第 32 期

3~4 版

一、选择题

1~5.CCDDD

6~10.AAABA

二、填空题

11.3

12.$x^2=1$（答案不唯一）

13.8

14.②

三、

15.**解**：(1)原方程化为

$\sqrt{2}x^2-4x-4\sqrt{2}=0$.

$a=\sqrt{2}$，$b=-4$，$c=-4\sqrt{2}$.

$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times\sqrt{2}\times(-4\sqrt{2})=48>0$.

$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{48}}{2\times\sqrt{2}}=\sqrt{2}\pm\sqrt{6}$，

即 $x_1=\sqrt{2}+\sqrt{6}$，$x_2=\sqrt{2}-\sqrt{6}$.

(2)$(x-5)(x+1)=0$.

于是得 $x-5=0$ 或 $x+1=0$，

所以 $x_1=5$，$x_2=-1$.

16.**解**：(1)整理，得

$(1+x)^2=\dfrac{144}{100}$.

由此可得 $1+x=\pm1.2$.

所以 $x_1=0.2$，$x_2=-2.2$.

(2)原方程化为 $(2x+3)^2-(2x+3)=0$.

提取公因式，$(2x+3)(2x+3-1)=0$，

即 $2(2x+3)(x+1)=0$.

解得 $x_1=-\dfrac{3}{2}$，$x_2=-1$.

四、

17.**解**：(1)由已知，得 $20x-5x^2=15$.

解得 $x_1=1$，$x_2=3$.

因此，1 秒或 3 秒时，小石子离地面的高度为 15 米.

(2)由已知，得 $20x-5x^2=0$.

解得 $x_1=0$，$x_2=4$.

因此，4 秒时小石子落到地面.

18.**解**：(1)因为 $x_1+x_2=4$，$x_1x_2=2$，

所以 $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{4}{2}=2$.

(2)因为 $x_1+x_2=4$，$x_1x_2=2$，

所以 $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4^2-4\times2=8$.

五、

19.**解**：(1)依题意有 $\Delta=2^2-4(a-2)>0$，解得 $a<3$.

(2)依题意得 $1+2+a-2=0$，

解得 $a=-1$.

所以原方程为 $x^2+2x-3=0$.

解得 $x_1=1$，$x_2=-3$.

所以 $a=-1$，方程的另一根为 $x=-3$.

20.**解**：设 AB 的长度为 x 米，则 BC 的长度为 $(100-4x)$ 米.

根据题意，得 $(100-4x)x=400$.

解得 $x_1=20$，$x_2=5$.

因为 $0<100-4x<25$，则 $\dfrac{75}{4}<x<25$.

所以 $x=20$.

所以 $AB=20$（米），$BC=20$（米）.

答：羊圈的边长 AB，BC 分别是 20 米、20 米.

六、

21.**解**：(1)$1.5\times4=6$（万座）.

答：计划到 2020 年底，全省 5G 基站的数量是 6 万座.

(2)设 2020 年底到 2022 年底，全省 5G 基站数量的年平均增长率为 x.

依题意，得 $6(1+x)^2=17.34$.

解得 $x_1=0.7=70\%$，$x_2=-2.7$.（舍去）

答：2020 年底到 2022 年底，全省 5G 基站数量的年平均增长率为 70%.

七、

22.**解**：(1)当 $x-3\geqslant0$，即 $x\geqslant3$ 时，原方程可化为 $x^2-x=0$.

解得 $x_1=0$，$x_2=1$.（这都与 $x\geqslant3$ 矛盾，因此应舍去）

(2)当 $x-3<0$，即 $x<3$ 时，原方程可化为 $x^2+x-6=0$.

解得 $x_1=-3$，$x_2=2$.

因此，原方程的根是 $x_1=-3$，$x_2=2$.

八、

23.**解**：(1)设 2018 年甲类芯片的产量为 x 万块.

由题意，得 $x+2x+(x+2x)+400=2\,800$.

解得 $x=400$.

答：2018 年甲类芯片的产量为 400 万块.

(2)2018 年丙类芯片的产量为 $3x+400=1\,600$（万块）.

设丙类芯片的产量每年增加的数量为 y 万块.

则 $1\,600+1\,600+y+1\,600+2y=14\,400$.

解得 $y=3\,200$.

所以丙类芯片 2020 年的产量为 $1\,600+2\times3\,200=8\,000$（万块）.

2018 年 HW 公司手机产量为 $2\,800\div10\%=28\,000$（万部）.

则 $400(1+m\%)^2+2\times400(1+m\%-1)^2+8\,000=28\,000\times(1+10\%)$.

