第 4 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.A

提示：$|x-1|=\sqrt{1-(y-1)^2}$ 两边平方，可变为 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$，表示的曲线为以 $(1,1)$ 为圆心，1 为半径的圆.故选 A.

2.B

3.B

4.C

提示：由 $ax^2+by^2=1$，得 $\frac{x^2}{\frac{1}{a}}+\frac{y^2}{\frac{1}{b}}=1$.

因为焦点在 x 轴上，所以 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}>0$，

所以 $0<a<b$.

5.C

提示：令 $f(x,y)=y^2-xy-2$，则 $f(-x,-y)=y^2-xy-2=f(x,y)$，所以函数 $f(x,y)$ 关于原点对称.

6.C

7.D

8.B

提示：根据题意，知点 $P\left(-c,\pm\frac{b^2}{a}\right)$.因为 $\angle F_1PF_2=45°$，所以有 $\frac{2c}{\frac{b^2}{a}}=\tan45°=1$，即 $2ac=b^2=a^2-c^2$，所以 $e^2+2e-1=0$，解得 $e=\sqrt{2}-1$，或 $e=-\sqrt{2}-1$（舍去）.故选B.

9.C

提示：直线 $y-kx-1=0$ 过定点 $(0,1)$，若使直线 $y-kx-1=0$ 与椭圆 $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{m}=1$ 恒有公共点，则必有点 $(0,1)$ 在椭圆上或椭圆内，即椭圆与 y 轴的交点的纵坐标的绝对值大于等于 1，但不能等于 $\sqrt{5}$.

10.B

提示：设点 P 的坐标为 (x,y)，则 $\overrightarrow{MN}=(4,0)$，$\overrightarrow{MP}=(x+2,y)$，$\overrightarrow{NP}=(x-2,y)$，

所以 $|\overrightarrow{MN}|=4$，$|\overrightarrow{MP}|=\sqrt{(x+2)^2+y^2}$，$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{NP}=4(x-2)$.

由已知条件得 $4\sqrt{(x+2)^2+y^2}=4(2-x)$.

整理得 $y^2=-8x$. 所以点 P 的轨迹方程为 $y^2=-8x$.

11.C

提示：设 $\frac{y}{x-2}=k$，则 $y=k(x-2)$.由 $\begin{cases}4x^2+y^2=4,\\ y=k(x-2)\end{cases}$ 消去 y，整理得 $(k^2+4)x^2-4k^2x+4(k^2-1)=0$，$\Delta=16k^4-4\times4(k^2-1)\cdot(k^2+4)\geqslant0$，

解得 $-\frac{2\sqrt{3}}{3}\leqslant k\leqslant\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以 $k_{\min}=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

12.C

提示：设 $P(x_0,y_0)$，则 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$，即 $y_0^2=3-\frac{3x_0^2}{4}$.又因为 $F(-1,0)$，所以 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}=x_0\cdot(x_0+1)+y_0^2=\frac{1}{4}x_0^2+x_0+3=\frac{1}{4}(x_0+2)^2+2$.又 $x_0\in[-2,2]$，所以 $(\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP})\in[2,6]$，所以 $(\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP})_{\max}=6$.

二、填空题

13.中心

提示：依据椭圆的对称性.

14.$\frac{3}{5}$

提示：因为 $2\times2b=2a+2c$，

所以 $a+c=2b$. ①

又 $a^2-c^2=b^2$，即 $(a+c)(a-c)=b^2$，

所以 $a-c=\frac{b}{2}$. ②

由①②，得 $a=\frac{5b}{4}$，$c=\frac{3b}{4}$，

故 $e=\frac{c}{a}=\frac{3}{5}$.

15.$[1,2]$

提示：因为 $P(m,n)$ 是椭圆 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$ 上的一个动点，所以 $m^2+\frac{n^2}{2}=1$，即 $n^2=2-2m^2$，所以 $m^2+n^2=2-m^2$，又 $-1\leqslant m\leqslant1$，所以 $1\leqslant2-m^2\leqslant2$，所以 $1\leqslant m^2+n^2\leqslant2$.

