

## 第 37 期

## 第 1 版

## 专题七 不等式

## 参考答案

1~5.AADAA 6~10.CABCB

11~15.DCAAC 16~20.AABBA

21~25.AACBD

26.C

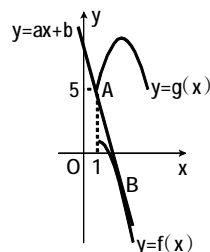
提示:因为  $2^a=3^b=6$ , 所以  $a=\log_2 6=$  $1+\log_2 3, b=\log_3 6=1+\log_3 2$ , 所以  $a+b=2+$  $\log_2 3+\log_2 2>4, ab=2+\log_2 3+\log_3 2>4$ , 故A, B 正确;  $(a-1)^2+(b-1)^2=(\log_2 3)^2+$  $(\log_3 2)^2>2\log_2 3 \cdot \log_3 2=2$ , 故 C 错误; 因为  $a^2+b^2=2+2(\log_2 3+\log_3 2)+(\log_2 3)^2+$  $(\log_3 2)^2>2+4\sqrt{\log_2 3 \cdot \log_3 2}+2\log_2 3 \cdot$  $\log_3 2=8$ , 故 D 正确, 故选 C.

27.C

提示:将圆的一般方程  $x^2+y^2+2x+$  $4y+1=0$ , 化为标准方程得  $(x+1)^2+(y+$  $2)^2=4$ , 结合直线  $2ax+by+2=0(a>0, b>$  $0)$  被圆  $x^2+y^2+2x+4y+1=0$  截得弦长为4, 可得直线  $2ax+by+2=0(a>0, b>0)$  过圆的圆心  $(-1, -2)$ , 即  $-2a-2b+2=0$ , 则 $a+b=1(a>0, b>0)$ , 则  $\frac{4}{a}+\frac{1}{b}=(a+b) \cdot$  $\left(\frac{4}{a}+\frac{1}{b}\right)=5+\frac{4b}{a}+\frac{a}{b} \geq 5+2\sqrt{\frac{4b}{a} \cdot \frac{a}{b}}=$ 9, 当且仅当  $\frac{4b}{a}=\frac{a}{b}$ , 即  $a=\frac{2}{3}, b=\frac{1}{3}$ 

时取等号, 故选 C.

28.A

提示:当  $x \in [1, 5]$  时,  $2x \leq x^2+ax+$  $b \leq 6x$  恒成立可得  $-x^2+2x \leq ax+b \leq$  $-x^2+6x$ . 令  $f(x)=-x^2+2x(1 \leq x \leq 5), g(x)=-$  $x^2+6x(1 \leq x \leq 5)$ , 可得  $f(x), g(x)$  图象如下图所示. 要使  $b$  最大, 则  $y=ax+b$ 必过  $A(1, 5)$ , 且与  $y=f(x)$  相切于点B, 则此时  $b=5-a$ , 即直线方程为  $y=ax+$  $5-a$ , 联立  $\begin{cases} y=ax+5-a, \\ y=-x^2+2x, \end{cases}$  得  $x^2+(a-2)x+5-$  $a=0$ , 所以  $\Delta=(a-2)^2-4(5-a)=0$ , 解得 $a^2=16$ . 由图象可知  $a<0$ , 所以  $a=-4$ , 所以  $b_{\max}=5-(-4)=9$ , 故选 A.

(第 28 题图)

