

第4期
第2~3版章节测试参考答案
一、选择题

1.B
提示:解方程 $x^2-5x+6=0$,得 $x=2$,或 $x=3$;解方程 $x^2-x-2=0$,得 $x=-1$,或 $x=2$.结合集合中元素的互异性,可知选B.

2.C 3.A 4.D

5.C

提示:由 $-2 \leq 2x+8 \leq 2$,得 $-5 \leq x \leq -3$.

6.C

提示: $y = \frac{5x+4}{x-1} = \frac{5(x-1)+9}{x-1} = 5 + \frac{9}{x-1}$,

因为 $f(x) = \frac{9}{x-1}$ 在区间 $[2,4]$ 上是减函

数,所以 $y_{\max} = 5 + \frac{9}{2-1} = 14$, $y_{\min} = 5 + \frac{9}{4-1} = 8$,

故函数 y 的值域为 $[8,14]$.

7.A

8.A

提示:图中阴影部分表示的集合是 $\complement_U(M \cup N) = \{x | -2 \leq x < 1\}$.

9.C

10.C

11.C

提示:由题意知,对于任意两个不等实数 $x_1-1, x_2-1 \in (1, +\infty)$,都有 $\frac{f(x_1-1)-f(x_2-1)}{(x_1-1)-(x_2-1)} > 0$,可得 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是增函数.故二次函数 $f(x)$ 图像的对称轴 $x = -\frac{2a-1}{2} \leq 1$,解得 $a \geq -\frac{1}{2}$.故选C.

12.A

提示:根据偶函数关于 y 轴对称,可得当 $x \in (-2, 2)$ 时, $f(x) > 0$;当 $x \in (-4, -2) \cup (2, 4)$ 时, $f(x) < 0$.根据奇函数关于原点对称,可得当 $x \in (0, 4)$ 时, $g(x) > 0$;当 $x \in (-4, 0)$ 时, $g(x) < 0$.

若 $f(x) \cdot g(x) < 0$,则当 $f(x) > 0$ 时, $g(x) < 0$,此时 $x \in (-2, 0)$;当 $f(x) < 0$ 时, $g(x) > 0$,此时 $x \in (2, 4)$.故选A.

二、填空题

13. $B = \{\{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$

提示:由 $\emptyset \subsetneq x \subseteq A$,知 x 是集合,且 x 至少含有 A 中的一个元素,故 $B = \{\{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$.

14. $\frac{1}{x-1}$ ($x \neq 0$, 且 $x \neq 1$)

提示:令 $t = \frac{1}{x}$ ($t \neq 0$, 且 $t \neq 1$),利用换元法可得.

15. $[0, +\infty)$

提示:设 $f(x) = x^a$,则 $4^a = 2$,解得 $a =$

$\frac{1}{2}$,所以 $f(x) = \sqrt{x}$.画出 $f(x)$ 的大致图像,可知它的单调递增区间是 $[0, +\infty)$.

$$16. y = \begin{cases} 4x, & 0 \leq x \leq 140, \\ 6x - 280, & 140 < x \leq 280, \\ 10x - 1400, & x > 280 \end{cases}$$

提示:当 $0 \leq x \leq 140$ 时, $y = 4x$;当 $140 < x \leq 280$ 时, $y = 4 \times 140 + (x - 140) \times 6 = 6x - 280$;当 $x > 280$ 时, $y = 4 \times 140 + 6 \times 140 + (x - 280) \times 10 = 10x - 1400$,

$$\text{故 } y = \begin{cases} 4x, & 0 \leq x \leq 140, \\ 6x - 280, & 140 < x \leq 280, \\ 10x - 1400, & x > 280. \end{cases}$$

三、解答题

17.解:因为 $A = \{m+1, 3, 5\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$,所以 $|m+1| = 2$,解得 $m = 1$,或 $m = -3$.

若 $m = 1$,则 $B = \{3, 3, 2\}$,与集合中元素的互异性相矛盾,舍去;

若 $m = -3$,则 $B = \{-5, 3, 2\}$,

此时 $A \cup B = \{-5, 5, 3, 2\}$.

18.解:由 $x^2 - 5x + 6 = 0$,得 $x = 2$,或 $x = 3$,

所以 $A = \{2, 3\}$.

