## 第 4 期

### 第 2~3 版章节测试题参考答案

一、选择题

1.C 2.B 3.C 4.A

5.C

提示：因为 $2k\pi+\frac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi+\pi(k\in Z)$，所以 $k\pi+\frac{\pi}{4}<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$.当 k=2n(n∈N)时，角 $\frac{\alpha}{2}$ 在第一象限；当 k=2n+1(n∈N)时，角 $\frac{\alpha}{2}$ 在第三象限.又 $\left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|=-\cos\frac{\alpha}{2}\Rightarrow\cos\frac{\alpha}{2}\leqslant0$，所以 $\frac{\alpha}{2}$ 是第三象限角.

6.B

提示：平移后所得图像对应的函数解析式为 $y=3\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=3\sin\left(2x-\frac{2\pi}{3}\right)$.

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant2x-\frac{2\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，

得 $\frac{\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in Z$.

故新函数在区间 $\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right]$ 上单调递增.

7.C

8.D

提示：画出 y=tanx 与 y=sinx 的图像(图略)可知选 D.

9.B

提示：由 $f\left(\frac{8\pi}{3}\right)=f\left(\frac{14\pi}{3}\right)$，知 f(x)图像的一条对称轴是直线 $x=\frac{11\pi}{3}$.

又 f(x)在 $\left(\frac{8\pi}{3},\frac{14\pi}{3}\right)$ 内有最大值但没有最小值，

故 $f\left(\frac{11\pi}{3}\right)=2$ 且 $\frac{14\pi}{3}-\frac{8\pi}{3}<\frac{2\pi}{\omega}$，

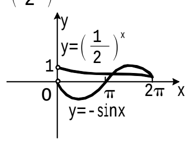
解得 $\omega=\frac{6k}{11}-\frac{1}{22}(k\in Z)$ 且 $0<\omega<1$.

故 $\omega=\frac{1}{2}$，$f(x)=2\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$.从而可判断②④是真命题.

10.B

提示：原方程可化为 $-\sin x=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

在同一平面直角坐标系内分别作出函数 $y=-\sin x$ 和 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在(0,2π]内的图像如下.




(第 10 题图)

由图像知，在一个周期内它们有 2 个交点，因此在(0,100π)内交点个数是 $2\times\frac{100\pi}{2\pi}=100$.故原方程在(0,100π)内实数解的个数是 100.

11.A

12.D

提示：由图像可知，当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)>0$，$\sin x>0$，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sin x>0$；当 $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 时，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)<0$，$\sin x>0$，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sin x<0$，故选 D.

二、填空题

13.$\frac{3}{2}$，48

14.$\left\{-\frac{19\pi}{6},-\frac{7\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\frac{17\pi}{6}\right\}$

15.$\frac{2}{3}$

提示：由题中条件，得 $\omega\cdot\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}=2k\pi,k\in Z$，解得 $\omega=8k+\frac{2}{3}$，$k\in Z$.又 ω>0，故 ω 的最小值为 $\frac{2}{3}$.

16.9000

三、解答题

17.解：由 3sin(α−π)=cos(2π−α)，得 −3sinα=cosα.

则 $\frac{\sin(\pi-\alpha)+5\sin\left(\frac{5\pi}{2}+\alpha\right)}{3\cos(\pi+\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$

$=\frac{\sin\alpha+5\cos\alpha}{-3\cos\alpha+\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha-15\sin\alpha}{9\sin\alpha+\sin\alpha}$

$=-\frac{7}{5}$.

18.解：(1)因为角 θ 的终边在直线 $y=\sqrt{2}x$ 上，所以其终边在第一或第三象限.

若终边在第一象限，

则其必过点 $P(1,\sqrt2)$，

此时 x=1，$y=\sqrt2$，$r=\sqrt3$，

所以 $\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt3}{3}$；

若终边在第三象限，

则其必过点 $Q(-1,-\sqrt2)$，

此时 x=−1，$y=-\sqrt2$，$r=\sqrt3$，

所以 $\cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{\sqrt3}{3}$.