## 第 2 版

## 专题八 直线和圆、圆锥曲线

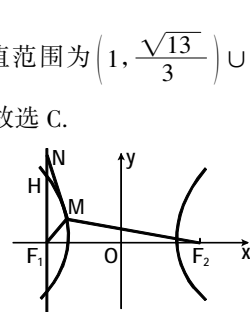
## 参考答案

1~5.DDAAA 6~10.DCCAB

11~15.CCBBD 16~20.BAAAA

21~25.ADDCA

26.C

提示:由已知可得  $|MF_2|-|MF_1|=$  $2a$ , 若  $|MF_2|+|MN|>4b$ , 即  $|MF_1|+|MN|+$  $2a>4b$ . 如图所示, 当点  $M$  位于  $H$  点时,  $|MF_1|+|MN|$  最小, 故  $\frac{3b^2}{2a}+2a>4b$ ,即  $3b^2+4a^2>8ab$ , 所以  $3b^2-8ab+4a^2>0$ ,所以  $(2a-b)(2a-3b)>0$ , 所以  $2a>3b$  或 $2a<b$ , 所以  $4a^2>9b^2$  或  $4a^2<b^2$ , 所以 $9c^2>13a^2$  或  $c^2>5a^2$ , 所以  $1<\frac{c}{a}<\frac{\sqrt{13}}{3}$ ,或  $\frac{c}{a}>\sqrt{5}$ , 所以双曲线  $C$  的离心率的取值范围为  $\left(1, \frac{\sqrt{13}}{3}\right) \cup (\sqrt{5},$  $+\infty)$ , 故选 C.

(第 26 题图)

## 第 3~4 版

## 专题九 概率与统计

## 参考答案

1~5.ABCBC 6~10.BBCAC

11~15.CCBBB 16~20.CCBCB

21.D

提示:由题意,可得法官甲民事

庭维持原判的案件率为  $x_1=\frac{29}{32} \approx$ 0.906, 行政庭维持原判的案件率  $x_2=$  $\frac{100}{118} \approx 0.847$ , 总体上维持原判的案件率为  $x=\frac{129}{150}=0.86$ ; 法官乙民事庭维持原判的案件率为  $y_1=\frac{90}{100}=0.9$ , 行政庭维持原判的案件率为  $y_2=\frac{20}{25}=0.8$ ,总体上维持原判的案件率为  $y=\frac{110}{125}=$ 0.88. 所以  $x_1>y_1, x_2>y_2, x<y$ , 故选 D.

22~26.BCCCD 27~29.BBA

30.A

提示:由相互独立事件同时发生

的概率公式, 得  $f(p)=(1-p)^3p+(1-p)^4p$ ,所以  $f'(p)=-3(1-p)^2p+(1-p)^3-4(1-$  $p)^3p+(1-p)^4=(1-p)^2(5p^2-10p+2)=(1-$  $p)^2\left(p-\frac{5-\sqrt{15}}{5}\right)\left(p-\frac{5+\sqrt{15}}{5}\right)$ , 因为 $0<p<1$ , 当  $0<p<\frac{5-\sqrt{15}}{5}$  时,  $f'(p)>0$ ;当  $\frac{5-\sqrt{15}}{5}<p<1$  时,  $f'(p)<0$ . 当  $p=p_0$ 时,  $f(p)$  最大, 所以  $p_0=\frac{5-\sqrt{15}}{5}=1-$  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ , 故选 A.

## 第 4 版

专题十 算法初步、推理与证明、复数

## 参考答案

1~5.ADBBD 6~10.CDABA

11.C

提示:记三角形数构成的数列为

 $\{a_n\}$ , 则  $a_1=1, a_2=3=1+2, a_3=6=1+2+3,$  $a_4=10=1+2+3+4, \dots$ , 易得通项公式为 $a_n=1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ; 同理可得正方形数构成的数列  $\{b_n\}$  的通项公式为 $b_n=n^2$ . 将四个选项中的数字分别代入上述两个通项公式, 使得  $n$  都为正整数的只有  $1225=35^2=\frac{49 \times 50}{2}$ , 故选 C.所以  $\triangle OPQ$  的面积  $S=\frac{1}{2}|PQ|d=$  $\sqrt{m^2(2-m^2)}<\frac{m^2+2-m^2}{2}=1(m^2 \neq 1)$ ,故  $\triangle OPQ$  面积的取值范围为  $(0, 1)$ .

## 第 3 版

## 专题六 函数与导数参考答案

1.(1)函数  $f(x)$  的单调递增区间为 $(1, +\infty)$ , 单调递减区间为  $(0, 1)$ .(2) $a$  的取值范围为  $[1, e]$ , 两曲线

没有交点.

2.(1)函数  $h(x)$  在  $(0, \pi)$  上单调递

减. (2)1 个.

