第 4 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.D　2.B　3.D　4.A　5.D　6.D

7.A

8.B

提示: 由 $f(1)=\frac{1}{9}$,解得 $a=\frac{1}{3}$,所以 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{|2x-4|}$.因为函数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$ 是减函数,所以 $f(x)$ 的单调递减区间即为 $g(x)=|2x-4|$ 的单调递增区间,根据 $g(x)$ 的图象可知该区间为 $[2,+\infty)$.

9.D　10.D　11.C　12.C

二、填空题

13.$x=3$

提示: 因为 $4^x-6\times2^x-16=(2^x-8)(2^x+2)=0$,

所以 $2^x=-2$(舍去)或 $2^x=8$,解得 $x=3$.

14.$\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]$

提示: 函数 $f(x)=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1}-8}$,

所以 $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1}-8\geqslant0$,

可化为 $2^{1-3x}\geqslant2^3$,

即 $1-3x\geqslant3$,解得 $x\leqslant-\frac{2}{3}$,

所以 $f(x)$ 的定义域为 $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]$.

15.-2

提示: 由题意知,$f\left(-\frac{19}{3}\right)=f\left(-\frac{1}{3}\right)=-f\left(\frac{1}{3}\right)=-8^{\frac{1}{3}}=-2$.

16.$(1,+\infty)$

提示: 因为函数 $f(x)=a^x(a>0,a\neq1)$ 与 $g(x)=x+1$ 在 R 上互为“互换函数”,所以对于任意的 $x\in R$,都有 $a^{x+1}=a^x+1$ 成立 $(a>0,a\neq1)$,所以 $a^x(a-1)=1$,因为 $a>0$,$a\neq1$,所以 $\left(\frac{1}{a}\right)^x=a-1$ 恒成立,由指数函数的性质,可得 $\left(\frac{1}{a}\right)^x>0$,所以只需 $a-1>0$,解得 $a>1$.

三、解答题

17.**解:**(1)原式 $=\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2}-\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^{\frac{1}{3}}+\left[(0.2)^3\right]^{-\frac{2}{3}}\times\frac{1}{25}=\frac{5}{3}-\frac{2}{3}+\frac{1}{0.04}\times\frac{1}{25}=2$.

(2)原不等式可以化为 $2^{2x+1}>2^{-x-2}$,因为指数函数 $y=2^x$ 为增函数,

所以 $2x+1>-x-2$,解得 $x>-1$,

所以原不等式的解集为 $\{x|x>-1\}$.

18.**解:** 令 $t=3^x(1\leqslant t\leqslant3)$,则 $y=-t^2+3t+4$,其中 $1\leqslant t\leqslant3$,

对称轴为 $t=\frac{3}{2}$,开口向下,所以当 $t=\frac{3}{2}$ 时,$y_{max}=-\left(\frac{3}{2}\right)^2+3\times\frac{3}{2}+4=\frac{25}{4}$,

当 $t=3$ 时,$y_{min}=-9+9+4=4$,

故函数 $f(x)$ 的值域为 $\left[4,\frac{25}{4}\right]$.

19.**解:** 设 $u=x^2-2x-1$,则原函数为 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^u$.

(1)函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.由 $u=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$ 知,当 $x\in\mathbf{R}$ 时,$u\geqslant-2$,此时 $0<\left(\frac{1}{3}\right)^u\leqslant9$,所以函数 $f(x)$ 的值域为 $(0,9]$.

(2)因为 $u=x^2-2x-1$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,在 $(-\infty,1)$ 上单调递减;而 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^u$ 在定义域内为减函数,所以函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x-1}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减,在 $(-\infty,1)$ 上单调递增.

20.(1)函数 $f(x)$ 为奇函数.

证明: 函数 $f(x)=2^x-2^{-x}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,关于原点对称,因为 $f(-x)=2^{-x}-2^x=-(2^x-2^{-x})=-f(x)$,

所以函数 $f(x)=2^x-2^{-x}$ 为奇函数.

