第 4 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.D

提示:若$|a|=|b|$,则 a=b,显然 a,b 异号不成立;

若$|a|>|b|$,则 a>b,利用 a=-3,b=1,满足条件,不满足结果,B 不正确;

若 a=0<b=5,则$|a|>|b|$不成立,C 不正确;

若$|a|=|b|$,则 $a=\pm b$,成立.故选D.

2.A

3.C

4.D

5.B

提示:$q=\sqrt{ab+\frac{mad}{n}+\frac{nbc}{m}+cd}$

$\geqslant\sqrt{ab+2\sqrt{abcd}+cd}$

$=\sqrt{ab}+\sqrt{cd}$

=p.

6.C

提示:选项 A 中命题条件较少,不足以正面证明;选项 B 中命题是否定性命题,可以用反证法证明;选项 D 中命题是至少性命题,可以用反证法证明.选项 C 不适合用反证法证明.故选 C.

7.B

8.B

9.C

提示:假设 $c\parallel b$,而由 $c\parallel a$,可得 $a\parallel b$,这与 a,b 异面矛盾,故 c 与 b 不可能是平行直线.故选 C.

10.B

提示:分$\triangle ABC$ 的直线只能过一个顶点且与对边相交,如直线 AD(点 D 在 BC 上),则$\angle ADB+\angle ADC=\pi$,若$\angle ADB$ 为钝角,则$\angle ADC$ 为锐角.而$\angle ADC>\angle BAD$,$\angle ADC>\angle ABD$,$\triangle ABD$ 与$\triangle ACD$ 不可能相似,与已知不符,只有当$\angle ADB=\angle ADC=\angle BAC=90°$时,才符合题意.

11.C

提示:由于 a,b,c 不全相等,则 a−b,b−c,c−a 中至少有一个不为 0,故①正确;②显然成立;令 a=2,b=3,c=5,满足 $a\neq c$,$b\neq c$,$a\neq b$,故③错.

12.C

二、填空题

13.$a\neq1$ 或 $b\neq1$

14.④

提示:因为$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$,所以$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OC}$,所以$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$,所以四边形 ABCD 为平行四边形.

15.$AC\perp BD$

提示:从结论出发,找一个使$A_1C\perp B_1D_1$成立的充分条件.因而可以是:$AC\perp BD$ 或四边形 ABCD 为正方形.

16.②③

三、解答题

17.**证明**:若证$\frac{|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|}\leqslant\sqrt{2}$,

只需证$|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|\leqslant\sqrt{2}|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$,

只需证$(|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|)^2\leqslant(\sqrt{2}|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|)^2$,

即证$\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+2|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\leqslant2\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{b}^2+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$,

因为非零向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,且$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,

所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,

即证$2|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\leqslant\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2$,

即证$(|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|)^2\geqslant0$,显然成立,

所以原不等式成立.

18.**证明**:假设$\frac{2}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$成立,则$\frac{2}{b}=\frac{a+c}{ac}=\frac{2b}{ac}$,所以 $b^2=ac$.

又因为 $b=\frac{a+c}{2}$,所以$\left(\frac{a+c}{2}\right)^2=ac$,即 $a^2+c^2=2ac$,即$(a-c)^2=0$,

所以 $a=c$,这与 a,b,c 两两不相等矛盾,

所以$\frac{2}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$不成立.

19.**证明**:因为 $a^3-b^3=a^2-b^2$ 且 $a\neq b$,

所以 $a^2+ab+b^2=a+b$,

由$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2>a^2+ab+b^2$,得$(a+b)^2>a+b$,

又 $a+b>0$,所以 $a+b>1$.

要证 $a+b<\frac{4}{3}$,即证 $3(a+b)<4$,

又因为 $a+b>0$,

所以只需证明 $3(a+b)^2<4(a+b)$,

又 $a+b=a^2+ab+b^2$,

即证 $3(a+b)^2<4(a^2+ab+b^2)$,也就是证明$(a-b)^2>0$.

因为 a,b 是不相等的两个正数,故$(a-b)^2>0$ 成立.

故 $a+b<\frac{4}{3}$成立.

综上,得 $1<a+b<\frac{4}{3}$.

