第 4 期

第 2~3 版同步周测

一、单项选择题

1~8.DBCABBBB

二、多项选择题

9.CD　10.AD　11.BCD　12.BC

三、填空题

13.2　　14.$[2,3]$

15.1.16　　16.$[e+1,+\infty)$

四、解答题

17.**解**:(1)求 $g(x)=f(x)-x(x\geqslant 0)$ 的零点,即求方程 $f(x)=x(x\geqslant 0)$ 的解.由题意得,$2x-\frac{2}{x+1}=x$,整理,得 $x^2+x-2=0$,又 $x\geqslant 0$,解得 $x=1$,所以 $g(x)=f(x)-x(x\geqslant 0)$ 的零点为 1.

(2)若 $f(x)$ 为偶函数,设 $x<0$,则 $-x>0$,由题意得,$f(-x)=2(-x)-\frac{2}{-x+1}=-2x+\frac{2}{x-1}$,因为 $f(x)$ 为偶函数,所以 $f(x)=f(-x)=-2x+\frac{2}{x-1}$,$x<0$.由 $x<0$,$f(x)<-4x-3$,得 $-2x+\frac{2}{x-1}<-4x-3$,整理,得 $2x^2+x-1>0$,解得 $x<-1$,所以不等式的解集为 $(-\infty,-1)$.

18.**解**:(1)设 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$,

则 $f(0)=c=1$.

由 $f(x+1)-f(x)=2x$.

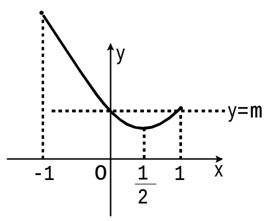
得 $a(x+1)^2+b(x+1)+c-ax^2-bx-c=2x$,

整理,得 $2ax+a+b=2x$,

所以 $a=1,b=-1,c=1$,

所以 $f(x)=x^2-x+1$.

(2)由在区间 $[-1,1]$ 上,$y=f(x)-m$ 有两个零点,可知 $y=m$ 与 $y=f(x)$ 有 2 个交点,由于 $f(-1)=3$,$f(1)=1$,$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$,结合函数的图象,可知 $\frac{3}{4}<m\leqslant 1$.所以实数 m 的取值范围是 $\left(\frac{3}{4},1\right]$.



(第 18 题图)

19.**解**:(1)因为当 $b=12$ 时,

$f(3)=\frac{3}{4}<\frac{3}{2}$,

所以当 $b=12$ 时不满足条件②.

(2)由条件①可知,$f(x)=\frac{x}{4}-\frac{b}{x}+4$ 在 $[3,6]$ 上单调递增,

所以当 $b\geqslant 0$ 时,满足条件;

当 $b<0$ 时,得 $2\sqrt{-b}\leqslant 3\Leftrightarrow -\frac{9}{4}\leqslant b<0$.

所以 $b\geqslant -\frac{9}{4}$.

由条件②可知,$f(x)\geqslant \frac{x}{2}$,

即不等式 $\frac{x}{4}+\frac{b}{x}\leqslant 4$,在 $[3,6]$ 上恒成立,所以 $\begin{cases}\frac{3}{4}+\frac{b}{3}\leqslant 4,\\ \frac{6}{4}+\frac{b}{6}\leqslant 4,\end{cases}$ 得 $b\leqslant \frac{39}{4}$.

综上,b 的取值范围是 $\left[-\frac{9}{4},\frac{39}{4}\right]$.

20.**解**:(1)当 $m=0$ 时,

$f(x)=\begin{cases}2^{|x|},x\leqslant 0,\\ |\lg x|+1,x>0.\end{cases}$

令 $y=f(x)-2=0$,得 $f(x)=2$,

则 $|\lg x|+1=2$ 或 $2^{|x|}=2$,

解 $|\lg x|+1=2$,得 $x=10$ 或 $x=\frac{1}{10}$;

解 $2^{|x|}=2$,得 $x=-1$ 或 $x=1$(舍去).

