第8期

第2~3版章节测试参考答案

一、选择题

1.C

2.B

提示:类比推理是根据两个或两类对象有部分属性相同,从而推出它们的其他属性也相同的推理,故选B.

3.C　4.B　5.C

6.A

提示:由题意知,$f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数,在A、B、C、D四选项中,由基本初等函数性质知,A在$(0,+\infty)$上是减函数,故选A.

7.D

提示:由已知等式,得$\dfrac{\tan\frac{\pi}{5}+\frac{b}{a}}{1-\frac{b}{a}\tan\frac{\pi}{5}}=\tan\dfrac{8\pi}{15}$,设$\tan\theta=\dfrac{b}{a}$,则有$\tan\left(\dfrac{\pi}{5}+\theta\right)=\tan\dfrac{8\pi}{15}$,所以$\dfrac{\pi}{5}+\theta=k\pi+\dfrac{8\pi}{15}(k\in\mathbf{Z})$,得$\theta=k\pi+\dfrac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$,所以$\tan\theta=\tan\left(k\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$,即$\dfrac{b}{a}=\sqrt{3}$.

8.C

提示:垂直于同一个平面的两条直线平行.

9.C

提示:假设$\dfrac{a}{b},\dfrac{b}{c},\dfrac{c}{a}$的值均大于1,由$a>0,b>0,c>0$,得$a>b,b>c,c>a$,显然矛盾,所以$\dfrac{a}{b},\dfrac{b}{c},\dfrac{c}{a}$的值至少有一个不大于1.

10.C

提示:因为$1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)$,$1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{12}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)$,$1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{20}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{5}+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}\right)$,

依此类推可得:$1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{42}+\dfrac{1}{56}+\dfrac{1}{72}+\dfrac{1}{90}+\dfrac{1}{110}+\dfrac{1}{132}+\dfrac{1}{156}=\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}+\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{6}\right)+\left(\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{7}\right)+\left(\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{8}\right)+\left(\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{9}\right)+\left(\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{10}\right)+\left(\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{11}\right)+\left(\dfrac{1}{11}-\dfrac{1}{12}\right)+\left(\dfrac{1}{12}-\dfrac{1}{13}\right)$,所以$\dfrac{1}{m}=\dfrac{1}{13}$,$\dfrac{1}{n}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{20}$,$m=13,n=20$,即$1\leqslant x\leqslant13,1\leqslant y\leqslant20$.又$\dfrac{x+y+2}{x+1}=1+\dfrac{y+1}{x+1}$,把$\dfrac{y+1}{x+1}$看成点$(x,y)$,$(-1,-1)$连线的斜率,结合$m\leqslant n,m,n\in\mathbf{N}_+$,在满足条件的点中,$(13,1)$,$(-1,-1)$连线的斜率最小,为$\dfrac{1+1}{13+1}=\dfrac{1}{7}$,故$\dfrac{x+y+2}{x+1}$最小值为$\dfrac{8}{7}$.故选C.

11.A

提示:由已知,得$\begin{cases}N+40M=40K,\\N+15M=15K\times2,\end{cases}$解得$M=0.4K,N=24K$.设需要同时开放$x$个窗口才能满足要求,则$N+8M\leqslant8Kx$,即$24K+8\times0.4K\leqslant8Kx$,解得$x\geqslant3.4$.故至少需要同时开放4个窗口.

12.B

提示:由题设知,A,B都不是来自2班,所以C来自2班.又B的成绩比来自2班的同学C高,C的成绩比来自3班的同学高,所以B只能来自1班,而A来自3班.故选B.

二、填空题

13.同角的补角相等

14.$(-\infty,1]$

提示:由已知,得$A=\{x|x<1$或$x\geqslant2\}$,$B=\{x|x<a\}$.因为p是q的必要不充分条件,所以$B\subsetneqq A$,可得$a\leqslant1$.故实数a的取值范围是$(-\infty,1]$.

15.$\dfrac{a^3}{8}$　16.$\dfrac{x}{(2^n-1)x+2^n}$

三、解答题

17.**解**:$f(a)+f(c)>2f(b)$.

证明如下:因为a,b,c是互不相等的正数,所以$a+c>2\sqrt{ac}$.

因为$b^2=ac$,

所以$ac+2(a+c)>b^2+4b$.

