第 4 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.D

2.C

提示:设 A 表示"第 1 次取到黑球",B 表示"第 2 次取出黑球",则 $P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$,$P(AB)=\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$.所以在第 1 次取到黑球的条件下,第 2 次取到黑球的概率为 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{3}{5}$.

3.C

提示:设"A 题答对"为事件 A,"B 题答对"为事件 B,则 $P(AB)=\frac{2}{3}$,$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{8}{9}$,所以 $P(A)=\frac{3}{4}$.

4.C

提示:两气象台预报不准确的概率分别为 0.2 与 0.1,且相互独立,所以都不准确的概率为 $0.2\times0.1=0.02$.

5.D

提示:由题意,得此题不能被他们解出的概率为 $\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{2}{5}$,则此题能被他们解出的概率为 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$.

6.C

提示:$\{X=3\}$ 表示第 3 次首次测到正品,而前两次都没有测到正品,故其概率是 $\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{3}{4}$,故选C.

7.C

8.A

提示:未发芽的概率为 0.1,

$P=C_5^2\times0.1^2\times0.9^3=0.0729\approx0.07$.

9.D

提示:从每箱中抽出一盒是正品的概率为 0.99,三盒都是正品的概率为 0.99^3,所以其对立事件"至少有一盒是次品"的概率为 $1-0.99^3$.

10.B

提示:设事件 A 表示"第一次抽到理科题",B 表示"第二次抽到文科题",C 表示"第三次抽到文科题",则 $P(A)=\frac{4}{7}$,$P(ABC)=\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{35}$,所以 $P(BC|A)=\frac{P(ABC)}{P(A)}=\frac{1}{5}$.

11.D

12.B

提示:质点 P 从原点到点(2,3)需向右移两次,向上移三次,故所求概率为 $C_5^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=C_5^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^5$,故选 B.

二、填空题

13.$\frac{1}{5}$

提示:甲同学排在第一跑道后,还剩 5 条跑道,则乙同学排在第二跑道的概率为 $\frac{1}{5}$.

14.$\frac{1}{6}$

提示:设事件 A 表示"抽到红心 1",事件 B 表示"抽到红心 2",事件 C 表示"抽到红心 3",显然事件 B 与事件 C 互斥.而 $P(B|A)=\frac{1}{12}$,$P(C|A)=\frac{1}{12}$,所以所求概率 $P=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$.

15.$\frac{11}{27}$

提示:因为 $X\sim B(2,p)$,所以 $P(X\geqslant1)=1-P(X=0)=1-C_2^0\cdot(1-p)^2=\frac{5}{9}$,解得 $p=\frac{1}{3}$.

又 $Y\sim B(4,p)$,所以 $P(Y\geqslant2)=1-P(Y=0)-P(Y=1)=1-C_4^0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^4-C_4^1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{11}{27}$.

16.0.752

提示:$P(M)=[1-P(\overline{A}\,\overline{B})][1-P(\overline{C}\,\overline{D})]=0.752$.

三、解答题

17.**解**:分别设 A,B 表示事件"云南干旱"、"广西干旱",则 $P(A)=20\%$,$P(B)=18\%$,$P(AB)=12\%$.

(1)云南干旱时广西也干旱的概率为 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{12\%}{20\%}=\frac{3}{5}$.

(2)广西干旱时云南也干旱的概率为 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{12\%}{18\%}=\frac{2}{3}$.

18.**解**:由已知,得 $P(A)=\frac{C_5^2}{C_6^3}=\frac{1}{2}$,$P(AB)=\frac{C_4^1}{C_6^3}=\frac{1}{5}$,所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{2}{5}$.

19.**解**:(1)设"第 i 次取到红球"为事件 $A_i(i=1,2)$,则恰好取到 1 个红球和 1 个白球可表示为 $A_1\overline{A}_2+\overline{A}_1A_2$,其概率为 $P(A_1\overline{A}_2+\overline{A}_1A_2)=P(A_1\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1A_2)=\frac{2}{6}\times\frac{4}{5}+\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{8}{15}$.

(2)采用放回抽样,则每次取到红球的概率 $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.故连续取 5 次时取到红球的次数 $X\sim B\left(5,\frac{1}{3}\right)$,所以恰有 2 次取到红球的概率为 $P(X=2)=C_5^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{80}{243}$.

20.**解**:(1)已知 $a_1=1$,要使 $X=3$,只需后四位数字中出现 2 个 0 和 2 个 1.

