第 4 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1~6.CBCCDD

7.A

8.B

9.D

提示:作平面 $\gamma /\!/ \alpha$,$\gamma /\!/ \beta$,且平面 γ 到平面 α 的距离等于平面 γ 到平面 β 的距离,则不论 A、B 分别在平面 α、β 内如何移动,所有的动点 C 都在平面 γ 内,故选 D.

10.B

11.B

12.D

提示: 设 G,H,I 分别为 CD、CC_1、C_1D_1 边上的中点,则 A_1,B,E,G 四点共面,

且平面 $A_1BGE /\!/$ 平面 B_1HI, 又因为 $B_1F /\!/$ 平面 A_1BE,所以 F 落在线段 HI 上,因为正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a,所以 $HI=\frac{1}{2}CD_1=\frac{\sqrt{2}}{2}a$即 F 在侧面 CDD_1C_1 上的轨迹的长度是 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.故选 D.

二、填空题

13.①③④

14.平面 PAD、平面 PCD

提示:因为 O 为 BD 的中点,E 为 PB 的中点,所以 $EO /\!/ PD$,

又 EO 在平面 PAD、平面 PCD 外,PD 在平面 PAD、平面 PCD 内,所以 EO 与平面 PAD、平面 PCD 平行.

15.$\frac{1}{2}$

16.$\frac{1}{24}$

三、解答题

17.(1)**证明:**连接 AC,因为 E、F 分别为 AD_1、CD_1 的中点,所以 $EF /\!/ AC$,

又因为 $EF \not\subset$ 平面 ABCD,$AC \subset$ 平面 ABCD,所以 $EF /\!/$ 平面 ABCD.

(2)**解:**因为 $EF /\!/ AC$,$B_1C_1 /\!/ BC$,所以异面直线 EF 与 B_1C_1 所成角为 $\angle ACB$,

因为 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,所以 $\angle ACB=45°$,所以异面直线 EF 与 B_1C_1 所成角的大小为 45°.

18.(1) **证明:** 因为 $AB /\!/ CD$,$AB=\frac{1}{2}CD$,G 是 CD 的中点,所以 $AB \underline{/\!/} GC$,所以四边形 ABCG 为平行四边形, 所以 $BC /\!/ AG$,

又因为 $AG \subset$ 平面 AGE,$BC \not\subset$ 平面 AGE,所以 $BC /\!/$ 平面 AGE.

因为直角梯形 ABCD 与梯形 EFCD 全等,所以 EF=AB,又 $EF /\!/ AB$,所以四边形 ABFE 为平行四边形,

所以 $BF /\!/ AE$, 又因为 $AE \subset$ 平面 AGE,$BF \not\subset$ 平面AGE, 所以 $BF /\!/$ 平面 AGE.

因为 $BF \cap BC=B$,

所以平面 $BCF /\!/$ 平面 AGE.

(2)**解:**设点 C 到平面 AGE 的距离为 d,易知 $AE=EG=AG=\sqrt{2}$,连接 EC,AC,

由 $V_{C-AGE}=V_{E-ACG}$,得 $\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times AE^2\times d=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times CG\times AD\times DE$,

即 $d=\frac{\sqrt{3}}{3}$. 因为平面 $BCF /\!/$ 平面 AGE,所以平面 BCF 与平面 AGE 间的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

19.(1)**解:**分别延长 AB 和 DC 交于点 R, 连接 PR, 则直线 PR 就是 l 的位置.

因为 $R \in AB \subset$ 平面 PAB,$R \in CD \subset$ 平面 PCD,所以 P、R 是平面 PAB 和平面 PCD 的两个公共点,

由公理 1 可知,过 P、R 的直线就是两个平面的交线 l.

(2)**证明:**连接 OE、OC,因为 $BC /\!/ AD$,且 $BC=\frac{1}{2}AD$,又 $AO=\frac{1}{2}AD$,所以 $BC /\!/ AO$,且 BC=AO,所以四边形 ABCO 为平行四边形,所以 $OC /\!/ AB$,则 $OC /\!/$ 平面 PAB.