(2)**解:** 设 $u=f(x)$,由于函数 $y_1=2^x$ 为增函数,函数 $y_2=2^{-x}$ 为减函数,

所以函数 $u=f(x)$ 为增函数,当 $x\in[0,1]$ 时,则 $u\in\left[0,\frac{3}{2}\right]$.

因为 $2^{2x}+2^{-2x}=(2^x-2^{-x})^2+2=u^2+2$,所以 $y=u^2-u+2$,

因为 $y=u^2-u+2=\left(u-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$,$u\in\left[0,\frac{3}{2}\right]$.所以当 $u=\frac{1}{2}$ 时,y 取得最小值,$y_{min}=\frac{7}{4}$;当 $u=\frac{3}{2}$ 时,y 取得最大值,$y_{max}=\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}=\frac{11}{4}$.

21.**解:** 因为 $f(-x)=4^{-x}-m\cdot2^{-x+1}+m^2-3$,由 $f(-x)=-f(x)$,得 $4^{-x}-m\cdot2^{-x+1}+m^2-3=-(4^x-m\cdot2^{x+1}+m^2-3)$,

于是 $4^{-x}+4^x-2m(2^x+2^{-x})+2(m^2-3)=0$,①在 $\mathbf{R}$ 上有解.

令 $t=2^x+2^{-x}(t\geqslant2)$,则 $4^x+4^{-x}=t^2-2$,所以方程①变为 $t^2-2mt+2m^2-8=0$ 在区间 $[2,+\infty)$ 内有解.

令 $g(t)=t^2-2mt+2m^2-8$,$t\geqslant2$,由题意需满足以下条件:

$g(2)\leqslant0$,或 $\begin{cases}\Delta=4m^2-8(m^2-4)\geqslant0,\\-\frac{-2m}{2}=m\geqslant2,\\g(2)\geqslant0,\end{cases}$

即 $m^2-2m-2\leqslant0$,

或 $\begin{cases}m^2\leqslant8,\\m\geqslant2,\\m^2-2m-2\geqslant0,\end{cases}$

得 $1-\sqrt{3}\leqslant m\leqslant1+\sqrt{3}$,

或 $\begin{cases}-2\sqrt{2}\leqslant m\leqslant2\sqrt{2},\\m\geqslant2,\\m\geqslant1+\sqrt{3}\text{ 或 }m\leqslant1-\sqrt{3},\end{cases}$

解得 $1-\sqrt{3}\leqslant m\leqslant1+\sqrt{3}$ 或 $1+\sqrt{3}\leqslant m\leqslant2\sqrt{2}$.

综上,实数 m 的取值范围是 $[1-\sqrt{3},2\sqrt{2}]$.

22.**解:**(1)因为 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数,所以 $f(0)=0$,所以 $1-(k-1)=0$,所以 $k=2$.

(2)由(1)知,$f(x)=a^x-a^{-x}(a>0$,且 $a\neq1)$,因为 $f(1)<0$,所以 $a-\frac{1}{a}<0$,又 $a>0$,且 $a\neq1$,所以 $0<a<1$.

因为 $y_1=a^x$ 单调递减,$y_2=a^{-x}$ 单调递增,

故 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.

由 $f(x^2+tx)+f(4-x)<0$,

得 $f(x^2+tx)<f(x-4)$,

所以 $x^2+tx>x-4$ 恒成立,

即 $x^2+(t-1)x+4>0$ 恒成立,

所以 $\Delta=(t-1)^2-16<0$,解得 $-3<t<5$.

所以 t 的取值范围是 $(-3,5)$.

(3)因为 $f(1)=\frac{3}{2}$,所以 $a-\frac{1}{a}=\frac{3}{2}$,

即 $2a^2-3a-2=0$,所以 $a=2$ 或 $a=-\frac{1}{2}$(舍去).

