第 8 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.B　2.A

3.D

提示:第一次取$[-2,4]$,则第二次可能取$[-2,1]$,$[1,4]$,第三次可能取$\left[-2,-\frac{1}{2}\right]$,$\left[-\frac{1}{2},1\right]$,$\left[1,\frac{5}{2}\right]$,$\left[\frac{5}{2},4\right]$,故选 D.

4.B

提示:由参考数据知,$f(1.5625)\cdot f(1.5562)<0$,所以$f(x)=3^x-x-4$的一个零点的近似值(精度 0.01)为 1.56.

5.C　6.C　7.A

8.C

提示:由二分法的定义和已知,有$\begin{cases}\frac{a}{2}=\frac{a+b}{2},\\ 2b-3=\frac{\frac{a+b}{2}+b}{2},\end{cases}$或$\begin{cases}\frac{a}{2}=\frac{\frac{a+b}{2}+b}{2},\\ 2b-3=b,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=-12,\\ b=0,\end{cases}$或$\begin{cases}a=9,\\ b=3,\end{cases}$

又$a\leqslant b$,所以$a=-12$,$b=0$.故$f(x)$的零点为$\frac{\frac{a}{2}+2b-3}{2}=-\frac{9}{2}$.

故选 C.

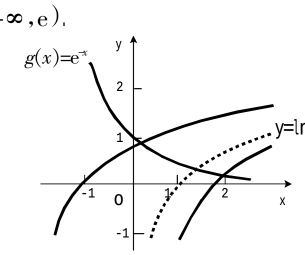
9.B

提示:问题转化为函数$y_1=2^x$,$y_2=-x^2-2x+8$图像的交点个数,画图可知为 2个.

10.D

11.B

提示:由已知,得$e^{-x}=\ln(x+a)$在$(0,+\infty)$上有实根,即函数$g(x)=e^{-x}$与$h(x)=\ln(x+a)$的图像在$(0,+\infty)$上有交点.作出两个函数的图像如图所示. 当$a>0$时,$h(x)$的图像是将$y=\ln x$的图像向左平移得到的,由图可知只需$h(0)=\ln a<1$,解得$0<a<e$;当$a\leqslant 0$时,$h(x)$的图像是将$y=\ln x$的图像向右平移的,此时两图像在$(0,+\infty)$上恒有交点.综上可知,$a\in(-\infty,e)$.



(第11题图)

12.B

提示:由$f(x)=0$,得$2^{x-1}=-2x-3$,即$2^x=-4x-6$,作出函数$y=2^x$与$y=-4x-6$的图像,知$-2<x_1<-1$.

由$g(x)=0$,得$x-1=\sqrt{x}$,作出$y=x-1$与$y=\sqrt{x}$的图像,知$2<x_2<3$.

作出$h(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$与$y=\frac{1}{3}$的图像,知$1<x_3<2$.综上可知,$x_1<x_3<x_2$.

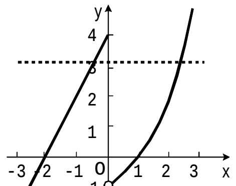
二、填空题

13.$x=\log_3 5$　14.$(1.5,2)$　15.-3

16.$[-3,-1)$

提示:当$x\leqslant 0$时,由$2x+4=0$,得$x=-2$;当$x>0$时,由$2^x-2=0$,得$x=1$.若$y=f(f(x)+m)$有 4 个零点,则$f(f(x)+m)=0$有 4 个根,即$f(x)+m=-2$或$f(x)+m=1$有 4 个根,即$f(x)=-2-m$和$f(x)=1-m$各有 2 个根.作出$f(x)$的图像如图所示,则$\begin{cases}-1<-2-m\leqslant 4,\\ -1<1-m\leqslant 4,\end{cases}$解得$-3\leqslant m<-1$.

故实数m的取值范围是$[-3,-1)$.



(第 16 题图)

三、解答题

17.**解**:(1)由$f(x)=0$,可得$x^2-2x+1=1$,解得$x=0$,或$x=2$.所以$f(x)$的零点是 0 或 2.