设 $m\%=t$，

$400(1+t)^2+2\times400(1+t-1)^2+8\,000=28\,000\times(1+10\%)$.

整理，得 $3t^2+2t-56=0$.

解得 $t=4$，或 $t=-\dfrac{14}{3}$.（舍去）

所以 $t=4$.

所以 $m\%=4$.

所以 $m=400$.

答：丙类芯片 2020 年的产量为 8 000 万块，$m=400$.

第 29 期

2 版

17.2.2 公式法

1.A

2.41，$\dfrac{7+\sqrt{41}}{4}$，$\dfrac{7-\sqrt{41}}{4}$

3.**解**：(1)$a=1$，$b=-2$，$c=-8$，

$b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-8)=36>0$.

代入求根公式，得

$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{36}}{2\times1}=\dfrac{2\pm6}{2}=1\pm3$.

即 $x_1=4$，$x_2=-2$.

(2)$a=2$，$b=3$，$c=1$，

$b^2-4ac=3^2-4\times2\times1=1>0$，

所以 $x=\dfrac{-3\pm1}{4}$.

即 $x_1=-\dfrac{1}{2}$，$x_2=-1$.

(3)移项，得 $x^2+2\sqrt{5}x-10=0$.

$a=1$，$b=2\sqrt{5}$，$c=-10$，

$\Delta=(2\sqrt{5})^2-4\times1\times(-10)=20+40=60>0$.

方程有两个不相等的实数根

$x=\dfrac{-2\sqrt{5}\pm\sqrt{60}}{2\times1}=-\sqrt{5}\pm\sqrt{15}$，

即 $x_1=-\sqrt{5}+\sqrt{15}$，$x_2=-\sqrt{5}-\sqrt{15}$.

17.2.3 因式分解法

第 1 课时

1.C

2.$x_1=-3$，$x_2=1$

3.$x+3=0$

4.(1)$x_1=0$，$x_2=\dfrac{5}{3}$；

(2)$x_1=3$，$x_2=\dfrac{1}{2}$；

(3)$x_1=x_2=\dfrac{1}{2}$；

(4)$x_1=\dfrac{3}{5}$，$x_2=-7$.

5.C

第 2 课时

1.C

2.D

3.4 或 -2

4.(1)$x_1=4$，$x_2=-2$.

(2)$x_1=4$，$x_2=-\dfrac{4}{3}$.

(3)$x_1=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$x_2=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(4)$x_1=\dfrac{3+\sqrt{33}}{4}$，$x_2=\dfrac{3-\sqrt{33}}{4}$.

5.**解**：把 $x=0$ 代入原方程，得

$m^2+3m-4=0$.

解这个关于 m 的一元二次方程，得 $m=1$ 或 $m=-4$.

而当 $m=-4$ 时，关于 x 的方程不是一元二次方程，

因此，$m=1$.

3 版

基础巩固

一、选择题

1~4.DDAD

5~8.AAAC

二、填空题

9.4

10.$x_1=1$，$x_2=3$

11.$\dfrac{9}{4}$

12.$x_1=\dfrac{7}{2}$，$x_2=-2$

13.$x_1=-2$，$x_2=4$

14.-3

15.-3 或 4

三、解答题

16.(1)$x_1=2$，$x_2=-\dfrac{1}{3}$；

(2)$x_1=\dfrac{11+\sqrt{13}}{6}$，$x_2=\dfrac{11-\sqrt{13}}{6}$.

17.(1)$x_1=0$，$x_2=\dfrac{5}{2}$；

(2)$x_1=\dfrac{3}{5}$，$x_2=-1$.

18.**解**：$x^2-2|x-2|-4=0$，

(1)当 $x-2\geqslant0$，即 $x\geqslant2$ 时，

原方程化为：$x^2-2(x-2)-4=0$.

解得 $x_1=0$，$x_2=2$.

因为 $x\geqslant2$，所以 $x_1=0$ 舍去.

(2)当 $x-2<0$，即 $x<2$ 时，

原方程化为：$x^2-2(2-x)-4=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=-4$.

因为 $x<2$，所以 $x_1=2$ 舍去.

综上所述，原方程的解是 $x_1=2$，$x_2=-4$.

能力提升

19.2

20.**解**：(1)根据题意，得 $m\neq1$.

$b^2-4ac=(-2m)^2-4(m-1)(m+1)=4>0$.

代入求根公式，得

$x_1=\dfrac{2m+2}{2(m-1)}=\dfrac{m+1}{m-1}$，

$x_2=\dfrac{2m-2}{2(m-1)}=1$.