16.$y=4x^2$

提示：设 $M(x,y)$，$B(x_0,y_0)$，则 $y_0=2x_0^2+1$.

又 M 为 AB 的中点，所以 $\begin{cases}x=\frac{0+x_0}{2},\\ y=\frac{y_0-1}{2},\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x_0=2x,\\ y_0=2y+1,\end{cases}$

将其代入 $y_0=2x_0^2+1$，得 $2y+1=2\times(2x)^2+1$，即 $y=4x^2$.

三、解答题

17.**解**：(1)设椭圆的方程为

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 或 $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$.

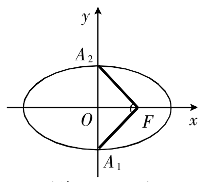
由已知得 $2a=10$，$a=5$.

又因为 $e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$，所以 $c=4$.

所以 $b^2=a^2-c^2=25-16=9$.

所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 或 $\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{9}=1$.

(2)依题意可设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$.



（第 17 题图）

如图所示，$\triangle A_1FA_2$ 为一等腰直角三角形，OF 为斜边 A_1A_2 的中线（高），且 $|OF|=c$，$|A_1A_2|=2b$，则 $c=b=3$，

$a^2=b^2+c^2=18$，

故所求椭圆的方程为 $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1$.

18.**解**：因为点 B 与点 $A(-1,1)$ 关于原点 O 对称，所以点 B 的坐标为 $(1,-1)$.

设 P 点的坐标为 (x,y)，

由条件可得 $\frac{y-1}{x+1}\cdot\frac{y+1}{x-1}=-\frac{1}{3}$，

化简，得 $x^2+3y^2=4(x\neq\pm1)$，故动点 P 的轨迹方程为 $x^2+3y^2=4(x\neq\pm1)$.

19.**解**：设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，由题意知 $y_1<0$，$y_2>0$.

(1)直线 l 的方程为 $y=\sqrt{3}(x-c)$，其中 $c=\sqrt{a^2-b^2}$.

联立 $\begin{cases}y=\sqrt{3}(x-c),\\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\end{cases}$

得 $(3a^2+b^2)y^2+2\sqrt{3}b^2cy-3b^4=0$.

解得 $y_1=\frac{-\sqrt{3}b^2(c+2a)}{3a^2+b^2}$，

$y_2=\frac{-\sqrt{3}b^2(c-2a)}{3a^2+b^2}$，

因为 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，所以 $-y_1=2y_2$.

即 $\frac{\sqrt{3}b^2(c+2a)}{3a^2+b^2}=2\cdot\frac{-\sqrt{3}b^2(c-2a)}{3a^2+b^2}$，

得离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{2}{3}$.

(2)因为 $|AB|=\sqrt{1+\frac{1}{3}}|y_2-y_1|$，

所以 $\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{4\sqrt{3}ab^2}{3a^2+b^2}=\frac{15}{4}$.

由 $\frac{c}{a}=\frac{2}{3}$，得 $b=\frac{\sqrt{5}}{3}a$.

所以 $\frac{5}{4}a=\frac{15}{4}$，得 $a=3$，$b=\sqrt{5}$.

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

20.**解**：(1)根据题意，若 M 与 A 重合，即椭圆的右顶点的坐标为 $(2,0)$，则 $a=2$，则椭圆的焦点在 x 轴上，且 $c=\sqrt{3}$，则椭圆焦点的坐标为 $(\sqrt{3},0)$，$(-\sqrt{3},0)$.

(2)若 $m=3$，则椭圆的方程为 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$，变形可得 $y^2=1-\frac{x^2}{9}$.

设 $P(x,y)$，则

$|PA|^2=(x-2)^2+y^2=x^2-4x+4+y^2=\frac{8x^2}{9}-4x+5$.