3.(1) $[0, 1]$ .(2) $\left[-1, -\frac{e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi}-1\right]$ .4.(1) $\left(\frac{e}{2}, +\infty\right)$ . (2)证明略.5.(1)函数  $f(x)$  在  $(0, 1)$  上单调递增, 在  $(1, +\infty)$  上单调递减.(2) $(-\infty, 0]$ .6.解: (1)设过点  $P(0, -1)$  的直线与曲线  $f(x)$  相切于点  $(x_0, \ln x_0)$ . 因为  $f(x)=$  $\ln x$ , 则  $f'(x)=\frac{1}{x}$ , 所以在  $(x_0, \ln x_0)$  处切线斜率为  $f'(x_0)=\frac{1}{x_0}$ , 则在  $(x_0, \ln x_0)$  处切线方程为  $y-\ln x_0=\frac{1}{x_0}(x-x_0)$ . 将  $P(0, -1)$  代入切线方程, 得  $\ln x_0=0$ , 所以  $x_0=1$ , 所以切线方程为  $y=x-1$ .(2)假设存在  $k \neq 1$  的正实数, 使得只有唯一的正数  $a$ , 当  $x>\frac{1}{a}$  时, 不等式 $f(x)g\left(x-\frac{1}{a}\right) \leq kx$  恒成立, 即  $\frac{a^2 x}{ax-1} \ln x \leq$  $kx$  恒成立. 因为  $x>\frac{1}{a}$ , 所以  $\ln x \leq$  $\frac{k(ax-1)}{a^2}$ , 即  $\ln x - \frac{k(ax-1)}{a^2} \leq 0$ . 令  $m(x)=$  $\ln x - \frac{k(ax-1)}{a^2} = \ln x - \frac{k}{a}x + \frac{k}{a^2}\left(x>\frac{1}{a}\right)$ , 则 $m'(x)=\frac{1}{x} - \frac{k}{a}$ , 令  $m'(x_1)=0$ , 解得  $x_1=\frac{a}{k}$ .①当  $\frac{a}{k}>\frac{1}{a}$ , 即  $0<k<a^2$  时,  $x \in \left(\frac{1}{a},$  $x_1\right)$  时,  $m'(x)>0$ , 则  $m(x)$  在  $\left(\frac{1}{a}, x_1\right)$  上为增函数,  $x \in (x_1, +\infty)$  时,  $m'(x)<0$ , 则 $m(x)$  在  $(x_1, +\infty)$  上为减函数, 则  $[m(x)]_{\max}=$  $m(x_1)=-1+\frac{k}{a^2}+\ln \frac{a}{k} \leq 0$ , 即  $\frac{k}{a^2}+\ln \frac{a}{k} \leq 1$ .令  $h(a)=\frac{k}{a^2}+\ln \frac{a}{k}(a>\sqrt{k})$ , 则  $h'(a)=$  $\frac{1}{a} - \frac{2k}{a^3} = \frac{a^2-2k}{a^3}$ , 令  $h'(a_0)=0$ , 得  $a_0=$  $\sqrt{2k}(a>\sqrt{k})$ ,  $a \in (\sqrt{k}, a_0)$  时, $h'(a)<0$ , 则  $h(a)$  在区间  $(\sqrt{k}, a_0)$  上为减函数,  $a \in (a_0, +\infty)$  时,  $h'(a)>0$ , 则  $h(a)$ 在区间  $(a_0, +\infty)$  上为增函数, 因此存在唯一的正数  $a>\sqrt{k}$ , 使得  $h(a) \leq 1$ , 故只能  $[h(a)]_{\min}=1$ , 所以  $[h(a)]_{\min}=h(a_0)=$  $\frac{1}{2}+\ln \sqrt{\frac{2}{k}}=1$ , 所以  $k=\frac{2}{e}$ , 此时  $a$  只有唯一的值  $\frac{2\sqrt{e}}{e}$ .②当  $\frac{a}{k} \leq \frac{1}{a}$ , 即  $k \geq a^2$  时,  $m'(x)<$ 0, 所以  $m(x)$  在  $\left(\frac{1}{a}, +\infty\right)$  上为减函数, 所以  $x \rightarrow \frac{1}{a}$  时,  $m(x) \rightarrow \ln \frac{1}{a} \leq 0$ , 即  $a \geq 1$ ,故  $k>1$ , 所以满足  $1 \leq a \leq \sqrt{k}$  的  $a$  不唯

一.