综上，$\cos\theta=\pm\frac{\sqrt3}{3}$.

(2)由已知，得 $\tan\theta=\frac{y}{x}=\sqrt2$.

所以原式 $=\frac{\frac{\cos\theta}{\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{\cos\theta}{\cos\theta}-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}=\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}$

$=-3-2\sqrt2$.

19.解：(1)最小正周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，

所以 ω=2.

因为 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=-\sin\varphi=\frac{\sqrt3}{2}$，

又 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$.

(2)由(1)得 $f(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

令 $2k\pi-\pi\leqslant2x-\frac{\pi}{3}\leqslant2k\pi,k\in Z$，

得 f(x)的单调递增区间为

$\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right],k\in Z$.

(3)当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$2x-\frac{\pi}{3}\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$，

所以 f(x)的值域为 $\left[-\frac12,1\right]$.

20.解：(1)因为相邻对称中心的距离为 $\frac{\pi}{4}$，

所以最小正周期 $T=2\times\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$.

故 $\omega=\frac{\pi}{T}=2$.

因为 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=0$，

所以 $\varphi=k\pi-\frac{\pi}{3},k\in Z$.

又 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$.

所以 $f(x)=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

由 $k\pi-\frac{\pi}{2}<2x-\frac{\pi}{3}<k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，

得 f(x)的单调递增区间为

$\left(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12},\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}\right),k\in Z$.

(2)由 $-1\leqslant f(x)\leqslant\sqrt3$，可得 $k\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant2x-\frac{\pi}{3}\leqslant k\pi+\frac{\pi}{3},k\in Z$.

求得原不等式的解集为 $\left[\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{24},\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right],k\in Z$.

21.解：(1)由图知，A=2，$T=\left(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}\right)\times4=\pi$，所以 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

由 $2\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=2$，

得 $\varphi=\frac{\pi}{6}+2k\pi,k\in Z$.

又 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，

$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

(2)$g(x)=2\sin\left[2\left(\frac14x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]$

$=2\sin\left(\frac12x-\frac{\pi}{6}\right)$.

令 $\frac12x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，则 $x=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$，k∈Z，所以 g(x)的对称轴方程为 $x=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$，k∈Z.

(3)当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$.

当方程 f(x)=2a−3 有两个不等实根时，y=f(x)的图像与直线 y=2a−3 有两个不同的交点，画图(图略)可知 1≤2a−3<2，

解得 $2\leqslant a<\frac52$.

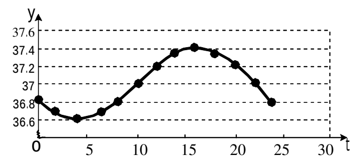
故实数 a 的取值范围是 $\left[2,\frac52\right)$.

因为在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上 $f(x_1)=f(x_2)$，

所以 $\left(2x_1+\frac{\pi}{6}\right)+\left(2x_2+\frac{\pi}{6}\right)=\pi$，

得 $x_1+x_2=\frac{\pi}{3}$.

22.解：(1)以时间 t 为横轴，体温 y 为纵轴，根据数据作出散点图，并用曲线拟合如下：




(第 22 题图)

(2)设 y 与 t 的函数关系为 $y=A\sin(\omega t+\varphi)+c$，

则 $c=\frac12\times(37.4+36.6)=37$，$A=\frac12\times(37.4-36.6)=0.4$，$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{12}$.

由 $0.4\sin\left(\frac{\pi}{12}\times16+\varphi\right)+37=37.4$，

得 $\sin\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi\right)=1$.取 $\varphi=-\frac{5\pi}{6}$，

故 $y=0.4\sin\left(\frac{\pi}{12}t-\frac{5\pi}{6}\right)+37$.

