

## 一、选择题

1.C

2.C

3.A

提示:A为演绎推理,这里省略了大前提,B为归纳推理,C,D为类比推理.

4.A

提示:根据三段论特点,过程应为:大前提是增函数的定义;小前提是 $f(x)=2x+1$ 满足增函数的定义;结论是 $f(x)=2x+1$ 为增函数,故①④正确.

5.A

6.B

7.A

提示:因为对于可导函数 $f(x)$ ,若 $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 上是增函数,则 $f'(x) \geq 0$ 对 $x \in (a,b)$ 恒成立.所以大前提错误,故选A.

8.B

提示: $1=1, 3=1+2, 6=1+2+3, 10=1+2+3+4, \dots$ 第 $n$ 个三角形数为 $1+2+3+\dots+\frac{n(n+1)}{2}$ .

9.A

提示:如图所示,设双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ ,

则 $F(-c,0) (c>0), B(0,b), A(a,0)$ ,所以 $\overrightarrow{FB}=(c,b), \overrightarrow{AB}=(-a,b)$ .

又因为 $\overrightarrow{FB} \perp \overrightarrow{AB}$ ,

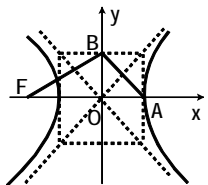
所以 $\overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{AB} = b^2 - ac = 0$ ,

所以 $c^2 - a^2 - ac = 0$ ,

所以 $e^2 - e - 1 = 0$ ,

所以 $e = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $e = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (舍去).

故选A.



(第9题图)

10.B

11.D

提示:由于甲不知自己的成绩,所以乙、丙一个优秀一个良好,因此乙知道丙,就知道自己成绩,同样丁知道甲成绩,就知道自己成绩,故选D.

12.A

## 二、填空题

13. $\log_2 x - 2 \geq 0$ 

提示:由三段论方法知应为 $\log_2 x - 2 \geq 0$ .

14.1111111

15.41

提示:根据题意,由于 $\sqrt{2+\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{3+\frac{3}{8}} = 3\sqrt{\frac{3}{8}}, \sqrt{4+\frac{4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}, \dots$ ,那么可知 $\sqrt{6+\frac{a}{b}} = 6\sqrt{\frac{a}{b}}$ , $a=6, b=6 \times 6 - 1 = 35$ ,所以 $a+b=41$ .

$$16. \pi ab; \frac{x_1}{a^2} \cdot x + \frac{y_1}{b^2} \cdot y = 1$$

提示:当椭圆的离心率 $e$ 趋近于0时,椭圆趋近于圆,此时 $a, b$ 都趋近于圆的半径 $r$ ,故由圆的面积 $S = \pi r^2 = \pi \cdot r \cdot r$ ,猜想椭圆面积 $S_{\text{椭圆}} = \pi \cdot a \cdot b$ .而由切线

方程 $x_0 \cdot x + y_0 \cdot y = r^2$ 变形得 $\frac{x_0}{r^2} \cdot x + \frac{y_0}{r^2} \cdot y = 1$ ,则过椭圆上一点 $P(x_1, y_1)$ 的椭圆的

切线方程为 $\frac{x_1}{a^2} \cdot x + \frac{y_1}{b^2} \cdot y = 1$ .

## 三、解答题

17.解:①错误.小前提错误.因为若三点共线,则可确定无数平面,只有不共线的三点才能确定一个平面.

②错误.推理形式错误,演绎推理是由一般到特殊的推理,3,5,7,11只是奇数的一部分,是特殊事例.