因为 $B \subsetneq A$,

所以 $B = \{2\}$, $B = \{3\}$,或 $B = \emptyset$.

若 $B = \{2\}$,由 $2a - 6 = 0$,得 $a = 3$;

若 $B = \{3\}$,由 $3a - 6 = 0$,得 $a = 2$;

若 $B = \emptyset$,由 $ax - 6 = 0$,得 $a = 0$.

综上, $C = \{0, 2, 3\}$.

19.解:(1)由 $\begin{cases} x-2 \geq 0, \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2$.

故 $A = \{x | x \geq 2\}$;

由 $\begin{cases} 2x+4 \geq 0, \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq -2 \text{ 且 } x \neq 3$.

故 $B = \{x | x \geq -2 \text{ 且 } x \neq 3\}$.

(2) $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{x | x < 2 \text{ 或 } x = 3\}$.

20.解:(1)设 $f(x) = kx + b$ ($k \neq 0$).

由 $f(x+1) + f(x) = 2x + 3$,

得 $k(x+1) + b + kx + b = 2x + 3$.

所以 $\begin{cases} 2k = 2, \\ k + 2b = 3, \end{cases}$ 解得 $k = 1, b = 1$.

所以 $f(x) = x + 1$.

(2)设 $x \in [-1, 0)$,则 $-x \in (0, 1]$.

因为 $x \in [0, 1]$ 时, $g(x) = f(x) = x + 1$,

所以 $g(-x) = -x + 1$.

又因为 $g(x)$ 为偶函数,

所以 $g(-x) = g(x) = -x + 1$.

所以 $g(x) = \begin{cases} x+1, & 0 \leq x \leq 1, \\ -x+1, & -1 \leq x < 0. \end{cases}$

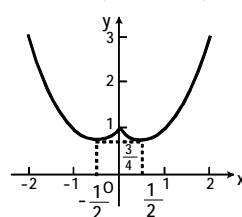
21.解:(1)若 $a = 1$,

$$\text{则 } f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}, & x < 0, \\ x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}, & x \geq 0. \end{cases}$$

故 $f(x)$ 的大致图像如图所示,它的

单调递增区间为 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 和 $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$,

单调递减区间为 $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ 和 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$.



(第21题图)

(2)若 $x \in [1, 2]$, $a > 0$,则 $f(x) = ax^2 - x + 2a - 1$,其图像的开口向上,对称轴为 $x = \frac{1}{2a}$.

当 $\frac{1}{2a} > 2$,即 $0 < a < \frac{1}{4}$ 时, $d = f(2) = 6a - 3$;

当 $\frac{1}{2a} < 1$,即 $a > \frac{1}{2}$ 时, $d = f(1) = 3a - 2$;当

$1 \leq \frac{1}{2a} \leq 2$,即 $\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{1}{2}$ 时, $d = f\left(\frac{1}{2a}\right) = 2a -$

$\frac{1}{4a} - 1$.

若 $a = 0$,则 $f(x) = -x - 1$, $d = f(2) = -3$,满足 $d = 6a - 3$,

所以

$$d = \begin{cases} 6a - 3, & 0 \leq a < \frac{1}{4}, \\ 2a - \frac{1}{4a} - 1, & \frac{1}{4} \leq a \leq \frac{1}{2}, \\ 3a - 2, & a > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

22.解:(1)由 $f(x+y) = f(x) + f(y)$,令 $x = y = 0$,得 $f(0) = f(0) + f(0)$,所以 $f(0) = 0$.

(2)由 $f(x+y) = f(x) + f(y)$,令 $y = -x$,得 $f(0) = f(x) + f(-x) = 0$,所以 $f(-x) = -f(x)$.故 $f(x)$ 为奇函数.

(3)令 $x = y = \frac{1}{3}$,

得 $f\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) = 2$.

故 $f(x) + f(2+x) < 2$ 即 $f(x+2+x) < f\left(\frac{2}{3}\right)$.

由 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的增函数,

可得 $x+2+x < \frac{2}{3}$,解得 $x < -\frac{2}{3}$.

所以 x 的取值范围是 $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$.

数学·北师大(必修1)答案页第1期

学习周报 ①

第1期

第3~4版同步周测参考答案

一、选择题

1.C

2.C

提示: $\mathbf{N}, \mathbf{R}, \mathbf{Q}$ 分别表示自然数集,实数集,有理数集,它们都是无限集,而 $\complement_{\mathbf{N}}(\mathbf{N}_+) = \{0\}$,是有限集,故选C.