又由 $-3\leqslant x\leqslant3$，根据二次函数的性质，分析可得，

当 $x=-3$ 时，$|PA|^2=\frac{8x^2}{9}-4x+5$ 取得最大值，且最大值为 25；

当 $x=\frac{9}{4}$ 时，$|PA|^2=\frac{8x^2}{9}-4x+5$ 取得最小值，且最小值为 $\frac{1}{2}$.

所以 $|PA|$ 的最大值为 5，最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

21.**解**：(1)将 $y=x+b$ 代入 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$，消去 y，整理得 $3x^2+4bx+2b^2-2=0$.①

因为直线 $y=x+b$ 与椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 相交于 A，B 两个不同的点，

所以 $\Delta=16b^2-12(2b^2-2)=24-8b^2>0$，解得 $-\sqrt{3}<b<\sqrt{3}$.

所以 b 的取值范围为 $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$.

(2)设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.当 $b=1$ 时，方程①为 $3x^2+4x=0$.

解得 $x_1=0$，$x_2=-\frac{4}{3}$.

所以 $y_1=1$，$y_2=-\frac{1}{3}$.

所以 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

22.**解**：设 $P(x,y)$，$B(m,n)$.

因为 $|BP|:|PA|=1:2$，

所以 $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PA}$.

所以 $(x-m,y-n)=\frac{1}{2}(3-x,1-y)$，

即 $\begin{cases}m=\frac{3x-3}{2},\\ n=\frac{3y-1}{2}.\end{cases}$

又因为 $B(m,n)$ 在曲线 $y^2=x+1$ 上，

所以 $\left(\frac{3y-1}{2}\right)^2=\frac{3x-3}{2}+1$，

即 $3y^2-2y-2x+1=0$.

所以点 P 的轨迹方程为 $3y^2-2y-2x+1=0$.

第 1 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.A

2.B

提示：逆命题是将原命题的条件与结论互换，故选B.

3.A

提示：命题α的条件和结论恰好是命题β的条件和结论的否定，所以命题α是命题β的否命题.

4.C

提示：原命题与逆否命题同真假，故选C.

5.D

提示：只有选项D中的命题是真命题，即$p\Rightarrow q$，故p是q的充分条件.

6.B

提示：由$2^x<2^y$，得$x<y$；

由$\log_2x<\log_2y$，得$0<x<y$.

所以$p\nRightarrow q$，但$q\Rightarrow p$.故p是q的必要不充分条件.

7.D

8.D

9.C

提示：在$\triangle ABC$中，若$\cos A=2\sin B\sin C$，则$-\cos(B+C)=2\sin B\sin C$，化简得 $\cos(B-C)=0$，故 $B-C=90°$ 或 $B-C=-90°$，即 $B=C+90°$ 或 $C=B+90°$，故$\triangle ABC$ 是钝角三角形，原命题与逆否命题是真命题.

若$\triangle ABC$是钝角三角形，取 $A=120°$，$B=30°$，$C=30°$，则 $2\sin B\sin C=\frac{1}{2}\neq\cos A$，故逆命题与否命题是假命题.

10.C

提示：一次函数 $y=-\frac{m}{n}x+\frac{1}{n}$ 的图象同时经过第一、三、四象限$\Rightarrow-\frac{m}{n}>0$，且 $\frac{1}{n}<0\Rightarrow m>0$，且 $n<0\Rightarrow mn<0$，反之不可以.故选 C.

11.B

提示：根据命题的等价性可得.

12.D

提示：因为 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，且 $f(-1)=-4$，

所以 $Q=\{x|f(x)<-4\}=\{x|x<-1\}$.

同理，得 $P=\{x|f(x+t)<2\}=\{x|x+t<2\}=\{x|x<2-t\}$.

因为“$x\in P$”是“$x\in Q$”的充分不必要条件，

所以 $P\subsetneqq Q$.故 $2-t<-1$，解得 $t>3$.