18.解:因为 $S_n = 2n - a_n, S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n, n \in \mathbb{N}_+$ ,

所以,当 $n=1$ 时,有 $a_1 = 2 - a_1$ ,

解得 $a_1 = 1 = 2 - \frac{1}{2^0}$ ;

当 $n=2$ 时,有 $a_1 + a_2 = 2 \times 2 - a_2$ ,

解得 $a_2 = \frac{3}{2} = 2 - \frac{1}{2^1}$ ;

当 $n=3$ 时,有 $a_1 + a_2 + a_3 = 2 \times 3 - a_3$ ,

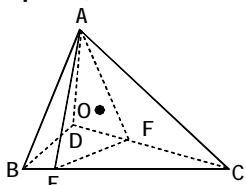
解得 $a_3 = \frac{7}{4} = 2 - \frac{1}{2^2}$ ;

当 $n=4$ 时,有 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2 \times 4 - a_4$ ,

解得 $a_4 = \frac{15}{8} = 2 - \frac{1}{2^3}$ .

猜想 $a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}} (n \in \mathbb{N}_+)$ .

19.解:如图,



(第19题图)

截面AEF经过四面体ABCD的内切球(与四个面都相切的球)的球心O,且与BC,DC分别交于E,F,若截面将四面体分为体积相等的两部分,则四棱锥A-BEFD与三棱锥A-EFC的表面积相等.

20.解:因为 $f(x) = \frac{1}{3^x + \sqrt{3}}$ ,

所以 $f(0) + f(1) = \frac{1}{3^0 + \sqrt{3}} + \frac{1}{3^1 + \sqrt{3}} =$

$$\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$f(-1) + f(2) = \frac{1}{3^{-1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{3^2 + \sqrt{3}} =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$f(-2) + f(3) = \frac{1}{3^{-2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{3^3 + \sqrt{3}} =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

归纳猜想一般性结论: $f(-x) + f(x +$

$$1) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

证明如下: $f(-x) + f(x+1) =$

$$\frac{1}{3^{-x} + \sqrt{3}} + \frac{1}{3^{x+1} + \sqrt{3}} =$$

$$\frac{3^x}{1 + \sqrt{3} \cdot 3^x} + \frac{1}{3^{x+1} + \sqrt{3}} =$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot 3^x}{\sqrt{3} + 3^{x+1}} + \frac{1}{3^{x+1} + \sqrt{3}} =$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot 3^x + 1}{\sqrt{3} + 3^{x+1}} + \frac{\sqrt{3} \cdot 3^x + 1}{\sqrt{3} (1 + \sqrt{3} \cdot 3^x)} =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

21.(1)证明:如图1所示,由题意,得 $AD^2 = BD \cdot DC, AB^2 = BD \cdot BC, AC^2 =$

$BC \cdot DC$ ,

$$\text{所以 } \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{BD \cdot DC} = \frac{BC^2}{BD \cdot BC \cdot DC \cdot BC} =$$

$$\frac{BC^2}{AB^2 \cdot AC^2}.$$

又 $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ,

$$\text{所以 } \frac{1}{AD^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{AB^2 \cdot AC^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}.$$

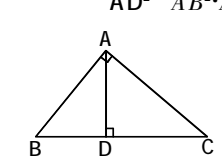


图1

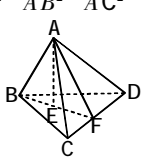


图2

(第21题图)

(2)解:在四面体ABCD中, $AB, AC, AD$ 两两垂直, $AE \perp$ 平面BCD,则

$$\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2}.$$

理由如下:如图2,连接BE并延长,交CD于点F,连接AF.

因为 $AB \perp AC, AB \perp AD$ ,所以 $AB \perp$ 平面ACD,

又 $AF \subset$ 平面ACD,所以 $AB \perp AF$ .

在Rt $\triangle ABF$ 中, $AE \perp BF$ ,所以 $\frac{1}{AE^2} =$

$$\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AF^2}.$$

在Rt $\triangle ACD$ 中, $AF \perp CD$ ,所以 $\frac{1}{AF^2} =$

$$\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2},$$

$$\text{所以 } \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2}.$$

故猜想正确.

22.(1)解:已知 $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}, a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1$ ,

求证: $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \geq \frac{1}{n}$ .