3.C

提示:依题意得 $a = a^2 - 2$,解得 $a = 2$ (舍去),或 $a = -1$.

4.D

提示:集合 M 中只有元素1,判断可知D正确.

5.D 6.A

7.D

提示:空集是任何集合的子集,故只有一个子集的集合是空集,结合选项可知选D.

8.C

提示:根据题意,得 $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$,故 $(A \cup B) \cap C = \{-1, 0, 1\}$.

9.A

提示:由图可知, $A \cap (\complement_U B) = \{0, 1\}$,故选A.

10.B

提示:因为 $A = \{x | x > 1\}$,所以 $\complement_U A = \{x | x \leq 1\}$,要使 $(\complement_U A) \cup B = \mathbf{R}$,画出数轴分析可知,只需 $a \leq 1$.故选B.

11.D

提示:集合 $A * B$ 中的元素由集合 A 中的元素与集合 B 中的元素的乘积组成,所以集合 $A * B = \{0, 2, 4\}$,则其和为6,故选D.

12.A

提示:这里集合 M, N 是两个抽象的集合,因此经过补集运算后,它们之间的关系更加抽象,用Venn图法,如下图,由图知 $M \subsetneq \complement_U N$,但要注意,由已知条件可能出现 $M = \complement_U N$,故有 $M \subseteq \complement_U N$,故选A.



(第12题图)

二、填空题

13. $\{(3, -2)\}$

提示:解方程组,得 $x = 3, y = -2$.故解集是 $\{(3, -2)\}$.

14.1, -2

提示:由题意可知,关于 x 的方程 $(a-1)x = -(b+2)$ 有无数个解,所以 $a-1 = 0, b+2 = 0$,解得 $a = 1, b = -2$.

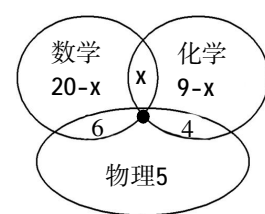
15. $\{a | a \geq 1\}$

提示: $A = \{x | 2 \leq x \leq 6\}, B = \{x | 2a \leq x \leq a+3\}$,若 $B \subseteq A$,则当 $B = \emptyset$ 时, $2a >$

$a+3$,即 $a > 3$;当 $B \neq \emptyset$ 时, $\begin{cases} 2a \leq a+3, \\ 2a \geq 2, \end{cases}$ 解得 $1 \leq a \leq 3$,故实数 a 的取值范围是 $\{a | a \geq 1\}$.

16.8

提示:由题意知,同时参加三个小组的人数为0,设同时参加数学和化学小组的人数为 x ,Venn图如图所示,所以 $(20-x) + 6 + 5 + 4 + (9-x) + x = 36$,解得 $x = 8$.



(第16题图)

三、解答题

17.解:(1)绝对值不大于3的整数还可以表示为 $\{x | |x| \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$,也可表示为 $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

(2) $\{x | x = 3n, n \in \mathbf{Z}\}$.

(3)因为 $x = |x|$,所以 $x \geq 0$.又因为 $x \in \mathbf{Z}$ 且 $x < 5$,所以 $\{x | x = |x|, x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } x < 5\}$ 还可表示为 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

(4) $\{-2\}$.

18.解:(1) A 的所有子集为 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$.

(2)易知 $C = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$.因为 $B = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$,所以 $\complement_U B = \{x | x < 0, \text{ 或 } x > 3\}, B \cup C = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$.

19.解:(1)如图1所示.

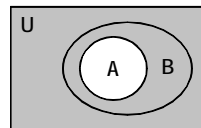


图1

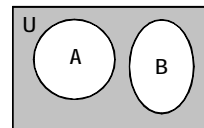


图2

(2)如图2所示.

20.解:(1)由 $x^2 - 8x + 15 = 0$,解得 $x = 3$,或 $x = 5$.所以 $A = \{3, 5\}$.

又 $A \cup B = \{1, 3, 5\}$,所以 $1 \in B$.

将 $x = 1$ 代入 $ax - 1 = 0$ 中,解得 $a = 1$.