所以 $g(x)=2^{2x}+2^{-2x}-2m(2^x-2^{-x})=(2^x-2^{-x})^2-2m(2^x-2^{-x})+2$,

令 $t=f(x)=2^x-2^{-x}$,又 $f(x)=2^x-2^{-x}$ 为增函数,$x\geqslant1$,$t\geqslant f(1)=\frac{3}{2}$.

令 $h(t)=t^2-2mt+2=(t-m)^2+2-m^2$,$t\geqslant\frac{3}{2}$.

若 $m\geqslant\frac{3}{2}$,当 $t=m$ 时,$[h(t)]_{min}=2-m^2=-2$,得 $m=2$;

若 $m<\frac{3}{2}$,当 $t=\frac{3}{2}$ 时,$[h(t)]_{min}=\frac{17}{4}-3m=-2$,解得 $m=\frac{25}{12}>\frac{3}{2}$,舍去.

综上,$m=2$.

第 1 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1~6.DDBBCC

7.A

提示: 因为集合中只有一个元素,所以 $\Delta=a^2-4a=0$,所以 $a=0$ 或 $a=4$.又当 $a=0$ 时,集合 A 为 $\varnothing$,故选A.

8.D

提示: 求解一元二次方程,

得 $A=\{x|x^2-3x+2=0,x\in\mathbf{R}\}=\{1,2\}$,易知 $B=\{x|0<x<5,x\in\mathbf{N}\}=\{1,2,3,4\}$,因为 $A\subseteq C\subseteq B$,所以根据子集的定义,集合 C 必须含有元素1,2,且可能含有元素3,4,原题即求集合 $\{3,4\}$ 的子集个数,即有 $2^2=4$ 个,故选D.

9.C　10.C　11.C　12.B

二、填空题

13.8

提示: $2^3=8$ 个.

14.-1 或 4

提示: 因为集合 $A=\{2,8,a\}$,$B=\{2,a^2-3a+4\}$,且 $B\subseteq A$,

所以 $a^2-3a+4=8$ 或 $a^2-3a+4=a$,

当 $a^2-3a+4=8$ 时,$a^2-3a-4=0$,解得 $a=-1$ 或 $a=4$,经检验符合题意;

当 $a^2-3a+4=a$ 时,$a^2-4a+4=0$,解得 $a=2$,此时集合不满足元素的互异性,应舍去.

综上,$a=-1$ 或 $a=4$.

15.$\left\{0,\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right\}$

16.$\left\{m\middle|\frac{2}{3}\leqslant m<1,\text{或 }1<m<\frac{4}{3}\right\}$

提示: 由题意知,集合A应满足①非空,②区间的长度不超过2,

即 $\begin{cases}3m-1\geqslant m,\\3m-1-m<2,\end{cases}$

所以 $\frac{1}{2}\leqslant m<\frac{3}{2}$,

此时,$\frac{1}{2}\leqslant3m-1<\frac{7}{2}$,

所以集合A可能包含的整数应为1,2,3.

(1)当仅有 $1\in A$ 时,$m\leqslant1\leqslant3m-1<2$,所以 $\frac{2}{3}\leqslant m<1$.

(2)当仅有 $2\in A$ 时,$m>1$,$2\leqslant3m-1<3$,所以 $1<m<\frac{4}{3}$.

(3)当仅有 $3\in A$ 时,$2<m\leqslant3\leqslant3m-1<4$,所以 $m\in\varnothing$,

综上,实数 m 的取值范围是

$\left\{m\middle|\frac{2}{3}\leqslant m<1,\text{或 }1<m<\frac{4}{3}\right\}$.

三、解答题

17.**解:**(1)$\{(3,2),(6,0)\}$.

(2)$\{x|x=n^2,n\in\mathbf{N},0\leqslant n\leqslant7\}$.

(3)$\{(x,y)|x<0,y>0\}$.

18.**解:** 因为 $5\in A$,所以 $a+3=5$,或 $2a+2=5$,或 $a^2+1=5$,

解得 $a=2$,或 $a=\frac{3}{2}$,或 $a=\pm2$.