综上, 存在实数  $k=\frac{2}{e}$ ,  $a$  只有唯一值  $\frac{2\sqrt{e}}{e}$ , 当  $x>\frac{1}{a}$  时, 恒有原式成立.

## 第 4 版

## 专题七 选修 4 系列参考答案

1.(1) $[1, +\infty)$ . (2) $[3, +\infty)$ .2.(1)直线  $l$  的普通方程为  $3x-4y-$  $17=0$ , 曲线  $C$  的直角坐标方程为  $(x+1)^2+$  $y^2=9$ .(2) $\sqrt{7}$ .3.(1) $[9, +\infty)$ .(2) $4a+b$  取得最小值 13, 此时  $a=2,$  $b=5$ .4.(1)曲线  $C_1$  的极坐标方程为 $\rho^2 \cos^2 \theta + 2\rho^2 = 6$ , 曲线  $C_2$  的直角方程为  $x-$  $y+\sqrt{2}=0$ .(2) $\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$ .5.(1) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ . (2) $(0, 5]$ .6.解: (1)由  $\begin{cases} x=\frac{1}{2}t, \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1, \end{cases}$  (t 为参数)消去参数 t, 得曲线  $C_1$  的普通方程为 $\sqrt{3}x-y-1=0$ . 由  $\rho=-4\sin \theta$ , 得  $\rho^2=-4\rho \sin \theta$ ,又  $x=\rho \cos \theta, y=\rho \sin \theta$ , 可得  $C_2$  的直角坐标方程为  $x^2+y^2+4y=0$ .(2)设  $A\left(\frac{1}{2}t_1, \frac{\sqrt{3}}{2}t_1-1\right), B\left(\frac{1}{2}t_2,$  $\frac{\sqrt{3}}{2}t_2-1\right)$ , 把  $\begin{cases} x=\frac{1}{2}t, \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1 \end{cases}$  代入  $x^2+y^2+$  $4y=0$  中, 得  $t^2+\sqrt{3}t-3=0$ .所以  $t_1+t_2=-\sqrt{3}, t_1t_2=-3$ .所以  $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|} = \frac{1}{|t_1|} + \frac{1}{|t_2|} =$  $\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|} = \frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|} = \frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|} =$  $\frac{\sqrt{(-\sqrt{3})^2-4(-3)}}{3} = \frac{\sqrt{15}}{3}$ .

1.  $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$  2.2  
3.3 4.1  
5.  $(-1, 1)$  6.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
7.  $(-2, 1)$  8.  $(-1, 1)$   
9.  $\frac{4}{3} + \log_2 3$  10.  $(-1, 2)$   
11.0 12.  $(1, 2)$

13.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$   
14.  $(-e^4, -e^2) \cup (e^2, e^4)$   
15.  $\left(0, \frac{\sqrt{15}}{15}\right) \cup \left(\frac{1}{e}, \frac{e}{3}\right]$   
16.  $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$  17.  $\left[-1, \frac{1}{2}\right)$   
18.  $\left(-\frac{1}{e^2}, 0\right)$

专题二 立体几何、空间向量  
参考答案

1. ③④ 2.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
3.  $\frac{\pi}{4}$  4.  $\frac{\pi}{4}$   
5. ①④ 6.  $\sqrt{3}$   
7. 4:29 8.  $45^\circ$   
9.  $\frac{1}{3}$  10.3

## 第 3 版

专题三 三角函数、平面向量、解三角形  
参考答案

1.  $\frac{2019}{2020}$  2.4.  $3\sqrt{3}$   
3.  $\frac{\pi}{2}$  4.  $\frac{3}{5}$   
5.  $\sqrt{14}$  6.  $\frac{4}{7}$   
7.  $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$  8.  $\frac{2\pi}{3}$   
9.  $\frac{4}{5}$  10.  $2\sqrt{3}$   
11.  $-\frac{3}{2}$  12.  $\frac{2}{3}$   
13.12 14. ②③④  
15.  $\sqrt{2}+1$  16.3  
17.  $\frac{5\sqrt{3}}{2}+3$

提示: 由正弦定理, 可得  $\sqrt{3} \cdot (\sin A \cos C + \sin C \cos A) = 2 \sin B \sin B$ , 即  $\sqrt{3} \sin B = 2 \sin^2 B$ , 所以  $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $B = \frac{\pi}{3}$ . 又  $\angle CAB = \frac{\pi}{3}$ , 所以  $\triangle ABC$  为等边三