(2)因为 $A \cap B = B$,所以 $B \subseteq A$.

所以 $3 \in B$,或 $5 \in B$,或 $B = \emptyset$.

所以 $3a - 1 = 0$,或 $5a - 1 = 0$,或 $a = 0$,

解得 $a = \frac{1}{3}$,或 $a = \frac{1}{5}$,或 $a = 0$.

所以 $C = \left\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$.

21.解:(1)因为 $9 \in (A \cap B)$,所以 $9 \in A$ 且 $9 \in B$,所以 $2a - 1 = 9$ 或 $a^2 = 9$,所以 $a = 5$ 或 $a = -3$.

检验知: $a = 5$ 或 $a = -3$.

(2)因为 $\{9\} = (A \cap B)$,所以 $9 \in (A \cap B)$,由(1)知 $a = 5$ 或 $a = -3$.

当 $a = 5$ 时, $A = \{-4, 9, 25\}, B = \{0, -4, 9\}$,此时 $A \cap B = \{-4, 9\}$ 与 $A \cap B = \{9\}$ 矛盾,舍去;当 $a = -3$ 时, $A = \{-4, -7, 9\}, B = \{-8, 4, 9\}$,此时 $A \cap B = \{9\}$,符合题意.

所以 $a = -3$.

22.解:(1)因为 $A = \{x | 2 \leq x < 7\}, B =$

$\{x | 3 < x < 10\}$,所以 $A \cup B = \{x | 2 \leq x < 10\}$.

因为 $A = \{x | 2 \leq x < 7\}$,

所以 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x | x < 2, \text{ 或 } x \geq 7\}$,

则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{x | 7 \leq x < 10\}$.

(2)因为 $A = \{x | 2 \leq x < 7\}, C = \{x | x < a\}$,且 $A \cap C \neq \emptyset$,所以 $a > 2$.故实数 a 的取值范围是 $\{a | a > 2\}$.

第2期
第3~4版同步周测参考答案
一、选择题

1.A
提示:当 $x=y^2+1$ 时, $y=\pm\sqrt{x-1}$,不满足 y 值的唯一性,不能构成函数,故选A.
2.C
提示:根据题意,得 $2x+1\geq 0$,且 $3-4x\geq 0$,解得 $-\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{3}{4}$.故该函数的定义域为 $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$.

3.D
提示:根据表格,得 $f(1)=2, f(f(1))=f(2)=3$.
4.C
提示:由 $-1\leq x<1$,得 $-1\leq 3x+2<5$.故其值域为 $[-1, 5]$.

5.D
提示:选项A中定义域不同;选项B、C中对应关系不同;选项D中定义域相同,对应关系也相同,故两函数相等.

6.C
提示:由函数的定义可知,定义域 $M=A$,值域 $N\subseteq B$,故选C.

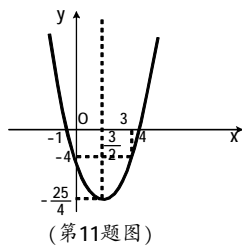
7.D
提示:从图中直线可以看出:甲、乙的出发时间相同,所走的路程相同,故A、B错误;从图像的横坐标可看出:甲用的时间小于乙用的时间,故甲先到达终点,故D正确,C错误,故选D.

8.A
9.B
提示:选项B中,当 $x\in[0, 4]$ 时,在对应关系 $y=\frac{2}{3}x$ 下, $y\in[0, \frac{8}{3}]$,对于A的任意一个元素 x ,不一定在B中存在 y 值与其对应,故不能构成映射.

10.D
提示:当 $x\leq -1$ 时, $x+1=3$,解得 $x=2$ (舍去);
当 $-1<x<2$ 时, $x^2=3$,解得 $x=-\sqrt{3}$ (舍去),或 $x=\sqrt{3}$;

当 $x\geq 2$ 时, $2x=3$,解得 $x=\frac{3}{2}$ (舍去).
综上, $x=\sqrt{3}$.

11.C
提示:作出图像如下图所示.
当 $x=\frac{3}{2}$ 时, $f(x)$ 取得最小值 $-\frac{25}{4}$;
当 $x=0$ 或 $x=3$ 时, $f(x)=-4$.
结合图像可得 $\frac{3}{2}\leq m\leq 3$.