20.(1)**解**:验证①式成立:

因为$\sqrt{2}>1.41$,所以 $2\sqrt{2}>2.82$,

所以 $2\sqrt{2}-1>1.82$,

又$\sqrt{3}<1.74$,

所以$\sqrt{3}<2\sqrt{2}-1$.

(2)一般结论为:若 $n\in N_+$,则$\sqrt{n+2}<2\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$.

证明:要证:$\sqrt{n+2}<2\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$,只需证:$\sqrt{n+2}+\sqrt{n}<2\sqrt{n+1}$,即证:$(\sqrt{n+2}+\sqrt{n})^2<(2\sqrt{n+1})^2$,即证:$2n+2+2\sqrt{n(n+2)}\leqslant4n+4$,即证:$\sqrt{n(n+2)}<n+1$,只需证:$n(n+2)<n^2+2n+1$,即证:0<1,显然成立,故$\sqrt{n+2}<2\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$.

21.**解**:假设三个方程均无实根,

则$\begin{cases}\Delta_1=16a^2-4(-4a+3)<0,\\ \Delta_2=(a-1)^2-4a^2<0,\\ \Delta_3=4a^2-4(-2a)<0,\end{cases}$

解得$\begin{cases}-\frac{3}{2}<a<\frac{1}{2},\\ a<-1或a>\frac{1}{3},即-\frac{3}{2}<a<-1,\\ -2<a<0,\end{cases}$

所以当$a\geqslant-1$或$a\leqslant-\frac{3}{2}$时,三个方程至少有一个方程有实根.

所以实数 a 的取值范围是$\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]\cup[-1,+\infty)$.

22.(1)**证明**:当 $a+b\geqslant0$ 时,$a\geqslant-b$ 且 $b\geqslant-a$.

因为 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上是增函数,

所以 $f(a)\geqslant f(-b)$,$f(b)\geqslant f(-a)$,

所以 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$.

(2)**解**:(1)中命题的逆命题为"如果 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$,那么 $a+b\geqslant0$",此命题成立.

用反证法证明如下:

假设 $a+b<0$,则 $a<-b$,

所以 $f(a)<f(-b)$.

同理可得 $f(b)<f(-a)$.

所以 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$,这与 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$矛盾,

故假设不成立.

所以 $a+b\geqslant0$ 成立,即(1)中命题的逆命题成立.

第 1 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1~6.CBDDDB

7.A

提示:用残差图判断模型的拟合效果,残差点比较均匀地落在水平的带状区域中,说明这样的模型比较合适.带状区域的宽度越窄,说明模型的拟合精度越高.故选 A.

8.A

提示:根据所给表格的数据,结合 K^2 计算公式,可得 K^2 的观测值为 $k=\frac{200\times(20\times40-60\times80)^2}{100\times100\times80\times120}=\frac{100}{3}>10.828$,所以至少有 99.9%的把握认为"发病与没接种疫苗有关".故选 A.

9.C

提示:由题意可得$\bar{x}=\frac{1}{5}\times(2+4+5+6+8)=5$,$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(3+4.5+m+7.5+9)=\frac{m+24}{5}$,则样本点的中心为$\left(5,\frac{m+24}{5}\right)$,则$\frac{m+24}{5}=1.05\times5+0.85$,解得 m=6.5.故选 C.

10.B

11.A

提示:由题意,得 $2\ln y=-\frac{1}{3}(2x-3)^2+2$,则 $\ln y=-\frac{1}{6}(2x-3)^2+1$,则 $y=e^{-\frac{1}{6}(2x-3)^2+1}$,故当 $x=\frac{3}{2}$时,变量 y 的估计值的最大值为 e.故选 A.

12.D

二、填空题

13.100

14.有

15.5.95

提示:由表格中的数据求得$\bar{x}=\frac{3+4+5+6}{5}=4.5$,$\bar{y}=\frac{2.5+3+4+4.5}{5}=3.5$.

所以样本点的中心为(4.5,3.5),代入$\hat{y}=mx+0.35$,得 3.5=4.5m+0.35,

解得 m=0.7.

所以线性回归方程为$\hat{y}=0.7x+0.35$,当 x=8 时,得$\hat{y}=5.95$.