二、填空题

13.一个函数为 $y=2x+1$，这个函数是增函数

14.若$(\complement_UA)\cap(\complement_UB)=\complement_UB$，则$A\subsetneqq B$

提示：否命题与逆命题互为逆否命题，故命题p的逆否命题是：若$(\complement_UA)\cap(\complement_UB)=\complement_UB$，则$A\subsetneqq B$.

15.$\Rightarrow$

16.$(0,2)$

提示：由$\frac{x-2m}{x+m}<0(m>0)$，得$p:x\in(-m,2m)$.由$x(x-4)<0$，得$q:x\in(0,4)$.

根据题意，可知上述两区间相交但不存在包含关系，结合$m>0$，得$0<2m<4$，所以m的取值范围是$(0,2)$.

三、解答题

17.**解**：原命题可改写为：若一个函数是单调函数，则该函数不是周期函数，

故逆命题为：若一个函数不是周期函数，则该函数是单调函数；

否命题为：若一个函数不是单调函数，则该函数是周期函数；

逆否命题为：若一个函数是周期函数，则该函数不是单调函数.

18.**证明**：因为一个命题的原命题与逆否命题具有相同的真假性，所以可证明原命题为真命题.

因为 $a+b\geqslant0$，所以 $a\geqslant-b$，$b\geqslant-a$.

因为 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，

所以 $f(a)\geqslant f(-b)$，$f(b)\geqslant f(-a)$，

所以 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$.

所以原命题为真命题，故其逆否命题为真命题.

19.**解**：(1)四边形的对角线互相平分$\nRightarrow$四边形是矩形，而四边形是矩形$\Rightarrow$四边形对角线互相平分，所以 p 是 q的必要不充分条件.

(2)方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一根为 $1\Rightarrow a+b+c=0(a,b,c\in\mathbf{R})$；反之 $a+b+c=0(a,b,c\in\mathbf{R})\Rightarrow$方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一根为1，所以 p 是 q 的充要条件.

(3)数 a 能被 6 整除$\Rightarrow$数 a 能被 3 整除，而数 a 能被 3 整除$\nRightarrow$数 a 能被 6整除，所以 p 是 q 的充分不必要条件.

(4)因为 $ab=0$ 时，$|ab|=ab$，所以 $|ab|=ab\nRightarrow ab>0$，而当 $ab>0$ 时，有 $|ab|=ab$，所以 p 是 q 的必要不充分条件.

20.**解**：若方程$x^2+mx+1=0$有实数根，则$\Delta_1=m^2-4\geqslant0$，所以$p:m\geqslant2$或$m\leqslant-2$；

若方程$4x^2+4(m-2)x+1=0$无实数根，则$\Delta_2=16(m-2)^2-16<0$，所以$q:1<m<3$.

由p真q假，得$\begin{cases}m\geqslant2\text{或}m\leqslant-2,\\ m\geqslant3\text{或}m\leqslant1,\end{cases}$所以$m\geqslant3$或$m\leqslant-2$；

由p假q真，得$\begin{cases}-2<m<2,\\ 1<m<3,\end{cases}$所以$1<m<2$.

所以实数m的取值范围为$(-\infty,-2]\cup(1,2)\cup[3,+\infty)$.

21.**解**：由 $(x-1+m)(x-1-m)\geqslant0$，其中 $m>0\Rightarrow p:x\in\{x|x\geqslant1+m$ 或 $x\leqslant1-m\}$.

由 $x=n+\frac{1}{n}$，结合基本不等式，

得 $q:x\in\{x|x\geqslant2$ 或 $x\leqslant-2\}$.

又 p 是 q 的必要条件，即 $q\Rightarrow p$，

故 $\{x|x\geqslant2$ 或 $x\leqslant-2\}\subseteq\{x|x\geqslant1+m$ 或 $x\leqslant1-m\}$，

所以 $1-m\geqslant-2$ 且 $1+m\leqslant2$，

又 $m>0$，故 $0<m\leqslant1$.

