第4期

第2~3版章节测试题参考答案

一、选择题

1.C　2.A　3.D　4.C　5.C　6.A　7.C

提示：所求距离就是函数 $y=\tan 2x$ 的周期，即 $\frac{\pi}{2}$.

8.D

提示：画出 $y=\tan x$ 与 $y=\sin x$ 的图象(图略)，可知选 D.

9.B

提示：由 $f\left(\frac{8\pi}{3}\right)=f\left(\frac{14\pi}{3}\right)$，知 $f(x)$ 图象的一条对称轴是直线 $x=\frac{11\pi}{3}$.

又 $f(x)$ 在 $\left(\frac{8\pi}{3},\frac{14\pi}{3}\right)$ 内有最大值但没有最小值，

故 $f\left(\frac{11\pi}{3}\right)=2$ 且 $\frac{14\pi}{3}-\frac{8\pi}{3}<\frac{2\pi}{\omega}$，

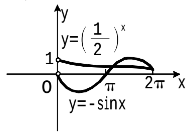
解得 $\omega=\frac{6k}{11}-\frac{1}{22}(k\in Z)$ 且 $0<\omega<1$.

故 $\omega=\frac{1}{2}$，$f(x)=2\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$. 从而可判断②④是真命题.

10.B

提示：原方程可化为 $-\sin x=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

在同一平面直角坐标系内分别作出函数 $y=-\sin x$ 和 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在 $(0,2\pi]$ 内的图象如下.



(第10题图)

由图象知，在一个周期内它们有2个交点，因此在 $(0,100\pi)$ 内交点个数是 $2\times\frac{100\pi}{2\pi}=100$. 故原方程在 $(0,100\pi)$ 内实数解的个数是100.

11.B

12.D

提示：由图象可知，当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)>0$，$\sin x>0$，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sin x>0$；当 $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 时，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)<0$，$\sin x>0$，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sin x<0$，故选 D.

二、填空题

13. $\frac{3}{2}$，48　14. $-\frac{2}{\sin\alpha}$

15. $\frac{2}{3}$

提示：由题中条件，得 $\omega\cdot\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}=2k\pi$，$k\in Z$，解得 $\omega=8k+\frac{2}{3}$，$k\in Z$. 又 $\omega>0$，故 ω 的最小值为 $\frac{2}{3}$.

16. 9000

三、解答题

17.解：由 $3\sin(\alpha-\pi)=\cos(2\pi-\alpha)$，得 $-3\sin\alpha=\cos\alpha$，即 $\tan\alpha=-\frac{1}{3}$，

则 $\frac{\sin(\pi-\alpha)+5\sin\left(\frac{5\pi}{2}+\alpha\right)}{3\cos(\pi+\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$

$=\frac{\sin\alpha+5\cos\alpha}{-3\cos\alpha+\sin\alpha}=\frac{\tan\alpha+5}{\tan\alpha-3}$

$=\frac{-\frac{1}{3}+5}{-\frac{1}{3}-3}=-\frac{7}{5}$.

18.解：(1) $\frac{2}{3}\sin^2x+\frac{1}{4}\cos^2x$

$=\frac{\frac{2}{3}\sin^2x+\frac{1}{4}\cos^2x}{\sin^2x+\cos^2x}$

$=\frac{\frac{2}{3}\tan^2x+\frac{1}{4}}{\tan^2x+1}=\frac{7}{12}$.

(2) $2\sin^2x-\sin x\cos x+\cos^2x$

$=\frac{2\sin^2x-\sin x\cos x+\cos^2x}{\sin^2x+\cos^2x}$

$=\frac{2\tan^2x-\tan x+1}{\tan^2x+1}=\frac{7}{5}$.

19.解：(1)最小正周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，

所以 $\omega=2$.

因为 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=-\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$.

(2)由(1)得 $f(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

令 $2k\pi-\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi$，$k\in Z$，得 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right]$，$k\in Z$.

(3)当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时 $2x-\frac{\pi}{3}\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$，

所以 $f(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{1}{2},1\right]$.