(2)结合(1)可得$\begin{cases}g(0)=b=0,\\ g(2)=a^2-4=0,\end{cases}$

解得$b=0$,$a=\pm 2$.又$a>0$,故$a=2$.

当$x\leqslant 0$时,$g(x)=x\leqslant 0$;当$x>0$时,$g(x)=2^x-4>2^0-4=-3$.

故$g(x)$的值域为$\mathbf{R}$.

18.**解**:取区间$[0,1]$作为起始区间,用二分法逐次计算如下.

取区间$[0,1]$的中点$x_1=0.5$,用计算器算得$f(0.5)\approx 0.6$.

因为$f(0)\cdot f(0.5)<0$,

所以$x_0\in(0,0.5)$.

再取区间$(0,0.5)$的中点$x_2=0.25$,用计算器算得$f(0.25)\approx -0.7$.

因为$f(0.25)\cdot f(0.5)<0$,

所以$x_0\in(0.25,0.5)$.

同理可得,$x_0\in(0.375,0.5)$,

$x_0\in(0.375,0.4375)$.

由于$|0.375-0.4375|=0.0625<0.1$,

故方程$e^x+4x-3=0$的近似解可取为 0.4.

19.**解**:令$f(x)=\lg x+x-3$,则$f(x)$在区间$(0,+\infty)$上的图像是一条连续不断的曲线.

因为$f(1)=1-3=-2<0$,$f(2)=\lg 2+2-3=\lg 2-1<0$,$f(3)=\lg 3>0$,

所以$f(2)\cdot f(3)<0$,即函数$f(x)$在区间$(2,3)$内至少有一个零点.

所以方程$\lg x+x=3$在区间$(2,3)$内必有一解x_0.

取区间$(2,3)$的中点$x_1=2.5$,用计算器算得$f(2.5)<0$,因为$f(2.5)\cdot f(3)<0$,所以$x_0\in(2.5,3)$;

取$(2.5,3)$的中点$x_2=2.75$,用计算器算得$f(2.75)>0$,因为$f(2.5)\cdot f(2.75)<0$,所以$x_0\in(2.5,2.75)$.

同理可得,$x_0\in(2.5,2.625)$,$x_0\in(2.5625,2.6)$.

至此,得到区间$[2.5625,2.625]$的长度小于 0.1,因此原方程的近似解可取为 2.6.

20.(1)**证明**:因为$f(1)=-1<0$,$f(2)=7>0$,所以$f(1)\cdot f(2)<0$,所以$f(x)$在区间$(1,2)$内存在零点.

(2)**解**:由(1)知,$f(x)$在区间$(1,2)$内存在零点.

取区间$(1,2)$的中点$x_1=1.5$,由表知$f(1.5)>0$,所以$f(1)\cdot f(1.5)<0$,所以零点$x_0\in(1,1.5)$.

再取区间$(1,1.5)$的中点$x_2=1.25$,由表知$f(1.25)<0$,所以$f(1.25)\cdot f(1.5)<0$,所以$x_0\in(1.25,1.5)$.

同理可得,$x_0\in(1.25,1.375)$,$x_0\in(1.3125,1.375)$.

由于$|1.375-1.3125|=0.0625<0.1$,所以$f(x)=0$的近似解可取为 1.375.

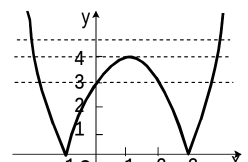
21.**解**:函数$f(x)$的零点个数即函数$y=|x^2-2x-3|$与$y=a$的图像的交点个数.

分别作出这两个函数的图像如图所示,由图可知:

(1)若$f(x)$有 2 个零点,则$a\in\{0\}\cup(4,+\infty)$.

(2)若$f(x)$有 3 个零点,则$a=4$.

(3)若$f(x)$有 4 个零点,则$a\in(0,4)$.



(第 21 题图)

22.**解**:(1)由$f(x)$是偶函数,知$f(-x)=f(x)$恒成立,

即$\log_3(9^{-x}+1)+kx=\log_3(9^x+1)-kx$恒成立,即$2kx=\log_3(9^x+1)-\log_3(9^{-x}+1)=2x$恒成立,所以$k=1$.