所以实数 m 的取值范围是 $(0,1]$.

22.**证明**：充分性：因为 $a+b=0$，

所以 $S_n=aq^n+b=aq^n-a$，

所以 $a_n=S_n-S_{n-1}=(aq^n-a)-(aq^{n-1}-a)=a(q-1)q^{n-1}(n>1)$.

又 $a_1=aq-a=a(q-1)$ 满足上式，

所以 $a_n=a(q-1)q^{n-1}(n\in\mathbf{N}_+)$.

所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a(q-1)q^n}{a(q-1)q^{n-1}}=q$.

故数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列.

必要性：因为数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列，

所以$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1}{1-q}-\frac{a_1}{1-q}q^n$.

因为$S_n=aq^n+b$，

所以$a=-\frac{a_1}{1-q}$，$b=\frac{a_1}{1-q}$.

所以$a+b=0$.

综上，结论得证.

①

第 2 期

第 3 版同步周测题

参考答案

一、选择题

1.B　2.A　3.C

4.B

提示:由已知,得p真q假.

5.A

提示:若$p\wedge q$为真命题,则p,q都是真命题.所以$p\vee q$为真命题.反之,则不一定成立,故选A.

6.B

提示:③为假.

7.A

8.C

提示:分以下几类讨论:(1)若p真q真,则"非p","非q"为假命题,"p或q","p且q"为真命题,$a=b=2$;(2)若p假q假,则"非p","非q"为真,"p或q","p且q"为假,$a=b=2$;(3)若p,q中一真一假,不妨以p真q假为例,则"非p","p且q"为假,"非q","p或q"为真,$a=b=2$.

9.D

提示:$\sqrt{3}\in A\cup B$的否定是:$\sqrt{3}\notin A\cup B$,所以$\sqrt{3}\notin A$且$\sqrt{3}\notin B$,即$\sqrt{3}\in(\complement_S A)\cap(\complement_S B)$.

10.C

提示:由题知$x_0=-\dfrac{b}{2a}$为二次函数$f(x)$图象的对称轴方程,又$a>0$,所以$f(x_0)$为函数的最小值,即对所有的实数x,都有$f(x)\geqslant f(x_0)$.因此C是错误的.

11.D

提示:$ax^2-2ax-3\leqslant 0$恒成立,当$a=0$时,$-3\leqslant 0$成立;

当$a\neq 0$时,

$\begin{cases}a<0,\\ \Delta=4a^2+12a\leqslant 0,\end{cases}$得$-3\leqslant a<0$,

所以$-3\leqslant a\leqslant 0$.

12.B

提示:$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$,显然C、D为真;$\sin\alpha\cdot\sin\beta=0$时,A为真;B为假.故选B.

二、填空题

13.$\exists x<0,(1+x)(1-9x^2)>0$

14."$p\wedge q$""$\neg q$","$p\vee q$""$\neg p$"

提示:因为命题p假,命题q真,所以命题"$p\wedge q$"假,命题"$p\vee q$"真,"$\neg p$"真,"$\neg q$"假.

15.平行四边形不一定是菱形

提示:p:"平行四边形一定是菱形"是假命题,这里"一定是"的否定是用"一定不是"还是"不一定是"?若为"平行四边形一定不是菱形",仍为假命题,与真值表相违,故原命题的"$\neg p$"为"平行四边形不一定是菱形",是一个真命题.

16.$\left[-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

提示:因为$x_1\in[-1,3]$时,$f(x_1)\in[1,10]$,

$x_2\in[-1,3]$时,$g(x_2)\in\left[\dfrac{1}{2}-m,8-m\right]$,

所以只需$1\geqslant\dfrac{1}{2}-m$,

解得$m\geqslant-\dfrac{1}{2}$.