角形. 在  $\triangle ADC$  中, 由余弦定理, 得  $AC^2 = 10 - 6 \cos D$ , 故四边形  $ABCD$  的面积为

$$S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AC^2 + \frac{3}{2} \sin D = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (10 - 6 \cos D) + \frac{3}{2} \sin D = \frac{5\sqrt{3}}{2} + 3 \sin \left(D - \frac{\pi}{3}\right),$$

所以当  $D - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ ,  $D = \frac{5\pi}{6}$  时, 四边形  $ABCD$  面积最大, 最大值为  $\frac{5\sqrt{3}}{2} + 3$ .

专题四 数列和不等式  
参考答案

- 1.9 2.15  
3.-3 或 2 4.  $n+2^{2n+1}-2$   
5.  $b^a > a^b > a^b$  6.12 或 13  
7.  $\frac{9}{4}$  8.  $2^{n+1}$   
9.  $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$  10.  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$   
11.  $(2n-3) \cdot 2^{n+1} + 6$  12.  $4\sqrt{2}$   
13.  $[-3, 4]$  14.  $(n-1)2^{n+1} + 2$   
15.4 16.  $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

提示: 因为  $S_{n+1} - 2(2a_n + 1) = 0$  ( $n \in \mathbf{N}_+$ ), 所以  $S_{n+1} = 4a_n + 2$ , 所以  $S_2 = 4a_1 + 2$ , 所以  $a_2 = 3a_1 + 2 = 8$ . 因为  $a_{n+2} = S_{n+2} - S_{n+1} = 4a_{n+1} - 4a_n$ , 所以  $a_{n+2} - 2a_{n+1} = 2(a_{n+1} - 2a_n)$ , 所以数列  $\{a_{n+1} - 2a_n\}$  是以  $a_2 - 2a_1 = 4$  为首项, 公比为 2 的等比数列, 所以  $a_{n+1} - 2a_n = 4 \times 2^{n-1} = 2^{n+1}$ , 即  $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = 1$ , 所以数列  $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$  是以 1 为首项, 1 为公差的等差数列, 所以  $\frac{a_n}{2^n} = 1 + (n - 1) = n$ , 即  $a_n = n \cdot 2^n$ , 所以  $f(n) = \frac{a_n}{2^{n-1}} - (-2n + 3) = 1 - 4n^2 + 6n - 1$ . 因为对称轴  $n = \frac{62}{8} = 7.75$ , 所以当  $n = 8$  时,  $f(n)$  取得最大值.

第 4 版  
专题五 直线和圆、圆锥曲线  
参考答案

1.  $y = -\frac{1}{8}$  2.8 或  $\frac{81}{8}$   
3.6 4.-1  
5.  $\sqrt{2} - 1$  6.  $y = \pm x$   
7.1 或 -5  
8.  $(-\infty, -2] \cup \left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$   
9.  $[6, +\infty)$  10.  $x + y - 4 = 0$   
11.  $[0, 3]$  12.  $3\sqrt{2} + 3$   
13.  $\frac{\sqrt{97}}{5}$  14.  $\frac{3}{4}$   
15.  $\frac{10}{3}$  16.  $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

17.  $(1, 1 + \sqrt{3}]$

提示: 由  $(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF_2}) \cdot \overrightarrow{F_2P} = 0$ , 得  $(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF_2}) \cdot (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OF_2}) = 0$ , 即为  $\overrightarrow{OP}^2 = \overrightarrow{OF_2}^2$ , 可得  $|OP| = c$ , 所以  $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$ .

设  $|PF_1| = m$ ,  $|PF_2| = n$ , 可得  $m - n = 2a$ , 且  $m^2 + n^2 = 4c^2$ , 令  $m = kn$ , 所以  $n = \frac{2a}{k-1}$ ,  $m = \frac{2ka}{k-1}$ . 在  $\triangle PF_1F_2$  中, 由勾股定理, 得  $|PF_1|^2 + |PF_2|^2 = 4c^2$ , 所以  $\left(\frac{2ka}{k-1}\right)^2 + \left(\frac{2a}{k-1}\right)^2 = 4c^2$ , 所以  $\left(\frac{k}{k-1}\right)^2 + \left(\frac{1}{k-1}\right)^2 = e^2$ . 又  $k \geq \sqrt{3}$ , 所以  $e^2 = \frac{k^2+1}{(k-1)^2} = 1 + \frac{2k}{(k-1)^2} = 1 + \frac{2}{k-2+\frac{1}{k}} \leq 1 + \frac{2}{\sqrt{3}-2+\frac{1}{\sqrt{3}}} = 4 + 2\sqrt{3}$ , 所以  $1 < e \leq 1 + \sqrt{3}$ .