(2)证明:构造函数 $f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2$

$$= nx^2 - 2(a_1 + a_2 + \dots + a_n)x + a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2$$

$$= nx^2 - 2x + a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2.$$

因为对一切 $x \in \mathbb{R}$ ,都有 $f(x) \geq 0$ ,所以 $\Delta = 4 - 4n(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \leq 0$ ,

$$\text{所以 } a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \geq \frac{1}{n}.$$

## 第1期

## 一、选择题

1.D

2.B

3.A

提示:根据回归方程过 $(\bar{x}, \bar{y})$ ,将点(4,5)代入方程,解得 $\hat{b} = \frac{6}{5}$ .

4.B

提示:由回归方程 $\hat{y} = 50 + 80x$ ,可知销售业绩每提高1000元,则提成提高80元.

5.A

提示: $\hat{e}_3 = y_3 - \hat{y}_3 = 60 - (6.5 \times 5 + 17.5) = 10$ .

6.D

提示: $\hat{y} = 13.15 + 15.21 \times 7 = 119.62$ ,故体重在119.62kg左右,故选D.

7.D

8.C

提示:由题意,知 $y = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$ .

令 $t = \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2$ ,则 $y = at + \frac{4ac - b^2}{4a}$ ,满足题意,故选C.

9.D

提示:根据线性相关的知识,散点图中各样本点条状分布越均匀,同时保持残差平方和越小(对于已经获取的样本数据, $R^2$ 表达式中 $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ 为确定的数,则残差平方和越小, $R^2$ 越大),由回归分析建立的线性回归模型的拟合效果就越好,由试验结果知丁精确度要更高.

10.D

提示:作出散点图,可知选D.

11.C

提示:当 $x=2$ 时, $\hat{y}=5$ ;当 $x=3$ 时, $\hat{y}=7$ ;当 $x=4$ 时, $\hat{y}=9$ ,所以 $\hat{e}_1 = 4.9 - 5 = -0.1, \hat{e}_2 =$

$b - 7, \hat{e}_3 = 9.1 - 9 = 0.1$ .所以 $(-0.1)^2 + (b - 7)^2 + (0.1)^2 = 0.03$ ,解得 $b = 6.9$ 或 $7.1$ ,故选C.

12.C

提示: $\bar{x} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}, \bar{y} = \frac{13}{6}$ ,代入公式

$$\text{求得 } \hat{b} = \frac{58 - 6 \times \frac{7}{2} \times \frac{13}{6}}{91 - 6 \times \left( \frac{7}{2} \right)^2} = \frac{5}{7},$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = \frac{13}{6} - \frac{5}{7} \times \frac{7}{2} = -\frac{1}{3},$$

而 $b' = 2, a' = -2$ ,所以 $\hat{b} < b', \hat{a} > a'$ ,故选C.

## 二、填空题

13.-0.29

提示:把 $x=160$ 代入 $\hat{y} = 0.85x - 82.71$ ,得 $\hat{y} = 0.85 \times 160 - 82.71 = 53.29$ ,

所以残差 $\hat{e} = y - \hat{y} = 53 - 53.29 = -0.29$ .

14.1

提示:由 $\hat{e}_i = 0$ ,得 $\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2 = 0$ ,故 $R^2 = 1 - 0 = 1$ .

15. $\hat{y} = e^{0.25x - 2.58}$

提示:由 $\hat{z} = \ln \hat{y} = bx + a = 0.25x - 2.58$ ,得回归方程为 $\hat{y} = e^{0.25x - 2.58}$ .

16.甲

提示:可以根据表中数据分析,两个回归方程对数据预测的正确率进行判断,甲回归方程的数据准确率为 $\frac{32}{40} = \frac{4}{5}$ ,而乙回归方程的数据准确率为 $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ .显然甲的准确率高些,因此甲回归方程好些.