16.①③

提示:因为 $K^2\approx3.918>3.841$,$P(K^2\geqslant3.841)\approx0.05$,

所以有 95%的把握认为"这种血清能起到预防感冒的作用",

即这种血清预防感冒的有效率为 95%.故①③正确.

三、解答题

17.**解**:$\bar{x}=\frac{1}{5}\times(14+16+18+20+22)=18$,

$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(12+10+7+5+3)=7.4$,

$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=14^2+16^2+18^2+20^2+22^2=1660$,

$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=14\times12+16\times10+18\times7+20\times5+22\times3=620$.

所以$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5\bar{x}^2}=\frac{620-5\times18\times7.4}{1660-5\times18^2}=-1.15$,

$\hat{a}=7.4+1.15\times18=28.1$.

所以所求回归直线方程是$\hat{y}=-1.15x+28.1$.

列表:

$y_i-\hat{y}_i$	0	0.3	-0.4	-0.1	0.2
$y_i-\bar{y}$	4.6	2.6	-0.4	-2.4	-4.4

所以$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\hat{y}_i)^2=0.3$,$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=53.2$,

$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{5}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2}\approx0.994$.

所以回归模型的拟合效果很好.

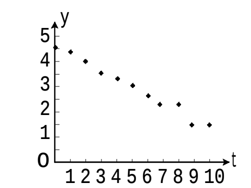
18.**解**:对 $U=Ae^{bt}$ 两边取自然对数,得 $\ln U=\ln A+bt$,

令 $y=\ln U$,$a=\ln A$,则 $y=bt+a$.列表:

t	0	1	2	3	4	5
lnU(y)	4.6	4.3	4.0	3.7	3.4	3.0

t	6	7	8	9	10
lnU(y)	2.7	2.3	2.3	1.6	1.6

其散点图如图所示:



(第 18 题图)

由散点图可知 y 与 t 具有线性关系,可用$\hat{y}=\hat{b}t+\hat{a}$来表示.

经计算,得

$\hat{b}=-0.313$,$\hat{a}=4.609$,

所以$\hat{y}=-0.313t+4.609$,

即$\ln U=-0.313t+4.609$,所以所求回归方程是$U=e^{-0.313t+4.609}$.

19.**解**:依题意,得随机变量 K^2 的观测值

$k=\frac{913\times(478\times24-399\times12)^2}{490\times423\times877\times36}\approx6.233>5.024$.

所以在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为"文科学生总成绩不好与数学成绩不好有关系".

20.**解**:由列联表,得 K^2 的观测值

$k=\frac{65\times[a(30+a)-(15-a)(20-a)]^2}{20\times45\times15\times50}$

$=\frac{13\times(65a-300)^2}{50\times45\times60}$

$=\frac{13\times(13a-60)^2}{90\times60}$.

由题意,知 k>2.706,

得$(13a-60)^2>\frac{270.6\times54}{13}\approx1124.03$.

由 a>5 且 15-a>5,得 5<a<10.由于 a 为正整数,故 a=6 或 a=7 或 a=8 或 a=9,一一代入验证知只有 a=8 或 a=9 满足题意.故 a=8 或 a=9.

21.**解**:(1)由已知计算,得

$\bar{x}=4$,$\bar{y}=5$,$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=90$,$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=112.3$.

所以$\hat{b}=\frac{112.3-5\times4\times5}{90-5\times4^2}=1.23$,

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=5-1.23\times4=0.08$.

故所求线性回归方程为$\hat{y}=1.23x+0.08$.

(2)由公式,得$\hat{y}_1=2.54$,$\hat{y}_2=3.77$,$\hat{y}_3=5$,$\hat{y}_4=6.23$,$\hat{y}_5=7.46$,

所以$\hat{e}_1=-0.34$,$\hat{e}_2=0.03$,$\hat{e}_3=0.5$,$\hat{e}_4=0.27$,$\hat{e}_5=-0.46$.

故残差平方和为$(-0.34)^2+0.03^2+0.5^2+0.27^2+(-0.46)^2=0.651$.

(3)因为$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=15.78$,

所以 $R^2=1-\frac{0.651}{15.78}\approx0.9587$.