专题六 概率与统计  
参考答案

- 1.808 2.  $\frac{1}{2}$   
3.50 76.4 4.  $\frac{2}{5}$   
5.96 6.  $\frac{1}{21}$   
7.  $\frac{3}{5}$  8.  $\frac{5}{12}$   
9.  $\frac{61}{125}$  10.  $\frac{23}{7}$   
11.  $\frac{11}{4}$   
12.0.5, 5

提示: 根据题意, 若从 A, B 盒中各取一个球,  $\xi$  表示所取的 2 个球中红球的个数, 则  $\xi$  可取的值为 0, 1, 2, 则  $P(\xi = 0) = \frac{10-m}{10} \times \frac{m}{10} = \frac{m(10-m)}{100}$ ,  $P(\xi = 1) = \frac{10-m}{10} \times \frac{10-m}{10} + \frac{m}{10} \times \frac{m}{10} = \frac{m^2 + (10-m)^2}{100} = \frac{m^2 - 10m + 50}{50}$ ,  $P(\xi = 2) = \frac{m}{10} \times \frac{10-m}{10} = \frac{m(10-m)}{100}$ , 则  $E(\xi) = 0 \times \frac{m(10-m)}{100} + 1 \times \frac{m^2 - 10m + 50}{50} + 2 \times \frac{m(10-m)}{100} = 1$ ,  $D(\xi) = (0-1)^2 \times \frac{m(10-m)}{100} + (1-1)^2 \times \frac{m^2 - 10m + 50}{50} + (2-1)^2 \times \frac{m(10-m)}{100} = \frac{m(10-m)}{50} = \frac{10m - m^2}{50} = \frac{-(m-5)^2 + 25}{50}$ , 当  $m = 5$  时,  $D(\xi)$  取得最大值, 且其最大值为  $\frac{25}{50} = 0.5$ .

## 数学

## 高考版(理)答案页第 10 期

## 第 39 期

## 第 1 版

## 专题一 三角与向量参考答案

1. (1)  $B = \frac{2\pi}{3}$ . (2)  $2\sqrt{11} + 6$ .  
2. (1)  $AD = 3$ . (2)  $\tan B = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .  
3. (1)  $\left[-\frac{\pi}{8} + k\pi, \frac{3\pi}{8} + k\pi\right]$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ .  
(2)  $[-1, 1]$ .  
4. (1)  $B = \frac{\pi}{3}$ . (2)  $a = 4$ ,  $c = 6$ .  
5. 选①②③,  $\triangle ABC$  的面积都为  $2\sqrt{3}$  或  $4\sqrt{3}$ .  
6. (1)  $g(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $g(x)$  在  $(0, \pi)$  上的单调递增区间为  $\left(0, \frac{\pi}{6}\right]$  和  $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right)$ . (2)  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ .

## 第 2 版

## 专题二 数列参考答案

1. (1)  $a_n = 2n - 1$ ,  $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ .  
(2)  $T_n = n^2 + 3(2^n - 1)$ .  
2. (1)  $a_n = 2n + 1$ . (2) 8.  
3. (1)  $a_n = n + 1$ ,  $n \in \mathbf{N}_+$ ,  $b_n = 2^n$ ,  $n \in \mathbf{N}_+$ .  
(2)  $c_n = n \cdot 2^{n+1}$ .  
4. 解: (1) 设等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 因为  $a_4, 3a_3, a_5$  成等差数列, 所以  $a_4 + a_5 = 6a_3$ , 即  $a_3q + a_3q^2 = 6a_3$ , 所以  $q^2 + q - 6 = 0$ , 所以  $q = 2$  或  $q = -3$ .  
又  $a_5 = 2a_2 + 4$ , 所以  $a_1q(q^2 - 2) = 4$ .  
因为  $a_1 > 0$ , 所以  $q = 2$ ,  $a_1 = 1$ , 所以  $a_n = 2^{n-1}$ .  
(2) 因为  $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = 2^n - 1$ ,  $10a_n = \lambda S_n + 2\lambda$ , 所以  $\lambda = \frac{10a_n}{S_n + 2} = \frac{5 \times 2^n}{2^n + 1} = 5 - \frac{5}{2^n + 1}$ .  
因为  $\lambda$  为整数, 所以  $n = 2$  时  $\lambda = 4$ , 所以存在  $n = 2$  时  $\lambda = 4$  满足条件.