经检验:$a=2$ 时,$A=\{5,6,5\}$ 不满足互异性,舍去.

所以 $a=\frac{3}{2}$,或 $a=-2$.

19.**解:**(1)因为集合 B 只有一个元素,所以 $x^2+ax+a+\frac{5}{4}=0$ 有两个相等的实数根,

所以 $\Delta=a^2-4\left(a+\frac{5}{4}\right)=0$,解得 $a=5$ 或 $a=-1$.

(2)由题意知,$A=\left\{\frac{1}{2},3\right\}$,$B$ 是 A 的真子集,所以当 $B=\varnothing$ 时,

$\Delta=a^2-4\left(a+\frac{5}{4}\right)<0$,

解得 $-1<a<5$;

当 $B\neq\varnothing$ 时,根据(1)将 $a=5$,或 $a=-1$ 分别代入集合 B 检验,

当 $a=5$ 时,$B=\left\{-\frac{5}{2}\right\}$,不满足条件,舍去;当 $a=-1$ 时,$B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$,满足条件.

综上,实数 a 的取值范围是 $\{a|-1\leqslant a<5\}$.

20.**解:**(1)当 $a=4$ 时,易得 $A=\{x|5\leqslant x\leqslant7\}$.

因为 $B=\{x|x\leqslant3,\text{或 }x>5\}$,

所以 $A\cap B=\{x|5<x\leqslant7\}$.

(2)若 $2a-1<a+1$,即 $a<2$ 时,$A=\varnothing$,满足 $A\subseteq B$.

若 $2a-1\geqslant a+1$,即 $a\geqslant2$ 时,要使 $A\subseteq B$,只需 $\begin{cases}2a-1\leqslant3,\\a\geqslant2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a+1>5,\\a\geqslant2,\end{cases}$

解得 $a=2$ 或 $a>4$.

综上,实数 a 的取值范围为 $\{a|a\leqslant2,\text{或 }a>4\}$.

21.**解:**(1)$\begin{cases}2\in M,\\3\notin M\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4a+8>0,\\9a+13\leqslant0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>-2,\\a\leqslant-\frac{13}{9}\end{cases}\Rightarrow-2<a\leqslant-\frac{13}{9}$,

所以实数a的取值范围是

$\left\{a\middle|-2<a\leqslant-\frac{13}{9}\right\}$.

(2)因为 $M=\left\{x\middle|\frac{1}{2}<x<2\right\}$,所以 $\frac{1}{2}$,2是方程 $ax^2+5x-2=0$ 的两个根,

所以由韦达定理,得

$\begin{cases}\frac{1}{2}+2=-\frac{5}{a},\\\frac{1}{2}\times2=-\frac{2}{a},\end{cases}$ 解得 $a=-2$.

22.(1)**证明:** 若 $x\in A$,则 $\frac{1}{1-x}\in A$.

又因为 $2\in A$,所以 $\frac{1}{1-2}=-1\in A$.

因为 $-1\in A$,所以 $\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}\in A$.

所以A中另外两个元素为 $-1,\frac{1}{2}$.

(2)**解:** $x\in A$,$\frac{1}{1-x}\in A$,$\frac{x-1}{x}\in A$,

且 $x\neq\frac{1}{1-x}$,$\frac{1}{1-x}\neq\frac{x-1}{x}$,$x\neq\frac{x-1}{x}$,故集合 A 中至少有3个元素,所以集合A不是双元素集合.

(3)**解:** 由 $x\in A$,$\frac{1}{1-x}\in A$,$\frac{x-1}{x}\in A$,可得 $\left\{x,\frac{1}{1-x},\frac{x-1}{x}\right\}\subseteq A$,

因为 $x\cdot\frac{1}{1-x}\cdot\frac{x-1}{x}=-1$,又A中元素个数不超过8个,且为3的倍数,所以 A 中元素个数为6个.