所以当 $m=0$ 时,函数 $y=f(x)-2$ 的零点为 $-1,\frac{1}{10},10$,共 3 个.

(2)令 $[f(x)]^2-3f(x)=0$,

得 $f(x)=0$ 或 $f(x)=3$,

由题意知 $f(x)>0$ 恒成立,

所以 $f(x)=3$ 必须有 3 个实根,

即 $|\lg x|+1=3$ 和 $2^{|x|}=3$ 共有 3 个根,

①解 $2^{|x|}=3$,得 $x=-\log_2 3$ 或 $x=\log_2 3>1$(舍去),故有 1 个根;

②解 $|\lg x|+1=3$,得 $x=100$ 或 $x=\frac{1}{100}$.

要使得两根都满足题意,则有 $m<\frac{1}{100}$,又 $0\leqslant m<1$,所以 $0\leqslant m<\frac{1}{100}$,所以实数 m 的取值范围为 $\left[0,\frac{1}{100}\right)$.

21.**解**:(1)当 $m=1$ 时,

$f(x)=\sin x+\cos x-\sin x\cos x+1$,

令 $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$,且 $t^2=1+2\sin x\cos x$,

所以 $\sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}$,

则 $f(t)=t-\frac{t^2-1}{2}+1=-\frac{1}{2}(t-1)^2+2$.

因为 $t\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$,

所以当 $t=1$ 时,函数 $f(x)$ 取最大值为 2,此时 $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$,

解得 $x=2k\pi$ 或 $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

(2)因为 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},2\pi\right]$,所以 $x+\frac{\pi}{4}\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{9\pi}{4}\right]$,则 $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$,则 $f(t)=t-m\cdot\frac{t^2-1}{2}+1$,令 $f(t)=0$,则 $t+1=m\cdot\frac{t^2-1}{2}$,

易知 $t=-1$ 是方程 $f(t)=0$ 的一个解,且 $-1=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 在 $x+\frac{\pi}{4}\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{9\pi}{4}\right]$ 有三个 x 与之对应;

当 $t\neq -1$ 时,由 $t+1=m\cdot\frac{t^2-1}{2}$,得 $t=\frac{2}{m}+1$,故 $t=\frac{2}{m}+1=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 在 $x+\frac{\pi}{4}\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{9\pi}{4}\right]$ 也需有三个 x 与之对应,故 $\frac{2}{m}+1\in(-1,1]$,解得 $m<-1$,

所以实数 m 的取值范围为 $(-\infty,-1)$.

22.(1)**证明**:当 $a=-e$ 时,由 $f(x)=x$,得 $\frac{e^x}{x}-ex+e\ln x=0$.令 $F(x)=\frac{e^x}{x}-ex+e\ln x(x>0)$,则 $F'(x)=\frac{xe^x-e^x}{x^2}-e+\frac{e}{x}=\frac{e(x-1)(e^{x-1}-x)}{x^2}$,

易知 $e^{x-1}\geqslant x$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立,

故当 $x\in(0,1)$ 时,$F'(x)<0$,$F(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减,

当 $x\in(1,+\infty)$ 时,$F'(x)>0$,$F(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,

所以 $[F(x)]_{\min}=F(1)=e-e+e\ln 1=0$,

所以方程 $\frac{e^x}{x}-ex+e\ln x=0$ 有唯一实数根 $x_0=1$,故 $f(x)$ 有唯一不动点.

(2)**解**:$f(x)$ 有两个不动点等价于函数 $h(x)=\frac{e^x}{x}+a\ln\frac{e^x}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的零点.