5. 解: (1) 由题意知  $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 13, \\ 6a_2 = a_1 + a_3 + 8, \end{cases}$  可得  $a_2 = 3$ ,  $a_1 + a_3 = 10$ , 设递增的等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 得  $\frac{3}{q} + 3q = 10$ , 解得  $q = 3$  或  $q = \frac{1}{3}$  (舍去), 则  $a_n = a_2 q^{n-2} = 3 \cdot 3^{n-2} = 3^{n-1}$ .  
(2) 选①  $3S_n + b_n = 4$ , 当  $n \geq 2$  时,  $3S_{n-1} + b_{n-1} = 4$ , 又  $3S_n + b_n = 4$ , 两式相减可得  $3b_n + b_n - b_{n-1} = 0$ , 则  $b_n = \frac{1}{4} b_{n-1}$ , 可得  $\{b_n\}$  为首项为 1, 公比为  $\frac{1}{4}$  的等比数列, 则  $b_n = \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ .  
由  $c_n = a_n b_n = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ , 得  $T_n = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \frac{3}{4}} = 4 - 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$ , 由  $\{T_n\}$  为递增数列, 可得  $n = 1$  时,  $T_n$  取得最小值 1.

选②  $b_n = b_{n+1} + 2$  ( $n \geq 2$ ), 可得  $\{b_n\}$  为首项为 1, 公差为 2 的等差数列, 则  $b_n = 1 + 2 \cdot$

$(n-1) = 2n-1$ ,  $c_n = a_n b_n = (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ , 则  $T_n = 1 \times 3^0 + 3 \times 3^1 + 5 \times 3^2 + \cdots + (2n-1) \times 3^{n-1}$ ,  $3T_n = 1 \times 3 + 3 \times 3^2 + 5 \times 3^3 + \cdots + (2n-1) \times 3^n$ , 两式相减可得  $-2T_n = 1 + 2(3^1 + 3^2 + \cdots + 3^{n-1}) - (2n-1) \cdot 3^n = 1 + 2 \cdot \frac{3(1-3^{n-1})}{1-3} - (2n-1) \cdot 3^n$ , 化简得,  $T_n = 1 + (n-1) \cdot 3^n$ , 由  $\{T_n\}$  为递增数列, 可得  $n = 1$  时,  $T_n$  取得最小值 1.  
选③  $5b_n = -b_{n-1}$  ( $n \geq 2$ ), 得  $\{b_n\}$  为首项为 1, 公比为  $-\frac{1}{5}$  的等比数列, 则  $b_n = \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$ . 由  $c_n = a_n b_n = \left(-\frac{3}{5}\right)^{n-1}$ , 得  $T_n = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^n = \frac{5}{8} - \frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^n$ ,  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{2}{5}$ , 当  $n$  为奇数时,  $\frac{5}{8} < T_n \leq 1$ ; 当  $n$  为偶数时,  $T_n \geq \frac{2}{5}$ , 可得  $n = 2$  时,  $T_n$  取得最小值  $\frac{2}{5}$ .

