第4期

第3~4版同步周测参考答案

一、选择题

1.D

2.B

3.B

4.C

5.A

提示：由已知条件，得c=4，a=5，则$b=\sqrt{a^2-c^2}=3$. 故短轴长为2b=6.

6.B

提示：由题意，得$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，所以$\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{1}{4}$，得$3a^2=4b^2$.

7.D

提示：已知方程表示平面内到定点$F_1(0,-2)$，$F_2(0,2)$的距离之和等于常数10的点的轨迹，即$2a=10$，$2c=4$，交点在y轴上的椭圆，所以$a=5$，$c=2$，$b^2=a^2-c^2=21$，方程为$\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{21}=1$.故选D.

8.B

提示：设椭圆的长半轴长为a，焦半距为c，则$\begin{cases}a+c=400+1738,\\a-c=1738+100,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1988,\\c=150.\end{cases}$所以$e=\frac{c}{a}\approx\frac{3}{40}$.

9.C

提示：由椭圆方程得m>0且m≠5. 直线$y-kx-1=0$过定点(0,1)，若使直线$y-kx-1=0$与椭圆$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{m}=1$恒有公共点，则点(0,1)在椭圆上或椭圆内，由此解得m≥1且m≠5.

10.B

11.B

12.B

二、填空题

13.中心

14.$\frac{3}{5}$

15.[1,2]

提示：因为P(m,n)是椭圆$x^2+\frac{y^2}{2}=1$上的一个动点，所以$m^2+\frac{n^2}{2}=1$，即$n^2=2-2m^2$，所以$m^2+n^2=2-m^2$. 又$-1\leq m\leq 1$，所以$1\leq 2-m^2\leq 2$，所以$1\leq m^2+n^2\leq 2$.

16.3；$\frac{(2x-1)^2}{9}+4y^2=1$

提示：椭圆C的右顶点(3,0)满足题意；根据对称性，原点左侧有2个点满足题意，所以有3个点P使得|PQ|=2成立. 设M(x,y)，P(a,b)，则a=2x-1，b=2y，代入椭圆C的方程中可得$\frac{(2x-1)^2}{9}+4y^2=1$.

三、解答题

17.解：(1)设椭圆的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$或$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$.

由已知得2a=10，则a=5.

又因为$e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$，所以c=4.

所以$b^2=a^2-c^2=25-16=9$.

所以椭圆方程为$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$或$\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{9}=1$.

(2)设椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$.

由题意得c=b=3，

$a^2=b^2+c^2=18$，

故所求椭圆的方程为$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1$.

18.解：因为点B与点A(-1,1)关于原点O对称，所以点B(1,-1).

设P(x,y)，

由条件可得$\frac{y-1}{x+1}\cdot\frac{y+1}{x-1}=-\frac{1}{3}$，

化简，得$x^2+3y^2=4$，故动点P的轨迹方程为$x^2+3y^2=4(x\neq\pm1)$.

19.解：由已知，得$\frac{x^2}{\frac{m}{9}}+\frac{y^2}{\frac{m}{16}}=1$，

$a^2=\frac{m}{9}$，$b^2=\frac{m}{16}$，$c^2=\frac{7m}{144}$.

在$\triangle PF_1F_2$中，由面积公式，得

$S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}|PF_1|\cdot|PF_2|\sin60°=3\sqrt{3}$，

解得$|PF_1|\cdot|PF_2|=12$.

在$\triangle PF_1F_2$中，由余弦定理，得

$4c^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1|\cdot|PF_2|\cdot\cos60°=|PF_1|^2+|PF_2|^2-|PF_1|\cdot|PF_2|=(|PF_1|+|PF_2|)^2-3|PF_1|\cdot|PF_2|$，

即$4c^2=4a^2-3\times12$，所以$b^2=a^2-c^2=9$，

即$9=\frac{m}{16}$，解得m=144.

由此可得$a=\sqrt{\frac{m}{9}}=4$，$c=\sqrt{\frac{7m}{144}}=\sqrt{7}$，

所以离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{7}}{4}$.

20.解：(1)根据题意，a=2，则椭圆的焦点在x轴上，且$c=\sqrt{3}$，故焦点坐标为$(\sqrt{3},0)$，$(-\sqrt{3},0)$.