即$ac+2(a+c)+4>b^2+4b+4$.

从而$(a+2)(c+2)>(b+2)^2$.

因为$f(x)=\log_2x$是增函数,

所以$\log_2[(a+2)(c+2)]>\log_2(b+2)^2$.

即$\log_2(a+2)+\log_2(c+2)>2\log_2(b+2)$.

故$f(a)+f(c)>2f(b)$.

18.**解**:根据类比猜想得出$S^2_{AA_1C_1C}=S^2_{ABB_1A_1}+S^2_{BCC_1B_1}-2S_{ABB_1A_1}\cdot S_{BCC_1B_1}\cdot\cos\theta$,其中$\theta$为侧面$ABB_1A_1$与$BCC_1B_1$所成的二面角的平面角.

证明如下:作斜三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的直截面DEF,D,E,F分别在棱AA_1,CC_1,BB_1上,则$\angle DFE$为平面ABB_1A_1与平面BCC_1B_1所成的角,设为θ.在$\triangle DEF$中有余弦定理:$DE^2=DF^2+EF^2-2DF\cdot EF\cos\theta$,

等式左右两边同乘以AA_1^2,得

$DE^2\cdot AA_1^2=DF^2\cdot AA_1^2+EF^2\cdot AA_1^2-2DF\cdot AA_1\cdot EF\cdot AA_1\cos\theta$,

即$S^2_{AA_1C_1C}=S^2_{ABB_1A_1}+S^2_{BCC_1B_1}-2S_{ABB_1A_1}\cdot S_{BCC_1B_1}\cdot\cos\theta$.

19.**证明**:要证原式,只要证$\dfrac{a+b+c}{a+b}+\dfrac{a+b+c}{b+c}=3$,即证$\dfrac{c}{a+b}+\dfrac{a}{b+c}=1$,

即只要证$\dfrac{bc+c^2+a^2+ab}{ab+b^2+ac+bc}=1$.

易知$A+C=2B$,则$B=60°$,$b^2=a^2+c^2-ac$,

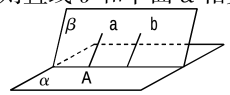
所以$\dfrac{bc+c^2+a^2+ab}{ab+b^2+ac+bc}$

$=\dfrac{bc+c^2+a^2+ab}{ab+a^2+c^2-ac+ac+bc}$

$=\dfrac{bc+c^2+a^2+ab}{ab+a^2+c^2+bc}=1$.

所以原等式成立.

20.**证明**:原命题可用数学语言表述为:已知$a/\!/b$,直线$a\cap$平面$\alpha=A$,如图所示,则直线b和平面α相交.



(第20题图)

假设b与平面α不相交,

则$b\subsetneqq\alpha$,或$b/\!/\alpha$.

(1)若$b\subsetneqq\alpha$,因为$a/\!/b$,$a\not\subseteq\alpha$,

所以$a/\!/\alpha$,这与$a\cap\alpha=A$相矛盾.

(2)若$b/\!/\alpha$,因为$a/\!/b$,所以a和b可确定一个平面β,显然平面α与平面β相交.

设$\alpha\cap\beta=c$,因为$b/\!/\alpha$,所以$b/\!/c$.

又$a/\!/b$,所以$a/\!/c$,且$a\not\subseteq\alpha$,$c\subsetneqq\alpha$.

故$a/\!/\alpha$,这与$a\cap\alpha=A$矛盾.

根据(1)(2),可知假设不成立.故直线b与平面α相交,原命题得证.

21.**解**:$\triangle ABC$是锐角三角形.

因为$c^n=a^n+b^n(n>2)$,所以$c>a,c>b$,由c是$\triangle ABC$的最大边,所以要证$\triangle ABC$是锐角三角形,只需证角C为锐角,即证$\cos C>0$.

因为$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$,

所以要证$\cos C>0$,

只要证$a^2+b^2>c^2$,　①

注意到条件:$a^n+b^n=c^n$,

于是将①等价变形为:

$(a^2+b^2)c^{n-2}>c^n$.　②

因为$c>a,c>b,n>2$,

所以$c^{n-2}>a^{n-2},c^{n-2}>b^{n-2}$,

即$c^{n-2}-a^{n-2}>0,c^{n-2}-b^{n-2}>0$,

从而$(a^2+b^2)c^{n-2}-c^n=(a^2+b^2)c^{n-2}-a^n-b^n=a^2(c^{n-2}-a^{n-2})+b^2(c^{n-2}-b^{n-2})>0$,

这说明②式成立,从而①式也成立.