三、解答题

17.**解**:(1)本题隐含了全称量词"所有的",其实命题应为"所有的指数函数都是单调函数",是全称命题,且为真命题.

(2)命题中含有存在量词"至少有一个",因此是特称命题,真命题.

(3)命题中含有全称量词"$\forall$",是全称命题,真命题.

(4)命题中含有存在量词"$\exists$",是特称命题,真命题.

18.**解**:若p为真命题,则$1\in\{x|x^2<a\}$,故$1^2<a$,即$a>1$;若q为真命题,则$2\in\{x|x^2<a\}$,即$a>4$.

(1)若"$p\wedge q$"为真命题,则p真q真,故$a>1$且$a>4$,即$a>4$.

所以实数a的取值范围是$(4,+\infty)$.

(2)若"$p\vee q$"为真命题,

则$a>1$或$a>4$,即$a>1$.

所以实数a的取值范围是$(1,+\infty)$.

19.**解**:$\neg p$:$\forall x\in\mathbf{R}$,$\lg(ax^2+2x+1)$有意义,

即对一切$x\in\mathbf{R}$,$ax^2+2x+1>0$恒成立.

又$a=0$时,不合题意,

所以$\begin{cases}a>0,\\ \Delta<0,\end{cases}$解得$a>1$.

所以实数a的取值范围是$(1,+\infty)$.

20.**解**:先简化命题p,q,构建关于a的关系式.

由$x^2+2ax+4>0$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立,得$\Delta=(2a)^2-4\times4<0$,解得$-2<a<2$.

所以p:$-2<a<2$.

由$y=-(4-2a)^x$是$\mathbf{R}$上的减函数,得$4-2a>1$,解得$a<\dfrac{3}{2}$.

所以q:$a<\dfrac{3}{2}$.

由"$p\vee q$"为真,"$p\wedge q$"为假,知p与q中必有一真一假,即p真q假,或p假q真.

所以$\begin{cases}-2<a<2,\\ a\geqslant\dfrac{3}{2},\end{cases}$或$\begin{cases}a\leqslant-2,或a\geqslant 2,\\ a<\dfrac{3}{2},\end{cases}$

解得$\dfrac{3}{2}\leqslant a<2$,或$a\leqslant-2$.

所以,实数a的取值范围是$(-\infty,-2]\cup\left[\dfrac{3}{2},2\right)$.

21.**解**:对于①,$2^{-x^2+ax-\frac{25}{4}}>1$,即$-x^2+ax-\dfrac{25}{4}>0$,故$x^2-ax+\dfrac{25}{4}<0$,要使不等式的解集为空集,$\Delta=a^2-25\leqslant 0$,解得$-5\leqslant a\leqslant 5$.

对于②,当$a=3$时,不等式的解集为$\{x|x>1\}$,不是空集;当$a\neq 3$时,要使不等式$(a-3)x^2+(a-2)x-1>0$的解集为空集.

则$\begin{cases}a-3<0,\\ (a-2)^2+4(a-3)\leqslant 0,\end{cases}$

解得$-2\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 2\sqrt{2}$.

对于③,因为$x^2+\dfrac{1}{x^2}\geqslant 2\sqrt{x^2\cdot\dfrac{1}{x^2}}=2$,

当且仅当$x^2=1$,即$x=\pm1$时取等号.

所以不等式$a>x^2+\dfrac{1}{x^2}$的解集为空集时,$a\leqslant 2$.

因此,当三个不等式的解集都为空集时,$-2\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 2$.

所以要使三个不等式至多有两个不等式的解集为空集,则实数a的取值范围是$\{a|a<-2\sqrt{2},或a>2\}$.

22.**解**:(1)若p真:$-2\leqslant x\leqslant 4$;当$m=3$时,若q真:$-1\leqslant x\leqslant 5$,

因为"$p\wedge q$"为真,所以$-1\leqslant x\leqslant 4$.

所以实数x的取值范围是$[-1,4]$.