又 OE 为 $\triangle PAD$ 的中位线,则 $OE /\!/ AP$, 所以 $OE /\!/$ 平面 PAB. 又 $OE \subset$ 平面 OEC,$OC \subset$ 平面 OEC,且 $OE \cap OC=O$,所以平面 $PAB /\!/$ 平面 OEC, 又 $OQ \subset$ 平面 OEC,所以 $OQ /\!/$ 平面 PAB.

20.(1)**证明:**因为 E,F 分别是 A_1B_1 和 B_1C_1 的中点, 所以 $EF /\!/ A_1C_1$, 因为 $EF \not\subset$ 平面 DA_1C_1,$A_1C_1 \subset$ 平面 DA_1C_1,

所以 $EF /\!/$ 平面 DA_1C_1.因为 D,E 分别是 AB 和 A_1B_1 的中点,所以 $DB \underline{/\!/} A_1E$,

所以四边形 BDA_1E 是平行四边形,所以 $BE /\!/ A_1D$, 因为 $BE \not\subset$ 平面 DA_1C_1,$A_1D \subset$ 平面 DA_1C_1, 所以 $BE /\!/$ 平面 DA_1C_1.因为 $BE \cap EF=E$,所以平面 $BEF /\!/$ 平面 DA_1C_1.

(2) **解:** 由图可知, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 夹在平面 BEF 和平面 DA_1C_1 之间的部分,可看作三棱台 $DBG-A_1B_1C_1$ 减掉三棱锥 $B-B_1EF$ 后的剩余部分.

因为 $S_{\triangle DBG}=S_{\triangle B_1EF}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times1^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

$S_{\triangle A_1B_1C_1}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=\sqrt{3}$,

所以三棱台 $DBG-A_1B_1C_1$ 的体积 $V_1=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)\times3=\frac{7\sqrt{3}}{4}$,

三棱锥 $B-B_1EF$ 的体积 $V_2=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times3=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

所以三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 夹在平面 BEF 和平面 DA_1C_1 之间的部分的体积 $V=V_1-V_2=\frac{7\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

21.**解:**(1)当 Q 为 CC_1 的中点时,平面 $D_1BQ /\!/$ 平面 PAO.

证明如下:

由 Q 为 CC_1 的中点,P 为 DD_1 的中点,易得 $QB /\!/ PA$.因为 P、O 分别为 DD_1、DB 的中点,所以 $D_1B /\!/ PO$.

又因为 $D_1B \not\subset$ 平面 PAO,$PO \subset$ 平面 PAO,$QB \not\subset$ 平面 PAO,$PA \subset$ 平面 PAO,

所以 $D_1B /\!/$ 平面 PAO,$QB /\!/$ 平面 PAO, 又因为 $D_1B \cap QB=B$, 所以平面 $D_1BQ /\!/$ 平面 PAO.

(2)连接 D_1C,因为 BC=2,CQ=1,所以 $S_{\triangle BCQ}=\frac{1}{2}\times2\times1=1$,所以 $V_{D_1-BCQ}=\frac{1}{3}\times2\times1=\frac{2}{3}$.

又 $BQ=D_1Q=\sqrt{5}$,$BD_1=2\sqrt{3}$,则 $S_{\triangle D_1BQ}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}$.设点 C 到平面 D_1BQ 的距离为 h,由 $V_{C-D_1BQ}=V_{D_1-BCQ}$,即 $\frac{1}{3}\times S_{\triangle D_1BQ}\times h=\frac{1}{3}\times\sqrt{6}h=\frac{2}{3}$, 解得 $h=\frac{\sqrt{6}}{3}$, 故点 C 到平面 D_1BQ 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

22.(1)**证明:**在矩形 ABCD 中,因为 $AD /\!/ BC$,$AD \not\subset$ 平面 BCF,$BC \subset$ 平面 BCF,所以 $AD /\!/$ 平面 BCF.

因为 $EA /\!/ FC$,$EA \not\subset$ 平面 BCF,$FC \subset$ 平面 BCF,所以 $EA /\!/$ 平面 BCF.又 $AD \cap EA=A$,所以平面 $ADE /\!/$ 平面 BCF.

又 $ED \subset$ 平面 ADE,所以 $ED /\!/$ 平面 BCF.