(2)由(1)知 $x_1=\dfrac{m+1}{m-1}=1+\dfrac{2}{m-1}$.

因为方程的两个根都是正整数，

所以 $1+\dfrac{2}{m-1}$ 是正整数.

所以 $m-1=1$ 或 2.

所以 $m=2$ 或 3.

延伸拓广

21.**解**：由第一个方程，得 $x^2=mx-2$.

由第二个方程，得 $x^2=(m+1)x-m$.

因为两方程有一根相同，

所以 $x^2=x^2$，即 $mx-2=(m+1)x-m$.

解得 $x=m-2$.

将 $x=m-2$ 代入任一方程（如代入第一个方程），解得 $m=3$.

22.**解**：设 $x^2=y$，则原方程可化为 $y^2-2y-15=0$.

解得 $y=5$ 或 $y=-3$.

当 $y=5$ 时，$x^2=5$，所以 $x=\pm\sqrt{5}$；

当 $y=-3$ 时，$x^2=-3$，无意义，舍去.

因此，原方程的根是 $x_1=\sqrt{5}$，$x_2=-\sqrt{5}$.

8

第 30 期

2 版

17.3 一元二次方程根的判别式

1.C

2.A

3.B

4.C

5.$\pm2\sqrt{3}$

6.$k>-1$ 且 $k\neq0$

7.0

8.**解**:(1)因为 $a=2,b=3,c=-4$,所以 $\Delta=b^2-4ac=3^2-4\times2\times(-4)=9+32=41>0$.所以此方程有两个不相等的实数根.

(2)因为 $a=1,b=-2\sqrt{3},c=3$,所以 $\Delta=b^2-4ac=(-2\sqrt{3})^2-4\times1\times3=12-12=0$.所以此方程有两个相等的实数根.

(3)原方程可化为 $5x^2-7x+5=0$.因为 $a=5,b=-7,c=5$,所以 $\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times5\times5=49-100=-51<0$.所以此方程没有实数根.

9.**解**:因为方程 $kx^2-12x+9=0$ 是关于 x 的一元二次方程,

所以 $k\neq0$.

$b^2-4ac=(-12)^2-4k\times9=144-36k$.

(1)由 $144-36k>0$,解得 $k<4$.

又 $k\neq0$,所以当 $k<4$ 且 $k\neq0$ 时,方程有两个不相等的实数根.

(2)由 $144-36k=0$,解得 $k=4$.

所以当 $k=4$ 时,方程有两个相等的实数根.

(3)由 $144-36k<0$,解得 $k>4$.

所以当 $k>4$ 时,方程没有实数根.

*17.4 一元二次方程的根与系数的关系

1.B　2.D　3.A　4.A　5.10

6.-2　7.-2　8.2

9.**解**:由根与系数的关系,得

$x_1+x_2=-\frac{3}{2}$,$x_1\cdot x_2=-2$.因此

(1)$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2$

$=\left(-\frac{3}{2}\right)^2-2\times(-2)$

$=\frac{25}{4}$.

(2)因为 $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2=\left(-\frac{3}{2}\right)^2-4\times(-2)=\frac{41}{4}$.

所以 $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$.

10.**解**:设方程的两根为 x_1 和 x_2,

$\Delta=4(m+1)^2-4(m^2-2)$

$=8m+12$.

当 $\Delta\geqslant0$ 时,$8m+12\geqslant0$.

解得 $m\geqslant-\frac{3}{2}$.

(1)若两根互为相反数,

则 $x_1+x_2=2(m+1)=0$,解得 $m=-1$.

(2)若两根互为倒数,

即 $x_1\cdot x_2=1$.所以 $m^2-2=1$.解得 $m=\pm\sqrt{3}$.

因为 $-\sqrt{3}<-\frac{3}{2}$,

所以 $-\sqrt{3}$ 舍去,

所以 $m=\sqrt{3}$.

(3)若有一根为 0,则 $x_1\cdot x_2=m^2-2=0$,解得 $m=\pm\sqrt{2}$.

11.**解**:(1)当 $k=0$ 时,原方程为 $kx^2-3x+1=0$,

解得 $x=\frac{1}{3}$.

所以 $k=0$ 符合题意;

当 $k\neq0$ 时,原方程为一元二次方程,

因为该一元二次方程有实数根,

所以 $\Delta=(-3)^2-4\times k\times1\geqslant0$.

解得 $k\leqslant\frac{9}{4}$.

综上所述,k 的取值范围为 $k\leqslant\frac{9}{4}$.

(2)因为 x_1 和 x_2 是方程 $kx^2-3x+1=0$ 的两个根,

所以 $x_1+x_2=\frac{3}{k}$,$x_1x_2=\frac{1}{k}$.