所以 $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2=1\Rightarrow x=\frac{1}{2}$,所以 $\frac{1}{2}$,2,$-1\in A$.

所以 $\frac{1}{2}+2-1+m+\frac{1}{1-m}+\frac{m-1}{m}=\frac{14}{3}$,

化简,得 $6m^3-19m^2+m+6=0$,即 $(m-3)(2m+1)(3m-2)=0$,

解得 $m=3$ 或 $m=-\frac{1}{2}$ 或 $m=\frac{2}{3}$.

所以 $A=\left\{\frac{1}{2},2,-1,-\frac{1}{2},3,\frac{2}{3}\right\}$.

① 第2期

第3~4版同步周测参考答案

一、选择题

1~6.BACBDD

7.D

提示：因为$f(x)$是R上奇函数，所以$f(-1)=-f(1)=-1$.又$f(x)$是R上增函数，$-1\le f(x-2)\le 1$，即$f(-1)\le f(x-2)\le f(1)$，则有$-1\le x-2\le 1$，解得$1\le x\le 3$，故选D.

8.B

9.A

提示：当$f(x)<g(x)$时，$x+1<-2x$，得$x<-\frac{1}{3}$，此时$F(x)=x+1$，所以$F(x)<-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$；当$f(x)\ge g(x)$时，$x+1\ge -2x$，得$x\ge -\frac{1}{3}$，此时，$F(x)=-2x$，所以$F(x)\le -2\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$.所以$F(x)$有最大值$\frac{2}{3}$，无最小值.故选A.

10.B　11.C　12.C

二、填空题

13.$\frac{2}{x}-x(x\ne 0)$

提示：$f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$，①

以$\frac{1}{x}$代替x，得$f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{3}{x}$，②

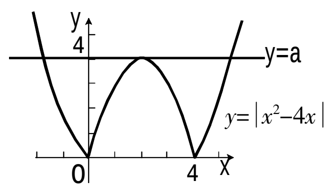
由①②解得$f(x)=\frac{2}{x}-x(x\ne 0)$.

14.$(-\infty,4]$

15.$[-1,0)\cup(0,1]$

16.4

提示：令$f(x)=|x^2-4x|-a=0$，可得$|x^2-4x|=a$.由于函数$f(x)=|x^2-4x|-a$的零点个数为3，故函数$y=|x^2-4x|$的图象和函数$y=a$的图象有3个交点（如图所示），故$a=4$.



（第16题图）

三、解答题

17.**解**：(1)$f(2)=\frac{1}{3}$，$g(2)=6$.

(2)$f(g(2))=f(6)=\frac{1}{7}$.

(3)$f(g(x))=f(x^2+2)=\frac{1}{x^2+3}(x\in\mathbf{R})$.

18.**解**：(1)设$f(x)=ax^2+bx+c(a\ne 0)$，则$f(x-1)=a(x-1)^2+b(x-1)+c$，$f(1-x)=a(1-x)^2+b(1-x)+c$，所以$2f(x-1)-f(1-x)=ax^2-(2a-3b)x+a-3b+c=2x^2-1$，

所以$\begin{cases}a=2,\\2a-3b=0,\\a-3b+c=-1,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\\b=\frac{4}{3},\\c=1,\end{cases}$

所以$f(x)=2x^2+\frac{4}{3}x+1$.

(2)令$t=\sqrt{x}-1$，$t\ge -1$，则$x=(t+1)^2$，所以$f(t)=(t+1)^2(t\ge -1)$.

所以$f(x)=(x+1)^2(x\ge -1)$.

19.(1)**解**：因为函数$f(x)$是定义域在$[-1,1]$上的奇函数，所以$f(0)=0=\frac{b}{1}$，所以$b=0$，所以$f(x)=\frac{ax}{1+x^2}$.

因为$f(1)=\frac{1}{2}=\frac{a}{2}$，所以$a=1$，

所以$f(x)=\frac{x}{1+x^2}(x\in[-1,1])$.