故$\cos C>0$,C是锐角,所以$\triangle ABC$为锐角三角形.

22.(1)**解**:由于$[(x-1)+(y+1)+(z+1)]^2$

$=(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2+2[(x-1)\cdot(y+1)+(y+1)(z+1)+(z+1)(x-1)]$

$\leqslant3[(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2]$,

因为$x+y+z=1$,

所以$(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2\geqslant\dfrac{4}{3}$,

当且仅当$x=\dfrac{5}{3},y=-\dfrac{1}{3},z=-\dfrac{1}{3}$时,等号成立.所以$(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2$的最小值为$\dfrac{4}{3}$.

(2)**证明**:由于$[(x-2)+(y-1)+(z-a)]^2=(x-2)^2+(y-1)^2+(z-a)^2+2[(x-2)\cdot(y-1)+(y-1)(z-a)+(z-a)(x-2)]$

$\leqslant3[(x-2)^2+(y-1)^2+(z-a)^2]$,

因为$x+y+z=1$,所以$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-a)^2\geqslant\dfrac{(2+a)^2}{3}$,当且仅当$x=\dfrac{4-a}{3}$,$y=\dfrac{1-a}{3}$,$z=\dfrac{2a-2}{3}$时,等号成立.因此$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-a)^2$的最小值为$\dfrac{(2+a)^2}{3}$.由题设知$\dfrac{(2+a)^2}{3}\geqslant\dfrac{1}{3}$,解得$a\leqslant-3$或$a\geqslant-1$.

2019-2020学年

数学·北师大(选修1-2)答案页第2期

学习周报® ②

第5期

第2~3版章节测试参考答案

一、选择题

1.A

2.B

提示:根据判断框的功能,程序自上而下执行,遇到条件时进行判断,当条件满足时,执行“语句1”,当条件不满足时,执行“语句2”,由此即可得到判断框有一个入口和2个出口.故选B.

3.D

提示:结构图的分解方向不确定.

4.C

提示:流程图用来描述具有时间特征的动态过程.结合选项可知,只有C是一种动态过程.故选C.

5.C

6.C

7.A

8.C

9.B

提示:由算法框图易知,N的功能是计算$1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}+\cdots+\dfrac{1}{99}$,T的功能是计算$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{100}$,故空白框中应填入i=i+2.故选B.

10.C

提示:解读流程图,可以发现,审查过程中出现不能通过审查的环节可能有3处,即审查资料及受理、文审、评审材料审查.故选C.

11.A

12.A

二、填空题

13.结构图

14.几何意义

提示:平面向量的数量积的投影是数量积的几何意义,故在知识结构图中,“投影”应该放在“几何意义”的后面,即它的下位.

15.11

提示:由题意知:①工序a,b合并且在工序c前完成,

②工序c需要在工序d,e之前完成,

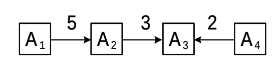
③工序d,e需要在工序f前完成,由此知此工程完成要分成四步:

第一步先完成a,b工序,要用3天;第二步完成c工序,要用2天;第三步完成d,e工序,要用5天;第四步完成f工序,要用1天,

所以所有工序总时间为:3+2+5+1=11(天).

16.10台

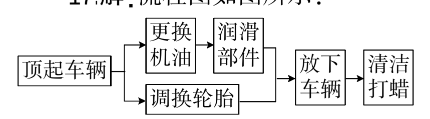
提示:调配后每所学校彩电台数为10台,最好的调配方案为:



因此调配出彩电共3+2+5=10台.

