第8期

第3~4版同步周测参考答案

一、选择题

1.D　2.D　3.D　4.B

5.C

提示:由直线 l_1:$y=ax-2a+5$,可得 $y-5=a(x-2)$,由点斜式可知该直线过定点 $A(2,5)$,则点 A 到直线 l_2 的距离为

$\frac{|2-10+3|}{\sqrt{1+(-2)^2}}=\sqrt{5}$.

6.C　7.A　8.D　9.D　10.D

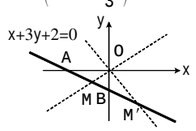
11.D

提示:由题意知点 $M(x_0,y_0)$ 到直线 $x+3y-2=0$ 与直线 $x+3y+6=0$ 的距离相等,

所以 $\frac{|x_0+3y_0-2|}{\sqrt{10}}=\frac{|x_0+3y_0+6|}{\sqrt{10}}$.化简,得 $x_0+3y_0+2=0$.又 $x_0>-2$,所以点 M 在射线 $x+3y+2=0(x>-2)$上.

由斜率的计算公式,可知 $\frac{y_0}{x_0}$ 表示点 M 与原点 O 连线的斜率 k.

由下图可知,当点 M 在线段 AB 内(不包括两端点)时,$k>0$;当点 M 在射线 BM' 上(不包括端点 B)时,$k<-\frac{1}{3}$.所以 $\frac{y_0}{x_0}$ 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup(0,+\infty)$.



(第11题图)

12.A

提示:设 $C(m,n)$,则 $\triangle ABC$ 的重心为 $G\left(\frac{2+m}{3},\frac{4+n}{3}\right)$,代入欧拉线方程中,整理得 $m-n+4=0$.　①

由 $A(2,0)$,$B(0,4)$,可得 AB 的垂直平分线的方程为 $x-2y+3=0$.

与欧拉线的方程联立,解得 $x=-1$,$y=1$,即 $\triangle ABC$ 的外心为 $O(-1,1)$.

由 $|OC|^2=|OA|^2$,得 $(m+1)^2+(n-1)^2=3^2+1^2=10$.　②

联立①②,解得 $m=-4$,$n=0$,或 $m=0$,$n=4$.

当 $m=0$,$n=4$ 时 B,C 重合,舍去,所以顶点 C 的坐标是 $(-4,0)$.

二、填空题

13.$(-\infty,4)\cup(4,+\infty)$

14.2 或 $\sqrt{2}$

提示:若 AB 为斜边,则点 O 到直线 $y=x+m$ 的距离等于1,由 $\frac{|m|}{\sqrt{2}}=1$,解得 $m=\sqrt{2}$;若 OA 或 OB 为斜边,则点 O 到直线 $y=x+m$ 的距离等于 $\sqrt{2}$,由 $\frac{|m|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,解得 $m=2$.故 $m=2$ 或 $m=\sqrt{2}$.

15.$2x-y+1=0$

提示:由题意知,l 必在 l_1 与 l_2 之间,设 l:$2x-y+c=0$,则 $c=\frac{3+(-1)}{2}=1$.故直线 l 的方程为 $2x-y+1=0$.

16.$\sqrt{13}$

提示:$f(x)=\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-4x+8}=\sqrt{(x-0)^2+(0+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(0-2)^2}$.令 $P(x,0)$,$A(0,-1)$,$B(2,2)$,则 $f(x)=|PA|+|PB|$.由平面几何知识可知,$|PA|+|PB|\geqslant|AB|=\sqrt{13}$.故 $f(x)$ 的最小值是 $\sqrt{13}$.

三、解答题

17.**解**:若 $m=0$,则 l_1:$x=-6$,l_2:$2x-3y=0$,此时两直线相交;

若 $m\neq0$,由 $\frac{m-2}{1}=\frac{3}{m}$,解得 $m=-1$,或 $m=3$;由 $\frac{3}{m}=\frac{2m}{6}$,解得 $m=\pm3$.