令 $t=\frac{e^x}{x}$,则易知当 $x\in(0,1)$,t 单调递减,$x\in(1,+\infty)$,t 单调递增,所以 $t_{\min}=\frac{e}{1}=e$,所以 $t\geqslant e$,所以 $h(x)=g(t)=t+a\ln t$,函数 $h(x)$ 有两个零点等价于函数 $g(t)$ 在 $(e,+\infty)$ 上有唯一零点,即方程 $\frac{1}{a}=-\frac{\ln t}{t}$ 在 $(e,+\infty)$ 上有唯一解,令 $G(t)=-\frac{\ln t}{t}(t>e)$,因 $G'(t)=\frac{\ln t-1}{t^2}>0$,故 $G(t)$ 在 $(e,+\infty)$ 上单调递增,且 $t\to+\infty$ 时,$G(t)\to 0$,故 $-\frac{1}{e}<\frac{1}{a}<0$,所以 $a<-e$,所以 a 的取值范围是 $(-\infty,-e)$.

2020-2021 学年

数学·新高考答案页第 1 期

学习周报® ①

第 1 期

第 2~3 版同步周测

一、单项选择题

1~8.CDBBBACB

二、多项选择题

9.AC　10.AB　11.BD　12.BD

三、填空题

13.$\{x|x>0\}$

14.$-\frac{3}{2}$

15.$(-\infty,-3]$

16.④

四、解答题

17.**解**:(1)因为集合 $M=\{x|y=\lg(3x-x^2),x\in\mathbf{R}\}=\{x|0<x<3\}$,$N=\left\{y\middle|y=\left(\frac{1}{2}\right)^x,x<0\right\}=\{y|y>1\}$,

所以 $M\cap N=\{x|1<x<3\}$.

(2)因为 $A\otimes B=\{x|x\in A\cup B$ 且 $x\notin A\cap B\}$,$M\cup N=\{x|x>0\}$,

$M\cap N=\{x|1<x<3\}$,

所以 $M\otimes N=\{x|0<x\leqslant 1$,或 $x\geqslant 3\}$.

18.**解**:(1)依题意 $A=\{x|1<x<4\}$,$B=\{x|0<x<\pi\}$,所以 $A\cup B=\{x|0<x<4\}$.

(2)因为 $A\cap C=C$,

所以 $C\subseteq A$.

①当 $C=\varnothing$ 时,$a\leqslant 1$,满足题意;

②当 $C\neq\varnothing$ 时,$a>1$,

因为 $C\subseteq A$,所以 $a\leqslant 4$,

所以 $1<a\leqslant 4$.

综上,a 的取值范围是 $\{a|a\leqslant 4\}$.

19.**解**:(1)因为满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$,

所以 $-1+n>0$,解得 $n>1$.

故要使 p 成立,n 的取值范围是 $(1,+\infty)$.

(2)方程 $\frac{x^2}{n-k}-\frac{y^2}{2}=1$ 表示焦点在 x 轴上的双曲线,则 $n-k>0$,解得 $n>k$.

若 p 成立是 q 成立的充分条件,则 $k\leqslant 1$,所以实数 k 的取值范围为 $(-\infty,1]$.

20.**解**:(1)当 $m>0$ 时,不等式显然有解;

当 $m=0$ 时,$2x-1>0$ 有解;

当 $m<0$ 时,若 $mx^2+2x-1>0$ 有解,

则 $\Delta=4+4m>0$,所以 $-1<m<0$.

综上,当 q 为真命题时,实数 m 的取值范围为 $(-1,+\infty)$.

(2)因为"$p\wedge q$"为假命题,"$p\vee q$"为真命题,所以 p 与 q 必然一真一假.

若命题 p 为真命题,将方程 $mx^2+2y^2=2m$ 化为 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{m}=1$,表示焦点在 x 轴上的椭圆,则 $0<m<2$.

由(1)知,若 q 为真,则 $m>-1$.当 p 真 q 假时,有 $0<m<2$ 且 $m\leqslant -1$,

此时 $m\in\varnothing$;

当 p 假 q 真时,有 $m\leqslant 0$ 或 $m\geqslant 2$ 且 $m>-1$,所以 $-1<m\leqslant 0$ 或 $m\geqslant 2$.

故实数 m 的取值范围为 $(-1,0]\cup[2,+\infty)$.

21.**解**:(1)p 真时,则 $f'(x)=x^2+3(3-a)x+9\geqslant 0$ 恒成立,所以 $\Delta=9(3-a)^2-36\leqslant 0$,得 $1\leqslant a\leqslant 5$.