(2) **解:** 假设存在满足条件的实数 λ.设 AB=a,BC=b,

由 $\frac{BC}{AB}=\lambda$,得 $b=\lambda a$.

在矩形 ABCD 和 $\triangle BCF$ 中, 易得 $BD=DF=\sqrt{a^2+b^2}=a\sqrt{1+\lambda^2}$,$BF=\sqrt{2}b$,

所以在 $\triangle BDF$ 中,BF 边上的高为

$h=\sqrt{DF^2-\left(\frac{1}{2}BF\right)^2}$

$=\sqrt{a^2+b^2-\frac{1}{2}b^2}=a\sqrt{1+\frac{1}{2}\lambda^2}$.

又 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\lambda a^2$,

所以由 $V_{F-ABD}=V_{A-BDF}$,得 $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\lambda a^2\cdot b=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}b\cdot a\sqrt{1+\frac{1}{2}\lambda^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}b$,解得 $\lambda=1$,或 $\lambda=-1$(舍去).所以存在实数 $\lambda=1$,使得三棱锥 A-BDF 的高恰好等于 $\frac{\sqrt{3}}{3}BC$.

第 1 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.A

2.B

提示: 圆绕中间轴旋转一周得到的几何体是球, 三角形绕中间轴旋转一周得到的几何体是圆锥, 则题中的平面结构,绕中间轴旋转一周,形成的几何体形状为一个球体中间挖去一个圆锥.

3.B

提示: 一个六棱柱挖去一个等高的圆柱,故选 B.

4.B

5.A

提示:画直观图时与 x 轴平行的线段长度保持不变, 与 y 轴平行的线段长度变为原来的一半. 所以直观图 $\triangle A'B'C'$的底边与原 $\triangle ABC$ 的底边相等, 高为原 $\triangle ABC$ 高的 $\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$倍,所以直观图 $\triangle A'B'C'$的面积与原 $\triangle ABC$ 面积的比是 $\frac{\sqrt{2}}{4}$. 故选 A.

6.D

提示: 因为斜二测直观图是一个底角为 45°,腰和上底均为 2 的等腰梯形,则等腰梯形的下底边长为 $2+2\sqrt{2}$, 从而可得原平面图形为直角梯形, 其中下底边长为 $2+2\sqrt{2}$,高为 4,上底边长为 2,所以 $S=\frac{2+2\sqrt{2}+2}{2}\times4=8+4\sqrt{2}$.故选 D.

7.A

8.D

9.A

10.C

11.A

12.C

提示:当 $OC \perp$ 平面 OAB 时,三棱锥 O-ABC 的体积最大.

设球 O 的半径为 R,则 $V_{O-ABC}=V_{C-AOB}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}R^2\times R=\frac{1}{6}R^3=36$,

故 R=6,则球 O 的表面积 $S=4\pi R^2=144\pi$,故选 C.

二、填空题

13.6　　14.$12\pi cm^3$

15.$\frac{3\sqrt{5}}{2}$　　16.7,3

三、解答题

17. **解:**(1) 因为圆锥的底面半径为 2,高为 6, 所以内接圆柱的底面半径为 x 时, 它的上底面截圆锥得小圆锥的高为 3x. 因此,内接圆柱的高 h=6-3x,所以该圆柱的体积 $V=\pi x^2(6-3x)(0<x<2)$.

(2)由(1)得,圆柱的侧面积为 $S_{侧}=2\pi x(6-3x)=6\pi(2x-x^2)(0<x<2)$,当 x=1 时,$(S_{侧})_{max}=6\pi$. 所以当圆柱的底面半径为 1 时,该圆柱的侧面积最大,最大值为 6π.

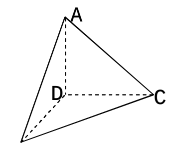
18.**解:**(1)由三视图可知,该几何体是三条侧棱两两垂直的三棱锥,如图. 以 DC,DB,DA 为长、宽、高构造一个长方体, 则该长方体的外接球就是该三棱锥的外接球, 即外接球的半径 $R=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2^2+2^2+1^2}=\frac{3}{2}$,所以该几何体外接球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{9}{2}\pi$.