## 三、解答题

17.解: $\bar{x} = \frac{1}{5} \times (14 + 16 + 18 + 20 + 22) = 18$ ,  
 $\bar{y} = \frac{1}{5} \times (12 + 10 + 7 + 5 + 3) = 7.4$ ,

$$\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 14^2 + 16^2 + 18^2 + 20^2 + 22^2 = 1660,$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 14 \times 12 + 16 \times 10 + 18 \times 7 + 20 \times 5 + 22 \times 3 = 620.$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 14^2 + 16^2 + 18^2 + 20^2 + 22^2 = 1660,$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 14 \times 12 + 16 \times 10 + 18 \times 7 + 20 \times 5 + 22 \times 3 = 620.$$

$$\text{所以 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5 \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5 \bar{x}^2} = \frac{620 - 5 \times 18 \times 7.4}{1660 - 5 \times 18^2}$$

$$= -1.15,$$

$$\hat{a} = 7.4 + 1.15 \times 18 = 28.1.$$

所以所求回归直线方程是 $\hat{y} = -1.15x + 28.1$ .

列表:

$y_i - \bar{y}_i$	0	0.3	-0.4	-0.1	0.2
$y_i - \bar{y}$	4.6	2.6	-0.4	-2.4	-4.4

$$\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y}_i)^2 = 0.3, \sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = 53.2,$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2} \approx 0.994.$$

所以回归模型的拟合效果很好.

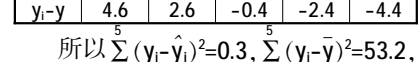
18.解:对 $U = Ae^{bt}$ 两边取自然对数,得 $\ln U = \ln A + bt$ ,

令 $y = \ln U, a = \ln A$ ,则 $y = bt + a$ .列表:

t	0	1	2	3	4	5
$\ln U(y)$	4.6	4.3	4.0	3.7	3.4	3.0

t	6	7	8	9	10
$\ln U(y)$	2.7	2.3	2.3	1.6	1.6

其散点图如图所示:



(第18题图)

由散点图可知 $y$ 与 $t$ 具有线性关系,可用 $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$ 来表示.

经计算,得 $\hat{b} = -0.313, \hat{a} = 4.609$ ,

所以 $\hat{y} = -0.313t + 4.609$ ,即 $\ln U = -0.313t + 4.609$ ,所以所求回归方程是 $U = e^{-0.313t + 4.609}$ .

19.解:(1)因为 $R_2^2 > R_1^2$ ,所以回归方程②拟合效果较好.

(2)把 $x=175$ 代入 $\hat{y} = 2.004e^{0.0197x}$ ,得 $\hat{y} \approx 62.97$ .

由于 $\frac{78}{62.97} \approx 1.24 > 1.2$ ,因此这名男生偏胖.

20.解:(1)根据表中数据,计算得

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 4, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 80,$$

所以线性回归方程为 $\hat{y} = 4x + 80$ .

(2)将数据代入,得 $\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 =$

2442,结合(1)中的数据,得 $R^2 \approx 0.93$ .

$R^2 \approx 0.93$ 表明解释变量对预报变量变化的贡献率是93%,即销售年限解释了93%的年销售额变化,只有7%来自其他因素,故所建立的线性回归方程有实际意义.

(3)将 $x=20$ 代入线性回归方程,得 $\hat{y} = 80 + 4 \times 20 = 160$ .这个值是指大量的具有20年销售经验的营销人员的年销售额的平均值,或者是对一位具有20年销售经验的营销人员年销售额的估计值.

21.解:(1)由已知计算,得 $\bar{x} = 4, \bar{y} = 5, \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 90, \sum_{i=1}^5 x_i y_i = 112.3$ .

第 2 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B

提示：常用等高条形图展示列联表数据的频率特征.

2.C

提示： $P(K^2 \geq 6.635) \approx 0.010$ .

3.D

4.C

5.C

6.C

7.C

提示：样本的合理抽取直接影响独立性检验的结果,所以选取样本要合理,易知总体中有 5000 名胖人,45000 名瘦人,抽取样本时应该按此比例抽取.

8.D

提示：选项 D 中两个深色条的高度差最明显,说明两个分类变量之间的关系最强.

9.C

10.C

提示：因为成绩优秀的概率为  $\frac{2}{7}$ ,

所以成绩优秀的学生数是  $105 \times \frac{2}{7} = 30$ .

成绩非优秀的学生数是 75,所以  $c=20$ ,  $b=45$ ,选项 A、B 错误.