(3)将 t=1 代入(2)中函数关系式，得 y≈36.72.所以该病人的体温比此时的正常体温高 38.2−36.72≈1.48℃.





## 第 1 期

### 第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B

2.D

3.D

4.C

提示：$\alpha=54°=\frac{3}{10}\pi$，所以 $l=\alpha r=\frac{3}{10}\pi\times20=6\pi$(cm)，所以周长为 $l+2r=(40+6\pi)$cm.

5.C 6.D

7.C

提示：由 cosθ≤0，sinθ>0，得 $\frac{\pi}{2}\leqslant\theta<\pi$.

从而有 3a−9≤0 且 a+2>0，

解得 −2<a≤3.

8.A

9.B

提示：$f\left(\frac{15\pi}{4}\right)=f\left(-\frac{15\pi}{4}+3\times\frac{3\pi}{2}\right)=f\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\sin\frac{3\pi}{4}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt2}{2}$.

10.A

提示：当 x 是第一象限角时，y=2；当 x 是第二象限角时，y=0；当 x 是第三象限角时，y=−2；当 x 是第四象限角时，y=0.

11.C

12.C

提示：讨论 k 分别取 −1,0 时有交集，得

①当 k=−1 时，

$A\cap B=\left\{x\left|-\frac{2\pi}{3}\leqslant x\leqslant0\right.\right\}\cap\{x|-2\leqslant x\leqslant2\}=\{x|-2\leqslant x\leqslant0\}$；

②当 k=0 时，$A\cap B=\left\{x\left|\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\pi\right.\right\}\cap\{x|-2\leqslant x\leqslant2\}=\left\{x\left|\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant2\right.\right\}$，二者的并集即为所求.

二、填空题

13.$\left\{\theta\left|k\pi\leqslant\theta\leqslant k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

14.5π

提示：$S_{扇环}=S_{扇形ADE}-S_{扇形ABC}=\frac12\times7^2\times\frac{\pi}{4}-\frac12\times3^2\times\frac{\pi}{4}=5\pi$.

15.$-\frac13$

提示：$\sin\left(\frac{7\pi}{4}+\alpha\right)$

$=\sin\left[2\pi-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right]$

$=-\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=-\frac13$.

16.2

提示：由 f(2016)=acos(1008π+α)+bsin(1008π+β)+3=4，

得 acosα+bsinβ=1.

故 f(2018)=acos(1009π+α)+b·sin(1009π+β)+3=−acosα−bsinβ+3=2.

三、解答题

17.解：原式=$\frac{(-\sin\alpha)(-\cos\alpha)(-\sin\alpha)}{\sin(\pi-\alpha)[-\sin(\pi+\alpha)]\sin\left[4\pi+\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\right]}$

$=\frac{-\sin^2\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha[-(-\sin\alpha)]\cos\alpha}$

$=\frac{-\sin^2\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha\cos\alpha}=-1$.

18.解：因为 $\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt5}>0$，cosα<0，所以 α 是第二象限角.在 y=kx 上取第二象限的点 P(−1,−k)(k<0)，

所以 $\frac{-k}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{2}{\sqrt5}$，解得 k=−2.

19.解：cos(105°−α)

=cos[180°−(75°+α)]

=−cos(75°+α)=$-\frac13$，

sin(α−195°)=sin(α−15°−180°)

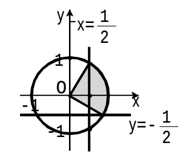
=−sin(α−15°)=−cos[90°−(α−15°)]

=−cos(105°−α)=$\frac13$.

所以 cos(105°−α)+sin(α−195°)

$=-\frac13+\frac13=0$.

20.解：如图，在单位圆中作直线 $y=-\frac12$ 与 $x=\frac12$，则角 α 的终边落在阴影部分内.




(第 20 题图)

故满足条件的角 α 的集合为

$\left\{\alpha\left|2k\pi-\frac{\pi}{6}\leqslant\alpha\leqslant2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.

