle BAF=\angle CBS$.

因为 $\angle BAF+\angle AFB=90°$，所以 $\angle CBS+\angle AFB=90°$，

故 $BS\perp AF$.

因为 $PC\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $ES\perp$ 平面 $ABCD$，又 $AF\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $ES\perp AF$.

又因为 $BS\cap ES=S$，$BS,ES\subset$ 平面 BES，所以 $AF\perp$ 平面 BES.

因为 $BE\subset$ 平面 BES，所以 $AF\perp BE$.故在棱 BC 上存在点 F，使 $AF\perp BE$，此时 $BF=\frac{1}{2}BC=2$.

(3)**解：**$DM//$ 平面 PBC，$CD\perp$ 平面 ADM.

第 35 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.B

提示：三棱锥是四面体，三棱柱是五面体，四棱柱是六面体，五棱锥是六面体，故选 B.

2.B

提示：由已知条件，得棱台上、下底面的相似比为 2:3.设棱台的高为 h，原棱锥的高为 H，则 $\frac{H-h}{H}=\frac{2}{3}$，可得 $\frac{h}{H}=\frac{1}{3}$，故选 B.

3.B

提示：由斜二测画法的规则可知，原平面图形 $ABCD$ 是直角梯形，其中 $AB//CD$，$AD\perp CD$，$AB=3$，$CD=4$，$AD=2$，所以原平面图形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times(3+4)\times2=7$.

4.C

提示：设正方体的棱长为 2，则它的内切球的半径为 1，外接球的半径为 $\sqrt{3}$，根据球的体积公式，可知内切球与外接球的体积之比为 $1:3\sqrt{3}$.

5.C

提示：设正四棱锥的高为 h，底面边长为 a，侧面三角形底边上的高为 h'，依题意有 $\begin{cases}h^2=\frac{1}{2}ah',\\ h^2=h'^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2,\end{cases}$ 因此有 $h'^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{1}{2}ah'\Rightarrow4\left(\frac{h'}{a}\right)^2-2\cdot\frac{h'}{a}-1=0\Rightarrow\frac{h'}{a}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$，或 $\frac{h'}{a}=\frac{-\sqrt{5}+1}{4}$(舍去).故选 C.

6.D

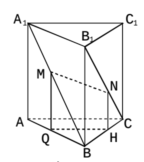
提示：连接 EF，因为 EF 是 $\triangle PBC$ 的中位线，所以 $EF//BC$，$EF=\frac{1}{2}BC$.

又 $AD//BC$，$AD=\frac{1}{2}BC$，所以 $EF//AD$，且 $EF=AD$.所以四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

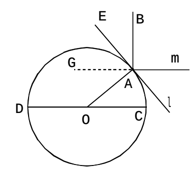
所以 $AE=DF$，且 $AE//DF$，所以 AE，FD 是共面直线.故选 D.

7.D

提示：如图所示，过点 M 作 $MQ//AA_1$，交 AB 于点 Q，过点 Q 作 $QH//AC$，交 BC 于点 H，过点 H 作 $NH//BB_1$，交 B_1C 于点 N.因为 $MQ,QH\not\subset$ 平面 ACC_1A_1，$AA_1,AC\subset$ 平面 ACC_1A_1，所以 $MQ//$ 平面 ACC_1A_1，$QH//$ 平面 ACC_1A_1.又 $MQ\cap QH=Q$，所以平面 $MQHN//$ 平面 ACC_1A_1.因为 $MN\subset$ 平面 $MQHN$，所以 $MN//$ 平面 ACC_1A_1.又 M,N 分别是线段 A_1B，B_1C 上的动点，所以这样的 MN 有无数条.



（第 7 题图）



（第 8 题图）

8.B

提示：画出截面图，如图所示，其中 CD 是赤道所在平面的截线，l 是点 A 处的水平面的截线，AB 是晷针所在直线，m 是晷面的截线.由题意可得 $OA\perp l$，$m//CD$，$AB\perp m$，$\angle AOC=40°$，所以 $\angle OAG=\angle AOC=40°$.又 $\angle OAG+\angle GAE=\angle BAE+\angle GAE=90°$，所以 $\angle BAE=\angle OAG=40°$，即晷针与点 A 处的水平面所成角为 40°.