(1)当 $m\neq-1$ 且 $m\neq3$ 时,$\frac{m-2}{1}\neq\frac{3}{m}$,两直线相交;

(2)当 $m=-1$ 时,$\frac{m-2}{1}=\frac{3}{m}\neq\frac{2m}{6}$,两直线平行;

(3)当 $m=3$ 时,$\frac{m-2}{1}=\frac{3}{m}=\frac{2m}{6}$,两直线重合.

18.(1)**证明**:由两点间的距离公式,计算得 $|AB|^2=2$,$|AC|^2=18$,$|BC|^2=20$.所以 $|AB|^2+|AC|^2=|BC|^2$.

所以 $\angle BAC=90°$,

即 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

(2)**解**:结合(1)可得 $|AB|=\sqrt{2}$,$|AC|=3\sqrt{2}$,

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB|\cdot|AC|=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=3$.

19.**解**:(1)当 $l_1\perp l_2$ 时,有 $(-2)\times\left(-\frac{a}{4}\right)=-1$,解得 $a=-2$.

由 $\begin{cases}2x+y+4=0,\\-2x+4y+1=0,\end{cases}$ 解得 $x=-\frac{3}{2}$,$y=-1$.

所以 l_1 与 l_2 的交点坐标为 $\left(-\frac{3}{2},-1\right)$.

(2)当 $l_1/\!/l_2$ 时,有 $-2=-\frac{a}{4}$,解得 $a=8$.由两平行线间的距离公式,得 l_1 与 l_2 间的距离 $d=\frac{|16-1|}{\sqrt{8^2+4^2}}=\frac{3\sqrt{5}}{4}$.

20.**解**:(1)直线 l_1:$2x-y+a=0$ 即 $-4x+2y-2a=0$,所以 $\frac{|-2a-1|}{\sqrt{16+4}}=\frac{7\sqrt{5}}{10}$,解得 $a=3$,或 $a=-4$.又 $a>0$,所以 $a=3$.

(2)假设存在点 P,设其坐标为 (m,n),则 $m>0$,$n>0$.

由点 P 满足条件②,可得

$\frac{|2m-n+3|}{\sqrt{4+1}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{|4m-2n-1|}{\sqrt{16+4}}$.

化简,得 $4m-2n+13=0$,或 $12m-6n+11=0$.

由点 P 满足条件③,可得

$\frac{|2m-n+3|}{\sqrt{4+1}}:\frac{|m+n-1|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}:\sqrt{5}$.

化简,得 $m-2n+4=0$,或 $3m+2=0$.

由 $m>0$,舍去 $3m+2=0$.

联立 $4m-2n+13=0$ 与 $m-2n+4=0$,

解得 $m=-3$,$n=\frac{1}{2}$;

联立 $12m-6n+11=0$ 与 $m-2n+4=0$,

解得 $m=\frac{1}{9}$,$n=\frac{37}{18}$.

又 $m>0$,

所以点 P 的坐标为 $\left(\frac{1}{9},\frac{37}{18}\right)$.

故能找到一点 $P\left(\frac{1}{9},\frac{37}{18}\right)$ 同时满足这三个条件.

21.**解**:设点 P 的坐标为 (x,y),

由题意有 $\frac{|PM|}{|PN|}=\sqrt{2}$,

即 $\sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}$,

整理,得 $x^2+y^2-6x+1=0$.　①

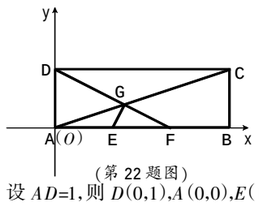
因为点 N 到直线 PM 的距离为1,$|MN|=2$,所以 $\angle PMN=30°$,直线 PM 的斜率为 $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$,

故有 $\frac{y}{x+1}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.　②

联立①②,解得点 P 的坐标为 $(2+\sqrt{3},1+\sqrt{3})$ 或 $(2-\sqrt{3},-1+\sqrt{3})$ 或 $(2+\sqrt{3},-1-\sqrt{3})$ 或 $(2-\sqrt{3},1-\sqrt{3})$.

故直线 PN 的方程为 $y=x-1$ 或 $y=-x+1$.

22.**证明**:以 AB 所在直线为 x 轴,AD 所在直线为 y 轴,建立平面直角坐标系(如图).