(2)**证明**：在$[-1,1]$上任取x_1,x_2，设$x_1<x_2$，即$-1\le x_1<x_2\le 1$，

则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{1+x_1^2}-\frac{x_2}{1+x_2^2}$

$=\frac{x_1(1+x_2^2)-x_2(1+x_1^2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$

$=\frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$，

因为$-1\le x_1<x_2\le 1$，

所以$x_1-x_2<0$，$1-x_1x_2>0$，

$f(x_1)-f(x_2)<0$，

即当$x_1<x_2$时，$f(x_1)<f(x_2)$，

所以$f(x)$在$[-1,1]$上是增函数.

(3)**解**：由$f(2t-1)+f(t-1)<0$，得$f(2t-1)<-f(t-1)=f(1-t)$，

即$\begin{cases}-1\le 2t-1\le 1,\\-1\le 1-t\le 1,\\2t-1<1-t,\end{cases}$解得$0\le t<\frac{2}{3}$.

所以实数t的取值范围是$\left[0,\frac{2}{3}\right)$.

20.(1)函数$f(x)$是奇函数.

证明如下：

令$x=y=0$，则$f(0)=0$，

令$y=-x$，即$x+y=0$，则$f(0)=f(x)+f(-x)=0$，

则$f(-x)=-f(x)$，所以$f(x)$是奇函数.

(2)**解**：因为$f(x)$是奇函数，

所以$f(3)=-f(-3)=-a$.

令$x=y$，得$f(2x)=f(x)+f(x)=2f(x)$.

所以$f(12)=2f(6)=4f(3)=-4a$.

21.**解**：(1)由$y\ge 5$，得$\begin{cases}14-\frac{x}{2}\ge 5,\\6\le x\le 16,\end{cases}$或$\begin{cases}22-x\ge 5,\\16<x\le 21,\end{cases}$解得$6\le x\le 16$或$16<x\le 17$，即$6\le x\le 17$.

所以产品A的售价的取值范围是$[6,17]$.

(2)由题意，总利润$L=y(x-C)=xy-30$.

当$6\le x\le 16$时，$L=x\left(14-\frac{x}{2}\right)-30=-\frac{1}{2}x^2+14x-30=-\frac{1}{2}(x-14)^2+68$，所以当$x=14$时，L取得最大值68；

当$16<x\le 21$时，$L=x(22-x)-30=-x^2+22x-30=-(x-11)^2+81$，此时L是减函数，所以$L<16\times(22-16)-30=66$.

综上可知，当产品A的售价为14元时，总利润最大.

22.**解**：(1)因为$f(1)=2+a=3$，

所以$a=1$.

所以$f(x)=\frac{2x^2+1}{x}$.

设x_1,x_2是$\left[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$上任意两个实数且$x_1<x_2$，

则$f(x_1)-f(x_2)=2x_1+\frac{1}{x_1}-2x_2-\frac{1}{x_2}$

$=2(x_1-x_2)+\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}=(x_1-x_2)\left(2-\frac{1}{x_1x_2}\right)$，

因为$\frac{\sqrt{2}}{2}\le x_1<x_2$，所以$x_1x_2>x_1^2\ge\frac{1}{2}$，所以$0<\frac{1}{x_1x_2}<2$，所以$2-\frac{1}{x_1x_2}>0$，

又$x_1-x_2<0$，所以$f(x_1)-f(x_2)<0$，

所以$f(x_1)<f(x_2)$，

所以函数$f(x)$在$\left[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$上单调递增.

(2)因为$f(x)=x+b$，所以$x^2-bx+1=0$，

由韦达定理，得$x_1+x_2=b$，$x_1x_2=1$，

所以$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{b^2-4}$.

又$2\le b\le\sqrt{13}$，

所以$0\le|x_1-x_2|\le 3$.