(2)当$x\geqslant 0$时,$g(x)=f(x)-x-a$存在零点,即$a=\log_3(9^x+1)-2x$在$x\in[0,+\infty)$上有解.

设$y=\log_3(9^x+1)-2x=\log_3(9^x+1)-2x\log_3 3=\log_3(9^x+1)-\log_3 9^x=\log_3(9^{-x}+1)$,

若$x\geqslant 0$,则$9^{-x}+1\in(1,2]$,所以$y\in(0,\log_3 2]$.所以实数a的取值范围为$(0,\log_3 2]$.

(3)$f(x)$与$h(x)$的图像只有一个公共点,即关于x的方程$\log_3(m\cdot 3^x-2m)=\log_3(9^x+1)-x$只有一个实数解,

化简并整理,得$m\cdot 3^x-2m=3^x+3^{-x}$.令$t=3^x$,得$(m-1)t^2-2mt-1=0$在$t\in(0,+\infty)$上只有一个实数解.

当$m-1=0$,即$m=1$时,此方程的解为$t=-\frac{1}{2}$,不满足题意.

当$m-1>0$,即$m>1$时,由抛物线$y=(m-1)t^2-2mt-1$的开口向上且过点$(0,-1)$,可知此方程必有一正一负根,故满足题意.

当$m-1<0$,即$m<1$时,

需$\begin{cases}\Delta=4m^2-4(m-1)\cdot(-1)=0,\\ -\frac{-2m}{2(m-1)}>0,\end{cases}$

解得$m=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

综上可知,实数m的取值范围为$\left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right\}\cup(1,+\infty)$.

第 5 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.C

2.C

提示:$(-27)^{\frac{2}{3}}=(-3^3)^{\frac{2}{3}}=3^2=9$.

3.D

4.B

提示:$a-1=1$且$a>0$,$a\neq 1$.

5.B

提示:因为$1.5^{0.5}>1$,$0<0.5^{1.5}<0.5^{0.5}<1$,所以$a>c>b$.

6.C

提示:由$x-1\geqslant 0$,得定义域为$x\geqslant 1$,此时$\sqrt{x-1}\geqslant 0$,所以$y=3^{\sqrt{x-1}}\geqslant 3^0=1$.

7.C

8.B

9.B

提示:由$f(1)=\frac{1}{9}$,解得$a=\frac{1}{3}$,所以$f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{|2x-4|}$.因为函数$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$是减函数,所以$f(x)$的单调递减区间即为$g(x)=|2x-4|$的单调递增区间,根据$g(x)$的图像可知该区间为$[2,+\infty)$.

10.B

提示:因为$\sqrt{4a^2-4a+1}=|1-2a|$,$\sqrt[3]{(1-2a)^3}=1-2a$,所以$|1-2a|=1-2a$,即$1-2a\geqslant 0$,所以$a\leqslant\frac{1}{2}$.

11.C

提示:因为$a^2+2a+5=(a+1)^2+4\geqslant 4>1$,

所以函数$f(x)=(a^2+2a+5)^x$在$(-\infty,+\infty)$上是增函数.

由已知$(a^2+2a+5)^{3x}>(a^2+2a+5)^{1-x}$,

得$3x>1-x$,解得$x>\frac{1}{4}$.

所以x的取值范围是$\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$.

故选 C.

12.D

提示:设这三年的平均增长率为p,

则$(1+p)^3=(1+x)(1+y)(1+z)$,

解得$p=\sqrt[3]{(1+x)(1+y)(1+z)}-1$.

二、填空题

13.$\frac{1}{3}$

14.$\frac{3}{4}$

提示:$10^{x-y}=\frac{10^x}{10^y}=\frac{3}{4}$.