12.B
二、填空题
13.10
14. $\frac{3}{2}$

提示:由 $f(m)=\frac{2m-1}{m-1}=4$,解得 $m=\frac{3}{2}$.
15. $\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}$
提示:设 $f(x)=kx+b(k\neq 0)$,则 $f(f(x))=k(kx+b)+b=k^2x+kb+b=2x-1$.
故 $k^2=2$ 且 $kb+b=-1$.

解得 $\begin{cases} k=\sqrt{2}, \\ b=1-\sqrt{2}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k=-\sqrt{2}, \\ b=1+\sqrt{2}. \end{cases}$
故 $f(x)=\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}$ 或 $f(x)=-\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}$.
16. $[3, 13]$
提示:因为函数 $f(2x+5)$ 的定义域为 $[-1, 4]$,所以 $x\in[-1, 4]$,所以 $2x+5\in[3, 13]$.故函数 $f(x)$ 的定义域为 $[3, 13]$.

三、解答题
17.解:(1)要使函数 $f(x)$ 有意义,则 $\begin{cases} x+2\geq 0, \\ |x|-1\neq 0, \end{cases}$ 解得 $x\geq -2$ 且 $x\neq \pm 1$.
所以 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\geq -2$ 且 $x\neq \pm 1\}$.

(2) $f(0)=\sqrt{0+2}+\frac{1}{0-1}=\sqrt{2}-1$;
因为 $f(2)=\sqrt{2+2}+\frac{1}{2-1}=3$,所以 $f(f(2))=f(3)=\sqrt{3+2}+\frac{1}{3-1}=\sqrt{5}+\frac{1}{2}$.

18.解:(1)根据图像可知 $f(4)=0$,所以 $f(f(4))=f(0)=1$.
(2)当 $-1\leq x\leq 0$ 时,设 $y=kx+m$,将点 $(0, 1)$ 和 $(-1, 0)$ 代入可得 $m=1, k=1$,故 $y=x+1$;

当 $x>0$ 时,设 $y=ax^2+bx+c$,将点 $(0, 0), (4, 0), (2, -1)$ 代入可得 $c=0, a=\frac{1}{4}, b=-1$,故 $y=\frac{1}{4}x^2-x$.

所以 $f(x)=\begin{cases} x+1, & -1\leq x\leq 0, \\ \frac{1}{4}x^2-x, & x>0. \end{cases}$

19.解:(1)令 $2x-3=t$,则 $x=\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}$,代入 $f(2x-3)=x^2+x-1$ 中,可得 $f(t)=\left(\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}-1=\frac{1}{4}t^2+2t+\frac{11}{4}$.

所以 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=\frac{1}{4}x^2+2x+\frac{11}{4}$.

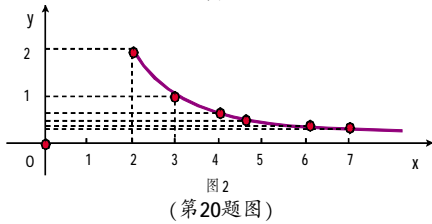
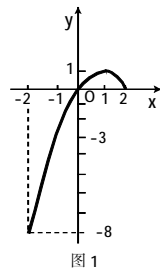
(2)由(1)可得 $f(x)=\frac{1}{4}(x+4)^2-\frac{5}{4}$,故当 $x\in(-5, 0)$ 时, $f(x)$ 的最小值为 $f(-4)=-\frac{5}{4}$,又 $f(0)=\frac{11}{4}$,

所以 $f(x)$ 的值域为 $[-\frac{5}{4}, \frac{11}{4}]$.
20.解:(1) $y=-x^2+2x=-(x-1)^2+1, x\in[-2, 2]$.

列表:

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-3	0	1	0

描点并连线,得图像如图1所示.由图像可知函数的值域是 $[-8, 1]$.



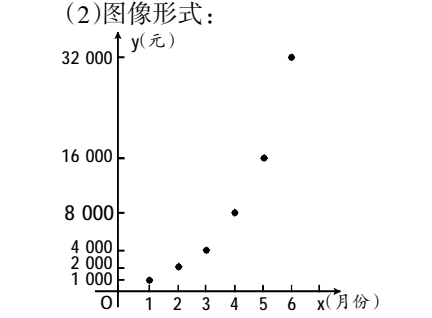
(2)列表:

x	2	3	4	5	6	7
y	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$

描点并连线,得图像如图2所示.由图像可知函数的值域是 $(0, 2]$.