假设存在实数m，使得不等式$m^2+m+1\ge|x_1-x_2|$对任意的$b\in[2,\sqrt{13}]$恒成立，

则只需$m^2+m+1\ge 3$，即$m^2+m-2\ge 0$，而$m^2+m-2=0$的两根为$m=-2$或$m=1$，

结合二次函数的图象有$m\le -2$或$m\ge 1$.

故存在满足题意的实数m，且m的取值范围为$(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$.

第3期

第2~3版章节测试参考答案

一、选择题

1~6.CDBCDD

7.A

8.B

提示：令$t=\sqrt{1-x}(t\ge 0)$，$x=1-t^2$，所以原函数换元后为$f(t)=-t^2+t+1(t\ge 0)$，其对称轴为$t=\frac{1}{2}$，在$t=\frac{1}{2}$时有最大值$\frac{5}{4}$，无最小值，故选B.

9.A

提示：由题意知，$A=\{-4,1\}$，$B\subseteq A$.代入选项检验，当$a=-3$时，$B=\{1\}$，符合，排除D选项；当$a=0$时，$B=\{-2,1\}$，不符合，排除B、C选项；当$a=2$时，$B=\{-4,1\}$，符合.故选A.

10.D　11.D

12.A

提示：$x\in(0,2]$时，$f(x)=x(x-2)$，$f(x)\in[-1,0]$.因为$f(x+2)=2f(x)$，则$x\in(2,4]$，$f(x)=2(x-2)(x-4)$，$f(x)\in[-2,0]$.$x\in(4,6]$，$f(x)=4(x-4)(x-6)$，$f(x)\in[-4,0]$.因为$f(x)\ge -3$，所以当$f(x)=-3$时，$x=\frac{9}{2}$或$x=\frac{11}{2}$，易知，$x\in\left(\frac{9}{2},\frac{11}{2}\right)$时，$f(x)<-3$，因此$m\le\frac{9}{2}$，故选A.

二、填空题

13.9　14.$[4,5)\cup(5,+\infty)$

15.-4

提示：因为$f(f(a))=f(a)+3=a+3+3=2$，

所以$a=-4$.

16.$(-\infty,0]\cup[8,+\infty)$

三、解答题

17.**解**：(1)因为$m=4$，

所以集合$A=\{x|-2<x<3\}$，

又$B=\{x|2<x<6\}$，

所以$A\cap B=\{x|2<x<3\}$.

(2)因为$A\subseteq B$，

①当$A=\varnothing$，

即$2m-10\ge m-1$，解得$m\ge 9$，

此时满足题意；

②当$A\ne\varnothing$，

则$\begin{cases}2m-10<m-1,\\2m-10\ge 2,\\m-1\le 6,\end{cases}$解得$6\le m\le 7$.

综上，实数m的取值范围是$[6,7]\cup[9,+\infty)$.

18.**解**：(1)令$t=2x-1$，则$x=\frac{t+1}{2}$，代入可知$f(t)=4\left(\frac{t+1}{2}\right)^2-2\frac{t+1}{2}+3=t^2+t+3$，从而$f(x)=x^2+x+3$.

(2)设$f(x)=ax+b$，$a\ne 0$，由$f(x+1)-2f(2x-1)=3x-4$，

得$a(x+1)+b-2[a(2x-1)+b]=3x-4$，

化简得$-3ax+3a-b=3x-4$，

所以$a=-1$，$b=1$，所以$f(x)=-x+1$.

19.**解**：(1)由题意知，$f(-2)=1$，

得$\frac{-2a}{2}=1$，所以$a=-1$.

(2)由(1)可知，当$x\in(-4,0)$时，

$f(x)=-\frac{x}{x+4}$；

当$x\in(0,4)$时，$-x\in(-4,0)$，$f(-x)=-\frac{-x}{-x+4}=\frac{x}{-x+4}$，因为$f(x)$是定义在$(-4,4)$上的偶函数，所以$f(-x)=f(x)$，所以$x\in(0,4)$时，$f(x)=-\frac{x}{x-4}$.