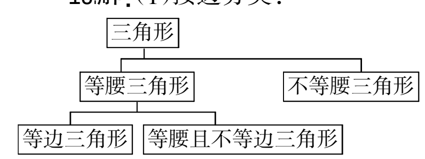
三、解答题

17.**解**:流程图如图所示:



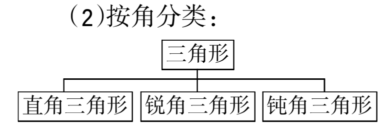
(第17题图)

18.**解**:(1)按边分类:



(第18题图1)

(2)按角分类:



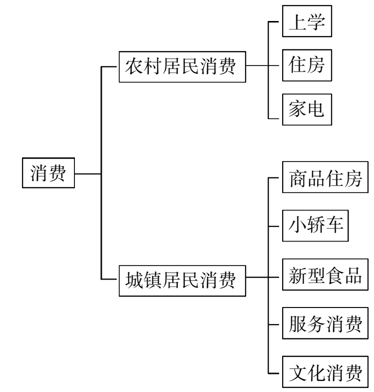
(第18题图2)

19.**解**:(1)一件屏幕成品可能经过一次加工、二次加工两道加工程序和检验、最后检验两道检验程序;也可能经过一次加工、返修加工、二次加工三道加工程序和检验、返修检验、最后检验三道检验程序.

(2)返修加工和二次加工可能导致屏幕废品的产生,二次加工产品的来源是一次加工的合格品和返修加工的合格品.

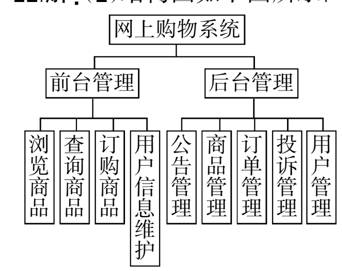
(3)流程图的终点是“屏幕成品”和“屏幕废品”.

20.**解**:结构图如下:



(第20题图)

21.**解**:(1)结构图如下图所示.



(第21题图)

(2)查询商品的上位要素是前台管理,它与上位是从属关系.

22.**解**:(1)若输入$n_0=0$,则输出的数为20,10,5,4,2.

(2)由(1)知所输出的最大数为20,最小数为2,共5个,输入的n_0越大,输出的数越小,

所以要使输出的数中有5,

应使$\dfrac{20}{n_0+1}\geqslant5$.

解得$n_0=0,1,2,3$.

所以输入n_0的可能值为0,1,2,3.

(3)由(1)(2)可知要使结果只有三个数,只能是5,4,2.

所以应使$5\leqslant\dfrac{20}{n_0+1}<10$.

解得$1<n_0\leqslant3$,即$n_0=2,3$.

所以输入n_0的可能值为2,3.

② 第6期

第3~4版同步周测参考答案

一、选择题

1.C

提示：类比推理是由特殊到特殊的推理，而归纳推理是由特殊到一般的推理，演绎推理是由一般到特殊的推理，其一般模式是"三段论"，故选C.

2.B

3.B

提示：该数列可写为 $\frac{7}{9}\times(10-1)$，$\frac{7}{9}\times(100-1)$，$\frac{7}{9}\times(1000-1)$，…，从而通项公式 $a_n=\frac{7}{9}(10^n-1)$.

4.D

提示：A为类比推理，B为归纳推理，C为类比推理，D为演绎推理.

5.A

提示：菱形的对角线不一定相等，所以大前提错误.

6.B

7.B

提示：通过前三种化合物归纳出化合物的分子式为 C_nH_{2n+2}，故后一种化合物的分子式为 C_4H_{10}.故选B.

8.C

提示：通过计算，得 $a_2=1$，$a_3=\frac{4}{3}$，$a_4=2$，$a_5=0$.依此类推，知 $\{a_n\}$ 是周期为4的数列，因此 a_{100} 的值为2.故选C.

9.D

提示：自然数 n^2 的分拆中最大的数是 $2n-1$，故289的分拆中最大的数是 $2\times17-1=33$，所以中位数是 $\frac{1}{2}\times(1+33)=17$.

10.B

提示：①②的结论错误，③的结论正确.

11.A

提示：由关于 x 的不等式 $\frac{x+a}{x+b}<0$ 的解集为 $(1,3)$，可转化为 $x^2+(a+b)x+ab<0$ 的解集为 $(1,3)$，根据类比推理，可知关于 x 的不等式 $abx^2+(a+b)x+1<0$ 的解集为 $\left(\frac{1}{3},1\right)$.又不等式 $\frac{1+a\log_3 x}{1+b\log_3 x}<0$ 可化为 $ab(\log_3 x)^2+(a+b)\log_3 x+1<0$，所以有 $\frac{1}{3}<\log_3 x<1$ 成立，解得 $3<x<27$.