(2)设内切球的球心为 O,半径为 r,由等体积法,得

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times r+2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times1\times r+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{3}r$,

得 $r=\frac{4-\sqrt{6}}{5}$,

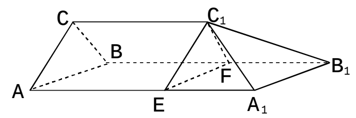
所以该几何体内切球的半径为 $\frac{4-\sqrt{6}}{5}$.



(第 18 题图)

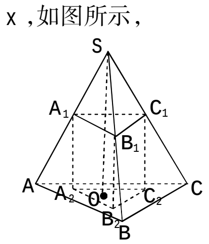
19.**解:**这个几何体不是棱柱.因为没有平行的两个平面.

在四边形 AA_1B_1B 中,在 AA_1 上取点 E,使 AE=2,在 BB_1 上取点 F,使 BF=2,连接 C_1E,EF,FC_1,则过点 C_1,E,F 的截面将几何体分成两部分, 其中一部分是三棱柱 $ABC-EFC_1$,其侧棱长为 2.截去的部分是一个四棱锥 $C_1-EA_1B_1F$,如图所示.



(第 19 题图)

20.**解:**(1)设正三棱柱的高为 h ,底面边长为 x ,如图所示,



(第20 题图)

则 $\frac{15-h}{15}=\frac{x}{12}$,解得 $x=\frac{4}{5}(15-h)$.

又因为正三棱柱的侧面积为 120,所以 3xh=120,所以 xh=40,

解得 x=4,h=10 或 x=8,h=5, 所以该三棱柱的高是 10 或 5.

(2) 因为面积之比等于相似比的平方,

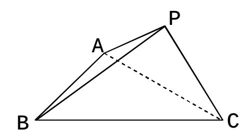
所以三棱柱的上底面截棱锥所得的小棱锥与原棱锥的侧面积之比为 $\frac{S_1}{S_2}=\left(\frac{15-h}{15}\right)^2=\frac{1}{9}$或$\frac{S_1}{S_2}=\left(\frac{15-h}{15}\right)^2=\frac{4}{9}$.

21.**解:**连接 EG、FH,将正方形分成四个一样的小正方形.若将正方形 ABCD 沿 EF、FG、GH、HE 折起, 则四个顶点必重合于正方形的中心, 故不能折成一个四棱锥.由此我们可以推测:(1)所有棱锥的侧面三角形上以公共顶点为顶点的所有角之和必小于 360°;

(2) 所有棱锥的侧面展开图不可能由若干个有公共顶点的三角形组成,并且公共顶点在图形的内部.

另外,对于圆锥我们有下列猜测:圆锥的侧面展开图一定是一个扇形, 绝不可能是圆,但可以是一个半圆.

22.**解:**(1)三棱锥 P-ABC 的直观图如图所示.



(第 22 题图)

由三视图可知, 此三棱锥的底面是腰长为 6 的等腰直角三角形 ABC ,且 $AC=6\sqrt{2}$,顶点 P 在底面上的射影是底面直角三角形 ABC 斜边的中点, 且三棱锥的高为 4.

在 $\triangle PAB$ 中,AB 边上的高为 5,

在 $\triangle PBC$ 中,BC 边上的高为 5,

在 $\triangle PAC$ 中,AC 边上的高为 4,

所以该三棱锥的表面积 $\frac{1}{2}\times6\times6+2\times\frac{1}{2}\times6\times5+\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times4=48+12\sqrt{2}$.

(2)设内切球的球心为 O ,半径为 r,

则由 $V_{P-ABC}=V_{O-ABC}+V_{O-PBC}+V_{O-PAB}+V_{O-PAC}$,得 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times6\times4=\frac{1}{3}\times(48+12\sqrt{2})\times r$.

解得 $r=\frac{12-3\sqrt{2}}{7}$,所以该三棱锥内切球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{36(4-\sqrt{2})^3\pi}{343}$.

① **第 2 期**

第 2~3 版章节测试参考答案

一、选择题

1.D

提示：当截面与轴截面平行时，所截截面为矩形；当截面与上下底面平行时，所截截面为圆；当截面不经过上下底面斜切时，截面为椭圆；当截面经过上下底面时（交线不是圆面的切线时），截面为上下两条边平行，中间两条腰是曲线的图形，故截面的形状不可能是三角形，故选 D.

