第4期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B

提示：$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{C_1D_1}$，$\overrightarrow{AD_1}$与$\overrightarrow{C_1B}$平行且方向相反，互为相反向量.

2~4.BCD

5.D

提示：由基底的定义，知$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$三个向量不共面，但选项A,B,C中三种情形都有可能使$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$共面.

6.B

提示：A错，因为$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$；B对；C错，因为$\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{b}^2\Leftrightarrow|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$；D错，因为$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$.

7.D

8.D

9.D

提示：空间两向量永远是共面向量，与其所在直线位置没有关系，A错误；向量的模与方向没有任何关系，因此B,C错误；D显然正确.

10.B

提示：根据题意，$AB\perp AC$，$AB\perp AD$，所以$AB\perp$平面ACD.又$AC\perp CD$，由三垂线定理，所以$BC\perp CD$. 所以$\triangle BCD$是直角三角形.

11.B

提示：因为$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{a}$，

又$\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}$不共线，所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=0$，

所以$\boldsymbol{d}\cdot\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{b}$

$=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{b}=0$，

所以$\langle\boldsymbol{d},\boldsymbol{b}\rangle=90°$.

12.C

提示：因为$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=(2,t,t)-(1-t,1-t,t)=(1+t,2t-1,0)$，

所以$|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}|=\sqrt{(1+t)^2+(2t-1)^2}=\sqrt{5t^2-2t+2}=\sqrt{5\left(t-\frac{1}{5}\right)^2+\frac{9}{5}}\geqslant\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

二、填空题

13.$\overrightarrow{AO}$

提示：由$A-BCD$是正四面体，易知$AO\perp$平面BCD，所以$\overrightarrow{AO}$是平面BCD的一个法向量.

14.$\frac{42}{5}$

15.-15

16.(1,1,1)

提示：设$DP=y>0$，则$A(2,0,0)$，$B(2,2,0)$，$P(0,0,y)$，$E\left(1,1,\frac{y}{2}\right)$，$\overrightarrow{DP}=(0,0,y)$，$\overrightarrow{AE}=\left(-1,1,\frac{y}{2}\right)$.所以$\cos\langle\overrightarrow{DP},\overrightarrow{AE}\rangle=\frac{\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{AE}}{|\overrightarrow{DP}||\overrightarrow{AE}|}=\frac{\frac{1}{2}y^2}{y\sqrt{2+\frac{y^2}{4}}}=\frac{y}{\sqrt{8+y^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，解得$y=2$，所以$E(1,1,1)$.

三、解答题

17.解：由$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，根据向量加法法则，得$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{OA}+\lambda\cdot\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OA}+\lambda(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})+\mu(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})=(1-\lambda-\mu)\overrightarrow{OA}+\lambda\overrightarrow{OB}+\mu\overrightarrow{OC}$.根据空间向量基本定理知，一个向量在一个基底下的分解式是唯一的，故$1=1-\lambda-\mu$，$1=\lambda$，$m=\mu$，解得$\lambda=1$，$\mu=-1$，$m=-1$.所以$m+\lambda+\mu=-1$.

18.解：(1)$\overrightarrow{A_1O}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$=\overrightarrow{A_1O}-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$

$=\overrightarrow{A_1O}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A_1O}-\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{A_1A}$.

(2)$\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DD_1}$

$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD})+\frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}$

$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}$，

所以$\overrightarrow{EO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}$.

19.解：(1)因为$\overrightarrow{HF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{EG}$，$\overrightarrow{EH}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{GF}$，

所以四边形$EGFH$是平行四边形.

又$AC=BD$，所以四边形$EGFH$是菱形，所以$\overrightarrow{EF}\perp\overrightarrow{HG}$，故$\overrightarrow{EF}$与$\overrightarrow{GH}$的夹角为90°.

(2)由(1)，同理可证$\overrightarrow{EF}\perp\overrightarrow{MN}$，所以$EF\perp$平面$MHNG$，所以$EF\perp HN$，$EF\perp MG$，故$\overrightarrow{EF}\cdot(\overrightarrow{NH}+\overrightarrow{MG})=0$.