二、多项选择题

9.ABCD

提示：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1\perp AD$，$DD_1\perp AD$，$AA_1//DD_1$，故 A 正确；$AA_1\perp AD$，$A_1B_1\perp AD$，AA_1 与 A_1B_1 垂直且相交，故 B，D 正确；$AA_1\perp AD$，$C_1D_1\perp AD$，AA_1 与 C_1D_1 是异面直线，故 C 正确.故选 ABCD.

10.AB

提示：因为在体积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的四面体 $A-BCD$ 中，$AB\perp$ 平面 BCD，$AB=1$，所以四面体 $A-BCD$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle BCD}\cdot AB=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得 $S_{\triangle BCD}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.又 $BC=2$，$BD=3$，得 $\frac{1}{2}\times2\times3\times\sin\angle CBD=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，解得 $\sin\angle CBD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $\cos\angle CBD=\pm\frac{1}{2}$.

当 $\cos\angle CBD=\frac{1}{2}$ 时，$CD^2=2^2+3^2-2\times2\times3\times\frac{1}{2}=7$，则 $CD=\sqrt{7}$；

当 $\cos\angle CBD=-\frac{1}{2}$ 时，$CD^2=2^2+3^2-2\times2\times3\times\left(-\frac{1}{2}\right)=19$，则 $CD=\sqrt{19}$.故选 AB.

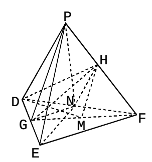
11.ACD

提示：设 $AC\cap BD=O$，因为 $ABCD$ 是正方形，所以 O 是 AC 的中点，因为过 BD 且与 PC 平行的平面交 PA 于 M 点，所以 $OM//PC$，所以 M 是 PA 的中点，故 A 正确；设 N 为 PB 的中点，连接 AN，CN，因为 PA 与 AB 一定不相等，所以 AN 与 PB 一定不垂直，所以平面 NAC 与 PB 不垂直，故 B 错误；因为四边形 $ABCD$ 为正方形，$PD\perp$ 平面 $ABCD$ 且 $PD=AD$，所以 $PA=AC$，$PD=DC$，又 $AH\perp PC$，$DH\perp PC$，则 H 为 PC 的中点，故 C 正确；因为 $AD//BC$，平面 PAD 与平面 PCB 有公共点 P，所以 $l//AD//BC$，故 D 正确.故选 ACD.

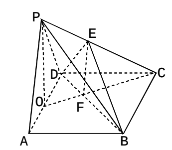
12.BCD

提示：将 $\triangle ABC$ 折成正四面体 $P-DEF$ 后，如图所示，因为 D,E,F 分别为 $\triangle ABC$ 各边的中点，所以正四面体的各棱长都等于 2. 因为 G,H 分别为 DE，AF 的中点，所以 $DH\perp FP$，$DE\perp GP$.

对于 A，连接 GF，取 GF 的中点 M，连接 HM，DM，则 $HM//GP$，所以 PG 与 DH 所成角为 $\angle DHM$ 或其补角，在 $\triangle DHM$ 中，$DH=\sqrt{3}$，$HM=\frac{1}{2}GP=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$DM=\sqrt{DG^2+GM^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$，由余弦定理的推论，得 $\cos\angle DHM=\frac{(\sqrt{3})^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}{2\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{3}$，所以 $\sin\angle DHM=\frac{\sqrt{5}}{3}$，故 A 错误；对于 B，取 DF 的中点 N，连接 PN，EN，则 $PN\perp DF$，$EN\perp DF$，又 $PN\cap EN=N$，所以 $DF\perp$ 平面 PEN，所以 $DF\perp PE$，所以 DF 与 PE 所成的角为 $\frac{\pi}{2}$，故 B 正确；对于 C，连接 GN，HN，则 $NH//DP$，所以 GH 与 PD 所成的角为 $\angle GHN$ 或其补角，在 $\triangle GHN$ 中，$GH=\sqrt{GP^2-\left(\frac{PF}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$，$GN=HN=1$，由余弦定理的推论，得 $\cos\angle GHN=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\angle GHN=\frac{\pi}{4}$，故 C 正确；对于 D，$GN//EF$，故 PG 与 EF 所成的角为 $\angle PGN$ 或其补角，在 $\triangle GPN$ 中，$GP=PN=\sqrt{3}$，$GN=1$，由余弦定理的推论，得 $\cos\angle PGN=\frac{\sqrt{3}}{6}$，故 D 正确.故选 BCD.