所以实数 a 的取值范围是 $[1,5]$.

(2)q 真:$k-1<x<k$,设集合 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 5\}$,集合 $B=\{x|k-1<x<k\}$,因为 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件,所以 q 是 p 的充分不必要条件,即 $B\subsetneqq A$,则有 $\begin{cases}k-1\geqslant 1,\\ k<5,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k-1>1,\\ k\leqslant 5,\end{cases}$ 所以实数 k 的取值范围是 $[2,5]$.

22.(1)**证明**:

因为 $f(x+2)+f(x)$

$=\cos\frac{\pi(x+2)}{3}+\cos\frac{\pi x}{3}$

$=\cos\left[\frac{\pi(x+1)}{3}+\frac{\pi}{3}\right]+\cos\left[\frac{\pi(x+1)}{3}-\frac{\pi}{3}\right]$

$=2\cos\frac{\pi(x+1)}{3}\cos\frac{\pi}{3}$

$=\cos\frac{\pi(x+1)}{3}$

$=f(x+1)$,

所以 $f(x+2)=f(x+1)-f(x)$,

所以 $f(x)=\cos\frac{\pi x}{3}\in A$.

(2)命题①正确,集合 A 中的元素都是周期函数.

证明:若 $f(x)\in A$,

则 $f(x+2)=f(x+1)-f(x)$,

可得 $f(x+3)=f(x+2)-f(x+1)$,

所以 $f(x+3)=-f(x)$,

从而 $f(x+6)=-f(x+3)=f(x)$,

所以 $f(x)$ 为周期函数,

所以命题①正确.

命题②不正确,

如 $h(x)=\cos\left(\frac{\pi x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$ 不是偶函数,但满足 $h(x)\in A$,

这是因为 $h(x+2)+h(x)$

$=\cos\left[\left(\frac{(x+1)\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{3}\right]$

$+\cos\left[\left(\frac{(x+1)\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\pi}{3}\right]$

$=\cos\left(\frac{(x+1)\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$

$=h(x+1)$,

所以 $h(x+2)=h(x+1)-h(x)$,

所以 $h(x)\in A$.

①

第 2 期

第 2~3 版同步周测

一、单项选择题

1~8.DCCBDCAA

二、多项选择题

9.ABD　10.ABC　11.BD　12.BCD

三、填空题

13.$[4,+\infty)$

14.x^2+2x

15.2

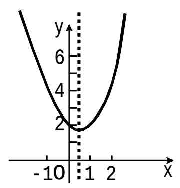
16.$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

四、解答题

17.**解:**(1)当 $x\geqslant 2$ 时,$f(x)=x^2+x-2$;
当 $x<2$ 时,$f(x)=x^2-x+2$.

所以 $f(x)=\begin{cases}x^2+x-2, x\geqslant 2,\\ x^2-x+2, x<2.\end{cases}$

(2)当 $x\geqslant 2$ 时,$f(x)$为以 $x=-\frac{1}{2}$ 为对称轴,开口向上的抛物线;当 $x<2$ 时,$f(x)$为以 $x=\frac{1}{2}$ 为对称轴的抛物线,且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}$.所以 $f(x)$的图象如图所示.所以函数 $f(x)$的值域为$\left[\frac{7}{4},+\infty\right)$.



(第 17 题图)

18.(1)**证明:**$a=1$ 时,$f(x)=\lg(1-x)-\lg(1+x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$,

由 $\frac{1-x}{1+x}>0$,得 $-1<x<1$.

令 $g(x)=\frac{1-x}{1+x}=-1+\frac{2}{x+1}$.

设 $-1<x_1<x_2<1$,则

$g(x_1)-g(x_2)=\frac{2}{x_1+1}-\frac{2}{x_2+1}=\frac{2(x_2-x_1)}{(1+x_1)(1+x_2)}$,

因为 $-1<x_1<x_2<1$,

所以 $\frac{2(x_2-x_1)}{(1+x_1)(1+x_2)}>0$,

即 $g(x_1)>g(x_2)$,

所以 $g(x)$在$(-1,1)$上单调递减,

因为 $y=\lg t$ 在$(0,+\infty)$上单调递增,

由复合函数的单调性可知,

函数 $f(x)$在$(-1,1)$上是减函数.