15.$y=a(1-p\%)^{\frac{x}{2}}(0\leqslant x\leqslant m)$

16.5 或$\frac{1}{5}$

提示:设$t=a^x$,则$t>0$,原函数等价于$y=f(t)=t^2+2t=(t+1)^2-1$,此函数在$(0,+\infty)$上单调递增. 结合指数函数的单调性可知,若$a>1$,则函数y的最大值为$f(a)=(a+1)^2-1=35$,解得$a=5$,或$a=-7$(舍去);若$0<a<1$,则函数y的最大值为$f\left(\frac{1}{a}\right)=\left(\frac{1}{a}+1\right)^2-1=35$,解得$a=\frac{1}{5}$,或$a=-\frac{1}{7}$(舍去).综上可知$a$的值为 5 或$\frac{1}{5}$.

三、解答题

17.**解**:(1)原式$=7\times 3^{\frac{1}{3}}-3\times(3\times 2^3)^{\frac{1}{3}}-2\times 3\times(3^{-2})^{\frac{1}{3}}+\left(3\times 3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}$

$=7\times 3^{\frac{1}{3}}-3\times 3^{\frac{1}{3}}\times 2-2\times 3\times 3^{-\frac{2}{3}}+\left(3^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}$

$=7\times 3^{\frac{1}{3}}-6\times 3^{\frac{1}{3}}-2\times 3^{\frac{1}{3}}+3^{\frac{1}{3}}$

$=0$.

(2)原式$=(0.5^4)^{-\frac{1}{4}}-(-2\times 1)^2\times(-2)^4+\frac{10}{2-\sqrt{3}}-(3\times 10^2)^{\frac{1}{2}}$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2^6+10\times(2+\sqrt{3})-10\sqrt{3}$

$=2-64+20+10\sqrt{3}-10\sqrt{3}$

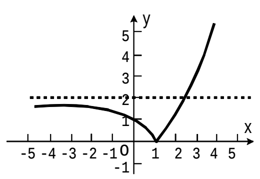
$=-42$.

18.**解**:由$(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}})^2=9$,可得$x+x^{-1}=7$.

因为$(x+x^{-1})^2=49$,所以$x^2+x^{-2}=47$.

故原式$=\frac{47+3}{7+3}=5$.

19.**解**:(1)函数$y=|2^x-2|$的图像是由$y=2^x$的图像向下平移 2 个单位长度,再将x轴下方的部分翻转到x轴上方得到,如图所示.



(第 19 题图)

(2)由(1)中图像,可得单调递减区间为$(-\infty,1)$,单调递增区间为$(1,+\infty)$.

(3)当$x=1$时,y取得最小值 0,无最大值.

20.**解**:(1)因为$x=-\frac{b}{2}$时,$y=a^0+1=2$,所以$y=a^{2x+b}+1$的图像恒过定点$\left(-\frac{b}{2},2\right)$.

所以$-\frac{b}{2}=1$,即$b=-2$.

(2)由已知,得$3^{2x-2}+1>4$,

所以$3^{2x-2}>3^1$.

所以$2x-2>1$,解得$x>\frac{3}{2}$.

所以x的取值范围为$\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$.

21.**解**:因为经过 5 分钟后容器A与容器B中的水量相等,故$m\cdot 3^{-5a}=\frac{m}{2}$,即$3^{5a}=2$.

因为经过$(5+n)$分钟后容器A中的水只剩$\frac{m}{8}$升,

所以$\frac{m}{8}=m\cdot 3^{-a(5+n)}$,

结合$3^{5a}=2$,得$3^{na}=4=3^{10a}$,

所以$n=10$.

22.**解**:(1)因为$f(x)$是$\mathbf{R}$上的奇函数,

所以$f(0)=0$,即$\frac{a-2^0}{1+2^0}=0$,解得$a=1$.

(2)$f(x)$是$\mathbf{R}$上的减函数,证明如下:

设x_1,x_2是定义域$\mathbf{R}$上的任意两个实数,且$x_1<x_2$,

由(1)知$f(x)=\frac{1-2^x}{1+2^x}$,

则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1-2^{x_1}}{1+2^{x_1}}-\frac{1-2^{x_2}}{1+2^{x_2}}$

$=\frac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})}$.

由$x_1<x_2$,得$0<2^{x_1}<2^{x_2}$.