21.解：由题意，得点 P 每秒转过 θ，则有 $\pi+2k\pi<2\theta<\frac{3\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$.

因为 0<θ<π，所以 $\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3\pi}{4}$.

又 14θ=2kπ，k∈Z，得 $\theta=\frac{k\pi}{7}$，k∈Z.

故 $\frac{\pi}{2}<\frac{k\pi}{7}<\frac{3\pi}{4}$，k∈Z，

解得 3.5<k<5.25，k∈Z，

所以 k=4 或 5.

所以 $\theta=\frac{4\pi}{7}$ 或 $\frac{5\pi}{7}$.

22.解：由已知条件得

$\sin\alpha=\sqrt2\sin\beta$， ①

$\sqrt3\cos\alpha=\sqrt2\cos\beta$. ②

由①²+②²，得 $\sin^2\alpha+3(1-\sin^2\alpha)=2$，

故 $\sin\alpha=\pm\frac{\sqrt2}{2}$.

因为 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，

利用单位圆，得 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 或 $-\frac{\pi}{4}$.

将 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 代入②，得 $\cos\beta=\frac{\sqrt3}{2}$.

又 β∈(0,π)，所以 $\beta=\frac{\pi}{6}$，

代入①，可知符合.

同理，将 $\alpha=-\frac{\pi}{4}$ 代入②，得 $\beta=\frac{\pi}{6}$，

代入①，可知不符合.

综上，存在 $\alpha=\frac{\pi}{4}$，$\beta=\frac{\pi}{6}$.

## 第 2 期

### 第 3 版同步周测题参考答案

**一、选择题**

1.C　2.C　3.A

4.D

**提示**:先化简解析式,再通过图像判断.

5.B

**提示**:由$-\cos x\geqslant 0$,得$\cos x\leqslant 0$.又$x\in(0,2\pi)$,所以$x\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$.

6.A

7.D

**提示**:当$x=\frac{\pi}{3},-\frac{5\pi}{3},\frac{7\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$时,$y=0,0,0,\frac{\sqrt{3}}{3}$.故选 D.

8.D

**提示**:利用三角函数的单调性,可知 D 正确.

9.C

**提示**:根据对称性,所围成封闭图形的面积等于矩形 ABCD 的面积,所以封闭图形的面积$S=\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right)\times 2=\frac{4\pi}{3}$.

10.C

**提示**:由已知,得$\tan\alpha=-2$.

在角$\alpha$的终边上取一点$(-1,2)$,计算得$\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}=-\frac{5}{2}$;

在角$\alpha$的终边上取一点$(1,-2)$,计算得$\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}=-\frac{5}{2}$.

故$\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}=-\frac{5}{2}$.

11.B

**提示**:因为$f(0)=\sin\varphi=\frac{1}{2}$,

所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

因为$f(x)=-f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$,

所以$\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\left[\omega\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{6}\right]$,

所以$\omega\cdot\frac{\pi}{2}=\pi$,得$\omega=2$.

所以$g(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时,$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$,所以当$2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$时,$g(x)$取得最大值$\sqrt{3}$.

12.D

**提示**:$y=|\tan x|\geqslant 0$,故图像在$x$轴上方,对应①;$y=\tan x$对应②;$y=\tan(-x)$与$y=\tan x$关于$y$轴对称,故对应④;$y=\tan|x|$是偶函数,图像关于$y$轴对称,故对应③. 故正确顺序是①②④③.

**二、填空题**

13.$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

14.(1)<;(2)>

15.$\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$

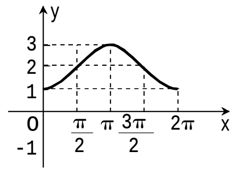
16.②④

**三、解答题**

17.**解**:(1)列表.

| x | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| y | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 |

(2)描点、连线,得图像如下图.