又根据列联表中的数据,得到  $K^2$  的观测值  $k = \frac{105 \times (10 \times 30 - 20 \times 45)^2}{55 \times 50 \times 30 \times 75} \approx$

$6.109 > 5.024$ ,因此有 97.5%的把握认为“成绩与班级有关系”.故选 C.

11.D

提示： $|ad-bc|$ 值越大,A 与 B 有关系的可能性越大.

12.D

提示：若推断 I 与 II 有关系犯错误的概率不超过 0.1,则随机变量  $K^2$  的观测值  $k \geq 2.706$ .将选项中的数据代入公式,只有  $c=7$  不满足条件.

二、填空题

13.女教授的人数、男教授的人数、

女副教授的人数、男副教授的人数

14.④

提示：独立性检验假设有反证法的意味,应假设两类变量(而非变量的属性)无关,这时的  $K^2$  应该很小.如果  $K^2$  很大,则可以否定假设;如果  $K^2$  很小,则不能够肯定或否定假设.

15.①②⑤

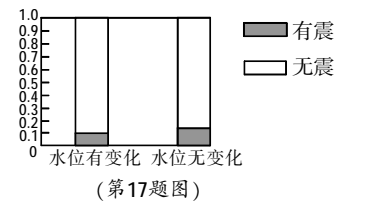
提示：因为分类变量 X、Y 独立,所以  $ad \approx bc$ ,故①⑤正确;②式化简得  $ad \approx bc$ ,故②正确.

16.②④⑤

提示：独立性检验主要是对两个变量是否有关系进行检验,主要涉及两种变量对同一种事物的影响,或者两种变量在同一问题上体现的区别等.

三、解答题

17.解：相应的等高条形图如图所示.图中两个深色条的高分别表示水位有变化和水位无变化的样本中有震的频率,由图可看出,水位有变化样本中有震的频率与水位无变化样本中有震的频率相差不大,因此不能判断地震与水位变化有关系.



18.解：假设适量吃水果与皮肤好没有关系,根据列表中的数据,得到  $k = \frac{1633 \times (30 \times 1355 - 224 \times 24)^2}{254 \times 1379 \times 54 \times 1579} \approx$

$68.033 > 10.828$ .所以,我们在犯错误的概率不超过 0.001 的条件下,认为吃适量水果与皮肤好有关系.

19.解：依题意,计算随机变量  $K^2$  的观测值

$k = \frac{913 \times (478 \times 24 - 399 \times 12)^2}{490 \times 423 \times 877 \times 36} \approx$

$6.233 > 5.024$ .

所以在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为“文科学生总成绩不好与数学成绩不好有关系”.

20.解：根据题目所给数据,得到如下列联表：

	哑	不哑	总计
聋	416	241	657
不聋	249	431	680
总计	665	672	1337

根据列联表数据得到  $K^2$  的观测值

$k = \frac{1337 \times (416 \times 431 - 249 \times 241)^2}{665 \times 672 \times 657 \times 680} \approx$

$95.29 > 10.828$ ,所以我们有 99.9%

的把握说聋哑有关系.

21.解：由列联表,得  $K^2$  的观测值  $k = \frac{65 \times [a(30+a) - (15-a)(20-a)]^2}{20 \times 45 \times 15 \times 50}$

$= \frac{13 \times (65a - 300)^2}{50 \times 45 \times 60}$   
 $= \frac{13 \times (13a - 60)^2}{90 \times 60}$ .

由题意,知  $k > 2.706$ ,

得  $(13a - 60)^2 > \frac{270.6 \times 54}{13} \approx 1124.03$ .

由  $a > 5$  且  $15 - a > 5$ ,得  $5 < a < 10$ .由于  $a$  为正整数,故  $a=6$  或  $a=7$  或  $a=8$  或  $a=9$ ,一一代入验证知只有  $a=8$  或  $a=9$  满足题意.故  $a=8$ ,或  $a=9$ .