20.解：由于$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，

则$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2|\boldsymbol{a}|^2-|\boldsymbol{b}|^2+|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=0$，

即$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{|\boldsymbol{b}|^2-2|\boldsymbol{a}|^2}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$.

又$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\perp(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则

$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{b}^2-3\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2|\boldsymbol{a}|^2-2|\boldsymbol{b}|^2-3|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=0$，

即$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{2|\boldsymbol{a}|^2-2|\boldsymbol{b}|^2}{3|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$.

所以$\frac{|\boldsymbol{b}|^2-2|\boldsymbol{a}|^2}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{2|\boldsymbol{a}|^2-2|\boldsymbol{b}|^2}{3|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$，

即$5|\boldsymbol{b}|^2=8|\boldsymbol{a}|^2$，则$|\boldsymbol{b}|=\frac{2\sqrt{10}}{5}|\boldsymbol{a}|$，

所以$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{|\boldsymbol{b}|^2-2|\boldsymbol{a}|^2}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$

$=\frac{\frac{8}{5}|\boldsymbol{a}|^2-2|\boldsymbol{a}|^2}{|\boldsymbol{a}|\cdot\frac{2\sqrt{10}}{5}|\boldsymbol{a}|}=-\frac{\sqrt{10}}{10}$.

21.解：(1)由已知，得$\overrightarrow{AB}=(-2,-1,3)$，$\overrightarrow{AC}=(1,-3,2)$，

而$\cos\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\rangle=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}$

$=\frac{(-2)\times1+(-1)\times(-3)+3\times2}{\sqrt{4+1+9}\times\sqrt{1+9+4}}=\frac{1}{2}$，

所以$\sin\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\rangle=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

则$S=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\sin\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\rangle=7\sqrt{3}$.

所以以$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$为边的平行四边形的面积为$7\sqrt{3}$.

(2)设$\boldsymbol{a}=(x,y,z)$.

由题意$\boldsymbol{a}\perp\overrightarrow{AB}$，$\boldsymbol{a}\perp\overrightarrow{AC}$，

则$\boldsymbol{a}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，$\boldsymbol{a}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，且$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$，

所以$\begin{cases}-2x-y+3z=0,\\x-3y+2z=0,\\x^2+y^2+z^2=3,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=1,\\y=1,\\z=1,\end{cases}$或$\begin{cases}x=-1,\\y=-1,\\z=-1.\end{cases}$

所以$\boldsymbol{a}=(1,1,1)$，或$\boldsymbol{a}=(-1,-1,-1)$.

22. 解：以点D为原点O，DA，DC，DD_1分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系，

则$D(0,0,0)$，$B(1,1,0)$，$A_1(1,0,\lambda)$.设$P(0,1,x)$，其中$x\in[0,\lambda]$，

则$\overrightarrow{BP}=(-1,0,x)$，$\overrightarrow{A_1P}=(-1,1,x-\lambda)$.

因为$A_1P\perp PB$，所以$\overrightarrow{A_1P}\cdot\overrightarrow{BP}=0$，

代入化简得$x^2-\lambda x+1=0$.

由点P唯一，得$\Delta=\lambda^2-4=0$，且$\lambda>0$，解得$\lambda=2$.

第1期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B

2.B

提示：逆命题是将原命题的条件与结论互换，故选B.

3.A

提示：命题α的条件和结论恰好是命题β的条件和结论的否定，所以命题α是命题β的否命题.

4.C

提示：原命题与逆否命题同真假，故选C.

5.D

提示：只有选项D中的命题是真命题，即$p\Rightarrow q$，故p是q的充分条件.

6.B

提示：由$2^x<2^y$，得$x<y$；

由$\log_2x<\log_2y$，得$0<x<y$.

所以$p\nRightarrow q$，但$q\Rightarrow p$.故p是q的必要不充分条件.