20.解：(1)因为相邻对称中心的距离为 $\frac{\pi}{4}$，

所以最小正周期 $T=2\times\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$.

故 $\omega=\frac{\pi}{T}=2$.

因为 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=0$，

所以 $\varphi=k\pi-\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$.

又 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$.

所以 $f(x)=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

由 $k\pi-\frac{\pi}{2}<2x-\frac{\pi}{3}<k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，得 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12},\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}\right)$，$k\in Z$.

(2)由 $-1\leqslant f(x)\leqslant\sqrt{3}$，可得 $k\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant 2x-\frac{\pi}{3}\leqslant k\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$，

求得原不等式的解集为 $\left[\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{24},\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right]$，$k\in Z$.

21.解：(1)由图知，$A=2$，$T=\left(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}\right)\times4=\pi$，所以 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

由 $2\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=2$，

得 $\varphi=\frac{\pi}{6}+2k\pi$，$k\in Z$.

又 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$.

故 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

(2) $g(x)=2\sin\left[2\left(\frac{1}{4}x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]$

$=2\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{6}\right)$.

令 $\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in Z$，则 $x=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$，$k\in Z$，所以 $g(x)$ 的对称轴方程为 $x=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$，$k\in Z$.

(3)当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时 $2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$.

当方程 $f(x)=2a-3$ 有两个不等实根时，$y=f(x)$ 的图象与直线 $y=2a-3$ 有两个不同的交点，

画图(图略)可知 $1\leqslant 2a-3<2$，

解得 $2\leqslant a<\frac{5}{2}$.

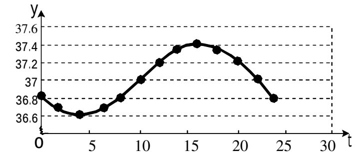
故实数 a 的取值范围是 $\left[2,\frac{5}{2}\right)$.

因为在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上 $f(x_1)=f(x_2)$，

所以 $\left(2x_1+\frac{\pi}{6}\right)+\left(2x_2+\frac{\pi}{6}\right)=\pi$，

得 $x_1+x_2=\frac{\pi}{3}$.

22.解：(1)以时间 t 为横轴，体温 y 为纵轴，根据数据作出散点图，并用曲线拟合如下：



(第22题图)

(2)设 y 与 t 的函数关系为 $y=A\sin(\omega t+\varphi)+c$，

则 $c=\frac{1}{2}\times(37.4+36.6)=37$，$A=\frac{1}{2}\times(37.4-36.6)=0.4$，$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{12}$.

由 $0.4\sin\left(\frac{\pi}{12}\times16+\varphi\right)+37=37.4$，

得 $\sin\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi\right)=1$. 取 $\varphi=-\frac{5\pi}{6}$，

故 $y=0.4\sin\left(\frac{\pi}{12}t-\frac{5\pi}{6}\right)+37$.

(3)将 $t=1$ 代入(2)中函数关系式，得 $y\approx36.72$. 所以该病人的体温比此时的正常体温高 $38.2-36.72\approx1.48$℃.

第1期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C

2.C

提示：拨慢5分钟，即逆时针旋转 $2\pi\times\frac{1}{12}=\frac{\pi}{6}$.

3.D

提示：因为 $\frac{3\pi}{2}<5<2\pi$，所以 $\alpha=5$rad 为第四象限角.

4.C

5.C

提示：$\frac{y}{x}=\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

6.C

提示：$\cos(60°-\alpha)=\sin[90°-(60°-\alpha)]=\sin(30°+\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

7.D　8.A

9.A

提示：$a=-\tan\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$

$=-\tan\left(2\pi-\frac{11\pi}{6}\right)$

$=-\tan\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

$b=\cos\frac{25\pi}{4}=\cos\left(6\pi+\frac{\pi}{4}\right)$

$=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$c=-\sin\frac{33\pi}{4}=-\sin\left(8\pi+\frac{\pi}{4}\right)$

$=-\sin\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

因为 $\frac{\sqrt{2}}{2}>-\frac{\sqrt{3}}{3}>-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以 $b>a>c$.