12.A

二、填空题

13.②

14.$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}<\frac{2n-1}{n}$（$n\geq2$，$n\in N_+$）

15.6

提示：由题意知，因为 $\sqrt{8^2+15^2}=17$，此直角三角形的三边分别为8，15，17，由该直角三角形内切圆的半径 $r=\frac{8+15-17}{2}=3$，得该圆直径的最大值为6步.

16.$\frac{x_1}{a^2}\cdot x+\frac{y_1}{b^2}\cdot y=1$

提示：当椭圆的离心率e趋近于0时，椭圆趋近于圆，此时a，b都趋近于圆的半径r，由切线方程 $x_0\cdot x+y_0\cdot y=r^2$ 变形得 $\frac{x_0}{r^2}\cdot x+\frac{y_0}{r^2}\cdot y=1$，则过椭圆上一点P$(x_1,y_1)$的椭圆的切线方程为 $\frac{x_1}{a^2}\cdot x+\frac{y_1}{b^2}\cdot y=1$.

三、解答题

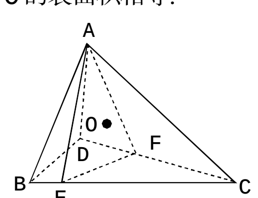
17.**解：**(1)补充表格如下：

	交点数	边数	区域数
(A)	4	5	2
(B)	5	8	4
(C)	8	12	5
(D)	10	15	6

(2)观察表格，若记一个平面图形的交点数、边数、区域数分别为E、F、G，

猜想E、F、G之间的数量关系为E+G-F=1.

18.**解：**如图，截面AEF经过四面体ABCD的内切球（与四个面都相切的球）的球心O，且与BC，DC分别交于E，F，若截面将四面体分为体积相等的两部分，则四棱锥A-BEFD与三棱锥A-EFC的表面积相等.



（第18题图）

19.**解：**$x+y=(x+y)\left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}\right)=a+b+\frac{ay}{x}+\frac{bx}{y}\geq a+b+2\sqrt{ab}=18$.

又 $a+b=10$，　①

所以 $ab=16$.　②

由①②及 $a>b$，

解得 $a=8$，$b=2$.

20.**证明：**一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫作奇函数，（大前提）

而 $f(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=-\frac{2^x-1}{2^x+1}=-f(x)$，（小前提）

所以 $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$ 是奇函数.（结论）

21.**解：**(1)选择②式，计算如下：

$\sin^2 15°+\cos^2 15°-\sin 15°\cos 15°=1-\frac{1}{2}\sin 30°=\frac{3}{4}$.

(2)三角恒等式：$\sin^2\alpha+\cos^2(30°-\alpha)-\sin\alpha\cos(30°-\alpha)=\frac{3}{4}$.

证明如下：

$\sin^2\alpha+\cos^2(30°-\alpha)-\sin\alpha\cos(30°-\alpha)$

$=\frac{1-\cos2\alpha}{2}+\frac{1+\cos(60°-2\alpha)}{2}-\sin\alpha\cdot(\cos30°\cos\alpha+\sin30°\sin\alpha)$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2\alpha+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}(\cos60°\cos2\alpha+\sin60°\sin2\alpha)-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin^2\alpha$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2\alpha+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cos2\alpha+\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\sin2\alpha-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin2\alpha-\frac{1}{4}(1-\cos2\alpha)$

$=1-\frac{1}{4}\cos2\alpha-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cos2\alpha=\frac{3}{4}$.

22.(1)**解：**因为 $2=1+1$，$4=2+2$，$6=2+4$，所以数集 $\{1,2,4,6\}$ 具有性质 P.

因为不存在 $a_i,a_j\in\{1,3,4,7\}$，使得 $3=a_i+a_j$，所以数集 $\{1,3,4,7\}$ 不具有性质 P.

(2)**证明：**因为数集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 具有性质 P，

所以存在 i,j（$1\leq i\leq j\leq n$），使得 $a_4=a_i+a_j$.