(第22题图)

设 $AD=1$,则 $D(0,1)$,$A(0,0)$,$E(1,0)$,$F(2,0)$,$C(3,1)$,求得直线 AC 的方程为 $y=\frac{1}{3}x$,直线 DF 的方程为 $x+2y-2=0$.

联立方程 $\begin{cases}y=\frac{1}{3}x,\\x+2y-2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{6}{5},\\y=\frac{2}{5}.\end{cases}$

所以点 G 的坐标为 $\left(\frac{6}{5},\frac{2}{5}\right)$.

所以直线 EG 的斜率 $k_{EG}=\frac{\frac{2}{5}-0}{\frac{6}{5}-1}=2$.

因为直线 DF 的斜率 $k_{DF}=\frac{1-0}{0-2}=-\frac{1}{2}$,所以 $k_{EG}\cdot k_{DF}=-1$,

所以 $EG\perp DF$.

第5期

第3~4版同步周测参考答案

一、选择题

1.B　2.C

3.D

提示:A 中底面积相同,但高不同,所以体积不等;B 中高度相同,但底面积不同,所以体积不等;C 中计算公式不同,所以体积不同.故选 D.

4.B　5.B　6.D

7.A

提示:三个侧面都是直角边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的等腰直角三角形,底面是边长为1的等边三角形.

8.D

提示:设圆台的母线长为 l 由题知,中截面是半径为 $\frac{5+R}{2}$ 的圆面,则 $\left[\pi\times\frac{l}{2}\times\left(5+\frac{5+R}{2}\right)\right]:\left[\pi\times\frac{l}{2}\times\left(\frac{5+R}{2}+R\right)\right]=1:2$,解得 $R=25$.

9.C

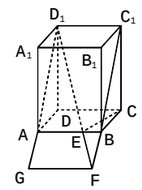
提示:设上底面面积为 S,则下底面面积为 4S,设高为 h,那么 $V_{A_1-ABC}=\frac{1}{3}Sh$,$V_{C-A_1B_1C_1}=\frac{4}{3}Sh$,$V_{B-A_1B_1C}=\frac{1}{3}(S+\sqrt{S\times4S}+4S)h-\frac{1}{3}Sh-\frac{4}{3}Sh=\frac{2}{3}Sh$,从而可知选C.

10.C

提示:设体积为V,则 $S_{正}=6\sqrt[3]{V^2}$,$S_{柱}=2\pi\left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)^2+4\pi\left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)^2=3\sqrt[3]{2\pi V^2}$,$S_{球}=\sqrt[3]{36\pi V^2}$,比较可得 $S_{球}<S_{柱}<S_{正}$.

11.B

提示:如图所示,将底面 ABCD 展开至四边形 ABFG 位置,使其与四边形 ABC_1D_1 在一个平面内,则 D_1E+CE 的最小值为 $D_1F=\sqrt{GF^2+D_1G^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.



(第11题图)

12.C

提示:由题意知球的半径 r 是棱柱底面三角形内切圆的半径,可得 $r=1$,即球的直径为2.又棱柱的高为12,所以加工成6个球,所以剩余石料的体积为 $\frac{1}{2}\times3\times4\times12-6\times\frac{4\pi\cdot1^3}{3}=72-8\pi$.

二、填空题

13.$a^2\pi$

14.$8cm^3$

提示:尽可能大的正方体为球的内接正方体,其体对角线的长度等于球的直径,由此易得正方体的棱长为2cm,故体积是 $8cm^3$.

15.80π

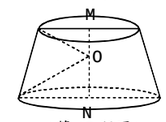
提示:设圆台上、下底面的圆心分别为M,N,球O的半径为R,当M,N在球心O的异侧时,如图所示,

则 $OM+ON=6$,

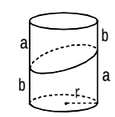
即 $\sqrt{R^2-2^2}+\sqrt{R^2-4^2}=6$,解得 $R^2=20$.

当M,N在球心O的同侧时,同理,可解得R不存在.

故球O的表面积为 $4\pi R^2=80\pi$.