10.C

提示：当 x 是第一象限角时，$y=3$；当 x 是第二象限角时，$y=-1$；当 x 是第三象限角时，$y=-1$；当 x 是第四象限角时，$y=-1$.

11.C

提示：由已知，得 $\tan\alpha=-2$.

故 $\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$

$=\frac{\tan^2\alpha+1}{\tan\alpha}=-\frac{5}{2}$.

12.C

提示：由任意角的三角函数的定义知①正确；利用三角函数线，可知②正确，④错误；显然③正确；若 $\cos\theta<0$，则 θ 是第二或第三象限角或 θ 的终边落在 x 轴的非正半轴上，故⑤不正确. 故选 C.

二、填空题

13. 40°

14. $\left\{\theta\middle|2k\pi-\frac{3\pi}{4}<\theta<2k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$

15. 5π

16. $-\frac{7}{25}$

提示：依题意可得 $(\cos\theta-\sin\theta)^2=\frac{1}{25}$，

且 $\cos\theta>\sin\theta>0$，所以 $\cos\theta-\sin\theta=\frac{1}{5}$.

又 $(\cos\theta-\sin\theta)^2=1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{25}$，

得 $2\sin\theta\cos\theta=\frac{24}{25}$.

所以 $(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{49}{25}$.

从而 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{7}{5}$.

故 $\sin^2\theta-\cos^2\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin\theta-\cos\theta)=-\frac{1}{5}\times\frac{7}{5}=-\frac{7}{25}$.

三、解答题

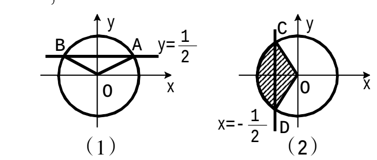
17.解：(1)因为230°与−50°角的终边关于y轴对称，所以 $M=\{\alpha|\alpha=230°+k\cdot360°,k\in Z\}$.

(2)因为 −50°±90°与−50°角的终边互相垂直，所以 $N=\{\beta|\beta=-50°\pm90°+k\cdot360°,k\in Z\}$，即 $N=\{\beta|\beta=-140°+k\cdot360°,k\in Z\}\cup\{\beta|\beta=40°+k\cdot360°,k\in Z\}=\{\beta|\beta=40°+k\cdot180°,k\in Z\}$.

18.解：因为 $\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}>0$，$\cos\alpha<0$，所以 α 是第二象限角. 在 $y=kx$ 上取第二象限的点 $P(-1,-k)(k<0)$，

所以 $\frac{-k}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，解得 $k=-2$.

19.解：(1)如图(1)，作直线 $y=\frac{1}{2}$ 交单位圆于 A,B 两点，连接 OA,OB，则 OA 与 OB 即为角 α 的终边位置. 故角 α 的集合为 $\left\{\alpha\middle|\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{6}\text{，或}\alpha=2k\pi+\frac{5\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$.



(1)　(2)

(第19题图)

(2)如图(2)，作直线 $x=-\frac{1}{2}$ 交单位圆于 C,D 两点，连接 OC,OD，则 OC 与 OD 围成的阴影部分区域即为角 α 终边的位置. 故角 α 的集合为 $\left\{\alpha\middle|2k\pi+\frac{2\pi}{3}\leqslant\alpha\leqslant2k\pi+\frac{4\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

20.解：(1)原式

$=\frac{(-\sin\alpha)(-\cos\alpha)(-\sin\alpha)}{\sin(\pi-\alpha)[-\sin(\pi+\alpha)]\sin\left[4\pi+\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\right]}$

$=\frac{-\sin^2\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha[-(-\sin\alpha)]\cos\alpha}$

$=\frac{-\sin^2\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha\cos\alpha}=-1$.