所以 $P(X=3)=C_4^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$.

(2)X 的取值可以是 1,2,3,4,5.

$P(X=1)=C_4^0\times\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$,

$P(X=2)=C_4^1\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{8}{81}$,

$P(X=3)=C_4^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$,

$P(X=4)=C_4^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}=\frac{32}{81}$,

$P(X=5)=C_4^4\times\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$.

所以 X 的分布列为

X	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{16}{81}$

21.**解**:(1)设"第一小组做了三次试验,至少两次试验成功"为事件 A,其概率是 $P(A)=C_3^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{1}{3}\right)+C_3^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{7}{27}$.

(2)第二小组在第四次成功前,共进行了六次试验,其中三次成功三次失败,且恰有两次连续失败,其所有可能的情况总数为 $A_4^2=12$.故所求的概率为

$$P=12\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}=\frac{32}{729}.$$

22.**解**:(1)$X=2$ 就是 10:10 平后,两人又打了 2 个球该局比赛结束,则这 2 个球均由甲得分,或者均由乙得分.因此 $P(X=2)=0.5\times0.4+(1-0.5)\times(1-0.4)=0.5$.

(2)$X=4$ 且甲获胜就是 10:10 平后,两人又打了 4 个球该局比赛结束,且这 4 个球的得分情况为:前两球甲、乙各得 1 分,后两球均为甲得分.因此 $P(X=4$ 且甲获胜$)=[0.5\times(1-0.4)+(1-0.5)\times0.4]\times0.5\times0.4=0.1$.

学习周报® ①

第 1 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.A

提示:"最多"的一堆为 5 个,其他两堆总和为 5,每堆至少 1 个,只有 2 种分法,即 1 和 4,2 和 3,有 2 种分法;"最多"的一堆为 4 个,其他两堆总和为 6,每堆至少 1 个,只有 2 种分法,即 2 和 4,3 和 3,有 2 种分法;"最多"的一堆为 3 个,不可能.所以不同的分法共有 2+2=4(种).

2.D

3.D

4.C

提示:$m=A_5^2=20$,$n=C_5^3=10$,故选C.

5.B

6.A

提示:从 9 个自然数中任取 3 个,只有一种从小到大的顺序,故本题实质是组合问题.根据题意,得 $C_9^3=84$.

7.A

提示:由组合数的性质 2,得原式$=(C_n^{m+1}+C_n^m)+(C_n^m+C_n^{m-1})=C_{n+1}^{m+1}+C_{n+1}^m=C_{n+2}^{m+1}$.

8.B

提示:①甲同学选择牛,则选法有 $1\times2\times10=20$(种);②甲同学选择马,则选法有 $1\times3\times10=30$(种).所以不同的选法种数为 20+30=50.

9.C

提示:先排5个独唱节目,然后在5个空档(不包括第一个空档)中插入3个合唱节目,故共有 $A_5^5\times A_5^3$ 种不同的排法.

10.D

提示:若甲景区最后旅游,则乙、丙、丁三个景区任意排,有 $A_3^3=6$ 种排法;若丙景区最后旅游,有 $A_2^1\times A_2^2=4$ 种排法,故共有6+4=10种不同的旅游方法.

11.D

提示:当 $a_3=1$ 时,从剩下的4个数字中选2个放在 a_1,a_2 位置,则 a_4,a_5 位置确定,有 $C_4^2=6$ 种结果;当 $a_3=2$ 时,同理,有6种结果;当 $a_3=3$ 时,4和5只能放在 a_2 或 a_4 位置,余下的2个数字在 a_1 或 a_5 位置,有 $A_2^2\times A_2^2=4$ 种结果.综上可知共有6+6+4=16个满足条件的排列.

12.C

提示:①C_6^2 是6间电脑室只开放2间的方案数,错误;②6间电脑室是否开放有 2^6 种方案,其中都不开放和只开放1间有 $C_6^0+C_6^1=7$ 种方案,则 2^6-7 表示至少开放2间,正确;③因为 $C_6^2=C_6^4$,所以 $C_6^3+2C_6^4+C_6^5+C_6^6=C_6^2+C_6^3+C_6^4+C_6^5+C_6^6$,表示电脑室开放2间、3间、4间、5间、6间的方案种数之和,正确.故②与③正确.

二、填空题

13.2 或 16

提示:由 $C_{18}^n=C_{18}^2$,得 n=2 或 n+2=18,所以 n=2 或 n=16.