## 第 3 版

## 专题三 概率与统计参考答案

1. (1) 列联表略, 有 97.5% 的把握认为这 200 位参与调查者是否准备购买该品牌手机与性别有关. (2)  $\frac{3}{5}$ .  
2. (1)  $\hat{y} = 11 + \frac{100}{x}$ .  
(2) 用反比例函数模型拟合效果更好, 当产量为 10 千件时, 每件产品的非原料成本为 21 元.  
(3) 企业要想获得更高利润, 产品单价应选择 90 元. 理由略.  
3. (1) 20. (2) 0.3.  
(3) 会选择 B 餐厅用餐. 理由略.  
4. 解: (1) 因为  $\xi$  服从正态分布  $N(270, 5^2)$ , 所以  $P(260 < x \leq 265) = \frac{P(260 < x \leq 280) - P(265 < x \leq 275)}{2} \approx \frac{0.9544 - 0.6826}{2} = 0.1359$ , 所以质量指标在  $(260, 265]$  内的排球约为  $1000 \times 0.1359 \approx 136$  个.  
(2) (i) 中国队前三场赢两场, 第四场必赢,  $f(p) = C_3^2 p^2(1-p)$ , 因此  $f'(p) = 3[3p^2 \cdot (1-p) - p^3] = 3p^2(3-4p)$ . 令  $f'(p) = 0$ , 得  $p = \frac{3}{4}$ , 当  $p \in \left(0, \frac{3}{4}\right)$  时,  $f'(p) > 0$ ,  $f(p)$  在  $\left(0, \frac{3}{4}\right)$  上为增函数; 当  $p \in \left(\frac{3}{4}, 1\right)$  时,  $f'(p) < 0$ ,  $f(p)$  在  $\left(\frac{3}{4}, 1\right)$  上为减函数. 所

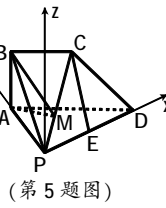
以  $f(p)$  的最大值点  $p_0 = \frac{3}{4}$ .  
(ii)  $X$  的可能取值为 3, 2, 1, 0,  
 $P(X=3) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 + C_2^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \frac{1}{4} = \frac{189}{256}$ ,  
 $P(X=2) = C_2^1 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{81}{512}$ ,  
 $P(X=1) = C_2^0 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{27}{512}$ ,  
 $P(X=0) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 + C_2^1 \times \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{13}{256}$ .  
所以  $X$  的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{13}{256}$	$\frac{27}{512}$	$\frac{81}{512}$	$\frac{189}{256}$

## 第 4 版

## 专题四 立体几何参考答案

1. (1) 证明略. (2)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .  
2. (1) 证明略. (2)  $\frac{\sqrt{2}}{10}$ .  
3. (1) 证明略. (2)  $PA = 4\sqrt{3}$ .  
4. (1) 当  $Q$  是  $C, C$  中点时, 直线  $D_1Q, DC, AP$  交于一点. 理由略.  
(2) 存在点  $Q$  满足题意, 且点  $Q$  为  $CC_1$  的中点.  
5. (1) 证明略.  
(2) 解: 以  $P$  为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系, 则  $P(0, 0, 0), B(0, 1, 1), C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 1\right), E\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, 0\right)$ .  
设  $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{1}{2}a, a\right)$  ( $0 \leq a \leq 1$ ), 则  $\overrightarrow{BM} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{1}{2}a - 1, a - 1\right), \overrightarrow{CE} = \left(0, -\frac{1}{2}, -1\right)$ , 所以  $|\cos \langle \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CE} \rangle| = \left| \frac{\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CE}}{|\overrightarrow{BM}| |\overrightarrow{CE}|} \right| = \left| \frac{\frac{3}{2} - \frac{5}{4}a}{\sqrt{2a^2 - 3a + 2} \times \frac{\sqrt{5}}{2}} \right| = \frac{\sqrt{10}}{5}$ , 得  $a = \frac{2}{3}$ , 所以  $\overrightarrow{BM} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ , 且  $\overrightarrow{AB} = (0, 0, 1)$ .  
设平面  $ABM$  的法向量为  $n = (x, y, z)$ , 由  $\begin{cases} n \cdot \overrightarrow{BM} = 0, \\ n \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \end{cases}$  得  $\begin{cases} \sqrt{3}x - 2y - z = 0, \\ z = 0, \end{cases}$  令  $x = 2$ , 则  $n = (2, \sqrt{3}, 0)$ . 取平面  $PAB$  的一个法向量为  $m = (1, 0, 0)$ , 则  $\cos \langle m, n \rangle = \frac{m \cdot n}{|m| |n|} = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ , 故二面角  $M-AB-P$  的余弦值为  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ .



(第 5 题图)