所以$f(x_1)-f(x_2)>0$,即$f(x_1)>f(x_2)$.

所以$f(x)$是$\mathbf{R}$上的减函数.

(3)由(2)知,$f(x)$在$[0,2]$上为减函数,

则$f(2)\leqslant f(x)\leqslant f(0)$,

即$-\frac{3}{5}\leqslant f(x)\leqslant 0$.

所以$f(x)$的值域为$\left[-\frac{3}{5},0\right]$.

第 6 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、选择题

1.C

提示:负数和零没有对数,故选 C.

2.D

提示:$x=\log_3 2=\frac{\lg 2}{\lg 3}$.

3.C　4.D　5.B

6.C

提示:因为 $\lg(a+b)=\lg a+\lg b=\lg(ab)$,

所以 $a+b=ab$,

所以 $\lg(a-1)+\lg(b-1)=\lg[ab-(a+b)+1]=\lg 1=0$.

7.B

8.C

提示:$f(x)=1+\log_2 x$.

9.B

10.D

提示:因为 $\log_2 e>\log_2 2=1$,$\ln 2<\ln e=1$,所以 $a>b$.又 $c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}=\log_2 3>\log_2 e=a$,所以 $c>a>b$.

11.C

提示:令 $g(x)=x^2-2ax$,可知其图像的对称轴为 $x=a$.

当 $a>1$ 时,由复合函数的单调性可知 $g(x)$在$[4,5]$上是增加的,且 $g(x)>0$ 在$[4,5]$上恒成立,则$\begin{cases}a\leqslant 4,\\ g(4)=16-8a>0,\end{cases}$所以 $1<a<2$;

当 $0<a<1$ 时,由复合函数的单调性可知 $g(x)$在$[4,5]$上是减少的,此时 a 不存在.故选 C.

12.C

提示:由题意知 $g(x)=2^x$,所以 $g(x-1)=2^{x-1}$,故选 C.

二、填空题

13.y_3,y_2,y_1

14.7

提示:若 $f(x)$的反函数的图像经过点(3,1),则$f(x)$的图像经过点(1,3),所以 $\log_2(1+a)=3$,解得 $a=7$.

15.$x=\sqrt{5}$

提示:$\log_2(x-1)=2-\log_2(x+1)\Rightarrow\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=2$,即 $\log_2(x^2-1)=2$,

所以$\begin{cases}x-1>0,\\ x+1>0,\\ x^2-1=4,\end{cases}$解得 $x=\sqrt{5}$.

16.$\frac{2}{3}$或$\frac{3}{2}$

提示:由于 $f(x)=\log_a x$ 的单调性不确定,故$|\log_a 2-\log_a 3|=1$,即$\left|\log_a\frac{2}{3}\right|=1$,解得 $a=\frac{2}{3}$,或 $a=\frac{3}{2}$.

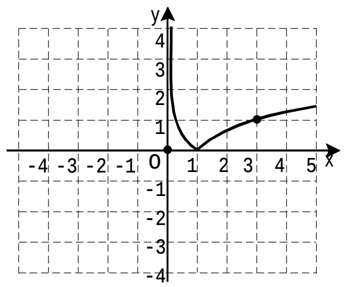
三、解答题

17.**解:**(1)原式$=\log_5 5+\log_5 7+\log_{\frac{1}{2}}2+\log_5 50-\log_5 2-\log_5 7=1-1+\log_5 25+\log_5 2-\log_5 2=2$.

(2)原式

$$=\left(\frac{\lg 2}{\lg 3}+\frac{\lg 2}{\lg 9}\right)\cdot\left(\frac{\lg 3}{\lg 4}+\frac{\lg 3}{\lg 8}\right)$$
$$=\left(\frac{\lg 2}{\lg 3}+\frac{\lg 2}{2\lg 3}\right)\cdot\left(\frac{\lg 3}{2\lg 2}+\frac{\lg 3}{3\lg 2}\right)$$
$$=\frac{3\lg 2}{2\lg 3}\cdot\frac{5\lg 3}{6\lg 2}=\frac{5}{4}.$$

18.**解:**(1)$f(x)$的图像如图所示.