(第15题图)



(第16题图)

16.$\frac{1}{2}\pi r^2(a+b)$

提示:补上一个相同形状的几何体,如图所示,可得底面半径为 r,高为 a+b 的圆柱,故所求几何体的体积为 $\frac{1}{2}\pi r^2(a+b)$.

三、解答题

17.**解**:连接 AC 和 BD 交于 O,连接 SO.作 $SP\perp AB$ 于 P,连接 OP.

在 $Rt\triangle SOP$ 中,$SO=\sqrt{7}$ m,$OP=\frac{1}{2}BC=1$m,所以 $SP=2\sqrt{2}$ m,则 $\triangle SAB$ 的面积是 $\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=2\sqrt{2}(m^2)$.

所以四棱锥的侧面积是 $4\times2\sqrt{2}=8\sqrt{2}(m^2)$,即制造这个塔顶需要 $8\sqrt{2}\,m^2$ 铁板.

18.**解**:过点 F 作 $FO\perp$ 平面 ABCD 于 O,$FM\perp AB$ 于 M,$FN\perp BC$ 于 N,连接 OM,ON,

则 $ON=\frac{1}{2}(AB-EF)=1$,$FN=\sqrt{3}$,

所以 $FO=\sqrt{FN^2-ON^2}=\sqrt{2}$.

又 $OM=\frac{1}{2}BC=1$,

所以 $FM=\sqrt{FO^2+OM^2}=\sqrt{3}$.

所以此几何体的表面积 $S=\frac{1}{2}\times(2+4)\times\sqrt{3}\times2+\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2\times2+4\times2=8+8\sqrt{3}$.

19.**解**:设圆柱底面圆半径为 r,则母线长为 $2r$.因为圆柱表面积为 6π,

所以 $6\pi=2\pi r^2+4\pi r^2$,所以 $r=1$.

因为四棱柱的底面是圆柱底面的内接正方形,所以正方形的边长为 $\sqrt{2}$,

所以四棱柱的体积 $V=(\sqrt{2})^2\times2=4$.

20.**解**:(1)$S_1=\frac{1}{3}\times\pi\times18^2=108\pi(cm^2)$,

$S_2=\frac{2}{3}\times\pi\times18^2=216\pi(cm^2)$.

(2)设较小圆锥的底面半径为 r_1,

则有 $2\pi r_1=\frac{1}{3}\times2\pi\times18$,解得 $r_1=6$.

所以 $h_1=\sqrt{18^2-r_1^2}=12\sqrt{2}(cm)$.

同理可得较大圆锥的底面半径 $r_2=12$,$h_2=\sqrt{18^2-r_2^2}=6\sqrt{5}(cm)$.

所以 $h_1:h_2=12\sqrt{2}:6\sqrt{5}=2\sqrt{2}:\sqrt{5}$.

21.**解**:(1)由三视图可知,该几何体是个组合体,其上部分是个三棱锥,其三条侧棱两两垂直;下部分为一个半球,并且三棱锥的底面与半球的底面相切.

(2)由图可知,$V_{三棱锥}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)\times1=\frac{1}{6}$;球半径 $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$V_{半球}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3=\frac{\sqrt{2}\pi}{6}$.

所以此几何体的体积 $V=\frac{1+\sqrt{2}\pi}{6}(cm^3)$.

(3)这100件铁件的质量 $m=100\times\frac{1+\sqrt{2}\pi}{6}\times7.8\approx130\times(1+1.4\times3.1)=694.2(g)$.

22.**解**:(1)因为 $AE=BE'=x$,所以 $EE'=20-2x$.由 $EE'>0$,得 $0<x<10$.

故礼品袋的侧面积

$S=S_{正方形}-4S_{\triangle SEE'}-4S_{\triangle EAH'}=20\times20-4\times\frac{1}{2}(20-2x)\times10-4\times\frac{1}{2}x^2=-2x^2+40x$,

即 $S=-2x^2+40x$,$0<x<10$.