(2)若m=3，则椭圆的方程为$\frac{x^2}{9}+y^2=1$，变形可得$y^2=1-\frac{x^2}{9}$.

设P(x,y)，则

$|PA|^2=(x-2)^2+y^2=\frac{8x^2}{9}-4x+5$.

又由$-3\leq x\leq3$，根据二次函数的性质，分析可得，

当x=-3时，$|PA|^2$取得最大值，为25；

当$x=\frac{9}{4}$时，$|PA|^2$取得最小值，为$\frac{1}{2}$.

所以|PA|的最大值为5，最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

21.解：(1)由题意可得2b=4，即b=2，

$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$a^2-b^2=c^2$，

解得$a=\sqrt{5}$，c=1，

所以椭圆方程为$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$.

(2)B(0,2)，设PB的方程为y=kx+2，代入椭圆方程$4x^2+5y^2=20$，可得$(4+5k^2)x^2+20kx=0$，

解得$x=-\frac{20k}{4+5k^2}$，或x=0，

所以$P\left(-\frac{20k}{4+5k^2},\frac{8-10k^2}{4+5k^2}\right)$.

由y=kx+2，令y=0，可得$M\left(-\frac{2}{k},0\right)$，

又|ON|=|OF|，所以N(0,-1)，

由OP⊥MN，得$\frac{8-10k^2}{-20k}\cdot\frac{1}{\frac{-2}{k}}=-1$，

解得$k=\pm\frac{2\sqrt{30}}{5}$，

所以直线PB的斜率为$\pm\frac{2\sqrt{30}}{5}$.

22.解：(1)设$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，则$\sqrt{x^2+y^2+2x+1}+\sqrt{x^2+y^2-2x+1}=2\sqrt{2}$等价于$|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{2}>|F_1F_2|$，

所以曲线C为以F_1，F_2为焦点的椭圆，且长轴长为$2\sqrt{2}$，焦距为2，

故曲线C的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.

(2)联立方程组$\begin{cases}y=kx+m,\\\frac{x^2}{2}+y^2=1,\end{cases}$消去y可得$(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，

$\Delta=16k^2m^2-4(2k^2+1)(2m^2-2)=16k^2-8m^2+8>0$.

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

则$x_1+x_2=-\frac{4km}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-2}{2k^2+1}$，

所以$k_1+k_2=\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2}$

$=\frac{x_2y_1+x_1y_2-2(y_1+y_2)}{(x_1-2)(x_2-2)}=0$，

所以$x_2y_1+x_1y_2-2(y_1+y_2)=0$，

即$x_2(kx_1+m)+x_1(kx_2+m)-2(kx_1+kx_2+2m)=0$，

即$2k\cdot\frac{2m^2-2}{2k^2+1}-(m-2k)\cdot\frac{4km}{2k^2+1}-4m=\frac{-4(k+m)}{2k^2+1}=0$，

所以k+m=0，故直线L的方程为y=kx-k=k(x-1)，

所以直线L过定点(1,0).

第1期

第3~4版同步周测参考答案

一、选择题

1.A

提示：③不能判断真假，故不是命题；④是祈使句，不是命题，故选A.

2.A

3.C

4.D

5.D

提示：只有选项D中的命题是真命题，即$p\Rightarrow q$，故p是q的充分条件.

6.C

提示：$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为锐角$\Rightarrow|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$，且$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|\Rightarrow\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为锐角，故选C.

7.D

8.D

9.C

提示：对于命题p，当公差d=0时，$S_n=na_1$，此时点(n,S_n)在一条直线上，所以p为假命题，逆否命题s也为假命题. 对于命题r，若$mx^2+(2m-2)x-1>0$的解集为$\mathbf{R}$，则m≠0且$(2m-2)^2+4m<0$，无解，所以r为假命题，故选C.

10.C

提示：一次函数$y=-\frac{m}{n}x+\frac{1}{n}$的图像同时经过第一、三、四象限$\Rightarrow-\frac{m}{n}>0$，且$\frac{1}{n}<0\Rightarrow m>0$，且$n<0\Rightarrow mn<0$，反之不可以. 故选C.