(第 17 题图)

由图可得,当$x=2k\pi+\pi,k\in Z$时,函数$y$取得最大值,且最大值为 3.

18.**解**:(1)由题意,得

$$\begin{cases}2x-\frac{\pi}{4}\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z},\\ 1+\tan\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\neq 0,\end{cases}$$

故函数的定义域为

$$\left\{x\left|x\neq\frac{k\pi}{2}\text{且}x\neq\frac{k\pi}{2}+\frac{3\pi}{8},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}.$$

(2)由题意,得$-1<\tan 2x\leqslant\sqrt{3}$,所以$k\pi-\frac{\pi}{4}<2x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$,

故函数的定义域为

$$\left\{x\left|\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}<x\leqslant\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}.$$

19.**解**:(1)由$\alpha$是第二象限角,且$\sin\alpha=\frac{3}{5}$,知角$\alpha$终边上必有一点$(x,3)$,且$x<0$,$r=\sqrt{x^2+3^2}=5$,解得$x=-4$.

所以$\tan\alpha=\frac{3}{x}=-\frac{3}{4}$.

(2)原式

$$=\frac{(-\sin\alpha)(-\cos\alpha)\left[-\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\right]}{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\sin\alpha}$$

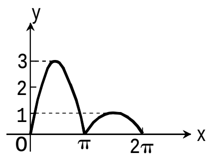
$=-\cos\alpha$.

由(1)知$\cos\alpha=\frac{x}{r}=-\frac{4}{5}$,

所以原式$=\frac{4}{5}$.

20.**解**:$f(x)=\begin{cases}3\sin x,0\leqslant x\leqslant\pi,\\ -\sin x,\pi<x\leqslant 2\pi,\end{cases}$

其图像如图所示.




(第 20 题图)

观察图像可得,当$1<k<3$时,$f(x)$的图像与直线$y=k$有两个交点,所以实数 k 的取值范围是$(1,3)$.

21.**解**:因为$f(x)=-\sin^2x+\sin x+a$

$=-\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)^2+a+\frac{1}{4}$,

所以当$\sin x=-1$时,$[f(x)]_{\min}=a-2$;

当$\sin x=\frac{1}{2}$时,$[f(x)]_{\max}=a+\frac{1}{4}$.

由题意,知$\begin{cases}a-2\geqslant 1,\\ a+\frac{1}{4}\leqslant\frac{17}{4},\end{cases}$

解得$3\leqslant a\leqslant 4$.

所以实数 a 的取值范围是$[3,4]$.

22.**解**:(1)因为$f(x)$的图像上两个对称中心间的最短距离为$\frac{\pi}{2}$,所以其周期$T=\pi$.

又$T=\frac{2\pi}{\omega}$,所以$\omega=2$.

因为$f(0)=2\cos 2\varphi=-2$,

所以$\cos 2\varphi=-1$.

又$0<\varphi<\pi$,所以$0<2\varphi<2\pi$,

所以$2\varphi=\pi,\varphi=\frac{\pi}{2}$.

所以$f(x)=2\cos(2x+\pi)=-2\cos 2x$.

(2)由条件,得$T=2\times\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{\omega}$,所以$\omega=2$,$f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

令$2k\pi-\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,

得$f(x)$的单调递增区间为

$\left[k\pi-\frac{2\pi}{3},k\pi-\frac{\pi}{6}\right],k\in\mathbf{Z}$.

(3)若$x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$,

则$x+\frac{\pi}{2}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$.

由$\omega>0$,$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$上是减函数,

得$\frac{\pi\omega}{6}\geqslant 2k\pi$且$\frac{7\pi\omega}{6}\leqslant 2k\pi+\pi$,$k\in\mathbf{Z}$,解得$12k\leqslant\omega\leqslant\frac{12k+6}{7},k\in\mathbf{Z}$.

从而有$12k\leqslant\frac{12k+6}{7},k\in\mathbf{Z}$,

结合$\omega>0$,解得$k=0$.