(2)当 $x=5$ 时,在四棱锥 $S-EFGH$ 中,$OE=OF=5$,$EF=5\sqrt{2}$,$SE=5\sqrt{5}$,高 $SO=\sqrt{SE^2-OE^2}=10$.

包装盒的内径最小值,即为正四棱锥 $S-EFGH$ 的外接球的半径 R,设外接球的球心为 O',则点 O' 在正四棱锥 $S-EFGH$ 的高 SO 上,连接 EO',

则在 $Rt\triangle EOO'$ 中,$OE^2+O'O^2=O'E^2$,

即 $5^2+(10-R)^2=R^2$,解得 $R=\frac{25}{4}$.

故包装盒的内径的最小值是 $\frac{25}{4}$cm.

第 2~3 版章节测试参考答案

一、选择题

1.B

2.C

提示:俯视图应为两个实线同心圆.

3.D　4.D　5.B　6.D

7.B

提示:两个平行平面可以把空间分成 3 部分;两个相交平面可以把空间分成 4 部分,故选 B.

8.C

提示:取 AB 的中点 H,连接 HE,EF,FG,GH,则平面 EFGH 即为 α.从而可得 BC∥α,AD∥α,故选 C.

9.C

提示:设三棱台的高为 h,上底面面积为 S,则下底面面积为 $4S$.

所以 $V_{台}=\frac{1}{3}h(S+4S+\sqrt{S\cdot 4S})=\frac{7}{3}Sh$,

$V_{柱}=Sh$.所以 $\frac{V_{柱}}{V_{台}-V_{柱}}=\frac{3}{4}$.

10.C

提示:根据题意,可知取出的两个玻璃球的体积之和等于下降的水的体积.设水面下降 h cm,则有 $\frac{4}{3}\pi\times3^3\times2=\pi\times8^2\times h$,解得 $h=\frac{9}{8}$.

11.A

提示:将正四面体补成正方体,其中正四面体的棱为正方体的面对角线,可得正方体的棱长为 $2\sqrt{2}$.若球 O 与正四面体的各棱相切,则球 O 是正方体的内切球,其半径 $R=\sqrt{2}$.故球 O 的体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$.

12.B

提示:在等边△ABC 中,有 DE⊥AF,则在旋转过程中,有 DE⊥A′G 且 DE⊥FG.又 A′G∩FG=G,所以 DE⊥平面 A′GF,所以 DE⊥A′F,且平面 A′GF⊥平面 BCED,交线为 AF,所以点 A′在平面 ABC 上的投影在线段 AF 上,故①③④正确.因为 EF∥AB,所以∠A′EF 就是 A′E 与 BD 所成的角,当∠A′EF=90°时,A′E⊥BD,故②不正确.

二、填空题

13.50°或 130°　14.45°

15.$6\sqrt{2}$

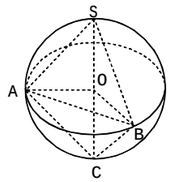
提示:分别取 CC_1,B_1C_1,A_1B_1,AA_1 的中点 G,H,M,N,连接 EF,FG,GH,HM,MN,NE,构成边长为 $\sqrt{2}$ 的正六边形 EFGHMN.易证平面 EFGHMN∥平面 AB_1C,所以正六边形 EFGHMN 即为满足条件的图形,其周长为 $6\sqrt{2}$.

16.36π

提示:显然 O 是 SC 的中点,连接 OA,OB,如图所示,则由已知条件,得 OA⊥SC,OB⊥SC.因为平面 SCA⊥平面 SCB,交线为 SC,所以 OA⊥平面 SCB,OB⊥平面 SCB.

设球 O 的半径为 r,则 $V_{A\text{-}SCB}=\frac{1}{3}S_{\triangle SCB}\cdot OA=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2r\times r\times r=9$,解得 r=3.

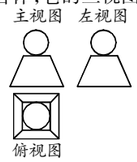
故球 O 的表面积为 $4\pi r^2=36\pi$.



(第 16 题图)

三、解答题

17.**解**:根据题意,该几何体是正四棱台与球的组合体,它的三视图如图所示.