7.D

8.D

9.C

提示：在$\triangle ABC$中，若$\cos A=2\sin B\sin C$，则$-\cos(B+C)=2\sin B\sin C$，化简得$\cos(B-C)=0$，故$B-C=90°$或$B-C=-90°$，即$B=C+90°$或$C=B+90°$，故$\triangle ABC$是钝角三角形，原命题与逆否命题是真命题.

若$\triangle ABC$是钝角三角形，取$A=120°$，$B=30°$，$C=30°$，则$2\sin B\sin C=\frac{1}{2}\neq\cos A$，故逆命题与否命题是假命题.

10.C

提示：一次函数$y=-\frac{m}{n}x+\frac{1}{n}$的图像同时经过第一、三、四象限$\Rightarrow-\frac{m}{n}>0$，且$\frac{1}{n}<0\Rightarrow m>0$，且$n<0\Rightarrow mn<0$，反之不可以.故选C.

11.B

提示：根据命题的等价性可得.

12.D

提示：因为$f(x)$是$\mathbf{R}$上的增函数，且$f(-1)=-4$，

所以$Q=\{x|f(x)<-4\}=\{x|x<-1\}$.

同理，得$P=\{x|f(x+t)<2\}=\{x|x+t<2\}=\{x|x<2-t\}$.

因为“$x\in P$”是“$x\in Q$”的充分不必要条件，

所以$P\subsetneqq Q$.故$2-t<-1$，解得$t>3$.

二、填空题

13.一个函数为$y=2x+1$，这个函数是增函数

14.若$(\complement_UA)\cap(\complement_UB)=\complement_UB$，则$A\subsetneqq B$

提示：否命题与逆命题互为逆否命题，故命题p的逆否命题是：若$(\complement_UA)\cap(\complement_UB)=\complement_UB$，则$A\subsetneqq B$.

15.$\Rightarrow$

16.$(0,2)$

提示：由$\frac{x-2m}{x+m}<0(m>0)$，得$p:x\in(-m,2m)$.由$x(x-4)<0$，得$q:x\in(0,4)$.

根据题意，可知上述两区间相交但不存在包含关系，结合$m>0$，得$0<2m<4$，所以m的取值范围是$(0,2)$.

三、解答题

17.解：原命题可改写为：若一个函数是单调函数，则该函数不是周期函数.

故逆命题为：若一个函数不是周期函数，则该函数是单调函数；

否命题为：若一个函数不是单调函数，则该函数是周期函数；

逆否命题为：若一个函数是周期函数，则该函数不是单调函数.

18.证明：因为一个命题的原命题与逆否命题具有相同的真假性，所以可证明原命题为真命题.

因为$a+b\geqslant0$，所以$a\geqslant-b$，$b\geqslant-a$.

因为$f(x)$是$\mathbf{R}$上的增函数，

所以$f(a)\geqslant f(-b)$，$f(b)\geqslant f(-a)$，

所以$f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$.

所以原命题为真命题，故其逆否命题为真命题.

19.解：(1)四边形的对角线互相平分$\nRightarrow$四边形是矩形，而四边形是矩形$\Rightarrow$四边形对角线互相平分，所以p是q的必要不充分条件.

(2)方程$ax^2+bx+c=0$有一根为$1\Rightarrow a+b+c=0(a,b,c\in\mathbf{R})$；反之$a+b+c=0(a,b,c\in\mathbf{R})\Rightarrow$方程$ax^2+bx+c=0$有一根为1，所以$p$是$q$的充要条件.

(3)数a能被6整除$\Rightarrow$数a能被3整除，而数a能被3整除$\nRightarrow$数a能被6整除，所以p是q的充分不必要条件.

(4)因为$ab=0$时，$|ab|=ab$，所以$|ab|=ab\nRightarrow ab>0$，而当$ab>0$时，有$|ab|=ab$，所以p是q的必要不充分条件.

20.解：若方程$x^2+mx+1=0$有实数根，则$\Delta_1=m^2-4\geqslant0$，所以$p:m\geqslant2$或$m\leqslant-2$；

若方程$4x^2+4(m-2)x+1=0$无实数根，则$\Delta_2=16(m-2)^2-16<0$，所以$q:1<m<3$.