(第 18 题图)

(2)由 $f(a)=f(2)$,得$|\log_3 a|=|\log_3 2|$,

即 $\log_3 a=\log_3 2$ 或 $\log_3 a=-\log_3 2$,

解得 $a=2$ 或 $a=\frac{1}{2}$.

19.**解:**(1)若使 $f(x)-g(x)$的解析式有意义,

则$\begin{cases}3+2x>0,\\ 3-2x>0,\end{cases}$解得$-\frac{3}{2}<x<\frac{3}{2}$.

所以函数 $f(x)-g(x)$的定义域为$\left(-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$.

(2)函数 $f(x)-g(x)$是奇函数,证明如下:由(1)知该函数的定义域关于原点对称,

又 $f(-x)-g(-x)$

$=\log_a(3-2x)-\log_a(3+2x)$

$=-[f(x)-g(x)]$,

所以该函数是奇函数.

(3)若 $f(x)-g(x)>0$,

即 $\log_a(3+2x)>\log_a(3-2x)$,

当 $a>1$ 时,得 $3+2x>3-2x$,解得 $x>0$,结合(1)可得此时 $x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$;

当 $0<a<1$ 时,得 $3+2x<3-2x$,解得 $x<0$,结合(1)可得此时 $x\in\left(-\frac{3}{2},0\right)$.

综上,当 $a>1$ 时,$x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$;当 $0<a<1$ 时,$x\in\left(-\frac{3}{2},0\right)$.

20.**解:**(1)由 $f(\log_2 a)=(\log_2 a)^2-\log_2 a+m=m$,得 $\log_2 a=0$ 或 $\log_2 a=1$,所以 $a=1$(舍去)或 $a=2$.

又 $\log_2(f(a))=\log_2(f(2))=\log_2(m+2)=2$,

所以 $m=2$.

(2)$f(x)=x^2-x+2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$.

故当 $x=\frac{1}{2}$时,$f(x)$取得最小值$\frac{7}{4}$.

所以 $f(\log_2 x)$的最小值为$\frac{7}{4}$,此时 $\log_2 x=\frac{1}{2}$,即 $x=\sqrt{2}$.

21.**解:**1 小时后,细胞总数为$\frac{1}{2}\times100+\frac{1}{2}\times100\times2=\frac{3}{2}\times100$;

2 小时后,细胞总数为$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times100+\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times100\times2=\frac{9}{4}\times100$;

…

可见,细胞总数 y(个)与时间 x(小时)之间的函数关系为 $y=100\times\left(\frac{3}{2}\right)^x$,$x\in\mathbf{N}_+$.

由 $100\times\left(\frac{3}{2}\right)^x>10^{10}$,得$\left(\frac{3}{2}\right)^x>10^8$,

两边取以 10 为底的对数,得 $x\lg\frac{3}{2}>8$,

所以 $x>\frac{8}{\lg 3-\lg 2}$.

因为$\frac{8}{\lg 3-\lg 2}\approx\frac{8}{0.477-0.301}\approx45.45$,

所以 $x>45.45$.

故经过 46 小时,细胞总数超过10^{10}个.

22.**解:**(1)由已知,$3-ax>0$ 对一切 $x\in[0,2]$恒成立,

又函数 $f(x)=3-ax$ 在$[0,2]$上为减函数,从而获得不等式:$f(2)=3-2a>0$,

得到 $a<\frac{3}{2}$.

又根据底数的意义,$a>0$,且 $a\neq1$,

所以实数 a 的取值范围是$(0,1)\cup\left(1,\frac{3}{2}\right)$.

(2)假设存在满足条件的实数 a,

由题设,知 $f(1)=1$,

即 $f(1)=\log_a(3-a)=1$.

所以 $a=\frac{3}{2}$,此时$f(x)=\log_{\frac{3}{2}}\left(3-\frac{3}{2}x\right)$.

当 $x=2$ 时,$f(x)$没有意义,故这样的实数 a 不存在.