22.解：(1)调查的 500 位老年人中有 70 位需要志愿者提供帮助,因此该地区老年人中需要帮助的老年人的比例的估计值为  $\frac{70}{500} = 14\%$ .

(2)  $K^2$  的观测值为  $k = \frac{500 \times (40 \times 270 - 30 \times 160)^2}{70 \times 430 \times 200 \times 300} \approx 9.967$ ,

由于  $9.967 > 6.635$ ,所以在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为该地区的老年人是否需要帮助与性别有关.

(3)由(2)的结论知,该地区的老年人是否需要帮助与性别有关,并且从样本数据能看出该地区男性老年人与女性老年人中需要帮助的比例有明显差异,因此在调查时,先确定该地区老年人中男、女的比例,再把老年人分成男、女两层并采用分层抽样方法比采用简单随机抽样方法更好.

数学·人教 A(选修 1-2)答案页第 1 期

第 3 期

第 2、3 版章节测试题参考答案

一、选择题

1.C

2.B

提示：在统计中,我们把自变量  $x$  称为解释变量.故选 B.

3.C

提示：由图可知第六个数据的偏差最大.

4.C

5.D

6.B

7.B

提示：因为相应于点(3,6.5)的残差为-0.1,

所以  $6.5 = 6 + \hat{a} - 0.1$ ,解得  $\hat{a} = 0.6$ .

8.D

提示：由于线性回归方程中  $x$  的系数为 0.85,因此  $y$  与  $x$  具有正的线性相关关系,故 A 正确.又线性回归方程必过样本中心点  $(\bar{x}, \bar{y})$ ,因此 B 正确.由线性回归方程中系数的意义知, $x$  每增加 1 cm,其体重约增加 0.85 kg,故 C 正确.当某女生的身高为 170 cm 时,其体重估计值是 58.79 kg,而不是具体值,因此 D 不正确.

9.A

提示：可计算  $K^2$  的观测值  $k = 11.377 > 10.828$ .

10.B

11.D

12.B

二、填空题

13.  $\frac{5}{22}$

提示： $\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{x_2 - x_1}{4.4x_2 - 4.4x_1} = \frac{5}{22}$ .

14.68

提示：由表格知  $\bar{x} = 30$ ,得  $\bar{y} = 0.67 \times 30 + 54.9 = 75$ .

设表中的“模糊数字”为  $a$ ,则  $a + 62 + 75 + 81 + 89 = 75 \times 5$ ,所以  $a = 68$ .

15.  $u = 1 + \ln 3 + 2x$  (其中  $u = \ln y$ )  
提示：由  $y = 3e^{2x+1}$ ,得  $\ln y = \ln(3e^{2x+1})$ ,即  $\ln y = \ln 3 + 2x + 1$ .

令  $u = \ln y$ ,则线性回归方程为  $u = 1 + \ln 3 + 2x$ .

16.①④

提示：查对临界值表知  $P(K^2 \geq 3841) \approx 0.05$ ,故有 95%的把握认为“这种血清能起到预防感冒的作用”;95%仅是指“血清能起到预防感冒的作用”的可信程度,但也有“在 100 个使用血清的人中一个患感冒的人也没有”的可能,故  $p$  真,其余都假.所以选①④.

三、解答题

17.解：由表中数据得  $\bar{x} = 19.5$ ,  $\bar{y} = \frac{28.2 + y_2}{4}$ ,  $\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = 137$ ,  $\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 88.2 - 2.5y_2$ ,

代入  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2}$ ,

得  $0.5 = \frac{88.2 - 2.5y_2}{137}$ ,

解得  $y_2 = 7.88$ .

所以  $\bar{y} = 9.02$ ,

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 9.02 - 0.5 \times 19.5 = -0.73$ .

18.解：对于题中三种心理障碍分别构造三个随机变量  $K_1^2, K_2^2, K_3^2$ ,它们的观测值分别为  $k_1, k_2, k_3$ .