11.B

提示：根据命题的等价性可得.

12.D

提示：因为f(x)是$\mathbf{R}$上的增函数，且f(-1)=-4，

所以$Q=\{x|f(x)<-4\}=\{x|x<-1\}$.

同理，得$P=\{x|f(x+t)<2\}=\{x|x+t<2\}=\{x|x<2-t\}$.

因为"$x\in P$"是"$x\in Q$"的充分不必要条件，

所以$P\subsetneqq Q$. 故$2-t<-1$，解得t>3.

二、填空题

13.A=60°，B=30°(答案不唯一)

14.若$(\complement_UA)\cap(\complement_UB)=\complement_UB$，则$A\subsetneqq B$

提示：否命题与逆命题互为逆否命题，故命题p的逆否命题是：若$(\complement_UA)\cap(\complement_UB)=\complement_UB$，则$A\subsetneqq B$.

15.1；4

提示：由$|x|\leq m(m>0)$，可得$-m\leq x\leq m$. 若p是q的充分条件，则$-m\geq-1$且$m\leq4$，解得$0<m\leq1$，则m的最大值为1；若p是q的必要条件，则$-m\leq-1$且$m\geq4$，解得$m\geq4$，则m的最小值为4.

16.(0,2)

提示：由$\frac{x-2m}{x+m}<0(m>0)$，得$p:x\in(-m,2m)$，由$x(x-4)<0$，得$q:x\in(0,4)$.

根据题意，可知上述两区间相交但不存在包含关系，结合m>0，得0<2m<4，所以m的取值范围是(0,2).

三、解答题

17.解：原命题可改写为：若一个函数是单调函数，则该函数不是周期函数，

故逆命题为：若一个函数不是周期函数，则该函数是单调函数；

否命题为：若一个函数不是单调函数，则该函数是周期函数；

逆否命题为：若一个函数是周期函数，则该函数不是单调函数.

18.证明：因为一个命题的原命题与逆否命题具有相同的真假性，所以可证明原命题为真命题.

因为$a+b\geq0$，所以$a\geq-b$，$b\geq-a$.

因为f(x)是$\mathbf{R}$上的增函数，

所以$f(a)\geq f(-b)$，$f(b)\geq f(-a)$，

所以$f(a)+f(b)\geq f(-a)+f(-b)$.

所以原命题为真命题，故其逆否命题为真命题.

19.解：若方程$x^2+mx+1=0$有实数根，则$\Delta_1=m^2-4\geq0$，所以$p:m\geq2$或$m\leq-2$；

若方程$4x^2+4(m-2)x+1=0$无实数根，则$\Delta_2=16(m-2)^2-16<0$，所以$q:1<m<3$.

由p真q假，得$\begin{cases}m\geq2或m\leq-2,\\m\geq3或m\leq1,\end{cases}$

所以$m\geq3$或$m\leq-2$；

由p假q真，得$\begin{cases}-2<m<2,\\1<m<3,\end{cases}$

所以1<m<2.

所以实数m的取值范围为$(-\infty,-2]\cup(1,2)\cup[3,+\infty)$.

20.解：由$(x-1+m)(x-1-m)\geq0$，其中$m>0\Rightarrow p:x\in\{x|x\geq1+m或x\leq1-m\}$.

由$x=n+\frac{1}{n}$，结合基本不等式，

得$q:x\in\{x|x\geq2或x\leq-2\}$.

又p是q的必要条件，即$q\Rightarrow p$，

故$\{x|x\geq2或x\leq-2\}\subseteq\{x|x\geq1+m或x\leq1-m\}$，

所以$1-m\geq-2$且$1+m\leq2$，

又m>0，故$0<m\leq1$.

所以实数m的取值范围是(0,1].

21.证明：充分性：因为a+b=0，

所以$S_n=aq^n+b=aq^n-a$，

所以$a_n=S_n-S_{n-1}=(aq^n-a)-(aq^{n-1}-a)=a(q-1)q^{n-1}(n>1)$.

又$a_1=aq-a=a(q-1)$满足上式，

所以$a_n=a(q-1)q^{n-1}(n\in\mathbf{N}_+)$.