14.28

提示:有 6 步走 1 级,有 2 步走 2 级,则 $C_8^2=28$.

15.384

提示:$A_4^4\times(A_2^2)^4=384$.

16.14

提示:因为四位数的每个数位上都有两种可能性,其中四个数字全是 2 或 3 的情况不合题意,所以适合题意的四位数有 $2^4-2=14$ 个.

三、解答题

17.**解**:(1)根据分类加法计数原理,不同的选法种数为 3+8+5=16.

(2)根据分步乘法计数原理,不同的选法种数为 $3\times8\times5=120$.

(3)不同的选法种数为 $3\times(8+5)=39$.

18.**解**:(1)当甲不站在两端时,分 2 步:

第 1 步,排甲,有 A_5^1 种方法;

第 2 步,让其他 6 人站在剩余 6 个位置上,有 A_6^6 种方法.

故不同的站法种数为 $A_5^1\times A_6^6=3600$.

(2)当甲、乙两人之间间隔 2 人时,分 3 步:

第 1 步,从甲、乙以外的 5 人中任取 2 人排在甲、乙之间,有 A_5^2 种方法;

第 2 步,把甲、乙及中间 2 人看作一个元素与剩下的 3 人作全排列,有 A_4^4 种方法;

第 3 步,对甲、乙进行全排列,有 A_2^2 种方法.

故不同的站法种数为 $A_5^2\times A_4^4\times A_2^2=960$.

19.**解**:(1)分三类:3 红 1 白,2 红 2 白,1 红 3 白,故不同的取法种数为 $C_4^3\times C_6^1+C_4^2C_6^2+C_4^1C_6^3=194$.

(2)分三类:4 红,3 红 1 白,2 红 2 白,故不同的取法种数为 $C_4^4+C_4^3C_6^1+C_4^2C_6^2=115$.

(3)由题意知,至少取出一个红球即可,故不同的取法种数为 $C_{10}^4-C_6^4=195$.

20.**解**:所选 4 名学生中,至少有 1 名女生,至多有 3 名女生的选法可分三类:

第 1 类,1 名女生和 3 名男生,有 $C_5^1\times C_8^3$ 种选法;

第 2 类,2 名女生和 2 名男生,有 $C_5^2\times C_8^2$ 种选法;

第 3 类,3 名女生和 1 名男生,有 $C_5^3\times C_8^1$ 种选法.

所以选出 4 名学生的不同选法种数是 $C_5^1\times C_8^3+C_5^2\times C_8^2+C_5^3\times C_8^1=640$.

(1)选出 4 名学生参加座谈会,是一个组合问题,有 640 种不同选法.

(2)选出 4 名学生参加 4×100 米接力,是一个排列问题,不同的选法种数是 $640A_4^4=15360$.

21.**解**:(1)由映射的定义知,集合A中的元素 a_i 在集合B中有2种对应方法,根据分步乘法计数原理知,能构成 $2^4=16$ 个不同的映射.

(2)集合B中的元素 b_j 在集合A中有4种对应方法,根据分步乘法计数原理知,能构成 $4^2=16$ 个不同的映射.

(3)在(1)的映射中,每一个映射均是以集合A为定义域,以集合B或B的非空子集为值域的函数,其中以 $\{b_1\}$ 为值域的函数有一个,以 $\{b_2\}$ 为值域的函数有一个,故能构成16-2=14个满足条件的不同函数.

22.**解**:(1)将小球分成3份,分法为1,1,3或1,2,2,再放到3个不同的盒子中,故不同的投放方法种数为 $\left(\frac{C_5^3C_2^1}{A_2^2}+\frac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\right)\cdot A_3^3=150$.

(2)不同的投放方法种数为 $3^5=243$.

(3)将5个不同小球分成3份,分法为1,1,3或1,2,2,故不同的投放方法种数为 $\frac{C_5^3C_2^1}{A_2^2}+\frac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}=25$.

(4)将5个不同的小球分成1份、2份、3份,故不同的投放方法种数为 $C_5^5+(C_5^4+C_5^3)+\left(\frac{C_5^3C_2^1}{A_2^2}+\frac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\right)=41$.

(5)用隔板法,故不同的投放方法种数为 $C_4^2=6$.