第 7 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、选择题

1.C

2.B

提示:原式$=\left(x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{8}{5}\times\frac{1}{2}}=\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{4}{5}}=x^{\frac{4}{15}}$.

3.B

4.C

提示:因为 $\log_a 4=2$,所以 $a=2$,

所以 $3^a\cdot\log_a 16=3^2\times\log_2 16=36$.

5.A

提示:设太阳的星等与亮度分别是 m_1,E_1,天狼星的星等与亮度分别是 m_2,E_2.由题意,可得$-1.45-(-26.7)=\frac{5}{2}\cdot\lg\frac{E_1}{E_2}$,所以 $\lg\frac{E_1}{E_2}=10.1$,所以$\frac{E_1}{E_2}=10^{10.1}$.

6.B

提示:由题意,得 $f(x)=2^x$.令 $f(x)>1$,即 $2^x>1$,解得 $x>0$.故选 B.

7.D

提示:$y=\frac{2^x}{2^x+1}=\frac{2^x+1-1}{2^x+1}=1-\frac{1}{2^x+1}$.

由 $x>0$,得 $2^x>1$,$2^x+1>2$,$0<\frac{1}{2^x+1}<\frac{1}{2}$,

故$\frac{1}{2}<y<1$.

8.A

提示:因为 $a=\log_2 7>\log_2 4=2$,$b=\log_3 8<\log_3 9=2$,$c=0.3^{0.2}<1$,所以 $c<b<a$.

9.B　10.D

11.B

提示:因为 $f(4)=a^{4-2}=a^2>0$,

又 $f(4)g(-4)<0$,

所以 $g(-4)=\log_a|-4|=\log_a 4<0$,

所以 $0<a<1$,所以 $f(x)$在 R 上单调递减,过点(2,1),故排除 A、C.又 $g(x)$为偶函数,其图像在$(0,+\infty)$上单调递减,排除 D.故选 B.

12.B

提示:令 $x=0$,得 $3^x=2^x$,故①错;同理知②错;$y=(\sqrt{3})^{-x}=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^x$是减函数,故③错;因为$|x|\geqslant0$,所以 $2^{|x|}\geqslant1$,故④正确;当 $x<0$ 时,$2\log_2 x$ 不存在,故⑤错;⑥$y=2^x$ 与 $y=\log_2 x$ 互为反函数,它们的图像关于直线 $y=x$ 对称,故⑥正确.故选 B.

二、填空题

13.$[2,+\infty)$

14.$(-\infty,1]$

15.$\left(\frac{2}{3},3\right)$

提示:当 $3x-2=0$,即 $x=\frac{2}{3}$时,$f(x)=3$,即函数 $f(x)$恒过定点$\left(\frac{2}{3},3\right)$.

16.$[-1,0]$

提示:由 $f(x)$是幂函数,得$(m-1)^2=1$,解得 $m=2$,或 $m=0$.

若 $m=2$,则 $f(x)=x^0=1$,在$(0,+\infty)$上不是增函数,舍去;

若 $m=0$,则 $f(x)=x^2$,在$(0,+\infty)$上是增函数,故 $f(x)=x^2$.

当 $x\in(1,2]$时,

$f(x)\in(1,4]$,即 $A=(1,4]$;

$g(x)\in(2+k,4+k]$,

即 $B=(2+k,4+k]$.

若 $B\subseteq(A\cap B)$,则 $B\subseteq A$,

则$\begin{cases}2+k\geqslant1,\\ 4+k\leqslant4,\end{cases}$解得$-1\leqslant k\leqslant0$.

所以实数 k 的取值范围是$[-1,0]$.

三、解答题

17.**解:**(1)$10^{\lg 3}-10\cdot\log_5 1+\pi^{\log_\pi 2}$

$=3-0+2=5$.

(2)因为 $\log_a x+3\log_x a-\log_x y=2$,

由换底公式,得

$\log_a x+\frac{3}{\log_a x}-\frac{\log_a y}{\log_a x}=2$,

所以 $\log_a y=(\log_a x)^2-2\log_a x+3$.