又因为 $1=a_1<a_2<\cdots<a_n$，$n\geq4$，所以 $a_i,a_j\leq a_3$，所以 $a_4=a_i+a_j\leq2a_3$.

同理可得 $a_3\leq2a_2$，$a_2\leq2a_1$.

将以上各不等式相加，得 $a_2+a_3+a_4\leq2(a_1+a_2+a_3)$，所以 $a_4\leq2a_1+a_2+a_3$.

(3)**解：**由(2)可知 $a_2\leq2a_1$，$a_3\leq2a_2$，…，

因为 $a_1=1$，所以 $a_2\leq2$，$a_3\leq2^2$，…，$a_n\leq2^{n-1}$.若 $a_n=72$，则 $2^{n-1}\geq72$.

又 $2^6<72<2^7$，所以 $n-1>6$，得 $n>7$.

故 n 的最小值为8.

第7期

第3~4版同步周测参考答案

一、选择题

1.D

提示：若 $|a|=|b|$，则 $a=b$，显然 a、b 异号不成立；

若 $|a|>|b|$，则 $a>b$，利用 $a=-3$，$b=1$，满足条件，不满足结果，B不正确；

若 $a=0<b=5$，则 $|a|>|b|$ 不成立，C不正确；

若 $|a|=|b|$，则 $a=\pm b$，成立.故选D.

2.C

3.B

提示：分析法是从要证明的结论出发，逐步寻求使结论成立的充分条件，只要使结论成立的充分条件已具备，此结论就一定成立，故选B.

4.D

5.B

提示：$q=\sqrt{ab+\frac{mad}{n}+\frac{nbc}{m}+cd}\geq\sqrt{ab+2\sqrt{abcd}+cd}=\sqrt{ab}+\sqrt{cd}=p$.

6.C

提示：选项A中命题条件较少，不足以正面证明；选项B中命题是否定性命题，可以用反证法证明；选项D中命题是至少性命题，可以用反证法证明.选项C不适合用反证法证明.故选C.

7.B

8.B

9.C

提示：假设 $c\parallel b$，而由 $c\parallel a$，可得 $a\parallel b$，这与 a,b 异面矛盾，故 c 与 b 不可能是平行直线.故选C.

10.B

提示：分 $\triangle ABC$ 的直线只能过一个顶点且与对边相交，如直线 AD（点 D 在 BC 上），则 $\angle ADB+\angle ADC=180°$，若 $\angle ADB$ 为钝角，则 $\angle ADC$ 为锐角.而 $\angle ADC>\angle BAD$，$\angle ADC>\angle ABD$，$\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 不可能相似，与已知不符，只有当 $\angle ADB=\angle ADC=\angle BAC=90°$ 时，才符合题意.

11.C

提示：由于 a,b,c 不全相等，则 $a-b$，$b-c$，$c-a$ 中至少有一个不为0，故①正确；②显然成立；令 $a=2$，$b=3$，$c=5$，满足 $a\neq c$，$b\neq c$，$a\neq b$，故③错.

12.B

提示：因为 $x>0$，$y>0$，$\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=1$，所以 $x+\frac{y}{4}=\left(x+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\right)=2+\frac{y}{4x}+\frac{4x}{y}\geq2+2\sqrt{\frac{y}{4x}\cdot\frac{4x}{y}}=4$，等号在 $y=4x$，即 $x=2$，$y=8$ 时成立，所以 $x+\frac{y}{4}$ 的最小值为4，要使不等式 $m^2-3m>x+\frac{y}{4}$ 有解，应有 $m^2-3m>4$，所以 $m<-1$ 或 $m>4$，故选B.

二、填空题

13.1，$\sqrt{3}$，2是同一等差数列的三项

14.④

提示：因为 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$，所以 $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OC}$，所以 $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$，所以四边形ABCD为平行四边形.

15.AC⊥BD

提示：从结论出发，找一个使 $A_1C\perp B_1D_1$ 成立的充分条件.因而可以是：AC⊥BD或四边形ABCD为正方形.

16.$\left[-2,\frac{3}{2}\right)$

提示：当 n 为偶数时，$a<2-\frac{1}{n}$，而 $2-\frac{1}{n}\geq2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，所以 $a<\frac{3}{2}$，

当 n 为奇数时，$a>-2-\frac{1}{n}$，而 $-2-\frac{1}{n}<-2$，所以 $a\geq-2$.