(6)把5个小球及插入的2个隔板都看作小球,7个小球中任选2个变为隔板(可以相邻),那么2块隔板分成3份的小球数对应于相应的3个不同盒子,故不同的投放方法种数为 $C_7^2=21$.

(7)5个相同的小球分成3份,有3,1,1;2,2,1,共2种不同的投放方法.

(8)将5个相同小球分成1份,2份,3份.分法如下:5,0,0;4,1,0;3,2,0;3,1,1;2,2,1,共5种不同的投放方法.

① **第 2 期**

第 3~4 版章节测试参考答案

一、选择题

1.D

2.C

3.B

提示:无论哪一种坐法,都是所有座位各不相同,即都是将学生从 1 排到 48,所以 P=Q.

4.C

提示:不同的选修方案种数为 $C_4^2\times C_4^3\times C_4^3=96$.

5.B

提示:不同的选派方法种数为 $C_5^2\times A_3^2=60$.

6.C

提示:当 $x=1$ 时,$(\sqrt{2}-1)^{10}=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$;当 $x=-1$ 时,$(\sqrt{2}+1)^{10}=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}$.所以$(a_0+a_2+\cdots+a_{10})^2-(a_1+a_3+\cdots+a_9)^2=(a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10})(a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{10})=(\sqrt{2}-1)^{10}\times(\sqrt{2}+1)^{10}=1$.

7.D

提示:$T_{r+1}=C_6^r(x^2)^{6-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^rC_6^rx^{12-3r}$,$r=0,1,\cdots,6$.故 x 的次数分别为 12,9,6,3,0,-3,-6.结合选项可知选 D.

8.B

提示:由题意,得 $a=C_6^3=20$,$b=C_6^1\times(-2)=-12$,则$\frac{a}{b}=-\frac{5}{3}$.

9.B

提示:因为 $\frac{n}{(n+1)!}=\frac{n+1}{(n+1)!}-\frac{1}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$,

所以原式$=\left(1-\frac{1}{2!}\right)+\left(\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}\right)+\left(\frac{1}{3!}-\frac{1}{4!}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2019!}-\frac{1}{2020!}\right)=1-\frac{1}{2020!}$.

10.B

提示:将 C,D,E,F 全排列有 A_4^4 种排法,把老师安排在中间有 1 种排法.从 A,B 中任选 1 人安排在老师左边有 2 种排法,剩下的 1 人安排在右边也有 2 种排法,故共有不同的站法 $A_4^4\times C_2^1\times2\times2=192$ 种.

11.C

提示:从 12 个顶点中任取 3 个,有 $C_{12}^3=220$ 种取法.其中不能构成三角形的情况有:①三点在 3 条水平边上,有 $3C_4^3=12$种;②三点在 4 条竖直边上,有 $4C_3^3=4$ 种;③三点在大正方形的对角线上,有 4 种.故可以构成三角形的组数为 220-12-4-4=200.

12.A

提示:因为 $a=C_{20}^0+C_{20}^1\times2+C_{20}^2\times2^2+\cdots+C_{20}^{20}\times2^{20}=(1+2)^{20}=3^{20}=9^{10}=(10-1)^{10}=C_{10}^0\times10^{10}-C_{10}^1\times10^9+C_{10}^2\times10^8+\cdots-C_{10}^9\times10+C_{10}^{10}$,所以 a 被 10 除得的余数为 1,而选项中只有 2021 被 10 除得的余数是 1,故选 A.

二、填空题

13.126

提示:从西南角 A 地到东北角 B 地的最短路线即只向右、向上走,共需 9 步,其中 5 步向右,4 步向上,故共有 $C_9^5=126$ 条最短路线.

14.$16\sqrt{2}$,5

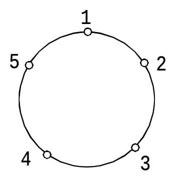
提示:通项为 $T_{r+1}=C_9^r(\sqrt{2})^{9-r}x^r=2^{\frac{9-r}{2}}\cdot C_9^rx^r$.由 $r=0$,得常数项是 $T_1=16\sqrt{2}$.当 $r=1,3,5,7,9$ 时,系数为有理数,所以系数为有理数的项的个数是 5.

15.11040

提示:从反面入手,不考虑0这个特殊元素时有$C_5^3\times C_5^2\times A_5^5$种;若考虑0时,只有0在首位不满足要求,有$C_5^3\times C_4^1\times A_4^4$种.故符合条件的五位数的个数为$C_5^3\times C_5^2\times A_5^5-C_5^3\times C_4^1\times A_4^4=11040$.