(2)**解:**因为 $f(x)=a\lg(1-x)-\lg(1+x)$.

所以 $f(-x)=a\lg(1+x)-\lg(1-x)$.

当 $a=-1$ 时,$f(-x)=f(x)$,

即 $f(x)$为偶函数;

当 $a=1$,$f(-x)=-f(x)$,

即 $f(x)$为奇函数;

当 $a\neq\pm1$ 时,f(x)为非奇非偶函数.

19.(1)**证明:**设 $x_1<x_2$,则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{2^{x_1}+1}-\frac{1}{2^{x_2}+1}=\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$,

因为 $x_1<x_2$,所以 $2^{x_1}<2^{x_2}$,$2^{x_2}-2^{x_1}>0$,

且 $2^{x_1}+1>0$,$2^{x_2}+1>0$,

所以 $\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}>0$,

所以 $f(x_1)>f(x_2)$,

所以 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上是减函数.

(2)**解:**$f(x)=\frac{a\cdot 2^x+a+2}{2(2^x+1)}$,

要使 $f(x)$为奇函数,

则 $f(-x)=-f(x)$,

所以 $\frac{a\cdot 2^{-x}+a+2}{2(2^{-x}+1)}=-\frac{a\cdot 2^x+a+2}{2(2^x+1)}$,

所以 $\frac{(a+2)\cdot 2^x+a}{2(2^x+1)}=-\frac{a\cdot 2^x+(a+2)}{2(2^x+1)}$,

所以$(a+2)\cdot 2^x+a=-a\cdot 2^x-(a+2)$,

所以 $a+2=-a$,

解得 $a=-1$,所以存在实数 $a=-1$,

使函数 $f(x)$为奇函数.

(3)**解:**因为 $a=-1$,由(2)知,$f(x)$是奇函数,由(1)知 $f(x)$为 $\mathbf{R}$ 上的减函数,

所以由 $f(t^2+1)+f(2t-4)\leqslant 0$,

得 $f(t^2+1)\leqslant f(4-2t)$,

所以 $t^2+1\geqslant 4-2t$,

解得 $t\leqslant -3$,或 $t\geqslant 1$,

所以原不等式的解集为$\{t\mid t\leqslant -3$,或 $t\geqslant 1\}$.

20.**解:**(1)$f(x)=(1-a^x)(3+a^x)=-(a^x)^2-2a^x+3$,

设 $t=a^x(t>0)$,可得 $y=-t^2-2t+3=-(t+1)^2+4$,则函数 $y=-(t+1)^2+4$ 在$(0,+\infty)$上单调递减,可得函数 y 的值域为$(-\infty,3)$,即函数 $f(x)$的值域为$(-\infty,3)$.

(2)若 $x\in[-2,1]$时,由 $a>1$,可得 $t=a^x\in[a^{-2},a]$,由(1)可得 $y=-t^2-2t+3=-(t+1)^2+4$ 在$[a^{-2},a]$上单调递减,则 $f(x)$的最小值为$-(a+1)^2+4$,

由题意可得$-(a+1)^2+4=-5$,解得 $a=2$ 或 $a=-4$(舍去),所以 $f(x)$的最大值为 $4-(2^{-2}+1)^2=\frac{39}{16}$.

21.**解:**(1)因为函数 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x\in(0,+\infty)$时,$f(x)=2^x$,

所以当 $x\in(-\infty,0)$时,$-x\in(0,+\infty)$,

所以 $f(-x)=2^{-x}$,所以 $-f(x)=\frac{1}{2^x}$,

所以 $f(x)=-\frac{1}{2^x}$,

所以 $f\left(\log_2\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{2^{\log_2\frac{1}{3}}}=-3$.