所以$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a(q-1)q^n}{a(q-1)q^{n-1}}=q$.

故数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列.

必要性：因为数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列，

所以$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1}{1-q}-\frac{a_1}{1-q}q^n$.

因为$S_n=aq^n+b$，

所以$a=-\frac{a_1}{1-q}$，$b=\frac{a_1}{1-q}$.

所以a+b=0.

综上，结论得证.

22.解：(1)由题设，得$A=\left(0,\frac{1}{\square}\right)$，$B=(-1,4)$，$C=\left(0,\frac{1}{3}\right)$.

由A是B成立的充分不必要条件，知$A\subsetneqq B$，故$\frac{1}{\square}\leq4$.

又□>0，所以$\square\geq\frac{1}{4}$. ①

由A是C成立的必要不充分条件，知$C\subsetneqq A$，故$\frac{1}{\square}>\frac{1}{3}$，得□<3. ②

由①②及□是正整数，得□=1或2.

(2)$D=\{x|x^2+(a-8)x-8a\leq0\}=\{x|(x+a)(x-8)\leq0\}$.

当□=1时，A=(0,1)，此时$A\cap D=\left(0,\frac{1}{2}\right)$不可能成立.

当□=2时，$A=\left(0,\frac{1}{2}\right)$，此时要使$A\cap D=\left(0,\frac{1}{2}\right)$，则$-a\leq0$，即$a\geq0$.

故使得$A\cap D=\left(0,\frac{1}{2}\right)$的一个必要不充分条件是$a\in[-1,+\infty)$.(答案不唯一)

①

第 2 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.C　2.B

3.D

提示：①②含有“且”，③含有“非”，共3个.

4.B

提示：由实际意义和命题否定的定义可知.

5.D

提示：由题可知“p 且 q”是假命题，“p 或 q”是真命题，“$\neg p$”是假命题，“$\neg q$”是真命题.

6.A

提示：如果原命题是真命题，则 $a\geqslant x^2$ 在 $x\in[1,2]$上恒成立，故 $a\geqslant 4$.

7.A

8.A

9.D

提示：$\sqrt{3}\in A\cup B$的否定是：$\sqrt{3}\notin A\cup B$，所以$\sqrt{3}\notin A$且$\sqrt{3}\notin B$，即$\sqrt{3}\in(\complement_S A)\cap(\complement_S B)$.

10.C

提示：选项 A 中，命题 p 假，q 假，不满足题意；选项 B 中，命题 p 真，q假，不满足题意；选项 C 中，命题 p 假，q真，满足题意；选项 D 中，命题 p 真，q 真，不满足题意.故选 C.

11.C

提示：根据定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数$f(x)$不是偶函数，可知“任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(-x)=f(x)$”是假命题，故其否定形式为真命题，即存在 $x_0\in\mathbf{R}$，$f(-x_0)\neq f(x_0)$.

12.B

提示：设 $g(x)=f(x+m)-f(m)$.①$g(x)=2(x+m)+1-(2m+1)=2x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，故$f(x)$是“位差奇函数”；②$g(x)=x^2+2(m+1)x$，不存在实数 m 使得 $g(x)$是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，故$f(x)$不是“位差奇函数”；③$g(x)=2^m(2^x-1)$，不存在实数 m 使得 $g(x)$是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，故 $f(x)$不是“位差奇函数”；④$g(x)=\sin\left(x+m+\dfrac{3\pi}{4}\right)-\sin\left(m+\dfrac{3\pi}{4}\right)=2\cos\left(\dfrac{x}{2}+m+\dfrac{3\pi}{4}\right)\sin\dfrac{x}{2}$，取 $m=\dfrac{\pi}{4}$，可得 $g(x)=2\cos\left(\dfrac{x}{2}+\pi\right)\sin\dfrac{x}{2}=-2\cos\dfrac{x}{2}\sin\dfrac{x}{2}=-\sin x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，故$f(x)$是“位差奇函数”.故选 B.

二、填空题

13.假

提示：原命题是真命题，故它的否定是假命题.

14.“p且q”“¬q”，“p或q”“¬p”

提示：因为命题p假，命题q真，所以命题“p且q”假，命题“p或q”真，“¬p”真，“¬q”假.