16.24

提示:先让 5 个匣子(分别记作1,2,3,4,5)沿着如图所示圆环对号入座,然后在每个匣子中放入其下方匣子的钥匙,可得所有匣子相继打开的钥匙的放法数恰与 1,2,3,4,5 的环状排列数相等,故钥匙的放法种数为$\frac{5!}{5}=24$.



(第 16 题图)

三、解答题

17.**解**:(1)由 $A_{2x+1}^4=140A_x^3$,得

$$\begin{cases}2x+1\geqslant4,\\x\geqslant3,\\x\in N_+,\\(2x+1)2x(2x-1)(2x-2)=140x(x-1)(x-2).\end{cases}$$

化简得$\begin{cases}x\geqslant3,\\x\in N_+,\\4x^2-35x+69=0,\end{cases}$

解得 $x=3$.

(2)由 $C_{n+3}^{n+1}=C_{n+1}^{n-1}+C_{n+1}^n+C_n^{n-2}$,

得 $C_{n+3}^2=C_{n+1}^2+C_{n+1}^1+C_n^2$,

所以 $C_{n+2}^2+C_{n+2}^1=C_{n+2}^2+C_n^2$,

即 $C_{n+2}^1=C_n^2$,

即 $n+2=\frac{n(n-1)}{2}$,

解得 $n=4$.

18.**解**:(1)分步完成:

第 1 步,在 4 个偶数中取 3 个,有 C_4^3种取法;

第 2 步,在 5 个奇数中取 4 个,有 C_5^4种取法;

第 3 步,3 个偶数和 4 个奇数进行排列,有 A_7^7种排法.

所以符合题意的七位数的个数是 $C_4^3\times C_5^4\times A_7^7=100800$.

(2)上述七位数中,3 个偶数排在一起的个数是 $C_4^3\times C_5^4\times A_5^5\times A_3^3=14400$.

(3)在(1)中的七位数中,3 个偶数排在一起,4 个奇数也排在一起的个数是 $C_4^3\times C_5^4\times A_3^3\times A_4^4\times A_2^2=5760$.

(4)在(1)中的七位数中,偶数都不相邻,可先把 4 个奇数排好,再将 3 个偶数分别插入 5 个空档,故满足条件的七位数的个数是 $C_4^3\times C_5^4\times A_4^4\times A_5^3=28800$.

19.**解**:满足甲、乙两人值班安排在相邻两天的方法共有 $A_2^2\times A_6^6=1440$ 种,其中满足甲、乙两人值班安排在相邻两天且丙在 10 月 1 日值班的方法共有 $C_5^1\times A_2^2\times A_4^4=240$ 种,满足甲、乙两人值班安排在相邻两天且丁在 10 月 7 日值班的方法共有 $C_5^1\times A_2^2\times A_4^4=240$ 种,满足甲、乙两人值班安排在相邻两天且丙在 10 月 1 日值班、丁在 10月 7 日值班的方法共有 $C_4^1\times A_2^2\times A_3^3=48$ 种,

因此满足题意的方案共有 1440-2×240+48=1008 种.

20.**解**:(1)根据题意,得 $2^{2n}-2^n=992$,

所以$(2^n-32)(2^n+31)=0$,

所以 $2^n=32$,

解得 $n=5$.

在$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^{10}$的展开式中,第 $r+1$ 项为

$T_{r+1}=C_{10}^r\times(2x)^{10-r}\times\left(-\frac{1}{x}\right)^r$

$=(-1)^r\times C_{10}^r\times2^{10-r}\times x^{10-2r}$.

故中间项为 $T_6=(-1)^5\times C_{10}^5\times2^{10-5}\times x^{10-2\times5}=-8064$.

(2)设第 $k+1$ 项的系数的绝对值最大,

则$\begin{cases}C_{10}^k\times2^{10-k}\geqslant C_{10}^{k-1}\times2^{11-k},\\C_{10}^k\times2^{10-k}\geqslant C_{10}^{k+1}\times2^{9-k},\end{cases}$

解得$\frac{8}{3}\leqslant k\leqslant\frac{11}{3}$,

所以 $k=3$.

所以系数的绝对值最大的项为

$T_4=(-1)^3\times C_{10}^3\times2^{10-3}\times x^{10-2\times3}=-15360x^4$.