2.C

提示：在 A 中，由圆锥的性质得圆锥的轴截面是等腰三角形，故 A 正确；

在 B 中，由圆锥的性质得圆锥的侧面展开图是扇形，故 B 正确；

在 C 中，以直角三角形的一直角边为轴旋转所得的旋转体是圆锥，以斜边为轴旋转所得的旋转体是两个圆锥的组合体，故 C 错误；

在 D 中，由圆锥的性质得用平行于圆锥底面的平面截圆锥可以得到圆台，故 D 正确.故选 C.

3.B

提示：对于①，以直角梯形的一斜腰为轴旋转一周得到的旋转体不是圆台，故①错误；对于②，圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆，故②正确；对于③，用一个平行于底面的平面截一个圆锥得到的是一个圆锥和一个圆台，故③错误.故选 B.

4.C

提示：考虑过球心的正方体截面位置的可能情形.当截面平行于正方体的一个侧面时得③，当截面过正方体的体对角线时得②，当截面不平行于任何侧面也不过体对角线时得①，但无论如何都不能截出④，故选 C.

5.A　6.C　7.C　8.A　9.C

10.C　11.B　12.C

二、填空题

13.$6\sqrt{3}$

提示：因为正方体的内切球体积为 36π，设内切球的半径为 R，所以 $\frac{4}{3}\pi R^3=36\pi$，所以 R=3，因为正方体的内切球的直径与正方体的边长相等，所以正方体的边长为 6，故该正方体的体对角线长为 $6\sqrt{3}$.

14.②③

提示：因为正方体是对称的几何体，所以四边形 BFD_1E 在该正方体的面上的投影可分为：上下、左右、前后三个方向的投影，也就是在面 ABCD、面 ABB_1A_1、面 ADD_1A_1 上的投影.四边形 BFD_1E 在面 ABCD 和面 ABB_1A_1 上的投影相同，如图②所示；四边形 BFD_1E 在该正方体对角面的 ABC_1D_1 内，它在面 ADD_1A_1 上的投影显然是一条线段，如图③所示.故②③正确.

15.③

提示：原图形中平行于 x 轴的线段，其对应线段平行于 x′轴，长度不变，故①正确；原图形中平行于 y 轴的线段，其对应线段平行于 y′轴，长度变为原来的 $\frac{1}{2}$，故②正确；

画与直角坐标系 xOy 对应的坐标系 x′O′y′时，∠x′O′y′也可以是 135°，故③错误；

在画直观图时，由于选轴的不同，所得的直观图可能不同，故④正确.

16.$\frac{2\sqrt{30}}{5}$

提示：由已知得四面体 A_1BMP 的体积 $V_{A_1-MBP}=\frac{2}{3}$，所以 $S_{\triangle MBP}=1$，

设 P 到 BM 的距离为 h，

则 $S_{\triangle MBP}=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times h=1$，

解得 $h=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，所以 P 在底面 ABCD 内（不包括边界）与 BM 平行且距离为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 的线段 l 上.

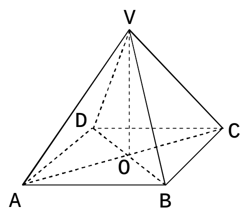
要使 C_1P 的值最小，则此时 P 是过 C 作 l 的垂线的垂足.

易知点 C 到 BM 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

所以 $CP=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，此时 $C_1P=\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2+2^2}=\frac{2\sqrt{30}}{5}$.

三、解答题

17.**解**：如图，连接 AC、BD 相交于点 O，连接 VO.



（第 17 题图）

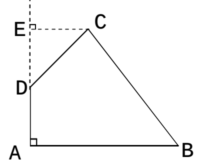
因为 AB=BC=2cm，在正方形 ABCD 中，求得 $CO=\sqrt{2}$ cm.又在 Rt△VOC 中，求得 $VO=\sqrt{14}$ cm，所以这个四棱锥的体积 $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}\cdot VO=\frac{1}{3}\times4\times\sqrt{14}=\frac{4\sqrt{14}}{3}$ (cm^3).