由p真q假，得$\begin{cases}m\geqslant2\text{或}m\leqslant-2,\\m\geqslant3\text{或}m\leqslant1,\end{cases}$所以$m\geqslant3$或$m\leqslant-2$；

由p假q真，得$\begin{cases}-2<m<2,\\1<m<3,\end{cases}$所以$1<m<2$.

所以实数m的取值范围为$(-\infty,-2]\cup(1,2)\cup[3,+\infty)$.

21.解：由$(x-1+m)(x-1-m)\geqslant0$，其中$m>0\Rightarrow p:x\in\{x|x\geqslant1+m$或$x\leqslant1-m\}$.

由$x=n+\frac{1}{n}$，结合基本不等式，

得$q:x\in\{x|x\geqslant2$或$x\leqslant-2\}$.

又p是q的必要条件，即$q\Rightarrow p$，

故$\{x|x\geqslant2$或$x\leqslant-2\}\subseteq\{x|x\geqslant1+m$或$x\leqslant1-m\}$，

所以$1-m\geqslant-2$且$1+m\leqslant2$，

又$m>0$，故$0<m\leqslant1$.

所以实数m的取值范围是$(0,1]$.

22.证明：充分性：因为$a+b=0$，

所以$S_n=aq^n+b=aq^n-a$，

所以$a_n=S_n-S_{n-1}=(aq^n-a)-(aq^{n-1}-a)=a(q-1)q^{n-1}(n>1)$.

又$a_1=aq-a=a(q-1)$满足上式，

所以$a_n=a(q-1)q^{n-1}(n\in\mathbf{N}_+)$.

所以$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a(q-1)q^n}{a(q-1)q^{n-1}}=q$.

故数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列.

必要性：因为数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列，

所以$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1}{1-q}-\frac{a_1}{1-q}q^n$.

因为$S_n=aq^n+b$，

所以$a=-\frac{a_1}{1-q}$，$b=\frac{a_1}{1-q}$.

所以$a+b=0$.

综上，结论得证.

① 第2期 第3版同步周测题 参考答案

一、选择题

1.B　2.A　3.C　4.B

提示：由已知，得p真q假.

5.A

提示：若p且q为真命题，则p，q都是真命题.所以p或q为真命题.反之，则不一定成立，故选A.

6.B

提示：③为假.

7.A

8.C

提示：分以下几类讨论：(1)若p真q真，则"非p"，"非q"为假命题，"p或q"，"p且q"为真命题，$a=b=2$；(2)若p假q假，则"非p"，"非q"为真，"p或q"，"p且q"为假，$a=b=2$；(3)若p，q中一真一假，不妨以p真q假为例，则"非p"，"p且q"为假，"非q"，"p或q"为真，$a=b=2$.

9.D

提示：$\sqrt{3}\in A\cup B$的否定是：$\sqrt{3}\notin A\cup B$，所以$\sqrt{3}\notin A$且$\sqrt{3}\notin B$，即$\sqrt{3}\in(\complement_S A)\cap(\complement_S B)$.

10.C

提示：由题知$x_0=-\frac{b}{2a}$为二次函数$f(x)$图像的对称轴方程，又$a>0$，所以$f(x_0)$为函数的最小值，即对所有的实数x，都有$f(x)\geqslant f(x_0)$.因此C是错误的.

11.D

提示：$ax^2-2ax-3\leqslant 0$恒成立，当$a=0$时，$-3\leqslant 0$成立；

当$a\neq 0$时，

$\begin{cases}a<0,\\ \Delta=4a^2+12a\leqslant 0,\end{cases}$得$-3\leqslant a<0$，

所以$-3\leqslant a\leqslant 0$.

12.B

提示：$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$，显然C、D为真；$\sin\alpha\cdot\sin\beta=0$时，A为真；B为假.故选B.

二、填空题

13.存在$x<0$，$(1+x)(1-9x^2)>0$

14."p且q""$\neg q$"，"p或q""$\neg p$"

提示：因为命题p假，命题q真，所以命题"p且q"假，命题"p或q"真，"$\neg p$"真，"$\neg q$"假.