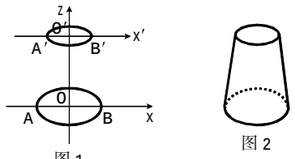


(第 17 题图)

18.**解**:根据三视图可知,此几何体为圆台.其直观图画法如下:

(1)画轴.画 x 轴、z 轴,记坐标原点为 O,使∠xOz=90°,如图 1 所示.

(2)画圆台的两底面.在 x 轴上取 A,B 两点,使 AB 的长度等于俯视图中大圆的直径,且 OA=OB.选择椭圆模板中适当的椭圆过 A,B 两点,使它成为圆台的下底面.在 z 轴上截取点 O′,使 OO′等于主视图的高度,过点 O′作 Ox 轴的平行线 O′x′轴,类似圆台下底面的作法作出圆台的上底面.



(第 18 题图)

(3)成图.连接 A′A,B′B,去掉辅助线,将被遮挡的部分改为虚线,即得到几何体的直观图如图 2 所示.

19.**解**:(1)由三视图知 $AC\perp$ 平面 $BCED$,且 $EC=BC=AC=4$,$BD=a$,

故该几何体的体积 $V=\frac{1}{3}\times4\times\frac{(a+4)\times4}{2}=16$,解得 $a=2$.

(2)在 Rt△ABD 中,$AB=4\sqrt{2}$,$BD=2$,则 $AD=6$,过点 B 作 $BH\perp AD$ 于 H,可得 $BH=\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

将 Rt△ABD 绕斜边 AD 所在直线旋转一周,所得旋转体由两个同底的圆锥构成,其中圆锥的底面半径为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$,母线长分别为 $4\sqrt{2}$,2,故该旋转体的表面积 $S=\pi\times\frac{4\sqrt{2}}{3}\times(4\sqrt{2}+2)=\frac{(32+8\sqrt{2})\pi}{3}$.

20.**证明**:(1)因为 $BB_1\parallel DD_1$,

所以四边形 BB_1D_1D 是平行四边形.

所以 $BD\parallel B_1D_1$.

因为 MN 是△CDB 的中位线,

所以 $MN\parallel BD$.

所以 $MN\parallel B_1D_1$.

(2)连接 A_1C_1,与 B_1D_1 交于点 O_1,

则 O_1 是 A_1C_1 的中点.

连接 EO_1,则 EO_1 是△AA_1C_1 的中位线.

所以 $EO_1\parallel AC_1$.

又 $AC_1\not\subseteq$ 平面 EB_1D_1,$EO_1\subsetneqq$ 平面 EB_1D_1,所以 $AC_1\parallel$ 平面 EB_1D_1.

(3)由(1)得 $BD\parallel B_1D_1$,

因为 $BD\subsetneqq$ 平面 BDG,$B_1D_1\not\subseteq$ 平面 BDG,

所以 $B_1D_1\parallel$ 平面 BDG.

连接 AC,与 BD 交于点 O,连接 OG,与(2)同理,可证得 $OG\parallel AC_1$,

又 $EO_1\parallel AC_1$,所以 $OG\parallel EO_1$.

因为 $OG\subsetneqq$ 平面 BDG,$EO_1\not\subseteq$ 平面 BDG,

所以 $EO_1\parallel$ 平面 BDG.

又 $B_1D_1\cap EO_1=O_1$,

所以平面 $EB_1D_1\parallel$ 平面 BDG.

21.**证明**:(1)连接 OO_1,则 $OO_1\perp$ 平面 BCD.

因为 O,O_1 分别为 AC,BC 的中点,

所以 $AB\parallel OO_1$.

所以 $AB\perp$ 平面 BCD.

(2)因为 $AB\perp$ 平面 BCD,

所以 $AB\perp CD$.

又 BC 为圆 O_1 的直径,

所以 $BD\perp DC$.

因为 AB∩BD=B,

所以 $CD\perp$ 平面 ABD.

又 $CD\subsetneqq$ 平面 ADC,

所以平面 $ADC\perp$ 平面 ABD.

22.(1)**证明**:连接 BD,与 AC 交于点 O,连接 SO.由题意,得 SO⊥AC.