18.**解**：截面 BCFE 右侧部分是棱柱，满足棱柱的定义，它是三棱柱 BEB_1-CFC_1，其中 $\triangle BEB_1$ 和 $\triangle CFC_1$ 是底面，EF，B_1C_1，BC 是侧棱；

截面 BCFE 左侧部分也是棱柱，它是四棱柱 $ABEA_1-DCFD_1$，其中四边形 $ABEA_1$ 和四边形 $DCFD_1$ 是底面，A_1D_1，EF，BC，AD 是侧棱.

19.**解**：如图，过 C 作 CE 垂直于 AD，交 AD 延长线于 E，则所求几何体可看成是由梯形 ABCE 绕 AE 旋转一周所得的圆台，挖去△EDC 绕 DE 旋转一周所得的圆锥.所以所求几何体的表面积 $S_{表面}=\pi\times2\times2\sqrt{2}+\pi\times5^2+\pi\times5\times(2+5)=(60+4\sqrt{2})\pi$，

体积 $V=V_{圆台}-V_{圆锥}=\frac{1}{3}\pi\times(5^2+5\times2+2^2)\times4-\frac{1}{3}\pi\times2^2\times2=\frac{148}{3}\pi$.



（第 19 题图）

20.**解**：(1)过 C 作平行于 $A_1B_1C_1$ 的截面 A_2B_2C，交 AA_1，BB_1 分别于点 A_2，B_2.由直三棱柱性质及 $\angle A_1B_1C_1=90°$，知该几何体的体积 $V=V_{A_1B_1C_1-A_2B_2C}+V_{C-ABB_2A_2}=\frac{1}{2}\times2\times2\times2+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(1+2)\times2\times2=6$.

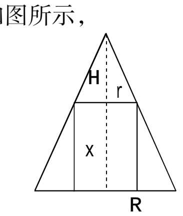
(2)在△ABC 中，$AB=\sqrt{2^2+(4-3)^2}=\sqrt{5}$，$BC=\sqrt{2^2+(3-2)^2}=\sqrt{5}$，

$AC=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(4-2)^2}=2\sqrt{3}$，则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\sqrt{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$.

21.**解**：设圆柱的底面半径为 r，高为 h，则 $V_{圆柱}=\pi r^2h$.由题意知圆锥的底面半径为 r，高为 h，球的半径为 r，所以 $V_{圆锥}=\frac{1}{3}\pi r^2h$，$V_{球}=\frac{4}{3}\pi r^3$，又 h=2r，

所以 $V_{圆锥}:V_{球}:V_{圆柱}=\left(\frac{1}{3}\pi r^2h\right):\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right):(\pi r^2h)=\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right):\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right):(2\pi r^3)=1:2:3$.

22.**解**：(1)过圆锥及其内接圆柱的轴作截面，如图所示，



（第 22 题图）

因为 $\frac{r}{R}=\frac{H-x}{H}$，所以 $r=R-\frac{R}{H}x$.从而 $S_{侧}=2\pi rx=2\pi Rx-\frac{2\pi R}{H}x^2$.

(2)由(1)知 $S_{侧}=2\pi Rx-\frac{2\pi R}{H}x^2$，

因为 $-\frac{2\pi R}{H}<0$，

所以当 $x=-\frac{b}{2a}=\frac{2\pi R}{\frac{4\pi R}{H}}=\frac{H}{2}$ 时，圆柱的侧面积最大.

第 3 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1~6.CDCCBD

7.A

提示：因为直线 $a\subset$ 平面 α，直线 $b\subset$ 平面 α，$M\in a$，$N\in b$，所以 $M\in$ 平面 α，$N\in$ 平面 α，

因为 $M\in l$，$N\in l$，所以 $l\subset\alpha$，故选 A.

8.B

提示：如果一条直线平行于两条垂线中的一条，必定垂直于另一条，故 B 正确.

选项 A，可能相交；选项 C 中，可能不共面，比如三棱柱的三条侧棱；选项 D，三线共点，可能是棱锥的三条棱，因此错误.选 B.