(2)因为函数 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x\in(0,+\infty)$时,$f(x)=2^x$,

所以当 $x\in(-\infty,0)$时,$f(x)=-\frac{1}{2^x}$;

当 $x=0$ 时,$f(x)=0$.

所以 $f(x)=\begin{cases}2^x, x>0,\\ 0, x=0,\\ -\frac{1}{2^x}, x<0.\end{cases}$

(3)因为 $x\in(0,+\infty)$时,$f(3a-1)>f(a)$,

当 $x\in(0,+\infty)$时,$f(x)=2^x$,

所以 $\begin{cases}3a-1>0,\\ a>0,\\ 2^{3a-1}>2^a,\end{cases}$　解得 $a>\frac{1}{2}$,

所以实数 a 的取值范围是$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$.

22.**解:**(1)由题意知 $f(-x)=-f(x)$,

所以 $\log_3\frac{1+ax}{1+x}=\log_3\frac{1-x}{1-ax}$,

所以$(a^2-1)x^2=0$,

所以 $a=-1$ 或 $a=1$(舍去),

故 $a=-1$.

(2)由(1)得 $f(x)=\log_3\frac{1+x}{1-x}(-1<x<1)$,令 $t=\frac{1+x}{1-x}=\frac{2}{1-x}-1$,在 $x\in(-1,1)$上单调递增.

又因为 $y=\log_3 t$ 在$(0,+\infty)$上单调递增,所以 $y=f(x)$在$(-1,1)$上单调递增.

又设 $u=\frac{1}{2}\sin x$,

因为 $u=\frac{1}{2}\sin x\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]\subseteq(-1,-1)$,

所以 $A=\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$,

又 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$,$f\left(\frac{1}{2}\right)=1$,

所以 $g(x)$的值域为$[-1,1]$.

$v=x^2-\frac{1}{2}\in\left[-\frac{1}{2},1\right)\subseteq(-1,1)$,

所以 $B=\left[-\frac{1}{2},1\right)$,又 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$,

所以 $h(x)$的值域为$[-1,+\infty)$.

因为$[-1,1]\subseteq[-1,+\infty)$,所以对任意 $x_1\in A$,总存在 $x_2\in B$,使得 $g(x_1)=h(x_2)$,故命题成立.

第 3 期

第 2~3 版同步周测

一、单项选择题

1~8.BBAABCAC

二、多项选择题

9.CD　10.AB　11.CD　12.ABD

三、填空题

13.$\frac{1}{2}a+b-2$

14.$\left(-\frac{1}{3},1\right)$

15.x^2

16.②④⑤

四、解答题

17.**解:**(1)原式$=\frac{3}{2}-1-\frac{4}{9}+\frac{4}{9}=\frac{1}{2}$.

(2)原式$=\log_3 3^{-\frac{1}{4}}+\lg(25\times4)+2+\log_2 4=-\frac{1}{4}+2+2+2=\frac{23}{4}$.

18.**解:**(1)幂函数 $f(x)=(m^2-m-1)x^{m^2-2m-1}$,

则 $m^2-m-1=1$,得 $m^2-m-2=0$,

解得 $m=2$ 或 $m=-1$.

当 $m=2$ 时,$f(x)=x^{-1}$;

当 $m=-1$ 时,$f(x)=x^2$.

(2)(i)若 $f(x)$图象不经过坐标原点,则 $f(x)=x^{-1}$,

所以函数 $f(x)$的单调减区间是$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$.

(ii)若 $f(x)$图象经过坐标原点,则 $f(x)=x^2$,

不等式 $f(2-x)>f(x)$,

即$(2-x)^2>x^2$,

化简得 $x-1<0$,解得 $x<1$,

所以原不等式的解集为$(-\infty,1)$.

19.**解:**(1)因为函数 $y=c\left(\frac{1}{2}\right)^{mt}$($c$,$m$ 为常数)经过点$(4,64)$,$(8,32)$,

所以 $\begin{cases}64=c\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4m},\\ 32=c\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{8m},\end{cases}$

解得 $m=\frac{1}{4}$,$c=128$.