故$\omega$的取值范围是$\left(0,\frac{6}{7}\right]$.





## 第 3 期

### 第 3 版同步周测题参考答案

**一、选择题**

1.C　2.C　3.B　4.D　5.C　6.B　7.C　8.D

9.D

**提示**:由$f(x)\in[-1,3]$,得$\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\in\left[-\frac{1}{3},1\right]$.又函数$y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的最小正周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$,结合余弦函数的图像可知,$b-a<T=\pi$,故选 D.

10.A

**提示**:由图知,当点$P(x_0,y_0)$位于曲线最高点时,$\triangle MPN$的面积最大,此时$\triangle MPN$为等腰直角三角形,且$y_0=2$.

设线段$MN$的中点为$Q$,则$|PQ|=\frac{1}{2}\cdot|MN|$,

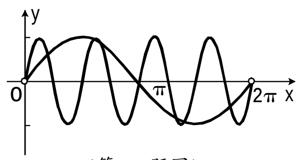
即$y_0=\frac{1}{2}\cdot\frac{T}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{2\omega}$,故$\omega=\frac{\pi}{4}$.

11.B

**提示**:对$x\in\mathbf{R}$都有$f(x_1)\leqslant f(x)\leqslant f(x_2)$成立等价于$f(x_1)$为函数$f(x)$的最小值,且$f(x_2)$为函数$f(x)$的最大值,$|x_1-x_2|$的最小值就是$\frac{1}{2}$个周期.由于周期$T=4$,故$|x_1-x_2|$的最小值是$\frac{T}{2}=2$.

12.C

**提示**:分别画出$y=\sin 4x$,$y=\sin x$在$(0,2\pi)$内的图像,如图所示.易知选 C.




(第 12 题图)

**二、填空题**

13.80

**提示**:最小正周期$T=\frac{2\pi}{160\pi}=\frac{1}{80}$,则此人每分钟心跳次数为$f=\frac{1}{T}=80$.

14.向左平移$\frac{3\pi}{8}$个单位长度

**提示**:因为$y=3\cos\left(2x-\frac{7\pi}{4}\right)=3\sin\left(2x-\frac{7\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)=3\sin\left(2x-\frac{5\pi}{4}\right)=3\sin\left[2\left(x+\frac{3\pi}{8}\right)\right]$,

所以可将$C_0$向左平移$\frac{3\pi}{8}$个单位长度得到 C.

又$y=3\cos\left(2x-\frac{7\pi}{4}\right)=3\sin\left(2x-\frac{5\pi}{4}\right)=3\sin\left[2\left(x-\frac{5\pi}{8}\right)\right]$,

所以可将$C_0$向右平移$\frac{5\pi}{8}$个单位长度得到 C.

经比较可知,第一种变换符合条件.

15.$-2$

16.$C_1>C_2,S_1=S_2$

**提示**:由题意,得$A=B=30^\circ=\frac{\pi}{6}$,

$AD=2,OM=ON=1$,

则$C_1=2+2+2\times\frac{\pi}{6}=4+\frac{\pi}{3}$,

$S_1=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$;

$C_2=1+1+1\times\frac{2\pi}{3}=2+\frac{2\pi}{3}$,

$S_2=\frac{1}{2}\times 1\times 1\times\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{3}$.

故$C_1>C_2,S_1=S_2$.

**三、解答题**

17.**解**:(1)$T=\frac{2\pi}{1}=2\pi$.

(2)$g(x)=3\cos\left(x-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=3\cos x$.

因为$g(-x)=3\cos(-x)=3\cos x=g(x)$,

所以$g(x)$是偶函数.

18.**解**:由条件得$\frac{2\pi}{k}+\frac{\pi}{k}=\frac{3\pi}{2}$,解得$k=2$.