9.B

提示：由于 a，b 是异面直线，将其平移到过点 P 的直线 a′，b′，则 a′，b′相交于点 P，所以 a′，b′确定平面 α，而过点 P 有且只有一条直线 l 与 α 垂直，则①正确；

当点 P 在直线 a 上时，过点 P 的平面不与直线 a 平行，则②错误；

异面直线 a，b 所成角不是 90°时，过 P 点不可以作一条直线与 a，b 之一垂直且与另一条平行，则③错误；

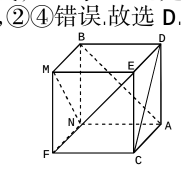
异面直线 a，b 所成角不是 90°时，过 P 点不可以作一个平面与 a，b 之一垂直与另一条平行，则④错误；

若过 P 点可以作一个平面与直线 a，b 同时垂直，则直线 a，b 平行，则⑤错误.

故选 B.

10.D

提示：将展开图还原为正方体如图所示，由于 EF∥ND，而 ND⊥AB，所以 EF⊥AB；显然 AB 与 CM 平行，EF 与 MN 是异面直线，MN 与 CD 也是异面直线，故①③正确，②④错误.故选 D.



（第 10 题图）

11.D

提示：对于 A，易知 AD 与 BC 异面，故 A 正确.

对于 B，根据异面直线的性质知，过 AD 只有唯一平面与 BC 平行，故 B 正确.

对于 C，根据过一点有且只有一个平面与已知直线垂直知，C 正确.

对于 D，根据异面直线的性质知，过 AD 不一定能作一平面与 BC 垂直，故 D 错误.

故选 D.

12.A

提示：由题意，若 x=y=1，则棱 DD_1 与平面 BEF 交于点 D，符合题意，此时 x+y=2；

若 x=1，y=0，则棱 DD_1 与平面 BEF 交于线段 DD_1，符合题意，此时 x+y=1.

排除 B、C、D 选项.故选 A.

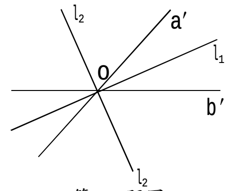
二、填空题

13.已知 $A\in l$，$B\in l$，若 $A\in\alpha$，$B\in\alpha$，则 $l\subset\alpha$

14.②④

15.(30°，60°)

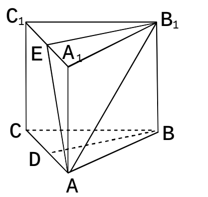
提示：将直线 a，b 平移到交于 O 点，设平移后的直线为 a′，b′，如图，过 O 作∠a′Ob′及其外角的角平分线.由异面直线 a，b 所成角为 60°，可知∠a′Ob′=60°，所以 $\angle l_1Ob'=30°$，$\angle l_2Oa'=60°$，所以在 l_1 方向，要使 l 有两条，则有 $\theta>30°$；在 l_2 方向，要使 l 不存在，则有 $\theta<60°$.综上所述，$30°<\theta<60°$.



（第 15 题图）

16.45°

提示：如图所示，取 A_1C_1 中点 E，连接 AE，B_1E，



（第 16 题图）

由 D，E 分别为 AC，A_1C_1 中点，易知 $BD\parallel B_1E$，所以 $\angle AB_1E$ 即为异面直线 AB_1 与 BD 所成角.

设 $AA_1=1$，则 $AB=BC=CA=\sqrt{2}$，

所以 $B_1E=BD=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

$AB_1=\sqrt{AA_1^2+A_1B_1^2}=\sqrt{3}$，

$AE=\sqrt{AA_1^2+A_1E^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

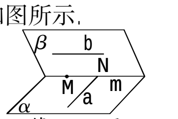
所以 $B_1E^2+AE^2=AB_1^2$，所以 $B_1E\perp AE$，

又 $B_1E=AE$，所以 $\angle AB_1E=45°$，

即异面直线 AB_1 与 BD 所成角的大小为 45°.

三、解答题

17.**解**：如图所示.



（第 17 题图）

18.**证明**：设 $\alpha\cap\beta=a$，$\beta\cap\gamma=b$，$\alpha\cap\gamma=c$.因为 $a\subset\beta$，$b\subset\beta$，且 a，b 不平行，所以 a 与 b 必相交.