22.**解**:(1)该市一天的空气质量等级为 1 的概率为$\frac{2+16+25}{100}=\frac{43}{100}$;

该市一天的空气质量等级为 2 的概率为$\frac{5+10+12}{100}=\frac{27}{100}$;

该市一天的空气质量等级为 3 的概率为$\frac{6+7+8}{100}=\frac{21}{100}$;

该市一天的空气质量等级为 4 的概率为$\frac{7+2+0}{100}=\frac{9}{100}$.

(2)由题意可得,一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值为$\bar{x}=\frac{1}{100}\times(100\times20+300\times35+500\times45)=350$.

(3)根据所给数据,可得下面的 2×2 列联表:

	人次≤400	人次>400	总计
空气质量好	33	37	70
空气质量不好	22	8	30
总计	55	45	100

由表中数据可得,K^2的观测值为

$k=\frac{100\times(33\times8-37\times22)^2}{70\times30\times55\times45}\approx5.820>3.841$,

所以有 95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关.

① 第 2 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、选择题

1.D　2.A　3.B　4.C　5.D　6.D

7.B

提示：因为相应于点(3,6.5)的残差为-0.1，

所以 $6.5=6+\hat{a}-0.1$，解得 $\hat{a}=0.6$.

8.C

提示：由列联表得 K^2 的观测值 $k=\frac{992\times(700\times32-60\times200)^2}{760\times232\times900\times92}\approx7.349>6.635$，所以在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“患肝病与嗜酒有关”，即至少有 99% 的把握认为“患肝病与嗜酒有关”.因此②③正确.故选 C.

9.C

提示：当 $x=2$ 时，$\hat{y}=5$；当 $x=3$ 时，$\hat{y}=7$；当 $x=4$ 时，$\hat{y}=9$，所以 $\hat{e}_1=4.9-5=-0.1$，$\hat{e}_2=b-7$，$\hat{e}_3=9.1-9=0.1$.

所以 $(-0.1)^2+(b-7)^2+(0.1)^2=0.03$，

解得 $b=6.9$ 或 7.1，故选 C.

10.A

提示：当 b，d 一定时，$\frac{a}{a+10}$ 与 $\frac{c}{c+30}$ 相差越大，K^2 就越大，即 X 与 Y 有关系的可能性越大，而当 $|30a-10c|$ 越大时，$\frac{a}{a+10}$ 与 $\frac{c}{c+30}$ 相差越大，结合选项，故选 A.

11.D

12.B

提示：因为 X 和 Y 有关系的可信程度是 90%，则 K^2 所在的范围为 $(2.706,3.841]$.

根据 $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$ 及 $a=10$，$b=21$，$c+d=35$，将 c 的值代入检验，得 $c=5$ 符合题意.故选 B.

二、填空题

13.1

提示：由所有样本点都在直线 $2x+y-1=0$ 上，得残差平方和为 0，所以 $R^2=1$.

14.5%

15.$c+bx$

16.②④⑤

提示：独立性检验主要对两个分类变量是否有关系进行检验，主要涉及两种变量对同一种事情的影响，或者是两种变量在同一问题上体现的区别等，由此可得用独立性检验可以解决的问题有②④⑤.

三、解答题

17.**解**：由表中数据得 $\bar{x}=19.5$，$\bar{y}=\frac{28.2+y_2}{4}$，$\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2=137$，$\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=88.2-2.5y_2$，

代入 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2}$，

得 $0.5=\frac{88.2-2.5y_2}{137}$，

解得 $y_2=7.88$.

所以 $\bar{y}=9.02$，

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=9.02-0.5\times19.5=-0.73$.

18.**解**：对于题中三种心理障碍分别构造三个随机变量 K_1^2，K_2^2，K_3^2，它们的观测值分别为 k_1，k_2，k_3.

由表中数据可得

$k_1=\frac{110\times(5\times60-25\times20)^2}{30\times80\times25\times85}\approx0.863<1.323$，

$k_2=\frac{110\times(10\times70-20\times10)^2}{30\times80\times20\times90}\approx6.366>5.024$，

$k_3=\frac{110\times(15\times30-15\times50)^2}{30\times80\times65\times45}\approx1.410<2.072$.

所以没有充分的证据显示焦虑与性别有关；在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下，认为说慌与性别有关；没有充分的证据显示懒惰与性别有关.所以这三种心理障碍中说慌与性别关系最大.