在正方形 ABCD 中,AC⊥BD,

又 SO∩BD=O,

所以 AC⊥平面 SBD,得 AC⊥SD.

(2)**解**:连接 OP,由(1)知 AC⊥平面 SBD,

所以 AC⊥OP,且 AC⊥OD.

所以∠POD 是二面角 P-AC-D 的平面角.

设正方形 ABCD 的边长为 a,

则 $SD=\sqrt{2}a$.

又 $OD=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,所以∠SDO=60°.

由 SD⊥平面 PAC,知 SD⊥OP,

所以∠POD=30°,

即二面角 P-AC-D 的大小为 30°.

(3)**解**:在棱 SC 上存在一点 E,使 BE∥平面 PAC.

由(2)可得 $PD=\frac{\sqrt{2}}{4}a$,故可在 SP 上取一点 N,使 PN=PD.

过 N 作 PC 的平行线与 SC 的交点即为 E,连接 BN,BE.

在△BND 中,知 BN∥PO,

由于 NE∥PC,且 BN,NE$\not\subseteq$平面 PAC,PO,PC$\subsetneqq$平面 PAC,

故 BN∥平面 PAC,

NE∥平面 PAC.

又 BN∩NE=N,

所以平面 BEN∥平面 PAC.

故 BE∥平面 PAC.

由于 $SN=SD-2PD=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,

故 SN:NP=2:1,

所以 SE:EC=2:1.

第 7 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.D　2.A　3.C　4.B　5.B

6.A

提示:令 $x=0$,得 $y=6$;令 $y=0$,得 $x=-2$.所以直线 l 在 y 轴上的截距是 6,在 x 轴上的截距是−2.故选 A.

7.D

提示:由已知,得 3m+m(2m+1)=0,解得 $m=-2$,或 $m=0$.

8.D　9.B

10.C

提示:由点斜式,知直线 l 过定点 $P(0,-\sqrt{3})$.在平面直角坐标系中画出直线 $x+y-3=0$,设其与 y 轴、x 轴的交点分别为 A(0,3),B(3,0),直线 l 的倾斜角为 θ,则当 θ 最小时,$\tan\theta=k_{PB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,即 $\theta=30°$;当 θ 最大时,$\theta=90°$.所以 $\theta\in(30°,90°)$.

11.A

提示:由直线的倾斜角大于 60°,知斜率 $k>\tan60°=\sqrt{3}$,或 k<0,或 k 不存在.

①若 $k=-\frac{a}{b}>\sqrt{3}$,可得 b=-1,a=2;b=1,a=-2,-3,共 3 条.②若 k<0,则 ab>0,可得 a=-3,b=-2,-1;a=-2,b=-3,-1;a=-1,b=-3,-2;a=1,b=2;a=2,b=1,共 8 条.③若 k 不存在,则 b=0,此时 a=-3,-2,-1,1,2,共 5 条.综上可知,符合条件的直线共有 3+8+5=16(条).

12.C

提示:显然两条直线平行.因为 $P_1(x_1,y_1)$ 在直线 l 上,所以 $f(x_1,y_1)=0$.所以原方程化为 $f(x,y)-f(x_2,y_2)=0$.显然 $P_2(x_2,y_2)$ 满足此方程,故选 C.

二、填空题

13.$3x-2y=0$ 或 $x-y+1=0$

提示:当直线过原点时,直线方程为 $y=\frac{3}{2}x$,即 $3x-2y=0$;当直线不过原点时,设方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{-a}=1$,把点 $P(2,3)$ 代入,解得 $a=-1$,故直线方程为 $x-y+1=0$.

14.12

提示:由斜率相等,得 $\frac{3+3}{4-2}=\frac{\frac{k}{2}-3}{5-4}$,

解得 k=12.

15.$(-\infty,-4]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

提示:在平面直角坐标系中标出 P,A,B 三点,易知直线 l 的斜率 $k\leqslant k_{PA}$ 或 $k\geqslant k_{PB}$ 时满足题意.因为 $k_{PA}=-4$,$k_{PB}=\frac{3}{4}$,所以 $k\geqslant\frac{3}{4}$ 或 $k\leqslant-4$.