21.解:(1)表格形式:

x(月份)	1	2	3	4	5	6
y(元)	1000	2000	4000	8000	16000	32000



(3)解析式形式:
 $y=1000\times 2^{x-1} (1\leq x\leq 6, x\in\mathbf{N}_+)$,
定义域是 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
对应关系是 $x\rightarrow y=1000\times 2^{x-1}$,
所以函数 y 的值域是 $\{1000, 2000, 4000, 8000, 16000, 32000\}$.

22.解:当点 P 在 AB 上运动时, $y=x (0\leq x\leq 1)$;
当 P 点在 BC 上运动时,
 $y=\sqrt{1+(x-1)^2} (1\leq x\leq 2)$;
当 P 点在 CD 上运动时, $y=\sqrt{1+(3-x)^2} (2\leq x\leq 3)$;
当 P 点在 DA 上运动时, $y=4-x (3\leq x\leq 4)$.

所以 $y=f(x)=\begin{cases} x, & 0\leq x\leq 1, \\ \sqrt{1+(x-1)^2}, & 1\leq x\leq 2, \\ \sqrt{1+(3-x)^2}, & 2\leq x\leq 3, \\ 4-x, & 3\leq x\leq 4. \end{cases}$

因为 $2<\frac{5}{2}\leq 3$,

所以 $f(\frac{5}{2})=\sqrt{1+(3-\frac{5}{2})^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

数学·北师大(必修1)答案页第1期

第3期

第3~4版同步周测参考答案
一、选择题

1.A
2.B
提示:根据定义容易判断出函数是偶函数.
3.C
提示:由题意,得 $k^2-k-5=1$,即 $k^2-k-6=0$,解得 $k=-2$ 或 $k=3$,故选C.

4.B
提示:选项A、C不是偶函数,选项D在区间 $(0, 2)$ 上是增函数,只有选项B符合要求.

5.D
6.D
7.C
提示:设第一家销售 x 辆,则第二家销售 $(110-x)$ 辆,总利润 $y=-5x^2+900x-16000+300(110-x)-2000=-5x^2+600x+15000=-5(x-60)^2+33000 (x\geq 0)$.所以当 $x=60$ 时, y 取得最大值33000.

故选C.
8.A
提示:根据奇函数的图像关于原点对称,可知选A.

9.C
提示:由 $f(x)$ 是奇函数,排除A、B;当 $x<0$ 时, $f(x)<0$,排除D,故选C.

10.A
提示:由 $f(x)$ 是偶函数,知其关于 y 轴对称,故 $m=0$.所以 $f(x)=-x^2+3$,其在 $(-5, -2)$ 上是增函数.

11.A
提示:由 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的减函数,得 $2m<-m+9$,解得 $m<3$.

12.C
提示:令 $x_1=x_2=0$,得 $f(0+0)=f(0)+f(0)+1$,所以 $f(0)=-1$.

令 $x_1=x, x_2=-x$,得 $f(x-x)=f(x)+f(-x)+1$,所以 $f(-x)+1=-f(x)-1=-(f(x)+1)$,所以 $f(x)+1$ 为奇函数.

二、填空题

13. $(-\infty, 0)$

14.14

提示:原函数图像平移后得到 $y=(x+3)^2+b(x+3)+c+2=x^2+(6+b)x+3b+c+2$.

11的图像,则 $6+b=-2$ 且 $3b+c+11=1$,解得 $c=14$.
15. $f(-\pi)$

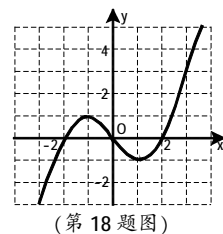
16. $(\frac{1}{2}, +\infty)$
提示:设 $-2<x_1<x_2$,则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{(x_1-x_2)(2a-1)}{(x_1+2)(x_2+2)}<0\Rightarrow 2a-1>0\Rightarrow a>\frac{1}{2}$.

三、解答题

17.证明:函数的定义域是 $x>0$.
设 $0<x_1<x_2$,

则 $f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{x_1}-\frac{1}{x_1}-\sqrt{x_2}+\frac{1}{x_2}=(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2})\cdot\frac{x_1x_2+\sqrt{x_2}+\sqrt{x_1}}{x_1x_2}<0$.