(2)原式

$=\frac{\sqrt{1-2\sin(270°+20°)\cos(90°+20°)}}{\sin(270°-20°)+\sin20°}$

$=\frac{\sqrt{1-2(-\cos20°)(-\sin20°)}}{-\cos20°+\sin20°}$

$=\frac{\sqrt{1-2\sin20°\cos20°}}{\sin20°-\cos20°}$

$=\frac{\sqrt{(\sin20°-\cos20°)^2}}{\sin20°-\cos20°}$

$=\frac{-(\sin20°-\cos20°)}{\sin20°-\cos20°}=-1$.

21.解：如果两只蚂蚁都在第14秒时回到点 A，那么可设 $14\alpha=m\cdot360°$，$14\beta=n\cdot360°$，其中 $m,n\in\mathbf{Z}$，

故 $\alpha=\frac{m}{7}\cdot180°$，$\beta=\frac{n}{7}\cdot180°$，$m,n\in\mathbf{Z}$.

因为 $0°<\alpha<\beta<180°$，

所以 $0°<2\alpha<2\beta<360°$.

又两只蚂蚁在第2秒时均位于第二象限，故 $90°<2\alpha<2\beta<180°$.

所以 $45°<\alpha<\beta<90°$，即 $45°<\frac{m}{7}\cdot180°<\frac{n}{7}\cdot180°<90°$，得 $\frac{7}{4}<m<n<\frac{7}{2}$.

结合 $m,n\in\mathbf{Z}$，可得 $m=2$，$n=3$.

所以 $\alpha=\left(\frac{360}{7}\right)°$，$\beta=\left(\frac{540}{7}\right)°$.

22.解：由已知条件得

$\sin\alpha=\sqrt{2}\sin\beta$，　①

$\sqrt{3}\cos\alpha=\sqrt{2}\cos\beta$.　②

由①²+②²，得 $\sin^2\alpha+3(1-\sin^2\alpha)=2$，

故 $\sin\alpha=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

因为 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，

利用三角函数线，得 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 或 $-\frac{\pi}{4}$.

将 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 代入②，得 $\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

又 $\beta\in(0,\pi)$，所以 $\beta=\frac{\pi}{6}$，

代入①，可知符合.

同理，将 $\alpha=-\frac{\pi}{4}$ 代入②，得 $\beta=\frac{\pi}{6}$，

代入①，可知不符合.

综上，存在 $\alpha=\frac{\pi}{4}$，$\beta=\frac{\pi}{6}$.

① 第2期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B　2.B　3.A　4.D

5.A

提示:由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，得函数y的单调递减区间为$\left[-\frac{5\pi}{3}+4k\pi,\frac{\pi}{3}+4k\pi\right],k\in Z$. 取k=0，得函数y在$[-2\pi,2\pi]$上的单调递减区间为$\left[-\frac{5\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$.

6.D

提示:因为$\cos x\in[-1,1]$,所以$y=2\cos x-3\in[-5,-1]$.结合选项可知选D.

7.D

提示:当$x=\frac{\pi}{3},-\frac{5\pi}{3},\frac{7\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$时，$y=0,0,0,\frac{\sqrt{3}}{3}$.故选D.

8.A

提示:正切值相距的长度就是它的周期,所以该函数的周期是$\frac{\pi}{4}$.所以$\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{\omega}(\omega>0)$,解得$\omega=4$.所以$f(x)=\tan 4x$，$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\tan\pi=0$.

9.C

提示:根据对称性,所围成封闭图形的面积等于矩形ABCD的面积,所以封闭图形的面积$S=\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right)\times2=\frac{4\pi}{3}$.

10.B

提示:函数f(x)的周期$T=\frac{\pi}{3|k|}$.根据题意,得$T<\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$，即$\frac{\pi}{3|k|}<\frac{1}{12}$,解得$k>4\pi$,或$k<-4\pi$(不合题意，舍去).

11.B

提示:因为$f(0)=\sin\varphi=\frac{1}{2}$,所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

因为$f(x)=-f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$,所以$\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\left[\omega\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{6}\right]$,所以$\omega\cdot\frac{\pi}{2}=\pi$,得$\omega=2$.