19.**解**：(1)$\bar{x}=\frac{1}{5}\times(1+2+3+4+5)=3$，$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(9+12+17+21+26)=17$，

所以 $\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=(-2)\times(-8)+(-1)\times(-5)+0+1\times4+2\times9=43$，

$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=4+1+0+1+4=10$，所以 $\hat{b}=\frac{43}{10}=4.3$，$\hat{a}=17-4.3\times3=4.1$，所以 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=4.3x+4.1$，当 $x=6$ 时，$\hat{y}=29.9$，故预测 2020 年该网站“双11”当天的交易额约为 29.9 百亿元.

(2)$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=64+25+16+81=186$，

$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\hat{y}_i)^2=(9-8.4)^2+(12-12.7)^2+(17-17)^2+(21-21.3)^2+(26-25.6)^2=1.1$，所以 $R^2=1-\frac{1.1}{186}\approx0.9941$，因为 0.9941 与 1 非常接近，所以我认为这个模型能够较好地刻画年份与交易额之间的关系.

20.**解**：(1)由题意建立 2×2 列联表如下：

	患颈椎病	没患颈椎病	总计
经常上网	43	27	70
不经常上网	21	33	54
总计	64	60	124

(2)根据列联表中的数据，得到

$k=\frac{124\times(43\times33-27\times21)^2}{70\times54\times64\times60}$

$\approx6.201>5.024$.

因此，在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下，认为患颈椎病与经常上网有关系.

21.**解**：(1)对于函数 $y=ax^b$，作变换 $u=\ln y$，$v=\ln x$，$c=\ln a$，得线性函数 $u=c+bv$.

列表如下：

i	v_i	u_i	v_i^2	u_iv_i
1	-0.36	-2.50	0.1296	0.9000
2	0.10	-1.39	0.0100	-0.1390
3	0.92	0.59	0.8464	0.5428
4	1.59	2.42	2.5281	3.8478
5	2.09	3.62	4.3681	7.5658
6	2.32	4.20	5.3824	9.7440
7	2.60	4.90	6.7600	12.7400
$\sum$	9.26	11.84	20.0246	35.2014

由此可得 $\bar{v}\approx1.323$，$\bar{u}\approx1.691$，进而可求得 $\hat{b}\approx2.514$，$\hat{c}=\bar{u}-b\bar{v}\approx-1.635$.

所以 $a=e^{-1.635}\approx0.195$，$b\approx2.514$.

(2)由(1)知 $y=0.195x^{2.514}$，当水高为 6.5cm 时，流量的估计值为 $0.195\times6.5^{2.514}\approx21.562$($m^3$/min).

22.**解**：(1)用频率估计概率，从而得到“该市一天空气中 PM2.5 浓度不超过 75，且 SO_2 浓度不超过 150”的概率 $P=\frac{32+18+6+8}{100}=0.64$.

(2)根据所给数据，可得下面的 2×2 列联表：

PM2.5 \ SO_2	[0,150]	(150,475]
[0,75]	64	16
(75,115]	10	10

(3)根据(2)中的列联表，

得 K^2 的观测值为

$k=\frac{100\times(64\times10-16\times10)^2}{80\times20\times74\times26}$

$\approx7.484>6.635$，

故有 99% 的把握认为该市一天空气中 PM2.5 浓度与 SO_2 浓度有关.

第 3 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.C

2.B

提示：四面体的各面均为三角形.

3.B

提示：该数列可写为 $\frac{7}{9}\times(10-1)$，$\frac{7}{9}\times(100-1)$，$\frac{7}{9}\times(1000-1)$，…，从而通项公式 $a_n=\frac{7}{9}(10^n-1)$.

4.D

提示：A 为类比推理，B 为归纳推理，C 为类比推理，D 为演绎推理.

5.A

提示：菱形的对角线不一定相等，所以大前提错误.

6.B

7.A

8.C

提示：通过计算，得 $a_2=1$，$a_3=\frac{4}{3}$，$a_4=2$，$a_5=0$.依此类推，知 $\{a_n\}$ 是周期为 4 的数列，因此 a_{100} 的值为 2.故选 C.

9.D

提示：自然数 n^2 的分拆中最大的数是 $2n-1$，故 289 的分拆中最大的数是 $2\times17-1=33$，所以中位数是 $\frac{1}{2}\times(1+33)=17$.