(2)由(1)得 $y=128\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}t}$,

所以 $128\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}t}\leqslant\frac{1}{2}$,

解得 $t\geqslant 32$.

故至少排气 32 分钟,这个地下车库中的一氧化碳含量才能达到正常状态.

20.**解:**(1)由题意知,$\begin{cases}ba=8,\\ ba^3=32,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=4,\end{cases}$

可得 $f(x)=4\cdot 2^x$.

(2)$\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{4}\right)^x+1-2m\geqslant 0$ 在 $x\in(-\infty,1]$上恒成立,

等价于 $\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{4}\right)^x+1\right]\geqslant m$ 在 $x\in(-\infty,1]$上恒成立.令 $t=\left(\frac{1}{2}\right)^x$,

又 $x\leqslant 1$,可得 $t\geqslant\frac{1}{2}$,$y=\frac{1}{2}(t^2+t+1)$,当 $t=\frac{1}{2}$ 时,$y_{\min}=\frac{7}{8}$,所以 $m\leqslant\frac{7}{8}$,所以实数 m 的取值范围为$\left(-\infty,\frac{7}{8}\right]$.

21.**解:**(1)若 $m=1$,

则 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x-1)$,

要使 f(x)有意义,需 $x^2-x-1>0$,

解得 $x\in\left(-\infty,\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$,

所以若 $m=1$,函数 $f(x)$的定义域为$\left(-\infty,\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$.

(2)若函数 $f(x)$的值域为 $\mathbf{R}$,

则 x^2-mx-m 能取遍一切正实数,

所以 $\Delta=m^2+4m\geqslant 0$,

解得 $m\leqslant -4$,或 $m\geqslant 0$,

所以实数 m 的取值范围为$(-\infty,-4]\cup[0,+\infty)$.

(3)若函数 $f(x)$在区间$(-\infty,1-\sqrt{3})$上是增函数,

则 $y=x^2-mx-m$ 在区间$(-\infty,1-\sqrt{3})$上是减函数,且 $x^2-mx-m>0$ 在区间$(-\infty,1-\sqrt{3})$上恒成立,

所以 $\frac{m}{2}\geqslant 1-\sqrt{3}$,

且$(1-\sqrt{3})^2-m(1-\sqrt{3})-m\geqslant 0$,

即 $m\geqslant 2-2\sqrt{3}$ 且 $m\leqslant 2$,

所以实数 m 的取值范围是$[2-2\sqrt{3},2]$.

22.**解:**(1)函数 $f(x)=\log_4(2^{2x}+1)+mx$ 的图象经过点 $P\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{4}+\log_2 3\right)$,

则 $-\frac{3}{4}+\log_2 3=\log_4(2^3+1)+\frac{3}{2}m$,

解得 $m=-\frac{1}{2}$.

所以 $f(x)=\log_4(2^{2x}+1)-\frac{1}{2}x$,且定义域为 $\mathbf{R}$,

所以 $f(-x)=\log_4(2^{-2x}+1)+\frac{1}{2}x=\log_4\frac{4^x+1}{4^x}+\frac{1}{2}x=\log_4(4^x+1)-\frac{1}{2}x=f(x)$,

所以 $f(x)$是偶函数.

(2)由 $f(x)=\log_4(4^x+1)-\frac{1}{2}x=\log_4(4^x+1)-\log_4 2^x=\log_4\frac{4^x+1}{2^x}$,且 $f(x)=g(x)$,

得 $\log_4(2^x+x+a)=\log_4\frac{4^x+1}{2^x}$,得 $2^x+x+a=\frac{4^x+1}{2^x}>0$,化为 $a=\left(\frac{1}{2}\right)^x-x$,且在 $x\in[-2,2]$上单调递减,所以 $\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\leqslant a\leqslant\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+2$,所以 $-\frac{7}{4}\leqslant a\leqslant 6$,所以满足题意的实数 a 的取值范围是$\left[-\frac{7}{4},6\right]$.