(2)因为"$\neg p$"是"$\neg q$"的必要不充分条件,所以p是q的充分不必要条件.

q:$2-m\leqslant x\leqslant 2+m$,

所以$\begin{cases}2-m\leqslant-2,\\ 4<2+m,\end{cases}$或$\begin{cases}2-m<-2,\\ 4\leqslant 2+m,\end{cases}$

解得$m\geqslant 4$.所以实数m的取值范围是$[4,+\infty)$.

第 3 期

第 2、3 版章节测试题

参考答案

一、选择题

1.C

2.D

提示:①等底等高的三角形都是面积相等的三角形,但不一定全等;②当x,y中一个为零,另一个不为零时,$|x|+|y|\neq 0$;③当$c=0$时不成立;④菱形的对角线互相垂直,矩形的对角线不一定垂直.

3.A

4.D

5.C

6.B

7.D

提示:因为p真q假,所以"$p\wedge q$"为假,"$p\vee q$"为真,"$\neg p$"为假.

8.D

提示:①的逆命题为"若$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$,则$a>b$,"若$a=-2,b=3$,则不成立.故A错;②的逆命题为"若$(x+2)(x-3)\leqslant 0$,则$-2\leqslant x\leqslant 0$",是假命题,故B错;①为假命题,其逆否命题也为假命题,故C错;②为真命题,其逆否命题也为真命题,D正确.

9.B

提示:$a^2>b^2$,$\dfrac{a}{b}<1$不能推出$a>b$,$\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b\Leftrightarrow a>b$.

10.D

11.C

提示:$A=\{x|-1<x<1\}$,当$a=1$时,$B=\{x|b-1<x<3\}$.若"$a=1$"是"$A\cap B\neq\varnothing$"的充分而不必要条件,则b必须满足条件$b-1<1\Rightarrow b<2$.所以b的取值范围可以是$\{b|b<2\}$或其子集.故选C.

12.D

提示:$2ax^2-4ax-3\leqslant 0$恒成立,

当$a=0$时,$-3\leqslant 0$成立;

当$a\neq 0$时,

$\begin{cases}a<0,\\ \Delta=16a^2+24a\leqslant 0,\end{cases}$得$-\dfrac{3}{2}\leqslant a<0$,

所以$-\dfrac{3}{2}\leqslant a\leqslant 0$.

二、填空题

13.方向相同或相反的两个向量共线

14.$[1,2)$

提示:两个都是假命题,则

$\begin{cases}x<2或x>5,\\ 1\leqslant x\leqslant 4\end{cases}\Rightarrow 1\leqslant x<2$.

15.$(-4,0)$

提示:由$g(x)<0$,得$2^x-2<0,x<1$;

又因为$\forall x\in\mathbf{R}$,$f(x)<0$或$g(x)<0$,所以$f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$在$x\geqslant 1$时恒成立,所以$\begin{cases}m<0,\\ -m-3<1,\\ 2m<1,\end{cases}$解得$-4<m<0$.

16.6

提示:因为$x^2-x+1>0$,所以原不等式化为$x^2-ax+2<3x^2-3x+3$,即$2x^2+(a-3)x+1>0$.

因为$\forall x\in\mathbf{R}$时,$2x^2+(a-3)x+1>0$恒成立,

所以$\Delta=(a-3)^2-8<0$.

所以$3-2\sqrt{2}<a<3+2\sqrt{2}$,

所以$a_1+a_2=6$.

三、解答题

17.**解**:"$p\wedge q$"形式的命题.

p:方程$x^2-2x+1=0$有一个实数根,

q:方程$x^2-2x+1=0$只有一个实数根,

p和q均为真命题.

18.**解**:由题意知,$f(x_1)_{\min}\geqslant g(x_2)_{\min}$,

当$x_1\in[-1,3]$时,$f(x_1)_{\min}=0$.

当$x_2\in[0,2]$时,$g(x_2)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x_2}-m$的最小值为$g(2)=\dfrac{1}{4}-m$.