15.平行四边形不一定是菱形

提示：p："平行四边形一定是菱形"是假命题，这里"一定是"的否定是用"一定不是"还是"不一定是"?若为"平行四边形一定不是菱形"，仍为假命题，与真值表相违，故原命题的"$\neg p$"为"平行四边形不一定是菱形"，是一个真命题.

16.$\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$

提示：因为$x_1\in[-1,3]$时，$f(x_1)\in[1,10]$，

$x_2\in[-1,3]$时，$g(x_2)\in\left[\frac{1}{2}-m,8-m\right]$，

所以只需$1\geqslant\frac{1}{2}-m$，解得$m\geqslant-\frac{1}{2}$.

三、解答题

17.**解：**(1)本题隐含了全称量词"所有的"，其实命题应为"所有的指数函数都是单调函数"，是全称命题，且为真命题.

(2)命题中含有存在量词"至少有一个"，因此是特称命题，真命题.

(3)命题中含有全称量词"任意"，是全称命题，真命题.

(4)命题中含有存在量词"存在"，是特称命题，真命题.

18.**解：**若p为真命题，则$1\in\{x|x^2<a\}$，故$1^2<a$，即$a>1$；若q为真命题，则$2\in\{x|x^2<a\}$，即$a>4$.

(1)若"p且q"为真命题，则p真q真，故$a>1$且$a>4$，即$a>4$.

所以实数a的取值范围是$(4,+\infty)$.

(2)若"p或q"为真命题，

则$a>1$或$a>4$，即$a>1$.

所以实数a的取值范围是$(1,+\infty)$.

19.**解：**$\neg p$：任意$x\in\mathbf{R}$，$\lg(ax^2+2x+1)$有意义，

即对一切$x\in\mathbf{R}$，$ax^2+2x+1>0$恒成立.

又$a=0$时，不合题意，

所以$\begin{cases}a>0,\\ \Delta<0,\end{cases}$解得$a>1$.

所以实数a的取值范围是$(1,+\infty)$.

20.**解：**先简化命题p，q，构建关于a的关系式.

由$x^2+2ax+4>0$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，得$\Delta=(2a)^2-4\times4<0$，解得$-2<a<2$.

所以p：$-2<a<2$.

由$y=-(4-2a)^x$是$\mathbf{R}$上的减函数，得$4-2a>1$，解得$a<\frac{3}{2}$.

所以q：$a<\frac{3}{2}$.

由"p或q"为真，"p且q"为假，知p与q中必有一真一假，即p真q假，或p假q真.

所以$\begin{cases}-2<a<2,\\ a\geqslant\frac{3}{2},\end{cases}$或$\begin{cases}a\leqslant-2,\text{或}a\geqslant 2,\\ a<\frac{3}{2},\end{cases}$

解得$\frac{3}{2}\leqslant a<2$，或$a\leqslant-2$.

所以，实数a的取值范围是$(-\infty,-2]\cup\left[\frac{3}{2},2\right)$.

21.**解：**对于①，$2^{-x^2+ax-\frac{25}{4}}>1$，即$-x^2+ax-\frac{25}{4}>0$，故$x^2-ax+\frac{25}{4}<0$，要使不等式的解集为空集，$\Delta=a^2-25\leqslant 0$，解得$-5\leqslant a\leqslant 5$.

对于②，当$a=3$时，不等式的解集为$\{x|x>1\}$，不是空集；当$a\neq3$时，要使不等式$(a-3)x^2+(a-2)x-1>0$的解集为空集.

则$\begin{cases}a-3<0,\\ (a-2)^2+4(a-3)\leqslant 0,\end{cases}$

解得$-2\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 2\sqrt{2}$.

对于③，因为$x^2+\frac{1}{x^2}\geqslant 2\sqrt{x^2\cdot\frac{1}{x^2}}=2$，

当且仅当$x^2=1$，即$x=\pm1$时取等号.

所以不等式$a>x^2+\frac{1}{x^2}$的解集为空集时，$a\leqslant 2$.