15.$\sqrt{5}>3$；$\sqrt{5}<3$，$\sqrt{5}=3$

16.$\left[-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

提示：因为 $x_1\in[-1,3]$时，$f(x_1)\in[1,10]$，

$x_2\in[-1,3]$时，$g(x_2)\in\left[\dfrac{1}{2}-m,8-m\right]$，

所以只需 $1\geqslant\dfrac{1}{2}-m$，解得 $m\geqslant-\dfrac{1}{2}$.

三、解答题

17.解：(1)本题隐含了全称量词“所有的”，其实命题应为“所有的指数函数都是单调函数”，是全称命题，且为真命题.

(2)命题中含有存在量词“至少有一个”，因此是特称命题，真命题.

(3)命题中含有全称量词“任意”，是全称命题，真命题.

(4)命题中含有存在量词“存在”，是特称命题，真命题.

18.解：若p为真命题，则$1\in\{x|x^2<a\}$，故$1^2<a$，即$a>1$；若q为真命题，则$2\in\{x|x^2<a\}$，即$a>4$.

(1)若“p且q”为真命题，则p真q真，故$a>1$且$a>4$，即$a>4$.

所以实数a的取值范围是$(4,+\infty)$.

(2)若“p或q”为真命题，

则$a>1$或$a>4$，即$a>1$.

所以实数a的取值范围是$(1,+\infty)$.

19.解：¬p：任意$x\in\mathbf{R}$，$\lg(ax^2+2x+1)$有意义，

即对一切$x\in\mathbf{R}$，$ax^2+2x+1>0$恒成立.

又$a=0$时，不合题意，

所以$\begin{cases}a>0,\\ \Delta<0,\end{cases}$解得$a>1$.

所以实数a的取值范围是$(1,+\infty)$.

20.解：(1)若 p 为真命题，则有$(1-m)^2+(-2+2)^2<9$，解得$-2<m<4$.

所以实数 m 的取值范围为$(-2,4)$.

(2)若 q 为真命题，

则有$\sqrt{[(m-(-1)]^2+(-2-1)^2}>3+2$，

解得 $m<-5$ 或 $m>3$.

所以实数 m 的取值范围为$(-\infty,-5)\cup(3,+\infty)$.

(3)若“p 或 q 为真命题，由(1)(2)可知，$m\in(-2,4)$或 $m\in(-\infty,-5)\cup(3,+\infty)$.

所以实数 m 的取值范围为$(-\infty,-5)\cup(-2,+\infty)$.

21.解：由$x^2+2ax+4>0$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，

得 $\Delta=(2a)^2-4\times4<0$，解得$-2<a<2$.

所以p：$-2<a<2$.

由$y=-(4-2a)^x$是$\mathbf{R}$上的减函数，

得$4-2a>1$，解得$a<\dfrac{3}{2}$.

所以q：$a<\dfrac{3}{2}$.

由“p 或 q”为真，“p 且 q”为假，知p与q中必有一真一假，即p真q假，或p假q真.

所以$\begin{cases}-2<a<2,\\ a\geqslant\dfrac{3}{2},\end{cases}$或$\begin{cases}a\leqslant-2,或a\geqslant2,\\ a<\dfrac{3}{2},\end{cases}$

解得$\dfrac{3}{2}\leqslant a<2$，或$a\leqslant-2$.

所以，实数a的取值范围是

$(-\infty,-2]\cup\left[\dfrac{3}{2},2\right)$.

22.解：(1)假设存在$m,k\in\mathbf{N}_+$，使得$a_m+a_{m+1}=a_k$，则有$3m+1+3(m+1)+1=3k+1$，整理得$k-2m=\dfrac{4}{3}$.

若$m,k\in\mathbf{N}_+$，则$k-2m$为整数，上式不成立.

所以不存在$m,k\in\mathbf{N}_+$满足要求.

(2)当$m=1$时，由 $b_1b_2=b_k$，得 $a^2q^3=aq^k$，所以$a=q^{k-3}$，即$a=q^c(c\in\mathbf{Z}$，且$c\geqslant-2)$.