所以$g(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$,所以当$2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$时,$g(x)$取得最大值$\sqrt{3}$.

12.D

提示:$y=|\tan x|\geqslant0$,故图象在x轴上方,对应①;$y=\tan x$对应②;$y=\tan(-x)$与$y=\tan x$关于y轴对称,故对应④;$y=\tan|x|$是偶函数，图象关于y轴对称，故对应③. 故正确顺序是①②④③.

二、填空题

13.向左平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度

14.(1)<;(2)>

15.$\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$

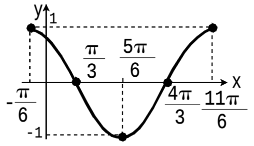
16.②④

三、解答题

17.**解**:列表:

$x+\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
y	1	0	-1	0	1

描点并将它们用光滑的曲线连接起来,如图所示.



(第17题图)

18.**解**:(1)由题意,得

$$\begin{cases}2x-\frac{\pi}{4}\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z},\\1+\tan\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\neq0,\end{cases}$$

故函数的定义域为

$$\left\{x\middle|x\neq\frac{k\pi}{2}\text{且}x\neq\frac{k\pi}{2}+\frac{3\pi}{8},k\in\mathbf{Z}\right\}.$$

(2)由题意,得$-1<\tan2x\leqslant\sqrt{3}$，

所以$k\pi-\frac{\pi}{4}<2x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$,

故函数的定义域为

$$\left\{x\middle|\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}<x\leqslant\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}.$$

19.**解**:因为$f(x+\theta)=2\sqrt{3}\sin\left(3\omega x+3\omega\theta+\frac{\pi}{3}\right)$,且$f(x+\theta)$的周期为$2\pi$,

所以$\frac{2\pi}{3\omega}=2\pi$,解得$\omega=\frac{1}{3}$.

又$f(x+\theta)=2\sqrt{3}\sin\left(x+\theta+\frac{\pi}{3}\right)$是偶函数,所以$f(-x+\theta)=f(x+\theta)$,即$-x+\theta+\frac{\pi}{3}=x+\theta+\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in Z)$(不合题意,舍去),或$-x+\theta+\frac{\pi}{3}=\pi-\left(x+\theta+\frac{\pi}{3}\right)+2k\pi(k\in Z)$,

解得$\theta=k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in Z)$.

故$\omega=\frac{1}{3},\theta=k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in Z)$.

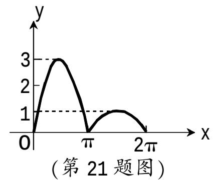
20.**解**:(1)因为$y=\sin x$在$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增,在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上单调递减,所以当$x=-\frac{\pi}{6}$时,$y=\sin x$取得最小值$-\frac{1}{2}$;当$x=\frac{\pi}{2}$时,$y=\sin x$取得最大值1. 故所求值域为$\left[-\frac{1}{2},1\right]$.

(2)令$\sin x=t$,则$y=\sin^2x+2\sin x+2=t^2+2t+2=(t+1)^2+1$.

由(1)知$t\in\left[-\frac{1}{2},1\right]$,则当$t=-\frac{1}{2}$时,$y$取得最小值$\frac{5}{4}$;当$t=1$时,$y$取得最大值5.故所求值域为$\left[\frac{5}{4},5\right]$.

21.**解**:(1)$f(x)=\begin{cases}3\sin x,0\leqslant x\leqslant\pi,\\-\sin x,\pi<x\leqslant2\pi,\end{cases}$

其图象如图所示.



(第21题图)

(2)观察图象可得,当$1<k<3$时,$f(x)$的图象与直线$y=k$有两个交点,所以实数k的取值范围是(1,3).

22.**解**:(1)因为$f(x)$的图象上两个对称中心间的最短距离为$\frac{\pi}{2}$,所以其周期$T=\pi$.

又$T=\frac{2\pi}{\omega}$,所以$\omega=2$.

因为$f(0)=2\cos2\varphi=-2$,

所以$\cos2\varphi=-1$.