（第 12 题图）



（第 15 题图）

三、填空题

13.0 或 1

提示：过两点的直线与已知平面平行时，可作 1 个平面与已知平面平行；当过两点的直线与已知平面相交时，不存在平面与已知平面平行.

14.$12\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$

提示：由已知条件，可得正六棱柱的体积为 $\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin60°\times6\times2=12\sqrt{3}\ cm^3$，圆柱的体积为 $\pi\times0.5^2\times2=\frac{\pi}{2}\ cm^3$，所以此六角螺帽毛坯的体积是 $\left(12\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)cm^3$.

15.$\frac{1}{2}$

提示：如图所示，取 AD 的中点 O，连接 PO，则 $PO\perp AD$.

因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，$PO\subset$ 平面 PAD，

所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$.

连接 OC，交 BD 于点 F，连接 EF，

因为平面 $EBD\perp$ 平面 $ABCD$，所以平面 EBD 中必存在直线 $l\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $PO//l$，又 $PO\not\subset$ 平面 EBD，$l\subset$ 平面 EBD，所以 $PO//$ 平面 EBD，又平面 $POC\cap$ 平面 $EDB=EF$，$PO\subset$ 平面 POC，所以 $PO//EF$，所以 $\frac{PE}{EC}=\frac{OF}{FC}=\frac{OD}{BC}=\frac{1}{2}$.

16.$\frac{\sqrt{3}ab}{8}$

提示：因为 $AD//$ 平面 $EFGH$，$AD\subset$ 平面 ADC，平面 $EFGH\cap$ 平面 $ADC=FG$，所以 $AD//FG$.

同理，可证得 $EH//AD$，所以 $FG//EH$.同理得 $EF//HG$，所以四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

因为 AD,BC 成 60°的角，所以 $\angle EFG=60°$ 或 120°.

设 $\frac{EF}{BC}=\frac{AF}{AC}=x$，则 $EF=bx$，$\frac{FG}{AD}=\frac{FC}{AC}=1-x$，

所以 $FG=(1-x)a$.

所以平行四边形 $EFGH$ 的面积 $S=EF\times FG\times\sin\angle EFG=bx(1-x)a\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}ab}{2}x(1-x)=\frac{\sqrt{3}ab}{2}\left[-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\right]$.

所以当 $x=\frac{1}{2}$ 时，平行四边形 $EFGH$ 的面积取得最大值，且最大值为 $\frac{\sqrt{3}ab}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{3}ab}{8}$.

四、解答题

17.**解：**对于解法 1，圆锥可以放进圆柱内，说明圆锥的体积小于圆柱的体积，不能说明侧面积的大小；对于解法 2，不能由特殊值得到一般的结论，故该同学的解法不正确.具体解法如下：

设圆锥与圆柱的底面半径为 r，高为 h，则圆锥的母线长为 $l=\sqrt{r^2+h^2}$，所以 $S_1=\pi r\sqrt{r^2+h^2}$，$S_2=2\pi rh$.

$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\pi r\cdot\sqrt{r^2+h^2}}{2\pi rh}=\frac{\sqrt{r^2+h^2}}{2h}$. 当 $\frac{\sqrt{r^2+h^2}}{2h}<1$，即 $r<\sqrt{3}h$ 时，$S_1<S_2$；当 $\frac{\sqrt{r^2+h^2}}{2h}=1$，即 $r=\sqrt{3}h$ 时，$S_1=S_2$；当