设 $a\cap b=P$，则 $P\in a\subset\alpha$，$P\in b\subset\gamma$，所以 $P\in\alpha\cap\gamma=c$，所以 a，b，c 相交于一点 P.

19.**证明**：(1)因为 E，F 分别为 AB，AD 的中点，所以 EF∥BD.

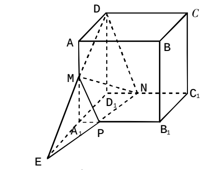
在△BCD 中，$\frac{BG}{GC}=\frac{DH}{HC}$，所以 GH∥BD，所以 EF∥GH.所以 E，F，G，H 四点共面.

(2)因为 $EG\cap FH=P$，所以 $P\in EG$，又因为 $EG\subset$ 平面 ABC，所以 $P\in$ 平面 ABC.

同理 $P\in$ 平面 ADC，所以 P 为平面 ABC 与平面 ADC 的一个公共点.

又平面 ABC∩平面 ADC=AC，所以 $P\in AC$，所以 P，A，C 三点共线.

20.**解**：(1)如图所示，延长 DM 交 D_1A_1 的延长线于 E，连接 NE，则 NE 即为直线 l 的位置.



（第 20 题图）

(2)因为 M 为 AA_1 的中点，$AD\parallel ED_1$，所以 $AD=A_1E=A_1D_1=a$

因为 $A_1P\parallel D_1N$，且 $D_1N=\frac{1}{2}a$，

所以 $A_1P=\frac{1}{2}D_1N=\frac{1}{4}a$，

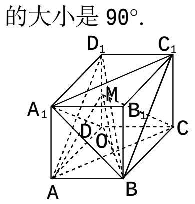
于是 $PB_1=A_1B_1-A_1P=a-\frac{1}{4}a=\frac{3}{4}a$.

21.**解**：(1)正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 a 的正方体，因为 AD∥BC，所以 $\angle ADA_1$ 是直线 DA_1 与 BC 所成角，因为 $AD=AA_1$，$AD\perp AA_1$，所以 $\angle ADA_1=45°$，所以直线 DA_1 与 BC 所成角的大小是 45°.

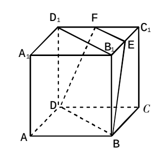
(2)连接 C_1B，A_1C_1，因为 $AD_1\parallel C_1B$，所以 $\angle C_1BA_1$ 是直线 D_1A 与 BA_1 所成角，

因为 $BA_1=A_1C_1=BC_1$，所以 $\angle C_1BA_1=60°$，所以直线 D_1A 与 BA_1 所成角的大小是 60°.

(3)设 AC∩BD=O，M 为 DD_1 的中点，连接 OM，AM，CM，如图所示.因为 O 为 AC 的中点，所以 $OM\parallel BD_1$，所以∠MOA 或其补角是直线 BD_1 与 AC 所成角.易知 AM=CM，所以 OM⊥AC，所以∠MOA=90°，所以直线 BD_1 与 AC 所成角的大小是 90°.



（第 21 题图）



（第 22 题图）

22.(1)**证明**：如图所示，连接 B_1D_1，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，因为 E，F 分别是棱 B_1C_1，C_1D_1 的中点，所以 $EF\parallel B_1D_1$ 且 $EF=\frac{1}{2}B_1D_1$，

又因为 $BD\parallel B_1D_1$ 且 $BD=B_1D_1$，所以 EF∥BD 且 $EF=\frac{1}{2}BD$，所以四边形 BDFE 是一个梯形.

(2)**解**：几何体 $BCD-EC_1F$ 的表面积为 $2\times\frac{1}{2}\left(a+\frac{1}{2}a\right)\times a+\frac{1}{2}\times a\times a+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a\times\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a+\sqrt{2}a\right)\times\frac{3\sqrt{2}}{4}a=\frac{13}{4}a^2$，

体积为 $\frac{1}{3}a\left(\frac{1}{2}\times a\times a+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a\times\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{2}\times a\times a\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a\times\frac{1}{2}a}\right)=\frac{7a^3}{24}$.