因为 $x_1+x_2+x_1x_2=4$,

所以 $\frac{3}{k}+\frac{1}{k}=4$.

解得 $k=1$.

经检验,$k=1$ 是分式方程的解,且符合题意.

所以 k 的值为 1.

3 版

基础巩固

一、选择题

1~4.DBDB

5~8.ADDC

二、填空题

9.$\frac{13}{4}$

10.$k\leqslant4$

11.-2

12.答案不唯一,如 $x^2-x+3=0$

13.-2

14.$\frac{7}{2}$,-3

15.7

三、解答题

16.**解**:(1)$a=2,b=-5,c=4$,

$b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times4=-7<0$.

所以原方程没有实数根.

(2)$a=3,b=-\sqrt{2},c=-1$,

$b^2-4ac=(-\sqrt{2})^2-4\times3\times(-1)=14>0$.

所以原方程有两个不相等的实数根.

17.**解**:由根与系数的关系,得

$-1+2=-a$,$-1\times2=b$.

因此,$a=-1$,$b=-2$.

18.**解**:(1)因为关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+1=0$ 有两个不相等的实数根,

所以 $\Delta>0$.

所以 $(2k+1)^2-4(k^2+1)>0$.

整理,得 $4k-3>0$.

解得 $k>\frac{3}{4}$.

故实数 k 的取值范围为 $k>\frac{3}{4}$.

(2)因为方程的两个根分别为 x_1,x_2,

所以 $x_1+x_2=2k+1=3$.

解得 $k=1$.

所以原方程为 $x^2-3x+2=0$.

所以 $x_1=1,x_2=2$.

能力提升

19.2

20.**解**:(1)$\triangle ABC$ 为等腰三角形.理由:当 $x=-1$ 时,代入得 $(a+c)-2b+a-c=0$.解得 $a=b$.所以 $\triangle ABC$ 为等腰三角形.

(2)$\triangle ABC$ 为直角三角形.理由:$\Delta=(2b)^2-4(a+c)(a-c)=0$.化简,得 $a^2=b^2+c^2$.所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形.

延伸拓广

21.**解**:(1)证明:$b^2-4ac=(m+2)^2-8m=m^2-4m+4=(m-2)^2$,

因为不论 m 为何值时,$(m-2)^2\geqslant0$,

所以 $b^2-4ac\geqslant0$.

所以方程总有实数根.

(2)解方程,得 $x=\frac{m+2\pm(m-2)}{2m}$.

所以 $x_1=\frac{2}{m}$,$x_2=1$.

因为方程有两个不相等的正整数根,

所以 $m=1$ 或 2,$m=2$ 不合题意,

所以 $m=1$.

22.**解**:假设存在负数 k,使得方程的两个实数根的倒数和为 4,且方程的两根为 x_1,x_2,

则 $x_1+x_2=5k+1$,$x_1\cdot x_2=k^2-2$.

因为 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=4$,所以 $\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=4$.

所以 $\frac{5k+1}{k^2-2}=4$.

整理,得 $4k^2-5k-9=0$.

解这个方程,得 $k_1=-1$,$k_2=\frac{9}{4}$.

经检验,当 $k_1=-1$ 时,$\Delta>0$,符合题意;当 $k_2=\frac{9}{4}$ 时,$\Delta>0$,但不是负数,舍去.

因此,存在负数 $k=-1$,使得方程的两个实数根的倒数和为 4.

第 31 期

2 版

17.5 一元二次方程的应用

第 1 课时

1.C

2.$x(x+40)=1\,200$

3.**解**:设小路的宽应为 xm.

根据题意,得 $(16-2x)(9-x)=112$.

解得 $x_1=1,x_2=16$.

因为 $16>9$,

所以 $x=16$ 不符合题意,舍去.

所以 $x=1$.

答:小路的宽应为 1m.

第 2 课时

1.A

2.36 或 4

3.**解**:根据题意,得

$(x-40)(200-2x)=1\,800$.

整理,得 $x^2-140x+4\,900=0$.

解得 $x_1=x_2=70$.

当 $x=70$(元)时,$P=200-2x=60$(件).

答:每件 T 恤衫的售价应定为 70元,每天要售出这种 T 恤衫60 件.

第 3 课时

1.C

2.C

3.**解**:设该种药品平均每次降价的百分率是 x.根据题意,得

$200(1-x)^2=98$.

解得 $x_1=1.7$(不合题意,舍去),$x_2=0.3=30\%$.

答:该种药品平均每次降价的百分率是 30%.