又$0<\varphi<\pi$,所以$0<2\varphi<2\pi$,

所以$2\varphi=\pi,\varphi=\frac{\pi}{2}$.

所以$f(x)=2\cos(2x+\pi)=-2\cos2x$.

(2)由条件,得$T=2\times\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{\omega}$,

所以$\omega=2,f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

令$2k\pi-\pi\leqslant2x+\frac{\pi}{3}\leqslant2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,

得$f(x)$的单调递增区间为

$\left[k\pi-\frac{2\pi}{3},k\pi-\frac{\pi}{6}\right],k\in\mathbf{Z}$.

(3)若$x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$,

则$x+\frac{\pi}{2}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$.

由$\omega>0$,$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$上是减函数,

得$\frac{\pi\omega}{6}\geqslant2k\pi$且$\frac{7\pi\omega}{6}\leqslant2k\pi+\pi$,$k\in\mathbf{Z}$,解得$12k\leqslant\omega\leqslant\frac{12k+6}{7},k\in\mathbf{Z}$.

从而有$12k\leqslant\frac{12k+6}{7},k\in\mathbf{Z}$,

结合$\omega>0$,解得$k=0$.

故ω的取值范围是$\left(0,\frac{6}{7}\right]$.

第3期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C　2.B　3.B　4.A　5.B

6.D

提示:变换后所得图象的解析式为$y=\cos\left[\frac{1}{2}\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{3}\right]=\cos\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{4}\right)$.

令$\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{4}=k\pi,k\in\mathbf{Z}$,解得对称轴为$x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$.结合选项可知选D.

7.B

提示:由题意,知小球的振幅是2,周期$T=\frac{2\pi}{4\pi}=\frac{1}{2}$,故频率$f=2$.所以小球运动的最高点与最低点之间的距离为4,每秒能往复振动的次数为2.

8.D　9.B

10.A

提示:由图知,当点$P(x_0,y_0)$位于曲线最高点时,$\triangle MPN$的面积最大,此时$\triangle MPN$为等腰直角三角形,且$y_0=2$.

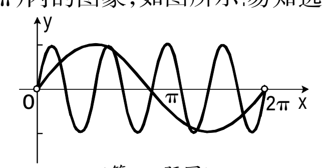
设线段MN的中点为Q,则$|PQ|=\frac{1}{2}\cdot|MN|$,即$y_0=\frac{1}{2}\cdot\frac{T}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{2\omega}$,故$\omega=\frac{\pi}{4}$.

11.B

提示:对$x\in\mathbf{R}$都有$f(x_1)\leqslant f(x)\leqslant f(x_2)$成立等价于$f(x_1)$为函数$f(x)$的最小值,且$f(x_2)$为函数$f(x)$的最大值,$|x_1-x_2|$的最小值就是$\frac{1}{2}$个周期. 由于周期$T=4$,故$|x_1-x_2|$的最小值是$\frac{T}{2}=2$.

12.C

提示:分别画出y=sin4x,y=sinx在(0,2π)内的图象,如图所示.易知选C.



(第12题图)

二、填空题

13.$\frac{\pi}{3}$或$\frac{5\pi}{3}$

14.向左平移$\frac{3\pi}{8}$个单位长度

提示:因为$y=3\cos\left(2x-\frac{7\pi}{4}\right)=3\sin\left(2x-\frac{7\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)=3\sin\left(2x-\frac{5\pi}{4}\right)=3\sin\left[2\left(x+\frac{3\pi}{8}\right)\right]$,所以可将$C_0$向左平移$\frac{3\pi}{8}$个单位长度得到C.又$y=3\cos\left(2x-\frac{7\pi}{4}\right)=3\sin\left(2x-\frac{5\pi}{4}\right)=3\sin\left[2\left(x-\frac{5\pi}{8}\right)\right]$,所以可将$C_0$向右平移$\frac{5\pi}{8}$个单位长度得到C.经比较可知,第一种变换符合条件.