18.**解:**由 $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,

得$\left(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{9}{2}$,即 $a+a^{-1}=\frac{5}{2}$,

则 $a^2-\frac{5}{2}a+1=0$,解得 $a=\frac{1}{2}$,或 $a=2$,

则 $a^2=\frac{1}{4}$,或 $a^2=4$,

所以,原式$=\frac{2}{1-a^{\frac{1}{2}}}+\frac{2}{1+a^{\frac{1}{2}}}+\frac{4}{1+a}$

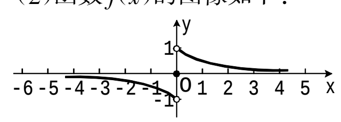
$=\frac{4}{1-a}+\frac{4}{1+a}=\frac{8}{1-a^2}=\frac{32}{3}$或$-\frac{8}{3}$.

19.**解:**(1)因为 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,所以 $f(0)=0$,且当 $x<0$ 时,$-x>0$,$f(x)=-f(-x)=-\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}=-2^x$.

所以$f(x)$的解析式为

$$f(x)=\begin{cases}-2^x,x<0,\\ 0,x=0,\\ \left(\frac{1}{2}\right)^x,x>0.\end{cases}$$

(2)函数 $f(x)$的图像如下:



(第 19 题图)

通过图像可知,$f(x)$的单调递减区间是$(-\infty,0)$,$(0,+\infty)$,没有单调递增区间.

20.**解:**(1)由对数函数 $y=\log_a x$ 过定点(1,0),令 $x+2=1$,得 $x=-1$,$f(-1)=\log_a 1-1=-1$,

所以 $y=f(x)$的图像恒过定点 $A(-1,-1)$,$g(m)=g(-1)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$.

(2)$F(x)=f(x)-g(x)=\log_a(x+2)-1-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$,由该函数图像过点$\left(2,\frac{1}{2}\right)$,

得$\log_a 4-1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$,解得 $a=2$.

所以 $F(x)=\log_2(x+2)-1-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$,显然 $F(x)$在定义域上是增函数.

又 $F(1)=\log_2 3-2$,$F(2)=\frac{1}{2}$,

所以当 $x\in[1,2]$时,$F(x)$的值域为$\left[\log_2 3-2,\frac{1}{2}\right]$.

21.**解:**(1)由 $2^{2a+1}>2^{5a-2}$,得 $2a+1>5a-2$,解得 $a<1$.又 $a>0$,所以实数 a 的取值范围是(0,1).

(2)由(1)知 $0<a<1$,故由 $\log_a(3x+1)<\log_a(7-5x)$,得$\begin{cases}3x+1>0,\\ 7-5x>0,\\ 3x+1>7-5x,\end{cases}$

解得$\frac{3}{4}<x<\frac{7}{5}$.

所以原不等式的解集为$\left(\frac{3}{4},\frac{7}{5}\right)$.

(3)因为 $0<a<1$,$y=2x-1$ 是 R 上的增函数,所以 $f(x)=\log_a(2x-1)$在$[1,3]$上为减函数.

所以当 $x=3$ 时,$f(x)$有最小值为-2,即 $\log_a 5=-2$,所以 $a^{-2}=\frac{1}{a^2}=5$,解得 $a=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

22.**解:**(1)依题意,将 $x=(\sqrt{e}-1)m$,$y=4$ 代入函数关系式 $y=k[\ln(m+x)-\ln(\sqrt{2}m)]+4\ln 2$,解得 $k=8$.

所以 $y=8[\ln(m+x)-\ln(\sqrt{2}m)]+4\ln 2$.

整理,得 $y=\ln\left(\frac{m+x}{m}\right)^8$.

(2)设应装载 x 吨燃料方能满足题意,此时,$m=544-x$,$y=8$.

代入函数关系式 $y=\ln\left(\frac{m+x}{m}\right)^8$,

得 $\ln\left(\frac{544}{544-x}\right)^8=8$,

解得 $x\approx344$(吨).

所以,应装载 344 吨燃料才能顺利地把飞船发送到预定的轨道.