4.**解**:(1)设 2017 年至 2019 年该地区投入教育经费的年平均增长率为 x.

根据题意,得 $2\,500(1+x)^2=3\,025$.

解得 $x_1=0.1=10\%$,$x_2=-2.1$(舍去).

答:2017 年至 2019 年该地区投入教育经费的年平均增长率为 10%.

(2)$3\,025(1+10\%)=3\,327.5$(万元).

答:2020 年该地区将投入教育经费 3 327.5 万元.

第 4 课时

1.B

2.$\frac{420}{x-0.5}-\frac{420}{x}=20$

3.**解**:设大客车的速度为 x 千米/小时,则中巴车的速度为 $(x+20)$ 千米/小时,大客车跑完全程需 $\frac{300}{x}$ 小时,中巴车需 $\frac{300}{x+20}$ 小时.

根据题意,得 $\frac{300}{x}-\frac{300}{x+20}=\frac{1}{2}$.

去分母,得

$600x+12\,000-600x=x^2+20x$.

整理,得 $x^2+20x-12\,000=0$.

解得 $x_1=100$,$x_2=-120$.

经检验,$x_1=100$,$x_2=-120$ 都是原方程的根,但 $x_2=-120$ 不合题意,所以取 $x=100$.

答:大客车的速度为 100 千米/小时,中巴车的速度为 120 千米/小时.

3 版

基础巩固

一、选择题

1~4.BADC

5~8.DABA

二、填空题

9.$x(20-x)=64$

10.10%

11.2

12.12 人

13.1.5

14.$(40-x)(20+2x)=1\,200$

15.15

三、解答题

16.**解**:设原计划用 x 天,则实际用了 $(x+20)$ 天,原计划每天用煤 $\frac{350}{x}$ 吨,实际每天用煤 $\frac{350}{x+20}$ 吨.

根据题意,得 $\frac{350}{x}-\frac{350}{x+20}=2$.

去分母并整理,得 $x^2+20x-3500=0$.

解得 $x_1=50$,$x_2=-70$.

经检验,$x_1=50$,$x_2=-70$ 都是原方程的根.

因为时间为负不符合实际意义,

所以只能取 $x=50$.

这时,$350\div50=7$.

答:原计划用 50 天,每天用 7 吨.

17.**解**:(1)设每轮传染中平均一个人传染了 x 个人.根据题意,得

$1+x+x(x+1)=64$.

解得 $x_1=7$,$x_2=-9$(舍去).

答:每轮传染中平均一个人传染了 7 个人.

(2)$64\times7=448$(人),

第三轮将又有 448 人被传染.

18.**解**:(1)设该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率为 x.

根据题意,得 $2.5(1+x)^2=3.6$.

解得 $x_1=0.2$,$x_2=-2.2$.(不合题意舍去)

答:该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率为 20%.

(2)设再增加 y 个销售点.

根据题意,得 $3.6+0.32y\geqslant3.6\times(1+20\%)$.

解得 $y\geqslant\frac{9}{4}$.

答:至少再增加 3 个销售点.

能力提升

19.**解**:(1)设剪成的较短的这段为 $x$cm,较长的这段就为 $(40-x)$cm.

根据题意,得 $\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{40-x}{4}\right)^2=58$.

解得 $x_1=12$,$x_2=28$.

当 $x=12$ 时,较长的为 $40-12=28$cm;

当 $x=28$ 时,较长的为 $40-28=12<28$(舍去).

答:李明应该把铁丝剪成 12cm 和 28cm 的两段.

(2)李明的说法正确.

理由如下:

设剪成的较短的这段为 $m$cm,较长的这段就为 $(40-m)$cm.

根据题意,得

$\left(\frac{m}{4}\right)^2+\left(\frac{40-m}{4}\right)^2=48$.

变形为 $m^2-40m+416=0$.

因为 $b^2-4ac=(-40)^2-4\times416=-64<0$,

所以原方程无实数根.

所以李明的说法正确,这两个正方形的面积之和不可能等于 48cm².

延伸拓广

20.**解**:(1)设 $y=kx+b$,

根据题意,得 $\begin{cases}30k+b=500,\\40k+b=400.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-10,\\b=800.\end{cases}$

则 $y=-10x+800$.

(2)根据题意,得

$(x-20)(-10x+800)=8000$.

整理,得 $x^2-100x+2400=0$.

解得 $x_1=40$,$x_2=60$.

因为销售单价最高不能超过45元/件,

所以 $x=40$.

答:销售单价定为 40 元/件时,工艺厂试销该工艺品每天获得的利润为 8000 元.