16.④

提示:当倾斜角为 90°时,斜率不存在,故①②错误;若 $k_1<0$,$k_2>0$,则 α_1 为钝角,α_2 为锐角,$\alpha_1>\alpha_2$,③错误;④正确.

三、解答题

17.**解**:若 a=-1,则直线 l 的方程为 y=-3,此时 l 不过第二象限;

若 a≠-1,则直线 l 可化为 y=-(a+1)x+a-2.

由直线 l 不经过第二象限,得

$\begin{cases}-(a+1)>0,\\a-2<0,\end{cases}$ 解得 a<-1.

综上,实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-1]$.

18.**解**:因为 $A(2,0)$,$B(0,2)$,

所以斜率 $k=\frac{2-0}{0-2}=-1$.

所以直线 l 的点斜式为 $y-0=-(x-2)$,斜截式为 $y=-x+2$,截距式为 $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$,一般式为 $x+y-2=0$.

19.**解**:(1)由点斜式,得直线 l 的方程为 $y-5=-\frac{3}{4}(x+2)$,即 $3x+4y-14=0$.

(2)设所求直线方程为 $3x+4y+m=0$,将点(2,3)代入,解得 $m=-18$.所以所求直线方程为 $3x+4y-18=0$.

(3)设所求直线方程为 $4x-3y+n=0$,将点(2,3)代入,解得 $n=1$.所以所求直线方程为 4x-3y+1=0.

20.**解**:(1)当 x,y 的系数不同时为零时,该方程表示一条直线.

令 $m^2-2m-3=0$,解得 $m=-1$,或 $m=3$;令 $2m^2+m-1=0$,解得 $m=-1$,或 $m=\frac{1}{2}$.

所以该方程表示一条直线的条件是 $m\neq-1$.

(2)若该方程表示的直线的斜率不存在,则 $2m^2+m-1=0$.结合(1),可知 $m=\frac{1}{2}$,此时的直线方程为 $x=\frac{4}{3}$.

(3)令 y=0,则 $(m^2-2m-3)x+6-2m=0$.

所以 $m^2-2m-3\neq0$ 且 $\frac{2m-6}{m^2-2m-3}=-3$,

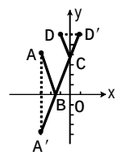
解得 $m=-\frac{5}{3}$.

(4)由倾斜角是 45°,得直线的斜率为 1,所以 $-\frac{m^2-2m-3}{2m^2+m-1}=1$,解得 $m=\frac{4}{3}$,或 $m=-1$(舍去).所以 $m=\frac{4}{3}$.

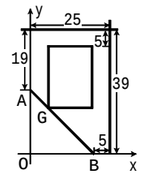
21.**解**:如图,由镜面反射的对称原理可知,点 $A(-3,4)$ 关于 x 轴的对称点 A′在光线 BC 的反向延长线上,由对称性可知 A′(−3,−4);点 $D(-1,6)$ 关于 y 轴的对称点 D′在光线 BC 的延长线上,由对称性可知 D′(1,6).

所以点 A′,D′在直线 BC 上,

由两点式,得光线 BC 所在直线的方程为 $\frac{y-6}{-4-6}=\frac{x-1}{-3-1}$,即 5x-2y+7=0.



(第 21 题图)



(第 22 题图)

22.**解**:如图,建立平面直角坐标系,

可知 A(0,20),B(20,0),故 AB 所在直线的方程为 $\frac{x}{20}+\frac{y}{20}=1$,即 x+y=20.

设 G(x,y),由 y=20-x,可知 G(x,20-x).

所以教学楼的面积

S=[39-5-(20-x)][25-(5+x)]

=(14+x)(20-x)=$-x^2+6x+20\times14$

=$-(x-3)^2+289$.

故当 x=3 时,S 有最大值 289.

故在线段 AB 上取点 G,使其到 OA 的距离为 3m,到 OB 的距离为 17m,过此点分别作两围墙的平行线,在离围墙 5m 处确定矩形的另两个顶点,则第四个顶点随之确定,如此矩形的面积最大.