因此，当三个不等式的解集都为空集时，$-2\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 2$.

所以要使三个不等式至多有两个不等式的解集为空集，则实数a的取值范围是$\{a|a<-2\sqrt{2}$，或$a>2\}$.

22.**解：**(1)若p真：$-2\leqslant x\leqslant 4$；当$m=3$时，若q真：$-1\leqslant x\leqslant 5$，

因为"p且q"为真，所以$-1\leqslant x\leqslant 4$.

所以实数x的取值范围是$[-1,4]$.

(2)因为"$\neg p$"是"$\neg q$"的必要不充分条件，所以p是q的充分不必要条件.

q：$2-m\leqslant x\leqslant 2+m$，

所以$\begin{cases}2-m\leqslant-2,\\ 4\leqslant 2+m\end{cases}$且等号不同时取得，

所以$m\geqslant 4$.所以实数m的取值范围是$[4,+\infty)$.

第3期 第2、3版章节测试题 参考答案

一、选择题

1.C

2.D

提示：①等底等高的三角形都是面积相等的三角形，但不一定全等；②当x，y中一个为零，另一个不为零时，$|x|+|y|\neq0$；③当$c=0$时不成立；④菱形的对角线互相垂直，矩形的对角线不一定垂直.

3.A

4.D

5.C

6.B

7.D

提示：因为p真q假，所以"p且q"为假，"p或q"为真，"$\neg p$"为假.

8.D

提示：①的逆命题为"若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则$a>b$，"若$a=-2$，$b=3$，则不成立.故A错；②的逆命题为"若$(x+2)(x-3)\leqslant0$，则$-2\leqslant x\leqslant0$，"是假命题，故B错；①为假命题，其逆否命题也为假命题，故C错；②为真命题，其逆否命题也为真命题，D正确.

9.B

提示：$a^2>b^2$，$\frac{a}{b}<1$不能推出$a>b$，$\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b\Leftrightarrow a>b$.

10.D

11.C

提示：$A=\{x|-1<x<1\}$，当$a=1$时，$B=\{x|b-1<x<3\}$.若"$a=1$"是"$A\cap B\neq\varnothing$"的充分而不必要条件，则b必须满足条件$b-1<1\Rightarrow b<2$.所以b的取值范围可以是$\{b|b<2\}$或其子集.故选C.

12.C

提示：由$x^2-4x+3<0$可得p：$1<x<3$；由$x^2-6x+8<0$可得q：$2<x<4$，所以p且q为：$2<x<3$，由条件可知，$\{x|2<x<3\}$是不等式$2x^2-9x+a<0$的解集的子集，即方程$2x^2-9x+a=0$的两根中一根小于等于2，另一根大于等于3.令$f(x)=2x^2-9x+a$，则有$\begin{cases}f(2)=8-18+a\leqslant0,\\ f(3)=18-27+a\leqslant0,\end{cases}$解得$a\leqslant9$.

二、填空题

13.方向相同或相反的两个向量共线

14.$[1,2)$

提示：两个都是假命题，则

$\begin{cases}x<2\text{或}x>5,\\ 1\leqslant x\leqslant4\end{cases}\Rightarrow1\leqslant x<2$.

15.$(-4,0)$

提示：由$g(x)<0$得$2^x-2<0$，$x<1$；

又因为任意$x\in\mathbf{R}$，$f(x)<0$或$g(x)<0$，所以$f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$在$x\geqslant1$时恒成立，所以$\begin{cases}m<0,\\ -m-3<1,\\ 2m<1,\end{cases}$解得$-4<m<0$.

16.6

提示：因为$x^2-x+1>0$，所以原不等式化为$x^2-ax+2<3x^2-3x+3$，即$2x^2+(a-3)x+1>0$.

因为任意$x\in\mathbf{R}$时，$2x^2+(a-3)x+1>0$恒成立，

所以$\Delta=(a-3)^2-8<0$.

所以$3-2\sqrt{2}<a<3+2\sqrt{2}$，

所以$a_1+a_2=6$.