因此$0\geqslant\dfrac{1}{4}-m$,解得$m\geqslant\dfrac{1}{4}$.

故实数m的取值范围是$\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right)$.

19.**证明**:若$a^2-b^2=1$,

则$a^4-b^4-2b^2=(a^2+b^2)(a^2-b^2)-2b^2=a^2+b^2-2b^2=a^2-b^2=1$.

所以$a^2-b^2=1$是$a^4-b^4-2b^2=1$的充分条件.

$a^2-b^2=1$是$a^4-b^4-2b^2=1$的必要条件,证明如下:

若$a^4-b^4-2b^2=1$,则$a^4-b^4-2b^2-1=0$,即$a^4-(b^2+1)^2=0$,

所以$(a^2+b^2+1)(a^2-b^2-1)=0$.

因为$a^2+b^2+1\neq 0$,所以$a^2-b^2=1$.所以$a^2-b^2=1$是$a^4-b^4-2b^2=1$的必要条件.

20.**解**:要使函数$f(x)=\lg\left(ax^2-x+\dfrac{a}{16}\right)$的定义域为$\mathbf{R}$,则不等式$ax^2-x+\dfrac{a}{16}>0$对于一切$x\in\mathbf{R}$恒成立,

若$a=0$,则不等式等价为$-x>0$,解得$x<0$,不满足恒成立.

若$a\neq 0$,

则满足条件$\begin{cases}a>0,\\ \Delta=1-4a\times\dfrac{a}{16}<0,\end{cases}$

即$\begin{cases}a>0,\\ a^2>4,\end{cases}$解得$a>2$,所以$p$:$a>2$.

因为$g(x)=3^x-9^x=-\left(3^x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}\leqslant\dfrac{1}{4}$,

所以要使$3^x-9^x<a$对一切的实数x恒成立,则$a>\dfrac{1}{4}$,即q:$a>\dfrac{1}{4}$.

要使p且q为假,则p,q至少有一个为假命题.

当p,q都为真命题时,满足$\begin{cases}a>2,\\ a>\dfrac{1}{4},\end{cases}$

即$a>2$,

所以p,q至少有一个为假命题时有$a\leqslant 2$,

即实数a的取值范围是$(-\infty,2]$.

21.**解**:(1)由$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$,得$-3\leqslant a\leqslant 5$,因此$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$的充要条件是$\{a|-3\leqslant a\leqslant 5\}$.

(2)求实数a的一个值,使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$的一个充分而不必要条件,就是在集合$\{a|-3\leqslant a\leqslant 5\}$中取一个值,如取$a=0$,此时必有$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$;反之,$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$不一定有$a=0$,故$a=0$是$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$的一个充分不必要条件.

(3)求实数a的取值范围,使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$的一个必要不充分条件就是另求一个集合,使$\{a|-3\leqslant a\leqslant 5\}$是它的一个真子集.

如果$\{a|a\leqslant 5\}$,则不一定有$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$,但是$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$时,必有$a\leqslant 5$,故$\{a|a\leqslant 5\}$是$M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$的一个必要不充分条件.

22.**解**:(1)不等式$m+f(x)>0$可化为$m>-f(x)$,

即$m>-x^2+2x-5=-(x-1)^2-4$.

要使$m>-(x-1)^2-4$对于任意$x\in\mathbf{R}$恒成立,

只需$m>-4$即可.

故存在实数$m>-4$,

使不等式$m+f(x)>0$对于任意$x\in\mathbf{R}$恒成立.

(2)不等式$m-f(x_0)>0$可化为$m>f(x_0)$,若存在一个实数x_0,使不等式$m>f(x_0)$成立,

只需$m>f(x)_{\min}$.

又$f(x)=(x-1)^2+4$,所以$f(x)_{\min}=4$,

所以$m>4$.

所以所求实数m的取值范围是$(4,+\infty)$.