21.**解**:(1)先选出 1 本,再从余下的 5 本中选 2 本,最后余下 3 本全选,故不同的选法种数是 $C_6^1C_5^2C_3^3=60$.

(2)平均分成三份,不同的选法种数是$\frac{C_6^2C_4^2C_2^2}{A_3^3}=15$.

(3)在(1)分组的基础上将 3 组全排列,故不同的选法种数是 $C_6^1C_5^2C_3^3A_3^3=360$.

(4)在(2)分组的基础上将 3 组全排列,故不同的选法种数是$\frac{C_6^2C_4^2C_2^2}{A_3^3}\cdot A_3^3=90$.

(5)分 3 种情况讨论:

①一人 4 本,其余 2 人各 1 本,有 $C_6^4\times C_3^1A_2^2=90$ 种分法;

②一人 1 本,一人 2 本,一人 3 本,由(3)知有 360 种分法;

③每人 2 本,由(4)知有 90 种分法.

故不同的选法种数是 90+360+90=540.

22.(1)**解**:含 x^n 项的系数为 C_{2n-1}^n.

又 $(1+x)^{n-1}(1+x)^n$ 的展开式中含 x^n 项的系数为 $C_{n-1}^0C_n^n+C_{n-1}^1C_n^{n-1}+\cdots+C_{n-1}^{n-1}C_n^1$,

所以 $C_{n-1}^0C_n^n+C_{n-1}^1C_n^{n-1}+\cdots+C_{n-1}^{n-1}C_n^1=C_{2n-1}^n$.

(2)**证明**:当 $k\in N_+$时,$kC_n^k=k\cdot\frac{n!}{k!(n-k)!}=\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}=n\cdot\frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}=nC_{n-1}^{k-1}$.

结合(1),可得$(C_n^1)^2+2(C_n^2)^2+\cdots+n(C_n^n)^2$

$=nC_{n-1}^0C_n^1+nC_{n-1}^1C_n^2+\cdots+nC_{n-1}^{n-1}C_n^n$

$=n(C_{n-1}^0C_n^1+C_{n-1}^1C_n^2+\cdots+C_{n-1}^{n-1}C_n^n)$

$=n(C_{n-1}^{n-1}C_n^1+C_{n-1}^{n-2}C_n^2+\cdots+C_{n-1}^0C_n^n)=nC_{2n-1}^n$.

第 3 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.D

2.A

提示:$P(X=5)=\frac{2}{C_4^2}=\frac{1}{3}$.

3.C

提示:C 的试验结果不能一一列出,故不是离散型随机变量.

4.D

5.C

提示:由分布列的性质,得$0.1+0.2+0.4+0.2+a=1$,解得$a=0.1$,故A正确;$P(X\geqslant2)=0.4+0.2+a=0.7$,故B正确;$P(X\geqslant3)=0.2+a=0.3$,故C错误;$P(X<2)=1-P(X\geqslant2)=1-0.7=0.3$,故D正确.故选C.

6.D

提示:根据离散型随机变量的分布列中概率和为1对选项一一验证,可知选D.

7.C

8.A

提示:由题意,知 P(恰有 2 颗是白棋子)$=\frac{C_3^2C_2^1}{C_5^3}=\frac{3}{5}$.

9.D

提示:2 件都是二等品的概率 $p_1=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$;2 件中有 1 件是一等品,1 件是二等品的概率 $p_2=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$,则 $p_1+p_2=\frac{1}{10}+\frac{3}{5}=\frac{7}{10}$.故选D.

10.B

提示:依超几何分布的数学模型及计数公式,也可以用排除法.

11.A

提示:由分布列可知 X^2 的可能取值为 0,1,4,9,且 $P(X^2=0)=\frac{4}{12}$,$P(X^2=1)=\frac{3}{12}+\frac{1}{12}=\frac{4}{12}$,$P(X^2=4)=\frac{1}{12}+\frac{2}{12}=\frac{3}{12}$,$P(X^2=9)=\frac{1}{12}$.因为 $P(X^2<x)=\frac{11}{12}$,所以 $4<x\leqslant9$.

12.B

提示:X 服从超几何分布,其概率分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{C_{22}^2}{C_{26}^2}$	$\frac{C_{22}^1C_4^1}{C_{26}^2}$	$\frac{C_4^2}{C_{26}^2}$

所以 $P(X\leqslant1)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{C_{22}^1C_4^1+C_{22}^2}{C_{26}^2}$.