当$a=q^c(c\in\mathbf{Z}$，且$c\geqslant-2)$时，$b_n=q^{n+c}$，则有$b_mb_{m+1}=q^{m+c}\cdot q^{m+1+c}=q^{2m+1+2c}$，故存在$k=2m+1+c$，使得$b_mb_{m+1}=b_k$.

所以a,q满足的充要条件是$a=q^c(c\in\mathbf{Z}$，且$c\geqslant-2)$.

第 3 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、选择题

1.B

2.D

提示：①等底等高的三角形都是面积相等的三角形，但不一定全等；②当x，y 中一个为零，另一个不为零时，$|x|+|y|\neq0$；③当 $c=0$ 时不成立；④菱形的对角线互相垂直，矩形的对角线不一定垂直.

3.A　4.D　5.C

6.A

提示：因为 $a>0,b>0$，所以 $4\geqslant a+b\geqslant2\sqrt{ab}$，得 $ab\leqslant4$；若 $a=4,b=\dfrac{1}{4}$，则 $ab=1\leqslant4$，但 $a+b=4+\dfrac{1}{4}>4$，所以“$a+b\leqslant4$”是“$ab\leqslant4$”的充分不必要条件.

7.D

提示：由¬p 是真命题，得 p 是假命题.又 p 或 q 是真命题，所以 q 是真命题.

8.B

9.B

提示：$a^2>b^2$，$\dfrac{a}{b}<1$ 不能推出 $a>b$，$\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b\Leftrightarrow a>b$.

10.A

提示：作出平面区域 D，可知 p 是真命题，则¬p 是假命题；q 是假命题，则¬q 是真命题.所以“p 或 q”真，“¬p 或 q”假，“p 且¬q”真，“¬p 且¬q”假.故选 A.

11.C

提示：$A=\{x|-1<x<1\}$；当 $a=1$ 时，$B=\{x|b-1<x<3\}$.若“$a=1$”是“$A\cap B\neq\varnothing$”的充分而不必要条件，则 b 必须满足条件 $b-1<1\Rightarrow b<2$.所以 b 的取值范围可以是$\{b|b<2\}$或其子集.故选 C.

12.A

提示：由题设，知任意 $x\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$，都有 $2\sqrt{3}\cos^2x+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)+m>0$，

即 $2\sqrt{3}\cos^2x+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)>-m$.

设 $y=2\sqrt{3}\cos^2x+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}(1+\cos2x)+\dfrac{1}{2}\sin2x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos2x=\dfrac{1}{2}\sin2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos2x+\sqrt{3}=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}$.

由 $x\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$，知 $2x+\dfrac{\pi}{3}\in\left[\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{4\pi}{3}\right]$，从而 $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)\in\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$，$y\in\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right]$.

所以$-m<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，即 $m>-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

故选 A.

二、填空题

13.3

提示：由 $\dfrac{a_n+a_{n+1}}{2}<a_n$，得 $a_{n+1}<a_n$，所以数列$\{a_n\}$为递减数列，故原命题是真命题，其逆否命题为真命题.易知原命题的逆命题为真命题，所以其否命题也为真命题.

14.方向相同或相反的两个向量共线

15.$[1,2)$

提示：两个都是假命题，则

$\begin{cases}x<2或x>5,\\ 1\leqslant x\leqslant4\end{cases}\Rightarrow1\leqslant x<2$.

16.$(-4,0)$

提示：由 $g(x)<0$ 得 $2^x-2<0$，$x<1$.

又因为任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)<0$ 或 $g(x)<0$，所以 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$ 在 $x\geqslant1$ 时恒成立，所以$\begin{cases}m<0,\\ -m-3<1,\\ 2m<1,\end{cases}$解得 $-4<m<0$.

三、解答题

17.证明：将“若 $m^2+n^2=2$，则 $m+n\leqslant2$”视为原命题，则它的逆否命题为“若 $m+n>2$，则 $m^2+n^2\neq2$”.

因为 $m+n>2$，

所以 $m^2+n^2\geqslant\dfrac{1}{2}(m+n)^2>\dfrac{1}{2}\times2^2=2$，

所以 $m^2+n^2\neq2$.

所以原命题的逆否命题是真命题，从而原命题也为真命题，得证.