15.$\frac{\pi}{6}$　16.$\frac{1}{120}$

三、解答题

17.**解**:(1)由题意知,$f(x)=\cos2\times2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=\cos\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)$.

(2)$f(\pi)=\cos\left(4\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$,$f(1)=\cos\left(4-\frac{\pi}{3}\right)<0$,所以$f(1)<f(\pi)$.

18.**解**:(1)该函数的振幅为3,初相为$\frac{\pi}{6}$,最小正周期为$\frac{2\pi}{2}=\pi$.

(2)先把正弦曲线向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度,得到$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象;再把后者所得点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍(纵坐标不变),得到$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象;再把所得图象上所有点的纵坐标伸长到原来的3倍(横坐标不变),得到函数$y=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象.

19.**解**:(1)由$T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$,得$\omega=2$.

由最小值是-3,得$A=3$.

由$f(0)=\frac{3}{2}$,得$\sin\varphi=\frac{1}{2}$.

又$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$,所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

故解析式为$f(x)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

(2)把$f(x)$的图象上所有点向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度,得到$y=3\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=3\sin2x$的图象;再把所得图象上所有点的横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$倍,纵坐标缩短为原来的$\frac{1}{3}$倍，即可得到$y=\sin4x$的图象.

20.**解**:(1)从图中可以看出,$A=300$.

又因为$\frac{1}{2}T=\frac{1}{180}-\left(-\frac{1}{900}\right)=\frac{1}{150}$,

所以$T=\frac{1}{75}$,得$\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{75}$,

所以$\omega=150\pi$.

将五点中第一点的$t=-\frac{1}{900}$代入$\omega t+\varphi$,有$150\pi\times\left(-\frac{1}{900}\right)+\varphi=0$,解得$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

综上可知,函数解析式为

$I=300\sin\left(150\pi t+\frac{\pi}{6}\right)$.

(2)由题意,可知$T\leqslant\frac{1}{150}$,

所以$\frac{2\pi}{\omega}\leqslant\frac{1}{150}$,

所以$\omega\geqslant300\pi\approx942.5$.

所以ω的最小正整数值为943.

21.**解**:(1)依题意可知h的最大值为6,最小值为-2,设$h=A\sin(\omega t+\varphi)+B$$(A>0,\omega>0)$，则有$A+B=6$且$-A+B=-2$,解得$A=4,B=2$.

又$T=\frac{60}{4}=15$,故$\omega=\frac{2\pi}{15}$.

因为$t=0$时,$h=0$,所以$\sin\varphi=-\frac{1}{2}$,

所以$\varphi=-\frac{\pi}{6}$.

故解析式为$h=4\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\right)+2$.

(2)令$\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\right)=1$,解得$t=5$.

故点P第一次到达最高点要5 s.

(3)令$h=4\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\right)+2\geqslant2+2\sqrt{3}$,

得$\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\right)\geqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$,

则$2k\pi+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\leqslant2k\pi+\frac{2\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$,

解得$15k+\frac{15}{4}\leqslant t\leqslant15k+\frac{25}{4},k\in\mathbf{Z}$.

因为$\frac{25}{4}-\frac{15}{4}=2.5$,所以在点$P$每转动一圈过程中,有2.5 s点$P$距水面的高度不小于$(2+2\sqrt{3})$m.

22.**解**:(1)由条件,得$\omega\cdot\frac{2\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}$,

故$\omega\leqslant\frac{3}{4}$.又$\omega>0$,

所以ω的取值范围是$\left(0,\frac{3}{4}\right]$.

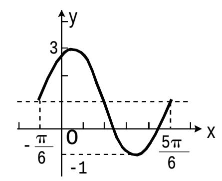
(2)①$g(x)=2\sin2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1$

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$.

列表:

$2x+\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{6}$
y	1	3	1	-1	1

作图:



(第22题图)

②由于$g(x)$的周期为π,故其在$[a,a+10\pi]$上共有10个周期,

因此最多有21个零点,最少有20个零点，即零点个数的所有可能值为21,20.