由表中数据可得

$k_1 = \frac{110 \times (5 \times 60 - 25 \times 20)^2}{30 \times 80 \times 25 \times 85} \approx 0.863 < 1.323$ ,

$k_2 = \frac{110 \times (10 \times 70 - 20 \times 10)^2}{30 \times 80 \times 20 \times 90} \approx 6.366 > 5.024$ ,

$k_3 = \frac{110 \times (15 \times 30 - 15 \times 50)^2}{30 \times 80 \times 65 \times 45} \approx 1.410 < 2.072$ .

所以没有充分的证据显示焦虑与性别有关;在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为说谎与性别有关;没有充分的证据显示懒惰与性别有关.所以这三种心理障碍中说慌与性别关系最大.

19.解：(1)根据题意,列出下表：

$\mu_i$	1	0.2	0.1	0.02
$y_i$	10.15	2.85	2.11	1.30

利用计算器计算,得  $r \approx 0.9998$ .所以  $y$  与  $\mu$  具有很强的线性相关关系.

经计算,得线性回归方程为  $\hat{y} = 9.014\mu + 1.128$ .

(2)由(1)可知  $\mu = \frac{1}{x}$ ,  $\hat{y} = 9.014\mu + 1.128$ ,

故  $y$  与  $x$  之间的回归方程为  $\hat{y} = \frac{9.014}{x} + 1.128$ .

20.解：(1)由题意建立  $2 \times 2$  列联表如下：

	患颈椎病	没患颈椎病	总计
经常上网	43	27	70
不经常上网	21	33	54
总计	64	60	124

(2)根据列联表中的数据,得到  $k = \frac{124 \times (43 \times 33 - 27 \times 21)^2}{70 \times 54 \times 64 \times 60} \approx 6.201 > 5.024$ .



因此,在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下,认为患颈椎病与经常上网有关系.

21.解：(1)对于函数  $y = ax^b$ ,作变换  $u = \ln y, v = \ln x, c = \ln a$ ,得线性函数  $u = c + bv$ .列表如下：

i	$v_i$	$u_i$	$v_i^2$	$u_i v_i$
1	-0.36	-2.50	0.1296	0.9000
2	0.10	-1.39	0.0100	-0.1390
3	0.92	0.59	0.8464	0.5428
4	1.59	2.42	2.5281	3.8478
5	2.09	3.62	4.3681	7.5658
6	2.32	4.20	5.3824	9.7440
7	2.60	4.90	6.7600	12.7400
$\Sigma$	9.26	11.84	20.0246	35.2014

由此可得  $\bar{v} \approx 1.323, \bar{u} \approx 1.691$ ,进而可求得  $\hat{b} \approx 2.514, \hat{c} = \bar{u} - \bar{b}\bar{v} \approx -1.635$ .

所以  $a = e^{-1.635} \approx 0.195, b \approx 2.514$ .

(2)由(1)知  $y = 0.195x^{2.514}$ ,当水高为 6.5cm 时,流量的估计值为  $0.195 \times 6.5^{2.514} \approx 21.562$  (m<sup>3</sup>/min).

22.解：(1)由题意知,样本中满意的女游客为  $\frac{5}{50} \times 30 = 3$  名,不满意的女游客为  $\frac{5}{50} \times 20 = 2$  名.

(2)记样本中对景区的服务满意的 3 名女游客分别为  $a_1, a_2, a_3$ ;对景区的服务不满意的 2 名女游客分别为  $b_1, b_2$ .从 5 名女游客中随机选取两名,共有 10 个基本条件,分别为:  $(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_2, a_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_1), (a_3, b_2), (b_1, b_2)$ .

其中事件 A:选到满意与不满意的女游客各一名包含了 6 个基本事件,分别为  $(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_1), (a_3, b_2)$ .

所以所求概率  $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ .

(3)假设  $H_0$ :该景区游客性别与对景区的服务满意无关,则  $K^2$  应该很小.根据题目中列联表得：

$k = \frac{110 \times (50 \times 20 - 30 \times 10)^2}{80 \times 30 \times 60 \times 50} \approx 7.486$ .

由  $P(K^2 \geq 6.635) = 0.010$  可知：有 99%的把握认为该景区游客性别与对景区的服务满意有关.