20.**解**：(1)当$0\le x\le 400$时，

$f(x)=4x-\frac{1}{200}x^2-0.9x-0.1x-200=-\frac{1}{200}x^2+3x-200$，

当$x>400$时，$f(x)=800-0.9x-0.1x-200=600-x$，

所以

$f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{200}x^2+3x-200,0\le x\le 400,\\600-x,x>400.\end{cases}$

(2)当$0\le x\le 400$时，

$f(x)=-\frac{1}{200}x^2+3x-200=-\frac{1}{200}(x-300)^2+250$，

当$x=300$时，$[f(x)]_{\max}=250$；

当$x>400$时，$f(x)=600-x<f(400)=200<250$.

所以当年产量x为300百台时，公司所获年利润最大，最大年利润为250万元.

21.(1)**解**：$f(x)$是奇函数.

因为$f(-x)=\frac{-x}{4+x^2}=-f(x)$，

所以$f(x)$是奇函数.

(2)**证明**：设任意的x_1,x_2，满足$-2<x_1<x_2<2$，

则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{x_1^2+4}-\frac{x_2}{x_2^2+4}$

$=\frac{x_1x_2^2+4x_1-x_1^2x_2-4x_2}{(x_1^2+4)(x_2^2+4)}$

$=\frac{x_1x_2(x_2-x_1)-4(x_2-x_1)}{(x_1^2+4)(x_2^2+4)}$

$=\frac{(x_1x_2-4)(x_2-x_1)}{(x_1^2+4)(x_2^2+4)}$.

因为$-2<x_1<x_2<2$，所以$x_1x_2<4$，

即$x_1x_2-4<0$，

因为$x_2-x_1>0$，所以$f(x_1)-f(x_2)<0$，

所以$f(x_1)<f(x_2)$，

因此函数$f(x)$在$(-2,2)$上是增函数.

(3)**解**：由$f(2+a)+f(1-2a)>0$，

得$f(2+a)>-f(1-2a)$，

因为$f(x)$是奇函数，

所以$-f(1-2a)=f(2a-1)$，

所以$f(2+a)>f(2a-1)$，

因此$\begin{cases}-2<2+a<2,\\-2<2a-1<2,\\2+a>2a-1,\end{cases}$解得$-\frac{1}{2}<a<0$.

所以实数a的取值范围是$\left(-\frac{1}{2},0\right)$.

22.**解**：(1)在①中令$x=1$，

则$1\le f(1)\le 1$，所以$f(1)=1$.

(2)由$f(x-1)=f(-x-1)$，得$a(x-1)^2+b(x-1)+c=a(-x-1)^2+b(-x-1)+c$，所以$b=2a$，

从而$f(x)$的对称轴$-\frac{b}{2a}=-1$，

又当$x\in\mathbf{R}$时，$f(x)$的最小值为0，

故设此二次函数的解析式为$f(x)=a(x+1)^2(a>0)$，

因为$f(1)=1$，所以$a=\frac{1}{4}$，

所以$f(x)=\frac{1}{4}(x+1)^2$.

(3)假设存在$t\in\mathbf{R}$，

只需$x\in[1,m]$，就有$f(x+t)\le x$.

$f(x+t)\le x\Rightarrow\frac{1}{4}(x+t+1)^2\le x\Rightarrow x^2+(2t-2)x+t^2+2t+1\le 0$.

令$g(x)=x^2+(2t-2)x+t^2+2t+1$，

则$g(x)\le 0$，$x\in[1,m]$.

所以$\begin{cases}g(1)\le 0,\\g(m)\le 0\end{cases}\Rightarrow$

$\begin{cases}-4\le t\le 0,\\1-t-2\sqrt{-t}\le m\le 1-t+2\sqrt{-t},\end{cases}$

所以$m\le 1-t+2\sqrt{-t}\le 1-(-4)+2\sqrt{-(-4)}=9$，且当$t=-4$时，对任意的$x\in[1,9]$，恒有$g(x)\le 0$，

所以m的最大值为9.