18.证明：充分性：

因为 A,B 为锐角，且 $A+B=\dfrac{\pi}{4}$，

所以 $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}=1$，

可得 $\tan A+\tan B=1-\tan A\tan B$，

所以$(1+\tan A)(1+\tan B)$

$=1+\tan A+\tan B+\tan A\tan B$

$=1+(1-\tan A\tan B)+\tan A\tan B$

$=2$.

必要性：

因为$(1+\tan A)(1+\tan B)=2$，

所以 $\tan A+\tan B=1-\tan A\tan B$，

故 $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}=1$.

因为 A,B 为锐角，所以 $0<A+B<\pi$，

从而 $A+B=\dfrac{\pi}{4}$.

综上可知，$A+B=\dfrac{\pi}{4}$ 为$(1+\tan A)\cdot(1+\tan B)=2$ 的充要条件.

19.解：(1)因为¬p 为假命题，所以 p 为真命题.

因为 $y=x-x^2=-\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}$在$[1,+\infty)$上的最大值为 0，所以 $a\geqslant0$.

故实数 a 的取值范围是$[0,+\infty)$.

(2)由(1)可知，若 p 为真命题，则 $a\geqslant0$；若 q 为真命题，则 $\Delta=a^2-4\geqslant0$，解得 $a\leqslant-2$ 或 $a\geqslant2$.

因为“p 且 q”为假命题，“p 或 q”为真命题，所以 p 与 q 一真一假，

则$\begin{cases}a\geqslant0,\\ -2<a<2,\end{cases}$或$\begin{cases}a<0,\\ a\leqslant-2或a\geqslant2,\end{cases}$

所以 $0\leqslant a<2$ 或 $a\leqslant-2$.

所以实数 a 的取值范围是$(-\infty,-2]\cup[0,2)$.

20.解：(1)由 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$，得 $-3\leqslant a\leqslant5$，因此 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的充要条件是$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$.

(2)求实数 a 的一个值，使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个充分而不必要条件，就是在集合$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$中取一个值，如取 $a=0$，此时必有 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$；反之，$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$不一定有 $a=0$，故 $a=0$ 是 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个充分不必要条件.

(3)求实数 a 的取值范围，使它成为 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个必要不充分条件就是另求一个集合，使$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$是它的一个真子集.

如果$\{a|a\leqslant5\}$，则不一定有 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$，但是 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$时，必有 $a\leqslant5$，故$\{a|a\leqslant5\}$是 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个必要不充分条件.

21.解：(1)因为 $f(x)+g(x)=a^2x^3+x^2+a^3$，　①

又 $f(x)$为奇函数，$g(x)$为偶函数，

所以$-f(x)+g(x)=-a^2x^3+x^2+a^3$.　②

由①②，解得 $f(x)=a^2x^3$，$g(x)=x^2+a^3(a\neq0)$.

(2)若 p 真，易知 $f(x)$在$[1,2]$上是增函数，所以$[f(x)]_{\min}=f(1)=a^2\geqslant1$，解得 $a\leqslant-1$ 或 $a\geqslant1$.

若 q 真，对于 $x\in[-2,3]$，$[g(x)]_{\max}=g(3)=9+a^3\geqslant17$，解得 $a\geqslant2$.

若“p 或 q”为假命题，则 p 假 q 假，

所以 $a\in(-1,1)\cap(-\infty,2)=(-1,1)$.

故“p 或 q”为真命题时，$a\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$.

22.解：(1)若$\{a_n\}$为递增数列，则 $a_{n+1}>a_n$，即 $3^{n+1}-m\cdot2^{n+1}>3^n-m\cdot2^n$.

化简，可得 $m<2\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^n$.易知函数 $f(n)=2\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^n$ 是增函数，

所以 $f(n)\geqslant f(1)=3$.所以 $m<3$.

又 $m>0$，所以 m 的取值范围是$(0,3)$.

(2)若¬p 是¬q 的必要不充分条件，则 p 是 q 的充分不必要条件.

当直线 l 与圆 O 相交时，有 $\dfrac{|m|}{2}<r$.

所以 $r\geqslant\dfrac{3}{2}$.

故 r 的取值范围是$\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$.