综上可得，$-2\leq a<\frac{3}{2}$.

三、解答题

17.**证明：**由题意得 $\overrightarrow{AB}=(-4,4)$，$\overrightarrow{AC}=(5,5)$，要证明△ABC是直角三角形，只需证明 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，也就是证明 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，由于 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-4,4)\cdot(5,5)=0$，故原命题成立.

18.**证明：**假设 $\frac{2}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$ 成立，则 $\frac{2}{b}=\frac{a+c}{ac}=\frac{2b}{ac}$，所以 $b^2=ac$.

又因为 $b=\frac{a+c}{2}$，所以 $\left(\frac{a+c}{2}\right)^2=ac$，即 $a^2+c^2=2ac$，即 $(a-c)^2=0$，

所以 $a=c$，这与 a,b,c 两两不相等矛盾，

所以 $\frac{2}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$ 不成立.

19.**证明：**因为 $a^3-b^3=a^2-b^2$ 且 $a\neq b$，

所以 $a^2+ab+b^2=a+b$，

由 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2>a^2+ab+b^2$，得 $(a+b)^2>a+b$，

又 $a+b>0$，所以 $a+b>1$.

要证 $a+b<\frac{4}{3}$，即证 $3(a+b)<4$，

又因为 $a+b>0$，

所以只需证明 $3(a+b)^2<4(a+b)$，

又 $a+b=a^2+ab+b^2$，

即证 $3(a+b)^2<4(a^2+ab+b^2)$，也就是证明 $(a-b)^2>0$.

因为 a,b 是不相等的两个正数，故 $(a-b)^2>0$ 成立.

故 $a+b<\frac{4}{3}$ 成立.

综上，得 $1<a+b<\frac{4}{3}$.

20.(1)**解：**验证①式成立：

因为 $\sqrt{2}>1.41$，所以 $2\sqrt{2}>2.82$，

所以 $2\sqrt{2}-1>1.82$，

又 $\sqrt{3}<1.74$，

所以 $\sqrt{3}<2\sqrt{2}-1$.

(2)一般结论为：若 $n\in N_+$，则 $\sqrt{n+2}<2\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$.

证明：要证：$\sqrt{n+2}<2\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$，只需证：$\sqrt{n+2}+\sqrt{n}<2\sqrt{n+1}$，即证：$(\sqrt{n+2}+\sqrt{n})^2<(2\sqrt{n+1})^2$，即证：$2n+2+2\sqrt{n(n+2)}\leqslant4n+4$，即证：$\sqrt{n(n+2)}<n+1$，只需证：$n(n+2)<n^2+2n+1$，即证：$0<1$，显然成立，故 $\sqrt{n+2}<2\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$.

21.**解：**假设三个方程均无实根，则

$$\begin{cases}\Delta_1=16a^2-4(-4a+3)<0,\\ \Delta_2=(a-1)^2-4a^2<0,\\ \Delta_3=4a^2-4(-2a)<0,\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}-\frac{3}{2}<a<\frac{1}{2},\\ a<-1\text{或}a>\frac{1}{3},\\ -2<a<0,\end{cases}$ 即 $-\frac{3}{2}<a<-1$，

所以当 $a\geq-1$ 或 $a\leq-\frac{3}{2}$ 时，三个方程至少有一个方程有实根.

所以实数 a 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]\cup[-1,+\infty)$.

22.(1)**证明：**当 $a+b\geq0$ 时，$a\geq-b$ 且 $b\geq-a$.

因为 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数，

所以 $f(a)\geq f(-b)$，$f(b)\geq f(-a)$，

所以 $f(a)+f(b)\geq f(-a)+f(-b)$.

(2)**解：**(1)中命题的逆命题为"如果 $f(a)+f(b)\geq f(-a)+f(-b)$，那么 $a+b\geq0$"，此命题成立.

用反证法证明如下：

假设 $a+b<0$，则 $a<-b$，

所以 $f(a)<f(-b)$.

同理可得 $f(b)<f(-a)$.

所以 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$，这与 $f(a)+f(b)\geq f(-a)+f(-b)$ 矛盾，

故假设不成立，

所以 $a+b\geq0$ 成立，即(1)中命题的逆命题成立.