故 $f(x_1)<f(x_2)$.
所以 $f(x)$ 在定义域上是增函数.
18.解:(1)由题意可知, $f(x)$ 的图像关于原点对称,故其图像如图所示.



(2)单调增区间为 $(-\infty, -1)$ 和 $(1, +\infty)$,单调减区间为 $(-1, 1)$.

(3) x 的取值范围是 $(-2, 0)\cup(2, +\infty)$.
19.解:因为 $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的奇函数,所以 $f(-0)=-f(0)$,即 $f(0)=0$.
当 $x<0$ 时, $-x>0, f(-x)=(-x)^2-2(-x)-1=x^2+2x-1$.

又 $f(-x)=-f(x)$,
所以 $f(x)=-f(-x)=-x^2-2x+1$.
综上, $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=\begin{cases} -x^2-2x+1, & x<0, \\ 0, & x=0, \\ x^2-2x-1, & x>0. \end{cases}$

20.解:(1)当 $a=-1$ 时, $f(x)=x^2-2x+2$,对称轴为 $x=1$,则 $[f(x)]_{\min}=f(1)=1$.
又 $x\in[-5, 5]$,得 $[f(x)]_{\max}=f(-5)=37$.
所以 $f(x)$ 的最大值为37,最小值为1.
(2)对称轴为 $x=-a$,
则当 $-a\leq -5$,或 $-a\geq 5$ 时, $f(x)$ 在区间 $[-5, 5]$ 上是单调函数,
所以 $a\geq 5$,或 $a\leq -5$.
所以实数 a 的取值范围是 $(-\infty, -5]\cup[5, +\infty)$.

21.解:(1)由 $y\geq 5$,得 $\begin{cases} 14-\frac{x}{2}\geq 5, \\ 6\leq x\leq 16, \end{cases}$

或 $\begin{cases} 22-x\geq 5, \\ 16< x\leq 21, \end{cases}$ 解得 $6\leq x\leq 16$ 或 $16< x\leq 21$,
17,即 $6\leq x\leq 17$.

所以产品A的售价的取值范围是 $[6, 17]$.

(2)由题意,总利润 $L=y(x-C)=xy-30$.
当 $6\leq x\leq 16$ 时, $L=x(14-\frac{x}{2})-30=-\frac{1}{2}x^2+14x-30=-\frac{1}{2}(x-14)^2+68$,所以当 $x=14$ 时, L 取得最大值68;

当 $16< x\leq 21$ 时, $L=x(22-x)-30=-x^2+22x-30=-(x-11)^2+81$,此时 L 是减函数,所以 $L<16\times(22-16)-30=66$.

综上可知,当产品A的售价为14元时,总利润最大.

22.(1)解:因为 $f(x)$ 是 $(-1, 1)$ 上的奇函数,

所以 $f(0)=\frac{0+b}{1+0^2}=0$,得 $b=0$.

由 $f(\frac{1}{2})=\frac{\frac{1}{2}a}{1+\frac{1}{4}}=\frac{2}{5}a=\frac{2}{5}$,得 $a=1$.

所以 $f(x)=\frac{x}{1+x^2}, x\in(-1, 1)$.

(2)证明:设 $-1<x_1<x_2<1$,
则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{1+x_1^2}-\frac{x_2}{1+x_2^2}=\frac{x_1(1+x_2^2)-x_2(1+x_1^2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}=\frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$.

因为 $-1<x_1<x_2<1$,
所以 $x_1-x_2<0, 1-x_1x_2>0$.
又因为 $1+x_1^2>0, 1+x_2^2>0$,
所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$,即 $f(x_1)<f(x_2)$.
故 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上是增函数.

(3)解: $f(t-1)+f(t)<f(0)$,
即 $f(t-1)+f(t)<0$,
所以 $f(t-1)<-f(t)$,
所以 $f(t-1)<f(-t)$.

又因为 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上是增函数,
所以 $\begin{cases} -1< t-1< 1, \\ -1< -t< 1, \end{cases}$ 得 $0< t< \frac{1}{2}$.

故原不等式的解集为 $\{t|0< t< \frac{1}{2}\}$.