10.B

提示：①②的结论错误，③的结论正确.

11.A

12.C

二、填空题

13.②

14.$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}<\frac{2n-1}{n}$ $(n\geqslant2, n\in N_+)$

15.2

16.2×7^n

三、解答题

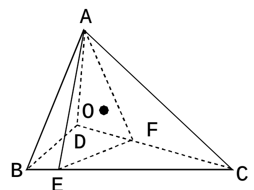
17.**解**：(1)补充表格如下：

	交点数	边数	区域数
(A)	4	5	2
(B)	5	8	4
(C)	8	12	5
(D)	10	15	6

(2)观察表格，若记一个平面图形的交点数、边数、区域数分别为 E、F、G，

猜想 E、F、G 之间的数量关系为 $E+G-F=1$.

18.**解**：如图，截面 AEF 经过四面体 ABCD 的内切球（与四个面都相切的球）的球心 O，且与 BC，DC 分别交于 E，F，若截面将四面体分为体积相等的两部分，则四棱锥 A-BEFD 与三棱锥 A-EFC 的表面积相等.



(第 18 题图)

19.**解**：$x+y=(x+y)\left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}\right)=a+b+\frac{ay}{x}+\frac{bx}{y}\geqslant a+b+2\sqrt{ab}=18$.

又 $a+b=10$，　①

所以 $ab=16$.　②

由①②及 $a>b$，

解得 $a=8$，$b=2$.

20.**证明**：一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数，(大前提)

而 $f(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=-\frac{2^x-1}{2^x+1}=-f(x)$，(小前提)

所以 $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$ 是奇函数.(结论)

21.**解**：(1)选择②式，计算如下：

$\sin^2 15°+\cos^2 15°-\sin 15°\cos 15°=1-\frac{1}{2}\sin 30°=\frac{3}{4}$.

(2)三角恒等式：$\sin^2\alpha+\cos^2(30°-\alpha)-\sin\alpha\cos(30°-\alpha)=\frac{3}{4}$.

证明如下：

$\sin^2\alpha+\cos^2(30°-\alpha)-\sin\alpha\cos(30°-\alpha)$

$=\frac{1-\cos2\alpha}{2}+\frac{1+\cos(60°-2\alpha)}{2}-\sin\alpha\cdot(\cos30°\cos\alpha+\sin30°\sin\alpha)$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2\alpha+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}(\cos60°\cos2\alpha+\sin60°\sin2\alpha)-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin^2\alpha$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2\alpha+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cos2\alpha+\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\sin2\alpha-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin2\alpha-\frac{1}{4}(1-\cos2\alpha)$

$=1-\frac{1}{4}\cos2\alpha-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cos2\alpha=\frac{3}{4}$.

22.(1)**解**：因为 $2=1+1$，$4=2+2$，$6=2+4$，所以数集 $\{1,2,4,6\}$ 具有性质 P.

因为不存在 $a_i,a_j\in\{1,3,4,7\}$，使得 $3=a_i+a_j$，所以数集 $\{1,3,4,7\}$ 不具有性质 P.

(2)**证明**：因为数集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 具有性质 P，

所以 $\exists i,j(1\leqslant i\leqslant j\leqslant n)$，使得 $a_4=a_i+a_j$.

又因为 $1=a_1<a_2<\cdots<a_n$，$n\geqslant4$，所以 $a_i,a_j\leqslant a_3$.所以 $a_4=a_i+a_j\leqslant2a_3$.

同理可得 $a_3\leqslant2a_2$，$a_2\leqslant2a_1$.

将以上各不等式相加，得 $a_2+a_3+a_4\leqslant2(a_1+a_2+a_3)$，所以 $a_4\leqslant2a_1+a_2+a_3$.

(3)**解**：由(2)可知 $a_2\leqslant2a_1$，$a_3\leqslant2a_2$，…，

因为 $a_1=1$，所以 $a_2\leqslant2$，$a_3\leqslant2^2$，…，$a_n\leqslant2^{n-1}$.若 $a_n=72$，则 $2^{n-1}\geqslant72$.

又 $2^6<72<2^7$，所以 $n-1>6$，得 $n>7$.

故 n 的最小值为 8.