三、解答题

17.**解：**"p且q"形式的命题.

p：方程$x^2-2x+1=0$有一个实数根，

q：方程$x^2-2x+1=0$只有一个实数根，

p和q均为真命题.

18.**解：**根据题意知，$f(x_1)_{\min}\geqslant g(x_2)_{\min}$，

当$x_1\in[-1,3]$时，$f(x_1)_{\min}=0$.

当$x_2\in[0,2]$时，$g(x_2)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x_2}-m$的最小值为$g(2)=\frac{1}{4}-m$.

因此$0\geqslant\frac{1}{4}-m$，解之得$m\geqslant\frac{1}{4}$.

故实数m的取值范围是$\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$.

19.**证明：**若$a^2-b^2=1$，

则$a^4-b^4-2b^2=(a^2+b^2)(a^2-b^2)-2b^2=a^2+b^2-2b^2=a^2-b^2=1$.

所以$a^2-b^2=1$是$a^4-b^4-2b^2=1$的充分条件.

$a^2-b^2=1$是$a^4-b^4-2b^2=1$的必要条件，

证明如下：

若$a^4-b^4-2b^2=1$，则$a^4-b^4-2b^2-1=0$，即$a^4-(b^2+1)^2=0$，

所以$(a^2+b^2+1)(a^2-b^2-1)=0$.

因为$a^2+b^2+1\neq0$，所以$a^2-b^2=1$.所以$a^2-b^2=1$是$a^4-b^4-2b^2=1$的必要条件.

20.**解：**要使函数$f(x)=\lg\left(ax^2-x+\frac{a}{16}\right)$的定义域为$\mathbf{R}$，则不等式$ax^2-x+\frac{a}{16}>0$对于一切$x\in\mathbf{R}$恒成立，

若$a=0$，则不等式等价为$-x>0$，解得$x<0$，不满足恒成立.

若$a\neq0$，则满足条件$\begin{cases}a>0,\\ \Delta=1-4a\times\frac{a}{16}<0,\end{cases}$

即$\begin{cases}a>0\\ a^2>4,\end{cases}$解得$a>2$，所以$p$：$a>2$.

因为$g(x)=3^x-9^x=-\left(3^x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\leqslant\frac{1}{4}$，

所以要使$3^x-9^x<a$对一切的实数x恒成立，则$a>\frac{1}{4}$，即q：$a>\frac{1}{4}$.

要使p且q为假，则p，q至少有一个为假命题.

当p，q都为真命题时，满足$\begin{cases}a>2,\\ a>\frac{1}{4},\end{cases}$

即$a>2$，

所以p，q至少有一个为假命题时有$a\leqslant2$，

即实数a的取值范围是$(-\infty,2]$.

21.**解：**(1)由$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$，得$-3\leqslant a\leqslant5$，因此$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的充要条件是$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$.

(2)求实数a的一个值，使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个充分而不必要条件，就是在集合$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$中取一个值，如取$a=0$，此时必有$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$；反之，$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$不一定有$a=0$，故$a=0$是$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个充分不必要条件.

(3)求实数a的取值范围，使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个必要不充分条件就是另求一个集合，使$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$是它的一个真子集.

如果$\{a|a\leqslant5\}$，则不一定有$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$，但是$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$时，必有$a\leqslant5$，故$\{a|a\leqslant5\}$是$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个必要不充分条件.

22.**解：**(1)不等式$m+f(x)>0$可化为$m>-f(x)$，

即$m>-x^2+2x-5=-(x-1)^2-4$.

要使$m>-(x-1)^2-4$对于任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，

只需$m>-4$即可.

故存在实数$m>-4$，

使不等式$m+f(x)>0$对于任意$x\in\mathbf{R}$恒成立.

(2)不等式$m-f(x_0)>0$可化为$m>f(x_0)$，若存在一个实数x_0，使不等式$m>f(x_0)$成立，

只需$m>f(x)_{\min}$.

又$f(x)=(x-1)^2+4$，所以$f(x)_{\min}=4$，

所以$m>4$.

所以，所求实数m的取值范围是$(4,+\infty)$.