由$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=g\left(\frac{\pi}{2}\right)$,得$a=2b$. ①

由$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{3}g\left(\frac{\pi}{4}\right)+1$,得

$a=2-2b$. ②

联立①②,解得$a=1,b=\frac{1}{2}$.

所以$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$,

$g(x)=\frac{1}{2}\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

令$k\pi-\frac{\pi}{2}<2x-\frac{\pi}{3}<k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$,

得$g(x)$的单调递增区间为

$\left(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12},\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}\right),k\in\mathbf{Z}$.

19.**解**:(1)由$T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$,得$\omega=2$.

由最小值是$-3$,得$A=3$.

由$f(0)=\frac{3}{2}$,得$\sin\varphi=\frac{1}{2}$.

又$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$,所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

故解析式为$f(x)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

(2)把$f(x)$的图像上所有点向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度,得到$y=3\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=3\sin 2x$的图像;再把所得图像上所有点的横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$倍,纵坐标缩短为原来的$\frac{1}{3}$倍,即可得到$y=\sin 4x$的图像.

20.**解**:(1)从图中可以看出,$A=300$.

又因为$\frac{1}{2}T=\frac{1}{180}-\left(-\frac{1}{900}\right)=\frac{1}{150}$,

所以$T=\frac{1}{75}$,得$\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{75}$,

所以$\omega=150\pi$.

将五点中第一点的$t=-\frac{1}{900}$代入$\omega t+\varphi$,有$150\pi\times\left(-\frac{1}{900}\right)+\varphi=0$,解得$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

综上可知,函数解析式为

$I=300\sin\left(150\pi t+\frac{\pi}{6}\right)$.

(2)由题意,可知$T\leqslant\frac{1}{150}$,

所以$\frac{2\pi}{\omega}\leqslant\frac{1}{150}$,

所以$\omega\geqslant 300\pi\approx 942.5$.

所以$\omega$的最小正整数值为 943.

21.**解**:(1)依题意可知$h$的最大值为 6,最小值为$-2$,设$h=A\sin(\omega t+\varphi)+B(A>0,\omega>0)$,则有$A+B=6$且$-A+B=-2$,解得$A=4,B=2$.

又$T=\frac{60}{4}=15$,故$\omega=\frac{2\pi}{15}$.

因为$t=0$时,$h=0$,所以$\sin\varphi=-\frac{1}{2}$,

所以$\varphi=-\frac{\pi}{6}$.

故解析式为$h=4\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\right)+2$.

(2)令$\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\right)=1$,解得$t=5$.

故点$P$第一次到达最高点要 5 s.

(3)令$h=4\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\right)+2\geqslant 2+2\sqrt{3}$,

得$\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\right)\geqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$,

则$2k\pi+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{2\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$,

解得$15k+\frac{15}{4}\leqslant t\leqslant 15k+\frac{25}{4},k\in\mathbf{Z}$.

因为$\frac{25}{4}-\frac{15}{4}=2.5$,所以在点$P$每转动一圈过程中,有 2.5 s 点$P$距水面的高度不小于$(2+2\sqrt{3})$m.

22.**解**:(1)由条件,得$\omega\cdot\frac{2\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}$,故$\omega\leqslant\frac{3}{4}$.又$\omega>0$,

所以$\omega$的取值范围是$\left(0,\frac{3}{4}\right]$.

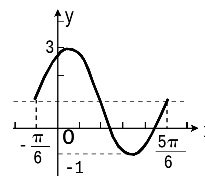
(2)①$g(x)=2\sin 2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1$

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$.

列表:

| $2x+\frac{\pi}{3}$ | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| x | $-\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{7\pi}{12}$ | $\frac{5\pi}{6}$ |
| y | 1 | 3 | 1 | -1 | 1 |

作图:




(第 22 题图)

②由于$g(x)$的周期为$\pi$,故其在$[a,a+10\pi]$上共有 10 个周期,

因此最多有 21 个零点,最少有 20 个零点,即零点个数的所有可能值为 21,20.