二、填空题

13.第一次甲射击未中,第二次乙射击也未中,第三次甲射中

14.$\frac{1}{4}$

提示:由已知,得 $a+b=1$.所以 $ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$时,等号成立.所以 ab 的最大值为$\frac{1}{4}$.

15.$\frac{4}{5}$

提示:易知女生人数 X 服从超几何分布,所以 $P(X\leqslant1)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{C_2^0C_4^3+C_2^1C_4^2}{C_6^3}=\frac{4}{5}$.

16.$\frac{6}{31}$

提示:因为$\frac{2^k}{(2^{k+1}-1)(2^k-1)}=\frac{1}{2^k-1}-\frac{1}{2^{k+1}-1}$,所以

$m\left[\frac{2}{(2^2-1)(2-1)}+\frac{2^2}{(2^2-1)(2^3-1)}+\cdots+\frac{2^5}{(2^5-1)(2^6-1)}\right]$

$=m\cdot\left(\frac{1}{2-1}-\frac{1}{2^6-1}\right)=1$,解得 $m=\frac{63}{62}$.

所以 $P\left(\frac{3}{2}<X<\frac{5}{2}\right)=P(X=2)$

$=\frac{63}{62}\times\frac{4}{3\times7}=\frac{6}{31}$.

三、解答题

17.**解**:(1)X 可能取的值为 0,1,2,3.

(2){X=1}表示取两次零件,第一次取得次品,第二次取得正品.

18.**解**:(1)$P(\xi<1)=P(\xi=0)=\frac{1}{2}$,

$P(\xi\leqslant1)=P(\xi=0)+P(\xi=1)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$.

(2)根据题意,当 $x<0$ 时,$P(\xi\leqslant x)=0$;

当 $0\leqslant x<1$ 时,$P(\xi\leqslant x)=P(\xi=0)=\frac{1}{2}$;

当 $1\leqslant x<2$ 时,$P(\xi\leqslant x)=P(\xi=0)+P(\xi=1)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$;

当 $x\geqslant2$ 时,$P(\xi\leqslant x)=P(\xi=0)+P(\xi=1)+P(\xi=2)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$.

所以 $F(x)=P(\xi\leqslant x)$

$$=\begin{cases}0,x<0,\\\frac{1}{2},0\leqslant x<1,\\\frac{5}{6},1\leqslant x<2,\\1,x\geqslant2.\end{cases}$$

19.**解**:由题意知X的可能取值是0,1,2,3,4,且X服从超几何分布,

则$P(X=k)=\frac{C_4^kC_4^{4-k}}{C_8^4}$,$k=0,1,2,3,4$.

所以X的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{70}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{1}{70}$

20.**解**:(1)该顾客中奖的概率为 $P=1-\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=1-\frac{15}{45}=\frac{2}{3}$.

(2)X 的所有可能取值为 0,10,20,50,60.其中

$P(X=0)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$,

$P(X=10)=\frac{C_6^1C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{2}{5}$,

$P(X=20)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{15}$,

$P(X=50)=\frac{C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$,

$P(X=60)=\frac{C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{1}{15}$.

所以 X 的分布列为

X	0	10	20	50	60
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

21.**解**:设随机变量 X 的分布列为

X	x_1	x_2	x_3
P	a-d	a	a+d

由分布列的基本性质,可知

$\begin{cases}(a-d)+a+(a+d)=1,\\0<a-d\leqslant1,\\0<a+d\leqslant1,\end{cases}$

解得$-\frac{1}{3}<d<\frac{1}{3}$,

即公差 d 的取值范围是$\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$.

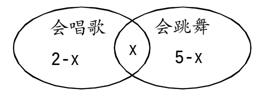
22.**解**:(1)设选该艺术课程的学生中既会唱歌又会跳舞的有x人,画出Venn图如下图所示,则选该艺术课程的学生共有$7-x$人,其中只会一项的有$7-2x$人.

由$P(X>0)=1-P(X=0)=\frac{7}{10}$,

得 $P(X=0)=\frac{3}{10}$,即$\frac{C_{7-2x}^2}{C_{7-x}^2}=\frac{3}{10}$,

解得$x=2$.

所以选该艺术课程的学生共有5人.



(第 22 题图)

(2)由题意知X的可能取值为0,1,2,其中X服从超几何分布,且$P(X=k)=\frac{C_2^kC_3^{2-k}}{C_5^2}$,$k=0,1,2$.

所以X的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$